

การวิจัยปฏิบัติการเพื่อพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น
ที่ส่งเสริมการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน
ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ณัฐกานต์ อาริรัตน์เวช

การค้นคว้าอิสระ เสนอเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
หลักสูตรการศึกษามหาบัณฑิต
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา
พฤษภาคม 2564
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยนเรศวร

อาจารย์ที่ปรึกษาและหัวหน้าภาควิชาการศึกษา ได้พิจารณาการศึกษาค้นคว้าอิสระ เรื่อง “การวิจัยปฏิบัติการเพื่อพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น ที่ส่งเสริมการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4” เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา ของมหาวิทยาลัยนเรศวร

วศ. พ.

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วรินทร์ พูนไพบูลย์พัฒน์)

อาจารย์ที่ปรึกษา

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อังคณา อ่อนธานี)

หัวหน้าภาควิชาการศึกษา

พฤษภาคม 2564

ประกาศคุณูปการ

การศึกษาค้นคว้าอิสระฉบับนี้ สำเร็จได้ด้วยดีเนื่องจากได้รับความกรุณาอย่างยิ่งจาก ท่าน ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วรินทร์ พูนไพบูลย์พิพัฒน์ ที่ปรึกษาการศึกษาค้นคว้าอิสระและ คณะกรรมการทุกท่าน ที่ได้ให้คำแนะนำปรึกษา ตลอดจนตรวจแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ด้วยความ เอาใจใส่เป็นอย่างยิ่ง จนการศึกษาค้นคว้าอิสระสำเร็จสมบูรณ์ได้ อีกทั้งยังช่วยเป็นแรงผลักดันให้ ผู้วิจัยสามารถก้าวข้ามผ่านอุปสรรคต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นในตลอดระยะเวลาที่ทำการศึกษาค้นคว้าอิสระ ฉบับนี้ ผู้ศึกษาค้นคว้าขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูง ณ ที่นี้

ขอกราบขอพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชม ปานตา ตำแหน่ง ผู้ช่วยศาสตราจารย์ สาขาวิชาคณิตศาสตร์และสถิติ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์ ขอขอบคุณ ดร.อาทร นกแก้ว ตำแหน่ง อาจารย์ ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัย นเรศวร และขอขอบคุณ นางวารุณี เกลี้ยงเกิด ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ โรงเรียนนครสวรรค์ จังหวัดนครสวรรค์ ที่กรุณาให้คำแนะนำ แก้ไขและตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า อิสระ จนทำให้การศึกษาค้นคว้าอิสระครั้งนี้สมบูรณ์ และมีคุณค่า

ขอขอพระคุณ นายชาญณรงค์ ยาสุทธิ ผู้อำนวยการโรงเรียนนวมินทราชูทิศ มัชฌิม จังหวัดนครสวรรค์ ที่ได้ให้ความอนุเคราะห์อำนวยความสะดวก และให้ความร่วมมือเป็นอย่างยิ่งใน การเก็บข้อมูล รวมทั้งนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ปีการศึกษา 2563 โรงเรียนนวมินทราชูทิศ มัชฌิม ที่ให้ความร่วมมือในการศึกษาค้นคว้าอิสระครั้งนี้เป็นอย่างดี

ขอขอบคุณพี่ ๆ ร่วมชั้นเรียนทุกคน ที่คอยเป็นกำลังใจให้กันตลอดมา

กราบขอพระคุณ บิดา มารดา ที่คอยเป็นกำลังใจที่สำคัญ และคอยส่งเสริมสนับสนุนใน ทุก ๆ ด้าน

สุดท้ายนี้ขอกราบขอพระคุณคณาจารย์ภาควิชาการศึกษาทุกท่าน ที่คอยสั่งสอนและ อบรมให้นิสิตเป็นอย่างดี

คุณค่าและประโยชน์จากการศึกษาค้นคว้าอิสระฉบับนี้ ผู้ศึกษาค้นคว้าอิสระขอมอบและ อุทิศแด่ผู้มีพระคุณทุกท่าน และหวังเป็นอย่างยิ่งว่าการศึกษาค้นคว้าอิสระฉบับนี้จะเป็นประโยชน์ ต่อการพัฒนาการจัดการเรียนรู้ได้ต่อไป

ณัฐกานต์ อารีรัตนเวช

ชื่อเรื่อง	การวิจัยปฏิบัติการเพื่อการจัดการเรียนรู้โดยใช้ แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น เพื่อส่งเสริมการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
ผู้ศึกษาค้นคว้าอิสระ	นางสาวณัฐกานต์ อารีรัตนเวช
ที่ปรึกษา	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วรินทร์ พูนไพบุลย์พิพัฒน์
ประเภทสารนิพนธ์	การศึกษาค้นคว้าอิสระ กศ.ม. สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา, มหาวิทยาลัยนเรศวร, 2563
คำสำคัญ	แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น ฟังก์ชัน การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

บทคัดย่อ

การศึกษาค้นคว้าอิสระครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เพื่อศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น ที่ส่งเสริมการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 2) เพื่อศึกษาการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น ผู้เข้าร่วมของการศึกษาค้นคว้าอิสระคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2563 จำนวน 37 คน ของโรงเรียนขนาดใหญ่พิเศษแห่งหนึ่งในจังหวัดนครสวรรค์ โดยใช้เวลาดังกล่าวทั้งหมด 11 ชั่วโมง เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้าอิสระ คือ แผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 4 แผน ใบกิจกรรม และแบบวัดการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ โดยนำข้อมูลที่ได้มาทำการวิเคราะห์ด้วยเกณฑ์การให้คะแนนแบบแยกประเด็น (Analytic Scoring) แบ่งออกเป็น 3 กระบวนการ ได้แก่ การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อดำเนินการแก้ปัญหา การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อสรุปคำตอบของปัญหา

ผลการศึกษาค้นคว้าอิสระพบว่า

1. แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น ที่ส่งเสริมการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีประเด็นที่ควรเน้นดังนี้ 1) ครูควรคัดเลือกหรือออกแบบงานทางคณิตศาสตร์ที่มีความน่าสนใจดึงดูด และมีความซับซ้อนที่เหมาะสมกับนักเรียน โดยคำนึงถึงความรู้พื้นฐานเดิมของนักเรียนที่จะต้องนำมาใช้ในการแก้ปัญหา และต้องสามารถคิดได้หลากหลายแนวคิดหรือวิธีการ 2) ครูควรจะต้องสังเกต ติดตาม และชี้แนะการทำงานของนักเรียน และสรุปบทเรียนโดยการอำนวยความสะดวกให้นักเรียนได้อภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน

2. นักเรียนส่วนใหญ่คิดเป็นร้อยละ 64.57 มีความสามารถในการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี กล่าวคือ นักเรียนสามารถขีดเขียน หรือทำเครื่องหมายเพื่อทำความเข้าใจปัญหา และสามารถระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ มีการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์โดยใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อดำเนินการแก้ปัญหาและใช้กราฟและสมการมาประกอบการพิจารณาเพื่อสรุปคำตอบของปัญหาได้อย่างชัดเจน และสมเหตุสมผล

Title	THE LEARNING ACTIVITY BASED ON 5 PRACTICES TO ENHANCE MATHEMATICAL REPRESENTATION ON FUNCTION FOR GRADE 10 STUDENTS
Author	Nattakan Areerattanawet
Advisor	Assistant Professor Wanintorn Poonpaiboonpipat, Ph.D.
Academic Paper	Independent Study M.Ed. in Mathematics Education, Naresuan University, 2021
Keywords	5 Practices, function, mathematics representation

ABSTRACT

The purposes of this research were to 1) study an appropriate learning activities based on 5 practices to enhance mathematical representation on function of grade 10 students. 2) study students' mathematical representation of grade 10 students after learning through 5 practices learning activities. The participants were 37 grade 10 students in Semester 2, academic year 2020, at a extra large school in Nakhonsawan province. It took 11 hours in total. The tools used in the research were four lesson plans, activity sheets and a test on mathematical representation. The data were analyzed by analytic scoring into three processes: mathematical representation for problems understanding for problem solving and for conclusion.

The results revealed that

1. The learning activities based on 5 practices to enhance mathematical representation on function for grade 10 students should be emphasized as follows 1) teachers should select or design interested, engaged and sophisticated mathematics task that is appropriate for their students and should aware student's background knowledge to applied in problem solving. The task should to think of various ideas or

methods. Teachers on should observe, monitor and guide student's and summarize the lesson by facilitating students discussion together in the classroom.

2. Most of the students for 64.57 percent had a good level of mathematical representation. Students can mark for understanding the problem, identify the problem information and question, represent mathematical expression for problem solving, use graph and equation to appropriate and reasonableness conclusion.

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ.....	1
ความเป็นมาของปัญหา	1
คำถามการวิจัย	5
จุดมุ่งหมายของการศึกษา.....	5
ขอบเขตของงานวิจัย.....	5
นิยามศัพท์เฉพาะ	5
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	8
หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของโรงเรียน ตามหลักสูตรแกนกลาง การศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551(ฉบับปรับปรุง พุทธศักราช 2560).....	9
การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น.....	12
การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์	22
ความสัมพันธ์ระหว่างการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น กับการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์.....	32
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	32
3 วิธีดำเนินงานวิจัย.....	39
ผู้เข้าร่วมวิจัย.....	39
รูปแบบการวิจัย	39
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	42
การเก็บรวบรวมข้อมูล.....	50
การวิเคราะห์ข้อมูล	51

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
4 ผลการวิจัย.....	54
ตอนที่ 1 แนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น ที่ส่งเสริม การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4.....	54
ตอนที่ 2 ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น ที่ส่งเสริม การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4.....	79
5 บทสรุป.....	94
สรุปผลการวิจัย	94
อภิปรายผล.....	97
ข้อเสนอแนะ.....	102
บรรณานุกรม	95
ภาคผนวก.....	99
ประวัติผู้ศึกษาค้นคว้าอิสระ	144

สารบัญตาราง

ตาราง	หน้า
1 ตัวอย่างงานทางคณิตศาสตร์ในแต่ละระดับ.....	14
2 แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น ของ Larsson (2015).....	18
3 แสดงเกณฑ์การประเมินการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของ แพรวไหม สามารถ.....	29
4 แสดงเกณฑ์การประเมินการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของ กุลนิดา ปลื้มปิติวิริยะเวช.....	30
5 แสดงเกณฑ์การประเมินการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของ สาวตรี มูลสุวรรณ.....	31
6 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น กับการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์.....	32
7 แสดงเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	42
8 แสดงความสัมพันธ์ของการสร้างและใช้แบบวัดความสามารถในการนำเสนอ ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์.....	47
9 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนแบบแยกประเด็นตามระดับการนำเสนอตัวแทน ความคิดทางคณิตศาสตร์.....	48
10 แสดงงานทางคณิตศาสตร์ในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้.....	50
11 สรุปปัญหาที่พบในชั้นเรียนและแนวทางการปรับปรุงในแต่ละขั้นตอน การจัดการเรียนรู้ของวงจรปฏิบัติการที่ 1.....	61
12 สรุปปัญหาที่พบในชั้นเรียนและแนวทางการปรับปรุงในแต่ละขั้นตอน การจัดการเรียนรู้ของวงจรปฏิบัติการที่ 2.....	67
13 สรุปปัญหาที่พบในชั้นเรียนและแนวทางการปรับปรุงในแต่ละขั้นตอน การจัดการเรียนรู้ของวงจรปฏิบัติการที่ 3.....	72
14 แสดงบทบาทครูและนักเรียนในแต่ละขั้นการปฏิบัติการของการจัดการเรียนรู้ โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น.....	77
15 แสดงจำนวนกลุ่มนักเรียนตามระดับการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ จากใบกิจกรรมของวงจรปฏิบัติการที่ 1.....	80

สารบัญตาราง

ตาราง หน้า

- 16 แสดงจำนวนกลุ่มนักเรียนตามระดับการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์
จากใบกิจกรรมของวงจรปฏิบัติการที่ 2 82
- 17 แสดงจำนวนกลุ่มนักเรียนตามระดับการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์
จากใบกิจกรรมของวงจรปฏิบัติการที่ 3 86
- 18 แสดงจำนวนกลุ่มนักเรียนตามระดับการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์
จากใบกิจกรรมของวงจรปฏิบัติการที่ 4 89
- 19 แสดงจำนวนนักเรียนตามระดับการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ 92

สารบัญภาพ

ภาพ	หน้า
1 รูปแบบการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของ Lesh (1979)	24
2 แสดงกรอบแนวคิดของงานวิจัย.....	37
3 แสดงวงจรการวิจัยเชิงปฏิบัติการ.....	40
4 แสดงการนำเสนอตัวแทนความคิดในการทำความเข้าใจปัญหา.....	58
5 แสดงกิจกรรมกลุ่มที่นักเรียนกำลังร่วมกันทำความเข้าใจปัญหา แสดงถึงความตั้งใจ และร่วมกันวิเคราะห์การจัดการเรียนรู้ในขั้นนี้	59
6 แสดงการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา	65
7 ตัวอย่างใบกิจกรรมที่แสดงการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อทำ ความเข้าใจปัญหาและเพื่อดำเนินการแก้ปัญหา	81
8 ตัวอย่างใบกิจกรรมที่แสดงการนำเสนอตัวแทนความคิดเพื่อสรุปคำตอบของปัญหา.....	81
9 ตัวอย่างใบกิจกรรมที่แสดงการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อทำ ความเข้าใจปัญหา.....	83
10 ตัวอย่างใบกิจกรรมที่แสดงการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อดำเนิน การแก้ปัญหา	84
11 ตัวอย่างใบกิจกรรมที่แสดงการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อดำเนิน การแก้ปัญหาและเพื่อสรุปคำตอบ	85
12 ตัวอย่างใบกิจกรรมที่แสดงการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ใน ใบกิจกรรม "โจทย์ปัญหาฟังก์ชันกำลังสอง" โดยใช้วิธีกำลังสองสมบูรณ์.....	87
13 ตัวอย่างใบกิจกรรมที่แสดงการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ใน ใบกิจกรรม "โจทย์ปัญหาฟังก์ชันกำลังสอง" โดยใช้สูตร.....	87
14 ตัวอย่างใบกิจกรรมที่แสดงการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อดำเนิน การแก้ปัญหาและเพื่อสรุปคำตอบในใบกิจกรรม "โจทย์ปัญหาฟังก์ชันกำลังสอง" โดยใช้การแทนค่า.....	88
15 ตัวอย่างใบกิจกรรมที่แสดงการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อดำเนิน การแก้ปัญหาและเพื่อสรุปคำตอบ	89

สารบัญญภาพ

ภาพ	หน้า
16 ตัวอย่างใบกิจกรรมที่แสดงการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อทำ ความเข้าใจปัญหา.....	90
17 ตัวอย่างใบกิจกรรมที่แสดงการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อสรุปคำตอบ	91

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาของปัญหา

คณิตศาสตร์เป็นศาสตร์ที่มีความสำคัญต่อการพัฒนามนุษย์ การศึกษาคณิตศาสตร์ไม่ได้มีประโยชน์เพียงเพื่อการคิดคำนวณ แต่คณิตศาสตร์ยังเป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่มีความเป็นสากล เป็นภาษาสัญลักษณ์ มีการกำหนดสัญลักษณ์ขึ้นเพื่อสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ มีความเป็นเหตุเป็นผล คณิตศาสตร์เป็นทั้งศาสตร์และศิลป์ เกี่ยวข้องกับความคิด เป็นโครงสร้างที่มีเหตุผล และมีความเป็นศิลปะ ช่วยให้การคิดมีระบบระเบียบ ฝึกการแก้ปัญหาและการให้เหตุผล (ชมนาด เชื้อสุวรรณทวิ, 2561) นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังมีบทบาทสำคัญยิ่งต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เนื่องจากคณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยให้คาดการณ์ วางแผนตัดสินใจแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ และคณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ อันเป็นรากฐานในการพัฒนาทรัพยากรบุคคลของชาติให้มีคุณภาพและพัฒนาเศรษฐกิจของประเทศให้ทัดเทียมกับนานาชาติ การศึกษาคณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง เพื่อให้ทันสมัยและสอดคล้องกับสภาพเศรษฐกิจ สังคม และความรู้วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีที่เจริญก้าวหน้าอย่างรวดเร็วในยุคโลกาภิวัตน์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560)

ปัจจุบันคุณภาพการศึกษาโดยเฉพาะระดับการศึกษาขั้นพื้นฐาน ด้านขีดความสามารถในการแข่งขันของประเทศยังอยู่ในระดับต่ำ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2555) สาเหตุที่สำคัญ คือวิธีการสอนของครูที่มักใช้วิธีสรุปกฎเกณฑ์ให้นักเรียนท่องจำ เน้นการสอบแบบบรรยาย ไม่เน้นการฝึกให้นักเรียนคิดแก้ปัญหา เน้นผลลัพธ์มากกว่ากระบวนการที่ทำให้ได้มาซึ่งผลลัพธ์ การสอนโดยใช้การบรรยายเป็นหลักไม่อาจเชื่อมโยงประสบการณ์ตรง และกระบวนการคิดแก้ปัญหาให้นักเรียนได้ (สำนักวิชาการและมาตรฐานการศึกษา, 2549) การจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ในอดีตจึงเพียงแต่มุ่งให้นักเรียนได้รับความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เน้นเนื้อหาและการทำงานตามขั้นตอนหรือกระบวนการที่ครูยกตัวอย่างหรือทำให้ดูเท่านั้น (อัมพร ม้าคอง, 2559) ดังที่ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2551) ได้ระบุไว้ว่า การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ผ่านมา แม้ว่า

นักเรียนจะมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาอย่างดี แต่มีนักเรียนจำนวนมากยังคงด้อยความสามารถเกี่ยวกับการแก้ปัญหา การแสดงหรืออ้างอิงเหตุผล การสื่อสารหรือการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยงระหว่างเนื้อหาคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ต่าง ๆ และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ ปัญหาเหล่านี้ทำให้นักเรียนไม่สามารถนำความรู้คณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน เห็นได้จากผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) รายวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2561 ได้ผลสอบวิชาคณิตศาสตร์คะแนนเฉลี่ยร้อยละ 30.72 และในปีการศึกษา 2562 ได้ผลสอบวิชาคณิตศาสตร์คะแนนเฉลี่ย ร้อยละ 25.41 (สถาบันทดสอบทางการศึกษา, 2562) จากผลสอบจะเห็นได้ว่าคะแนนเฉลี่ยของแต่ละปีมีแนวโน้มที่ต่ำลง นอกจากนี้ เมื่อพบปัญหาที่เป็นสถานการณ์ที่ซับซ้อน ไม่คุ้นเคย หรือต้องใช้การแปลความหมายทางคณิตศาสตร์ นักเรียนอาจไม่สามารถใช้ขั้นตอนทางคณิตศาสตร์ที่คุ้นเคยแก้ปัญหาได้ (อัมพร ม้าคนอง, 2558)

นักเรียนส่วนใหญ่จะสามารถหาคำตอบของปัญหาได้ แต่ไม่สามารถแสดงวิธีดำเนินการแก้ปัญหาได้ และบางส่วนไม่สามารถคิดคำตอบได้เนื่องจากไม่สามารถทำความเข้าใจปัญหา และนำความรู้มาดำเนินการแก้ปัญหาจนสามารถสรุปคำตอบของปัญหาได้ โดยนักเรียนส่วนใหญ่จะมีปัญหาในสาระพีชคณิต ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เรื่อง พังก์ชัน นักเรียนไม่สามารถใช้สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการทำความเข้าใจปัญหา และดำเนินการแก้ปัญหา และเมื่อดำเนินการแก้ปัญหาเรียบร้อยแล้วนักเรียนสรุปคำตอบได้ไม่สมเหตุสมผล การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งของทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ เป็นการแสดงความสัมพันธ์ของความคิดทางคณิตศาสตร์ให้มีลักษณะเป็นรูปธรรม เช่น วาดภาพ ตาราง กราฟ เพื่อใช้ในการทำความเข้าใจและการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ (สาวิตรี มูลสุวรรณ, 2557) และ Shulman (1986) ได้ระบุว่า การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งขององค์ความรู้เกี่ยวกับศาสตร์การสอนของครู และได้ให้คำจำกัดความของการนำเสนอตัวแทนว่าประกอบด้วย การเปรียบเทียบ รูปภาพ ตัวอย่าง คำอธิบายและการสาธิต กล่าวคือ วิธีการนำเสนอตัวแทนและการสร้างหัวข้อที่ทำให้เป็นที่เข้าใจได้แก่ผู้อื่น ๆ สิ่งที่สำคัญอย่างหนึ่งคือ ครูจะต้องมีความสามารถในการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายมาใช้ในการจัดการเรียนการสอน เนื่องจากไม่มีการนำเสนอตัวแทนความคิดรูปแบบใดรูปแบบหนึ่งที่จะมีประสิทธิภาพสูงสุด และอัมพร ม้าคนอง (2553) กล่าวว่า การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์หรือมโนภาพทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกัน จะส่งผลให้มีความสามารถในการแก้ปัญหาแตกต่างกันด้วย

แนวทางในการพัฒนาการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติของสหรัฐอเมริกา (NCTM, 2000) กล่าวว่า การเรียนการสอนเกี่ยวกับกระบวนการทางคณิตศาสตร์จะต้องมีการส่งเสริมให้นักเรียนสามารถสร้าง นำเสนอ บันทึก และสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้ รวมไปถึงการเลือก ประยุกต์ใช้ และแปลความหมายของตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหาได้ ซึ่งครูมีบทบาทสำคัญที่จะช่วยพัฒนาการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยออกแบบกิจกรรมการเรียนการสอนที่กระตุ้นให้นักเรียนได้มีการนำเสนอตัวแทนที่หลากหลาย เช่น กราฟ ตาราง แผนภาพ หรือสัญลักษณ์ต่าง ๆ ในการแก้ปัญหา กระบวนการเช่นนี้จะช่วยให้นักเรียนมีความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ และมีการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในเรื่องอื่น ๆ ได้ (สายัณห์ พลแทน, 2556)

รูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่น่าสนใจและเหมาะสมที่จะนำมาเพื่อพัฒนาให้นักเรียนได้พัฒนาการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ คือ การจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น (5 practices) ซึ่งเป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนเกิดความรู้ใหม่และนำความรู้ใหม่ไปใช้แก้ปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหา โดยใช้งานทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยความรู้ความเข้าใจและทักษะทางคณิตศาสตร์ในการทำงาน นักเรียนเรียนรู้แบบสืบสอบผ่านกระบวนการสำรวจ อภิปราย และสรุปเป็นความรู้ใหม่ด้วยตนเอง และครูใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น ในการวางแผนและดำเนินการให้นักเรียนอภิปรายในชั้นเรียนเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการของตนเองทั้งที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาด เพื่อให้สรุปเป็นความรู้ใหม่ด้วยตนเองอย่างมีประสิทธิภาพ (ทรรคมณ วินัยโกศล, 2562) สอดคล้องกับงานวิจัยของ ชรินรัตน์ อินทะวัน (2561) ได้ศึกษาการส่งเสริมการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายทางคณิตศาสตร์ ในเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น จำนวน 40 คน ปีการศึกษา 2560 ที่ผ่านการเรียนรู้จากการออกแบบและจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน โดยได้ดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลโดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น แนวปฏิบัติการสอนที่พัฒนาขึ้นโดย Smith & Stein (2011) ในการออกแบบงานทางคณิตศาสตร์ที่เน้นการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายทางคณิตศาสตร์ และคาดการณ์แนวคิดทั้งหมดของนักเรียนที่จะตอบสนองต่องานทางคณิตศาสตร์นั้น ที่เน้นการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย โดยรูปแบบการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายในเรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ได้แก่ แผนภาพ ตาราง กราฟ สัญลักษณ์ และข้อความ จากนั้นดำเนินการจัดกิจกรรมตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่

ได้ออกแบบไว้ โดยให้นักเรียนทำกิจกรรมเพื่อทบทวนความรู้เดิม หรือกระตุ้นความสนใจของนักเรียน และมอบหมายงานทางคณิตศาสตร์ที่เน้นการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย ให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมเป็นกลุ่ม ในระหว่างที่นักเรียนลงมือปฏิบัติกิจกรรมให้สังเกตแนวความคิดการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายของนักเรียนว่ามีความสอดคล้องกับรูปแบบการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่ได้คาดการณ์ไว้หรือไม่ เพื่อทำการคัดเลือก และจัดลำดับในการนำเสนอเพื่ออภิปรายและสรุป ผลการวิจัยพบว่า นักเรียน มีการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายทางคณิตศาสตร์ในระดับดี และดีมาก ซึ่งมีขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น ดังนี้ ขั้นการปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์ (Anticipating) ขั้นการปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ (Launching) ขั้นการปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Monitoring) ขั้นการปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน (Selecting and Sequencing) ขั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่ (Connecting) (ทรรคมณ วิწყพโกศล, 2562)

การเชื่อมโยงระหว่างการแก้ปัญหาของนักเรียนและการแก้ปัญหาของคนอื่น ๆ รวมถึงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ในแต่ละบทเรียน ครูสามารถที่จะเชื่อมโยงแนวคิดให้นักเรียนในการตัดสินใจเกี่ยวกับแนวคิดที่ต่างกันใน การแก้ปัญหา ผ่านการอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปหรือเป้าหมายของบทเรียน การอภิปรายร่วมกันของนักเรียนทำให้เกิดการแสดงแทนที่หลากหลาย (Smith & Stein, 2011) เนื่องด้วยแนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น ประกอบด้วย การคาดการณ์การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์ การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน และการเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่ จะเป็นสิ่งที่ช่วยให้ครูสามารถเข้าใจแนวคิดหรือการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่จะเป็นสำหรับใช้ในการแก้ปัญหาของนักเรียนได้อย่างมีประสิทธิภาพ

จากที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะศึกษาการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น เพื่อเป็นแนวทางหนึ่งในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งจะเป็นประโยชน์ให้นักเรียนมีเครื่องมือช่วยในการแก้ปัญหาและเป็นแนวทางในการยกระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนให้สูงขึ้น

คำถามการวิจัย

1. การจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น ที่ส่งเสริมการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ควรเป็นแนวทางอย่างไร
2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน เมื่อได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น อย่างไร

จุดมุ่งหมายของการศึกษา

1. เพื่อศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น ที่ส่งเสริมการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
2. เพื่อศึกษาการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น

ขอบเขตของงานวิจัย

ผู้เข้าร่วมวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ของโรงเรียนมัธยมศึกษาขนาดใหญ่พิเศษแห่งหนึ่งในจังหวัดนครสวรรค์ ที่เรียนรายวิชา ค31102 คณิตศาสตร์พื้นฐาน 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2563 จำนวน 37 คน

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ฟังก์ชัน จำนวน 11 ชั่วโมง

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น หมายถึง แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนเกิดความรู้ใหม่ โดยใช้งานทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Task) ที่ต้องอาศัยความรู้ความเข้าใจและทักษะทางคณิตศาสตร์ในการทำงาน นักเรียนเรียนรู้แบบสืบสอบ (inquiry) ผ่านกระบวนการทำงานทางคณิตศาสตร์ สำรวจ อภิปราย และสรุปเป็นความรู้ใหม่ด้วยตนเอง และครูใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น ในการวางแผนและดำเนินการให้นักเรียนอภิปรายในชั้นเรียนเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการของตนเองทั้งที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาดเพื่อให้สรุปเป็นความรู้ใหม่ด้วยตนเองอย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งมีขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ดังนี้

ขั้นการปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์ (Anticipating) เป็นขั้นที่ครูกัดเลือกหรือออกแบบงานทางคณิตศาสตร์ และคาดการณ์พฤติกรรม การเรียนรู้ต่าง ๆ ของนักเรียนทั้งที่ถูกต้องและผิดพลาดในการทำงานทางคณิตศาสตร์

ขั้นการปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ (Launching) เป็นขั้นที่ครูอธิบาย ใช้ คำถาม หรือยกตัวอย่างที่เกี่ยวข้องกับงานทางคณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนเกิดความท้าทายและ กระตุ้นให้ได้ทำความเข้าใจเงื่อนไขต่าง ๆ และปัญหาของงานทางคณิตศาสตร์ก่อนให้นักเรียนลง มือสำรวจงานทางคณิตศาสตร์

ขั้นการปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Monitoring) เป็นขั้นที่ครูเดินสำรวจและติดตามแนวคิดของนักเรียนขณะลงมือทำงานทาง คณิตศาสตร์ โดยคำนึงถึงความรู้พื้นฐานที่นำมาใช้ถูกต้องหรือไม่ หากพบว่าไม่ถูกต้องครู ดำเนินการชี้แนะและแก้ไข แล้วใช้คำถามกระตุ้นในกรณีที่นักเรียนมีแนวคิดที่ไม่ถูกต้อง รวมถึงครู จดบันทึกแนวคิดต่าง ๆ ที่น่าสนใจทั้งที่ถูกต้องและผิดพลาดของนักเรียนเพื่อนำไปคัดเลือกและ กำหนดประเด็นในการอภิปราย

ขั้นการปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน (Selecting and Sequencing) เป็นขั้นที่ครูกัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียนเพื่อใช้ในการ อภิปราย มีหลักในการคัดเลือกคือเลือกแนวคิดที่หลากหลาย ไม่ใช่แนวคิดเดียวกัน โดยเลือกกลุ่มที่มี ข้อผิดพลาดได้นำเสนอก่อน กลุ่มที่มีแนวคิดที่ถูกต้อง และกลุ่มที่มีแนวคิดที่ถูกต้องและมีความ ชับซ้อน ตามลำดับ ให้เพียงพอต่อการสรุปเป็นความคิดรวบยอด

ขั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่ (Connecting) เป็นขั้นที่ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้นำเสนอ อธิบายแนวคิด และอภิปรายเพื่อ แลกเปลี่ยนความรู้ ความคิดเห็นและเหตุผลร่วมกัน โดยครูจะคอยช่วยเหลือให้นักเรียนได้พิจารณา เชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการต่าง ๆ เหล่านั้นไปสู่ความคิดรวบยอดของแผนการจัดการ เรียนรู้นั้น ๆ

2. การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการ แสดงวิธีคิดหรือแนวคิดเกี่ยวกับสิ่งต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแต่ละคนอาจแตกต่างกันตาม ประสบการณ์การเรียนรู้ โดยอาจแสดงเป็นแบบจำลอง กราฟ และการใช้สัญลักษณ์ (ตัวแปร) เป็น สำคัญอีกอย่างหนึ่งที่จะช่วยพัฒนาความคิด เพื่อทำความเข้าใจในการแก้ปัญหา ทำให้เกิด ความคิดรวบยอดในการแก้ปัญหาและสามารถมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหานั้นได้ มี 3 กระบวนการ ดังนี้

2.1 การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา หมายถึง การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา โดยอาจใช้ข้อความ หรือสัญลักษณ์ การขีดเขียน (วงกลม) ข้อความในใจทย์ เขียนแผนภาพความคิด และระบุเงื่อนไขของใจทย์ สิ่งที่ใจทย์ต้องการทราบ

2.2 การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อดำเนินการแก้ปัญหา หมายถึง การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อดำเนินการแก้ปัญหา โดยอาจใช้สัญลักษณ์ หรือตัวแปร ข้อความ กราฟ หรือสมการ

2.3 การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อสรุปคำตอบของปัญหา หมายถึง การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อสรุปคำตอบของปัญหา โดยอาจใช้ข้อความหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

ซึ่งมีการวัดและประเมินจากใบกิจกรรมและแบบวัดการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง พังก์ชัน โดยด้านการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการทำความเข้าใจปัญหาวัดจากการให้นักเรียนขีดเขียน (วงกลม) ข้อความในใจทย์เขียนข้อความ สัญลักษณ์ แผนภาพความคิดเพื่อระบุสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบและเงื่อนไขของปัญหา ด้านการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อดำเนินการแก้ปัญหาวัดจากการให้นักเรียนแสดงตัวแปร กราฟ หรือสมการ และกระบวนกรแก้ปัญหา ด้านการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อสรุปคำตอบของปัญหาวัดจากการให้นักเรียนขีดเขียนข้อความ หรือสัญลักษณ์ บอกลักษณะของกราฟได้อย่างเหมาะสม

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง การวิจัยปฏิบัติเพื่อพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น เพื่อส่งเสริมการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องเพื่อเป็นข้อมูลในการกำหนดกรอบแนวคิดของการวิจัยตามหัวข้อดังต่อไปนี้

1. หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของโรงเรียน (ฉบับปรับปรุง พุทธศักราช 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551
 - 1.1 สาระและมาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์
 - 1.2 ตัวชี้วัด มาตรฐานการเรียนรู้ และสาระการเรียนรู้พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
 - 1.3 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์
 - 1.4 คำอธิบายรายวิชา ค31102 คณิตศาสตร์พื้นฐาน 2
 - 1.5 บริบทของโรงเรียน
2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น
 - 2.1 ที่มาของแนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น
 - 2.2 ความหมายและลักษณะสำคัญของแนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น
 - 2.3 ขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น
 - 2.4 อุปสรรค ความท้าทาย ข้อเสนอแนะในการนำแนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น ไปใช้
3. การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์
 - 3.1 ความหมายและลักษณะสำคัญของการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์
 - 3.2 รูปแบบของการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์
 - 3.3 แนวทางในการพัฒนาการนำเสนอความคิดทางคณิตศาสตร์
 - 3.4 แนวทางในการประเมินการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์
4. ความสัมพันธ์ระหว่างการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น กับการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

5.1 งานวิจัยต่างประเทศ

5.2 งานวิจัยในประเทศไทย

6. กรอบแนวคิดในการวิจัย

1. หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของโรงเรียน ตามหลักสูตรแกนกลาง การศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551(ฉบับปรับปรุง พุทธศักราช 2560)

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เป็นหลักสูตรที่มีเป้าหมายในการพัฒนาคุณภาพผู้เรียน ด้านความรู้ ด้านทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และด้านคุณลักษณะ ซึ่งคณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหา และนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม โดยหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พุทธศักราช 2560) จัดทำขึ้นโดยคำนึงถึงการส่งเสริมให้ผู้เรียนมีทักษะที่จำเป็นสำหรับการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เป็นสำคัญ นั่นคือการเตรียมผู้เรียนให้มีทักษะด้านการคิด วิเคราะห์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ การแก้ปัญหา การคิดสร้างสรรค์การใช้เทคโนโลยี การสื่อสารและการร่วมมือ ตามหัวข้อดังต่อไปนี้

1.1 สาระและมาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์

สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ พังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ และเมทริกซ์ อธิบายความสัมพันธ์ หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 3.1 เข้าใจกระบวนการทางสถิติ และใช้ความรู้ทางสถิติในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้

1.2 ตัวชี้วัด มาตรฐานการเรียนรู้ สาระการเรียนรู้พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตัวชี้วัด

ค 1.1 ม.4/1 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับเซตและตรรกศาสตร์เบื้องต้น ในการสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์

ค 1.2 ม.5/1 ใช้ฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชันอธิบายสถานการณ์ที่กำหนด

ค 1.1 ม.5/1 เข้าใจความหมายและใช้สมบัติเกี่ยวกับการบวก การคูณ การเท่ากัน และการไม่เท่ากันของจำนวนจริงในรูปกรณฑ์และจำนวนจริงในรูปเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ

รวมทั้งหมด 3 ตัวชี้วัด

หมายเหตุ : * คือตัวชี้วัดที่ผู้วิจัยนำมาใช้ประกอบในการสร้างแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น เรื่อง ฟังก์ชัน

1.3 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เป็นความสามารถที่จะนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ เพื่อให้ได้มาซึ่งความรู้ และประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในที่นี้ เน้นที่ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น และต้องการพัฒนาให้เกิดขึ้นกับผู้เรียน ดังต่อไปนี้

1.3.1 การแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา คิดวิเคราะห์ วางแผนแก้ปัญหา และเลือกใช้วิธีการที่เหมาะสม โดยคำนึงถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ พร้อมทั้งตรวจสอบความถูกต้อง

1.3.2 การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการใช้รูป ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมาย สรุปผล และนำเสนอได้อย่างถูกต้อง

1.3.3 การเชื่อมโยง เป็นความสามารถในการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้คณิตศาสตร์เนื้อหาต่าง ๆ หรือศาสตร์อื่น ๆ และนำไปใช้ในชีวิตจริง

1.3.4 การให้เหตุผล เป็นความสามารถในการให้เหตุผล รับฟังและให้เหตุผล สนับสนุน หรือโต้แย้งเพื่อนำไปสู่การสรุป โดยมีข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์รองรับ

1.3.5 การคิดสร้างสรรค์ เป็นความสามารถในการขยายแนวคิดที่มีอยู่เดิม หรือสร้างแนวคิดใหม่เพื่อปรับปรุง เพื่อพัฒนาองค์ความรู้

1.4 คำอธิบายรายวิชา ค31102 คณิตศาสตร์พื้นฐาน 2

ศึกษาพร้อมทั้งฝึกทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในเนื้อหาของสาระ ดังนี้ ฟังก์ชัน ฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชัน ฟังก์ชันเชิงเส้น ฟังก์ชันกำลังสอง ฟังก์ชันขั้นบันได ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล เลขยกกำลัง รากที่ n ของจำนวนจริง เมื่อ n เป็นจำนวนนับที่มากกว่า 1 เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ โดยจัดประสบการณ์ให้ผู้เรียนได้พัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ อันได้แก่ การแก้ปัญหา การสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยง การให้เหตุผล และการคิดสร้างสรรค์ การใช้สื่อ อุปกรณ์ เทคโนโลยี และแหล่งข้อมูล และนำประสบการณ์ ตลอดจนทักษะและกระบวนการที่ได้ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ และใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างสร้างสรรค์ รวมทั้งเห็นคุณค่า และมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ สามารถทำงานอย่างเป็นระบบระเบียบ มีความรอบคอบ และมีวิจารณญาณ การวัดและประเมินผล ใช้วิธีที่หลากหลายตามสภาพความเป็นจริงให้สอดคล้องกับเนื้อหาและทักษะที่ต้องการวัด

1.5 บริบทของโรงเรียน

โรงเรียนที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลของงานวิจัยในครั้งนี้ เป็นโรงเรียนมัธยมศึกษาขนาดใหญ่พิเศษแห่งหนึ่งในจังหวัดนครสวรรค์ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 42 มีครูจำนวน 120 คน และมีนักเรียนจำนวน 2,356 คน เปิดสอนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-6 โดยระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1-3 มีจำนวนชั้นละ 12 ห้องเรียน และระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 มีจำนวนชั้นละ 8 ห้องเรียน แบ่งออกเป็น 3 แผนการเรียน คือ แผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ แผนการเรียนศิลป์ภาษา และแผนการเรียนศิลป์ทั่วไป

บริบทห้องเรียนที่ผู้วิจัยได้ทำการศึกษา พบว่าห้องเรียนแผนการเรียนวิทยาศาสตร์-คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนโดยใช้ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พุทธศักราช 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 มีจำนวนนักเรียนทั้งหมด 40 คน แบ่งเป็นนักเรียนชาย 12 คน และนักเรียนหญิง 28 คน สภาพห้องเรียนและบรรยากาศของห้องเรียนเป็นห้องพัดลม โต๊ะเรียนเป็นโต๊ะเดี่ยวสามารถเคลื่อนย้ายได้สะดวก จัดกิจกรรมกลุ่มได้ง่ายและมีกระดานไวท์บอร์ดหน้าห้องเรียน เครื่องทึบแสง และเครื่องขยายเสียง เป็นสิ่งอำนวยความสะดวกสำหรับการเรียนการสอนภายในห้องเรียน และ

อนุญาตให้นักเรียนนำอุปกรณ์อิเล็กทรอนิกส์มาใช้ในโรงเรียนเพื่อสนับสนุนการสืบค้นข้อมูลเมื่อนักเรียนต้องการ

จากการศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พุทธศักราช 2560) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง พังกัซัน เน้นพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ เป็นหนึ่งในทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการใช้รูป ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร สื่อความหมาย สรุปผล และนำเสนอได้อย่างถูกต้อง

2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น

2.1 ที่มาของแนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น

การปฏิรูปทางการศึกษาที่มุ่งเน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง ทำให้ครูเกิดความยากลำบากเพิ่มขึ้นในการจัดการเรียนการสอนเพื่อให้นักเรียนได้เผชิญกับความท้าทาย เกิดการเรียนรู้ การคิดค้นการสร้างความรู้ด้วยตนเอง และนำความรู้ไปใช้ประโยชน์ได้ โดยสิ่งที่เป็นความกังวลหลักสำหรับครูคือการปฏิบัติที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญและเน้นให้นักเรียนได้ความรู้ที่จำเป็นอย่างครบถ้วน แนวทางหนึ่งที่ครูสามารถนำไปใช้ในห้องเรียนเพื่อแก้ปัญหาดังกล่าว คือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการอภิปรายในชั้นเรียน ซึ่งแนวทางดังกล่าวเอื้อให้นักเรียนได้มีโอกาสเป็นผู้สร้างความรู้ รวมถึงเชื่อมโยงความคิดทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ ที่หลากหลายได้ด้วยตนเอง

การปฏิบัติการสอน 5 ชั้น (5 Practices) ถูกคิดค้นขึ้นโดย Stein et.al (2011) โดยเป็นแนวการปฏิบัติที่ช่วยอำนวยความสะดวกแก่ครูในการจัดการอภิปรายในชั้นเรียนเพื่อช่วยให้นักเรียนได้เป็นผู้สร้างความรู้และนำความรู้ไปใช้งานได้ด้วยตนเอง โดยมีฐานแนวคิดมาจากการจัดการเรียนรู้แบบสืบสอบ (inquiry – based) ซึ่งเป็นวิธีการที่เน้นการพัฒนาความสามารถในการคิดและแก้ปัญหา การแสวงหาความรู้ โดยให้นักเรียนใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแสวงหาความรู้และค้นหาความรู้ด้วยตนเอง

Larsson (2015) ได้พัฒนาการปฏิบัติการสอน 5 ชั้น เพื่อตอบสนองต่อแนวทางการแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในการจัดการเรียนรู้ที่เน้นการอภิปรายในชั้นเรียน Larsson ได้นำแนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น (5 Practices) มาใช้เป็นแนวทางในการนำไปจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการอภิปรายอย่างมีประสิทธิภาพพร้อมกับรูปแบบการจัดการเรียนการสอนแบบ LEADS (Launch – Explore – Discuss – Summarize) เพื่อเอื้อให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในงานทางคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนได้ร่วมคิด ร่วมแสดงความคิดเห็นและเหตุผล ร่วมค้นคว้าและสรุปความรู้ด้วยตนเองจากการใช้คำถามหรือการชี้แนะจากครู ซึ่งนอกจากการใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้นนี้แล้ว ยังขึ้นอยู่กับงานทาง

คณิตศาสตร์ที่ต้องมีเป้าหมายการเรียนรู้ที่ชัดเจนและต้องส่งเสริมให้นักเรียนใช้การตอบสนองได้อย่างหลากหลาย เพื่อตอบสนองต่อการปฏิรูปทางการศึกษาที่มุ่งเน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง

2.2 ความหมายและลักษณะสำคัญของแนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น

Stein et al. (2011) ได้ให้ความหมายของแนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น คือ รูปแบบการเรียนการสอนที่เน้นให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติในการสำรวจอภิปราย และสรุปเป็นความรู้ใหม่ด้วยตนเอง โดยครูใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น (5 Practices) ได้แก่ การปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์ (Anticipating) การปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ (Launching) การปฏิบัติที่ 3 การติดตาม (Monitoring) การปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับ (Selecting and Sequencing) และ การปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยง (Connecting) เพื่อให้นักเรียนได้อภิปรายเกี่ยวกับผลงานหรือแนวคิดของนักเรียนเองและสรุปเป็นองค์ความรู้ใหม่อย่างมีประสิทธิภาพ

ลักษณะสำคัญของแนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้นนั้นเน้นให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติจริง ผ่านการเรียนรู้แบบสืบสอบร่วมกับการอภิปรายทั้งชั้นเรียนโดยใช้งานทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมให้นักเรียนใช้แนวคิดหรือกลวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลาย ดังนี้

2.2.1 การเรียนรู้แบบสืบสอบ (inquiry – based) ตามรูปแบบ LEADS (Launch – Explore – Discuss – Summarize)

การเรียนรู้แบบสืบสอบเป็นวิธีการที่เน้นการพัฒนาความสามารถในการคิดและแก้ปัญหา การแสวงหาความรู้ โดยให้นักเรียนใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแสวงหาความรู้และค้นหาความรู้ด้วยตนเอง ซึ่งครูเป็นเพียงผู้ตั้งคำถามเป็นสื่อให้นักเรียนเกิดความคิดสืบค้น และหาคำตอบสำหรับปัญหาของตนเองได้ โดยมีขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามรูปแบบ LEADS ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นการนำเข้าสู่บทเรียน (Launch) เป็นขั้นที่ครูนำเสนอบริบทหรือสถานการณ์ปัญหาแล้วใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนได้วิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจบริบทหรือสถานการณ์ปัญหานั้นโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เพื่อระบุสิ่งที่งานต้องการทราบ ข้อมูลหรือเงื่อนไขสำคัญรวมถึงวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล

ขั้นที่ 2 ขั้นการสำรวจ (Explore) เป็นขั้นที่นักเรียนใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และข้อมูลจากงานเพื่อกำหนดวิธีการ แนวทางหรือกลวิธีที่ใช้ในการหาคำตอบ โดยให้นักเรียนได้ช่วยเหลือซึ่งกันและกัน พร้อมกับครูใช้การพูดคุย ชักถาม เพื่อช่วยเหลือและชี้แนะให้นักเรียนสามารถทำงานทางคณิตศาสตร์ได้และให้นักเรียนได้อธิบายเหตุผลและตรวจสอบความถูกต้องของวิธีการ แนวทางหรือกลวิธีของตนเอง

ขั้นที่ 3 ขั้นอภิปรายและสรุปผล (Discuss and Summarize) เป็นขั้นที่ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ร่วมกันอภิปรายเพื่อแลกเปลี่ยนความรู้และเหตุผลที่หลากหลายที่ใช้ในการทำงานทางคณิตศาสตร์ พร้อมกับคอยช่วยเหลือโดยใช้คำถามให้นักเรียนสามารถนำความรู้และเหตุผลที่หลากหลายมาสรุปเป็นความรู้ใหม่ได้

Larsson (2015) ได้นำแนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้นข้างต้นมาปรับให้เป็นขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ได้แก่ ขั้นการปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์ (Anticipating) ขั้นการปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ (Launching) ขั้นการปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Monitoring) ขั้นการปฏิบัติที่ 4 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Selecting and Sequencing) และขั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่ (Connecting)


2.2.2 งานทางคณิตศาสตร์ (Mathematical task)

งานทางคณิตศาสตร์เป็นงานที่ถูกออกแบบโดยครูเพื่อใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยมีลักษณะเป็นกิจกรรม ปัญหาหรือสถานการณ์ ที่สามารถกระตุ้นให้นักเรียนเกิดปัญหาหรือข้อสงสัยก่อนจะลงมือแก้ปัญหา (Henningsen & Stein, 1997) โดยงานทางคณิตศาสตร์ (Mathematical task) ที่ถูกนำมาใช้ในแนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้นนั้น Maria ได้กล่าวไว้ว่า แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้นเน้นให้ความสำคัญกับงานทางคณิตศาสตร์ที่เลือกมาใช้จะต้องเป็นงานระดับสูง (Height – level demands) ที่ให้นักเรียนได้สำรวจ รวมถึงใช้แนวคิดหรือกลวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลาย และช่วยให้นักเรียนสามารถบรรลุตามเป้าหมายการเรียนรู้ได้ โดย Larsson ได้นำแนวคิดของ Stein มาใช้เป็นกรอบแนวคิดของระดับของงานทางคณิตศาสตร์ ดังตาราง ตัวอย่างงานทางคณิตศาสตร์ในแต่ละระดับ โดยสรุปได้ดังนี้

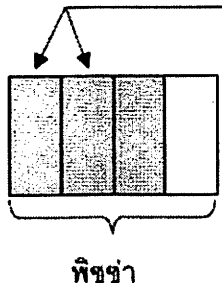
ตาราง 1 ตัวอย่างงานทางคณิตศาสตร์ในแต่ละระดับ

ระดับ	ตัวอย่าง
Lower – level demands	โจทย์ : กฎสำหรับการคูณเศษส่วนคืออะไร
เป็นปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาที่ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในลักษณะการท่องจำ ในการหาคำตอบ	การตอบสนองที่คาดหวังของนักเรียน : นำตัวเศษคูณกับตัวเศษ และนำตัวส่วนคูณกับตัวส่วน หรือคูณจำนวนสองจำนวนด้านบน และคูณจำนวนสองจำนวนด้านล่าง

ตาราง 1 (ต่อ)

ระดับ	ตัวอย่าง
<p>Lower – level demands</p> <p>เป็นปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหา ที่ใช้ขั้นตอนโดยปราศจากความ เข้าใจหรือวิธีการที่เฉพาะในการหา คำตอบ</p>	<p>โจทย์ : 1) $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$</p> <p>2) $\frac{5}{6} \times \frac{7}{8}$</p> <p>3) $\frac{4}{9} \times \frac{3}{5}$</p> <p>การตอบสนองที่คาดหวังของนักเรียน :</p> <p>1) $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{2 \times 3}{3 \times 4} = \frac{6}{12}$</p> <p>2) $\frac{5}{6} \times \frac{7}{8} = \frac{5 \times 7}{6 \times 8} = \frac{35}{48}$</p> <p>3) $\frac{4}{9} \times \frac{3}{5} = \frac{4 \times 3}{9 \times 5} = \frac{12}{45}$</p>
<p>Higher – level demands</p> <p>เป็นปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหา ที่ใช้ความรู้และทักษะทาง คณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ</p>	<p>โจทย์ : จงหา $\frac{1}{6}$ ของ $\frac{1}{2}$ โดยใช้รูปแบบบล็อกและวาดรูป เพื่อแสดงคำตอบและอธิบายวิธีการของตนเอง</p> <p>การตอบสนองที่คาดหวังของนักเรียน :</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>อันดับแรกนำบล็อกดังภาพด้านซ้ายมาแบ่งครึ่งซึ่งจะทำให้ กลายเป็นรูปหกเหลี่ยมสองรูปแล้วฉันจะแบ่งรูปหกเหลี่ยมรูป แรกออกเป็น 6 ชิ้น เท่า ๆ กัน ซึ่งจะทำให้ได้รูปสามเหลี่ยม 6 อัน คิดเป็น $\frac{1}{6}$ แล้วนำมาพิจารณาร่วมกับรูปสามเหลี่ยมที่ แบ่งได้ในรูปที่สอง จะได้ว่า $\frac{1}{6}$ ของ $\frac{1}{2}$ คือ $\frac{1}{12}$</p>

ตาราง 1 (ต่อ)

ระดับ	ตัวอย่าง
Higher – level demands เป็นปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหา ที่ใช้ความรู้และทักษะทาง คณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ	<p>โจทย์ : สร้างสถานการณ์ในโลกแห่งความจริงสำหรับปัญหา ต่อไปนี้</p> $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$ <p>แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่คุณสร้างโดยไม่ใช้กฎและอธิบายวิธีการของคุณ หนึ่งในแนวคิดที่เป็นไปได้สำหรับการตอบสนองของ นักเรียน :</p> <p>สำหรับมือกลางวันแม่ให้พิซซ่าแก่ฉัน $\frac{3}{4}$ ของพิซซ่าที่เรา สั่งซื้อมา ซึ่งฉันรับประทานได้แค่ $\frac{2}{3}$ ของพิซซ่าที่แม่ให้ ดังนั้น ฉันรับประทานพิซซ่า ทั้งหมดเท่าไร ?</p> <p>ฉันวาดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเพื่อแสดงพิซซ่าทั้งหมด จากนั้นฉันก็ตัดมันออกเป็น 4 ส่วนแล้วแรเงา 3 ส่วนของ ทั้งหมดเพื่อแสดงส่วนที่แม่ให้ฉัน แต่เนื่องจากฉันรับประทาน เพียง 2 ใน 3 ของพิซซ่าที่แม่ให้ ซึ่งเป็นเพียง 2 ส่วนที่แรเงา เท่านั้น</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p>นี่เป็นสิ่งที่ฉันรับประทาน ตอนกลางวัน ดังนั้น $\frac{2}{3}$ ของ $\frac{3}{4}$ คือ ครึ่งหนึ่งของพิซซ่า</p> </div> </div>

จากการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องเกี่ยวกับความหมายและ
ลักษณะสำคัญของแนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น เป็นรูปแบบการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ
ให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติ ลักษณะสำคัญของแนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้นนี้ นักเรียนจะเกิดการเรียนรู้
แบบสืบสอบรวมกับการอภิปรายทั้งชั้นเรียนโดยใช้งานทางคณิตศาสตร์ที่มีความซับซ้อน และ
ส่งเสริมให้นักเรียนใช้แนวคิดหรือกลวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลาย โดยครูนำเสนองาน

ทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนจะต้องเป็นงานทางคณิตศาสตร์ในระดับ Higher – level demands เป็นปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาที่ใช้ความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบ แล้วใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนได้วิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจบริบทหรือสถานการณ์ปัญหานั้นรวมถึงวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล และนักเรียนใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และข้อมูลจากงานทางคณิตศาสตร์เพื่อกำหนดวิธีการ แนวทางหรือกลวิธีที่ใช้ในการหาคำตอบ โดยให้นักเรียนได้ช่วยเหลือซึ่งกันและกัน พร้อมกับครูใช้การพูดคุย ชักถาม เพื่อช่วยเหลือและชี้แนะให้นักเรียนสามารถทำงานทางคณิตศาสตร์ได้และให้นักเรียนได้อธิบายเหตุผลและตรวจสอบความถูกต้องของวิธีการ แนวทางหรือกลวิธีของตนเอง จากนั้นครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ร่วมกันอภิปรายเพื่อแลกเปลี่ยนความรู้และเหตุผลที่หลากหลายที่ใช้ในการทำงานทางคณิตศาสตร์ พร้อมกับคอยช่วยเหลือโดยใช้คำถามให้นักเรียนสามารถนำความรู้และเหตุผลที่หลากหลายมาสรุปเป็นความรู้ใหม่ได้

2.3 ขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น

Stein et al. (2011) โดยเป็นวิธีการปฏิบัติที่ช่วยอำนวยความสะดวกแก่ครูในการจัดการอภิปรายในชั้นเรียนอย่างมีประสิทธิภาพ เพื่อให้นักเรียนเกิดความคิดทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญ พัฒนาความคิด ความรู้ความเข้าใจ และเหตุผลทางคณิตศาสตร์รวมถึงสามารถเชื่อมโยงความคิดที่หลากหลายเหล่านั้นไปสู่เป้าหมายการเรียนรู้ได้อย่างราบรื่นด้วยตนเอง ประกอบด้วย 5 การปฏิบัติ ได้แก่

การปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์ (Anticipating) เป็นการปฏิบัติของครูที่จะคาดการณ์การตอบสนองของนักเรียนที่เป็นไปได้ทั้งหมดในการทำงานทางคณิตศาสตร์ทั้งที่ถูกต้องและผิดพลาดพร้อมกับวางแผนการคัดเลือกและจัดลำดับการตอบสนองต่องานทางคณิตศาสตร์รวมถึงเตรียมคำถามที่จะกระตุ้นให้นักเรียนได้คิด อธิบายเหตุผล และเชื่อมโยงความคิดที่หลากหลาย

การปฏิบัติที่ 2 การกำกับติดตาม (Monitoring) เป็นการปฏิบัติของครูที่จะให้นักเรียนทำงานเป็นรายบุคคลหรือกลุ่มย่อย และใช้คำถามที่ได้จากการวางแผนในการปฏิบัติที่ 1 กระตุ้นให้นักเรียนได้แสดงแนวคิดเพื่อหาคำตอบ พร้อมกับจดบันทึกแนวคิดเหล่านั้นลงในแบบบันทึก

การปฏิบัติที่ 3 การคัดเลือก (Selecting) เป็นการปฏิบัติของครูที่จะเลือกแนวคิดที่ได้จากการติดตามการตอบสนองของนักเรียนมาใช้เป็นประเด็นอภิปรายเพื่อให้เกิดการพูดคุยถกเถียงแสดงความคิดเห็นและเหตุผลร่วมกัน

การปฏิบัติที่ 4 การจัดลำดับ (Sequencing) เป็นการปฏิบัติของครูที่จะจัดลำดับการอภิปรายจากแนวคิดที่ได้เลือกไว้ เพื่อให้การอภิปรายมีความสอดคล้องและเชื่อมโยงไปสู่

ข้อสรุปหรือคำตอบได้ง่ายขึ้น โดยพิจารณาจาก 1) ข้อผิดพลาดหรือความเข้าใจผิดในการใช้แนวคิดหรือกลวิธี 2) แนวคิดหรือกลวิธีที่ถูกต้องสมบูรณ์ 3) ความหลากหลายของการใช้แนวคิดหรือกลวิธี 4) แนวคิดหรือกลวิธีที่นักเรียนส่วนใหญ่ใช้ และ 5) แนวคิดหรือกลวิธีที่ทำให้ปัญหายุ่งยาก เพื่ออำนวยความสะดวกในการเชื่อมโยงการอภิปราย

การปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยง (Connecting) เป็นการปฏิบัติของครูที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้สร้างความเห็นร่วมกันและทำความเข้าใจเกี่ยวกับแนวคิดหรือกลวิธีของผู้อื่น ผ่านการโต้แย้ง แสดงความคิดเห็นและเหตุผล โดยครูใช้คำถามที่ได้จากการวางแผนในการปฏิบัติที่ 1 กระตุ้นให้นักเรียนได้เชื่อมโยงความคิดที่หลากหลายไปสู่ข้อสรุปหรือคำตอบตามเป้าหมายการเรียนรู้ที่กำหนดไว้

Larsson (2015) ได้นำแนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น (5 Practices) ที่การปฏิบัติของครูของ Stein et al. (2011) มาพัฒนาเป็นการปฏิบัติ 5 ขั้นใหม่เพื่อให้เหมาะสมสำหรับการนำไปใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยการปฏิบัติ 5 ขั้น ใหม่ที่ถูกพัฒนาขึ้นมีความสอดคล้องกับระยะการจัดกิจกรรม ซึ่งสรุปได้ดังนี้

ตาราง 2 แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น ของ Larsson (2015)

ขั้นการปฏิบัติ	ระยะการจัดกิจกรรม (Phase)
1. ขั้นการคาดการณ์ (Anticipating)	การวางแผน (Plan)
2. ขั้นการนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ (Launching)	การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ (Launch)
3. ขั้นการติดตาม (Monitoring)	การสำรวจ (Explore)
4. ขั้นการคัดเลือกและจัดลำดับ (Selecting and Sequencing)	
5. ขั้นการเชื่อมโยง (Connecting)	การอภิปรายและสรุปผล (Discuss and Summarize)

พร้อมทั้งได้อธิบายรายละเอียดของกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น ดังนี้

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนเกิดความรู้ใหม่และนำความรู้ใหม่ไปใช้แก้ปัญหา หรือสถานการณ์ปัญหา โดยใช้งานทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยความรู้ความเข้าใจและทักษะทางคณิตศาสตร์ในการทำงาน นักเรียนเรียนรู้แบบสืบสอบผ่านกระบวนการสำรวจ อภิปราย และสรุป เป็นความรู้ใหม่ด้วยตนเอง และครูใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น ในการวางแผนและดำเนินการให้นักเรียนอภิปรายในชั้นเรียนเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการของตนเองทั้งที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาด เพื่อให้สรุปเป็นองค์ความรู้ใหม่ด้วยตนเองอย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งมีขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับแนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น ดังนี้

ขั้นการปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์ (Anticipating) ครูออกแบบหรือคัดเลือกงานทางคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยความรู้ความเข้าใจและทักษะทางคณิตศาสตร์ในการทำงาน และคาดการณ์พฤติกรรมการเรียนรู้และการตอบสนองของนักเรียนต่องานทางคณิตศาสตร์ รวมถึงคาดการณ์วิธีคิดและข้อผิดพลาดของนักเรียนที่เกิดจากการทำงานทางคณิตศาสตร์

ขั้นการปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ (Launching) ครูนำเสนองานทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการที่น่าสนใจและท้าทายนักเรียนให้มีส่วนร่วมกับกิจกรรม และกระตุ้นให้นักเรียนทำความเข้าใจเงื่อนไขสำคัญต่าง ๆ และปัญหาของงานทางคณิตศาสตร์

ขั้นการปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Monitoring) นักเรียนใช้ความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ในการสำรวจและค้นหาแนวคิดหรือวิธีการเพื่อหาข้อสรุปหรือคำตอบจากงานทางคณิตศาสตร์ที่กำหนด ครูกำกับและติดตามแนวคิดหรือวิธีการ รวมถึงพฤติกรรมเรียนรู้ต่าง ๆ ขณะที่นักเรียนลงมือทำงานทางคณิตศาสตร์ โดยครูเน้น 3 เรื่อง ได้แก่ 1) ความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ถูกต้องหรือไม่ หากพบว่าไม่ถูกต้องครูดำเนินการแก้ไข 2) แนวคิดหรือวิธีการที่นำมาใช้เหมาะสมหรือไม่ และ 3) พฤติกรรมเรียนรู้ที่นักเรียนแสดงออกต่องานทางคณิตศาสตร์ รวมถึงครูจดบันทึกแนวคิดหรือวิธีการต่าง ๆ ที่น่าสนใจ ทั้งที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาดของนักเรียนเพื่อนำไปคัดเลือกและกำหนดเป็นประเด็นการอภิปราย

ขั้นการปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน (Selecting and Sequencing) ครูคัดเลือกแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียนจากข้อมูลที่ได้บันทึกในขั้นการปฏิบัติที่ 3 เพื่อกำหนดเป็นประเด็นการอภิปรายโดยเลือกให้ครอบคลุมแนวคิดหรือวิธีการทั้งที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาด รวมถึงแนวคิดหรือวิธีการที่หลากหลาย ซึ่งเพียงพอในการสรุปเป็นความรู้ใหม่ และจัดลำดับการอภิปรายของแนวคิดหรือวิธีการที่คัดเลือกดังกล่าวตามความ

เหมาะสมรวมถึงแจ้งลำดับการนำเสนอให้กับนักเรียนที่เป็นเจ้าของแนวคิดหรือวิธีการซึ่งถูกคัดเลือกได้ทราบเพื่อเตรียมความพร้อมก่อนนำเสนอหน้าชั้นเรียน

ขั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่ (Connecting) นักเรียนนำเสนอและอธิบายแนวคิดหรือวิธีการของตนเองหรือกลุ่มตามลำดับที่ครูกำหนดไว้ในขั้นการปฏิบัติที่ 4 ทีละประเด็น นักเรียนได้อภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียนเพื่อแลกเปลี่ยนความรู้ แนวคิดหรือวิธีการ และเหตุผลที่หาข้อสรุปในแต่ละประเด็น ครูให้นักเรียนพิจารณาเปรียบเทียบแนวคิดหรือวิธีการจากข้อสรุปต่าง ๆ และเชื่อมโยงไปสู่การสรุปเป็นความรู้ใหม่ รวมถึงเปิดโอกาสให้นักเรียนได้นำความรู้ใหม่ดังกล่าวไปใช้แก้ปัญหาหรือสถานการณ์ปัญหาที่หลากหลายต่อไป

จากการศึกษาขั้นตอนของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้นที่นักการศึกษาได้กล่าวไว้ สรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้นแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนเกิดความรู้ใหม่ โดยใช้งานทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Task) ที่ต้องอาศัยความรู้ความเข้าใจและทักษะทางคณิตศาสตร์ในการทำงาน นักเรียนเรียนรู้แบบสืบสอบผ่านกระบวนการทำงานทางคณิตศาสตร์ สำรวจ อภิปราย และสรุปเป็นความรู้ใหม่ด้วยตนเอง และครูใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น ในการวางแผนและดำเนินการให้นักเรียนอภิปรายในชั้นเรียนเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการของตนเองทั้งที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาดเพื่อให้สรุปเป็นความรู้ใหม่ด้วยตนเองอย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งมีขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ มี 5 ขั้นตอน คือ 1) การคาดการณ์การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์ (Anticipating) 2) การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ (Launching) 3) การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Monitoring) 4) การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน (Selecting and Sequencing) 5) การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่ (Connecting)

2.4 อุปสรรค ความท้าทาย ข้อเสนอแนะในการนำแนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้นไปใช้

Larsson (2015) ได้นำเสนอลักษณะของอุปสรรคหรือความท้าทายสำหรับครูในการจัดการอภิปรายทั้งชั้นเรียน พร้อมกับให้ข้อเสนอแนะไว้ดังนี้

1. ครูควรคาดการณ์เกี่ยวกับรายละเอียดของแนวคิด วิธีการหรือกลวิธีการแก้ปัญหาที่เป็นไปได้ทั้งหมดที่นักเรียนจะนำมาใช้ในการทำงานทางคณิตศาสตร์ไว้ล่วงหน้า รวมถึงสิ่งที่น่าจะเป็นความเข้าใจผิดหรือความสับสนของนักเรียน ซึ่งจะช่วยให้ครูสามารถวางแผนการกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนได้แสดงแนวคิดอย่างหลากหลายและเป็นไปตามที่ครูคาดการณ์ไว้

2. การคัดเลือกหรือออกแบบงานทางคณิตศาสตร์ของแนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น เน้นงานระดับสูง (Higher – level demands) เพื่อให้นักเรียนได้ใช้แนวคิดหรือกลวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลายทั้งนี้การเลือกงานทางคณิตศาสตร์อาจใช้กรอบแนวคิดจากตาราง 2

3. ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจปัญหาด้วยตนเอง เพื่อที่ครูจะได้ตรวจสอบความรู้พื้นฐานและความเข้าใจของนักเรียนว่านักเรียนมีความรู้ความเข้าใจที่ถูกต้องและเพียงพอในการทำงานทางคณิตศาสตร์หรือไม่ หากพบว่านักเรียนมีความรู้พื้นฐานหรือความเข้าใจที่ผิดพลาดครูจะดำเนินการแก้ไขให้ถูกต้อง

4. ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนได้ใช้ความรู้ความเข้าใจของตนเองในการสำรวจงานทางคณิตศาสตร์ โดยใช้คำถาม ชี้แนะ หรือยกตัวอย่าง มากกว่าที่จะเป็นการบอกคำตอบเพื่อให้ นักเรียนได้ใช้ความรู้ ความเข้าใจ และความคิดในการหาคำตอบได้ด้วยตนเอง

5. ครูควรตัดสินใจเกี่ยวกับวิธีคัดเลือกและจัดลำดับวิธีการแก้ปัญหานักเรียน เพื่อที่จะใช้ในการอภิปรายในชั้นเรียน โดยคัดเลือกและจัดลำดับผลงานของนักเรียนเพื่อใช้ในการ อภิปรายดังนี้ 1) ผลงานที่ถูกต้องสมบูรณ์ 2) ผลงานที่ถูกต้องสมบูรณ์ซึ่งใช้แนวคิดหรือวิธีการที่แตกต่างจากข้อ 1 และ 3) ผลงานที่มีข้อผิดพลาดหรือความเข้าใจผิด หากปริมาณผลงานมีจำนวนมาก ครูจะต้องเลือกผลงานที่สำคัญเพื่อให้เหมาะสมกับเวลา เช่น เป็นผลงานที่มีข้อผิดพลาดหรือ ความเข้าใจผิดของนักเรียนส่วนใหญ่ หรือเป็นผลงานที่สามารถเปรียบเทียบความเหมือนและความแตกต่างของแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาคือ

6. ครูควรตั้งประเด็นคำถามที่ซับซ้อนเพื่อให้นักเรียนได้ใช้ความคิด เหตุผลและ ความรู้ทางคณิตศาสตร์มาอภิปรายร่วมกันในชั้นเรียน

7. ครูควรเน้นให้นักเรียนได้อธิบายที่มาหรือเหตุผลเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการ แก้ปัญหาที่นักเรียนนำมาใช้มากกว่าที่จะให้ความสำคัญกับขั้นตอนการแก้ปัญหาหรือคำตอบเพียง อย่างเดียว

8. ครูควรช่วยให้นักเรียนเกิดการเชื่อมโยงในการอภิปรายในชั้นเรียน โดยนำเสนอ แนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหากจากง่ายไปยาก รูปธรรมไปนามธรรม หรือหากมีหลายแนวคิด หลาย เหตุผล ครูควรช่วยให้นักเรียนได้เชื่อมโยงความเหมือน ความต่างเหล่านั้น จนนักเรียนสามารถสรุป เป็นความรู้ใหม่ด้วยตนเอง

9. ครูควรสร้างบรรยากาศในห้องเรียนที่เชื้อให้นักเรียนเกิดการโต้เถียงกันในการ อภิปรายในชั้นเรียน

10. ครูควรคัดเลือกเนื้อหาและออกแบบงานทางคณิตศาสตร์ให้เหมาะสมกับระยะเวลาในการจัดกิจกรรม เพื่อให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการแก้ปัญหามากที่สุด

จากการศึกษาอุปสรรคหรือความท้าทายสำหรับครูและข้อเสนอแนะในแนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้นที่นักการศึกษาได้กล่าวไว้ สรุปได้ว่า ครูควรคาดการณ์เกี่ยวกับรายละเอียดของแนวคิด วิธีการหรือกลวิธีการแก้ปัญหาที่เป็นไปได้ทั้งหมดที่นักเรียนจะนำมาใช้ในการทำงานทางคณิตศาสตร์ไว้ล่วงหน้า จะช่วยให้ครูสามารถวางแผนการกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนได้แสดงแนวคิดอย่างหลากหลาย ซึ่งงานทางคณิตศาสตร์ควรเน้นงานระดับสูง เพื่อให้นักเรียนได้ใช้แนวคิดหรือกลวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างหลากหลาย ในขณะที่นักเรียนทำงานทางคณิตศาสตร์ ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนได้ใช้ความรู้ความเข้าใจของตนเอง โดยการใช้คำถาม ชี้แนะ หรือยกตัวอย่างมากกว่าการบอกคำตอบ การคัดเลือกงานของนักเรียนให้พิจารณาจากวิธีที่นักเรียนแสดงที่มีความแตกต่างกันเพื่อให้เกิดการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ในชั้นเรียนเพื่อนำไปสู่เป้าหมายที่ครูได้วางไว้

3. การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

3.1 ความหมายและลักษณะสำคัญของการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์หรือตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์งานวิจัยนี้ผู้วิจัยเลือกใช้คำว่า การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องพบว่ามีการให้ความหมายของการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ดังต่อไปนี้

Nation Council of Teachers of Mathematics (2014) กล่าวว่า การเรียนการสอนคณิตศาสตร์การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญในการแสดงความเข้าใจของนักเรียน โดยรวมถึงกระบวนการการนำเสนอในหลักการทางการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ถือเป็นโครงสร้างที่สำคัญ แสดงออกถึงการกระทำทางคณิตศาสตร์ เช่น การวาดภาพ แผนภาพ การใช้คำที่แสดง อธิบายความหมายสิ่งต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ เมื่อนักเรียนอภิปราย และสามารถเชื่อมโยงความคิดที่หลากหลายได้จนเกิดการเรียนรู้ จึงแสดงให้เห็นถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่ลึกซึ้งขึ้นและมีความสามารถในการแก้ปัญหาเพิ่มขึ้น

แพร์โหม สามารถ (2555) กล่าวว่า การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์หมายถึง ความสามารถของผู้เรียนในการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา สามารถใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงกระบวนการแก้ปัญหา และสามารถใช้ตัวแทนความคิดเพื่อแสดงการสรุปคำตอบของปัญหา โดยอาจใช้การ

เขียนข้อความ วาดภาพหรือสัญลักษณ์ ใช้การขีดเขียนหรือวงกลมข้อความในโจทย์ กำหนดตัวแปร เขียนแผนภาพ ตาราง กราฟ หรือตัวแบบทางเรขาคณิต

สาวิตรี มูลสุวรรณ (2557) กล่าวว่า การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของผู้เรียนในการรวบรวมและสัมพันธ์ความคิดทางคณิตศาสตร์ โดยแสดงความสัมพันธ์ของความคิดเหล่านั้นให้อยู่ในรูปแบบต่าง ๆ ซึ่งอาจมีลักษณะเป็นรูปธรรมที่อยู่ในรูปของแผนภาพ สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ หรือรูปแบบอื่น ๆ

กุลนิดา ปลื้มปีติวิริยะเวช (2559) กล่าวว่า การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการแสดงความสัมพันธ์ทางความคิดทางคณิตศาสตร์ ที่นักเรียนถ่ายทอดออกมาในรูปแบบต่าง ๆ ซึ่งอาจมีลักษณะเป็นภาพ ตาราง ตัวแปร สัญลักษณ์และข้อความทางคณิตศาสตร์ เพื่อจัดกระทำบันทึกและสื่อสารแสดงออกถึงโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ในความสัมพันธ์ของปรากฏการณ์ทางธรรมชาติ ทางสังคมและทางคณิตศาสตร์ โดยมีผลจากประสบการณ์ในการทำความเข้าใจของนักเรียนแต่ละคน และยังเป็นเครื่องมือช่วยขยายความคิดทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 2 องค์ประกอบ ความสามารถในการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการสื่อความคิดเกี่ยวกับสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อนำไปสู่การแก้ปัญหา

อรชร ภูบุญเต็ม (2550) กล่าวว่า การนำเสนอตัวแทนทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การใช้วัตถุจริงหรือแบบจำลองของจริง การวาดภาพ การสร้างตาราง และ การใช้สัญลักษณ์ (ตัวแปร) มาช่วยแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญอีกอย่างหนึ่งที่จะช่วยพัฒนาความคิด ความเข้าใจในการแก้ปัญหา ทำให้เกิดความคิดรวบยอดในการแก้ปัญหาและสามารถมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหานั้นได้ ซึ่งมีทั้งหมด 5 ขั้นตอน คือ ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ขั้นสร้างตัวแทน ขั้นการวางแผนในการแก้ปัญหา ขั้นดำเนินการตามแผน และขั้นตรวจคำตอบ

อัมพร ม้าคนอง (2553) กล่าวว่า การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ภาพที่ปรากฏในสมองหรือความคิดของนักเรียน ซึ่งภาพนั้นเกี่ยวข้องกับสิ่งต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในเรื่องเดียวกันของผู้เรียนแต่ละคน อาจแตกต่างกันตามประสบการณ์การเรียนรู้และการแก้ปัญหา การมีการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกัน จะทำให้ความสามารถในการแก้ปัญหาแตกต่างกันด้วย

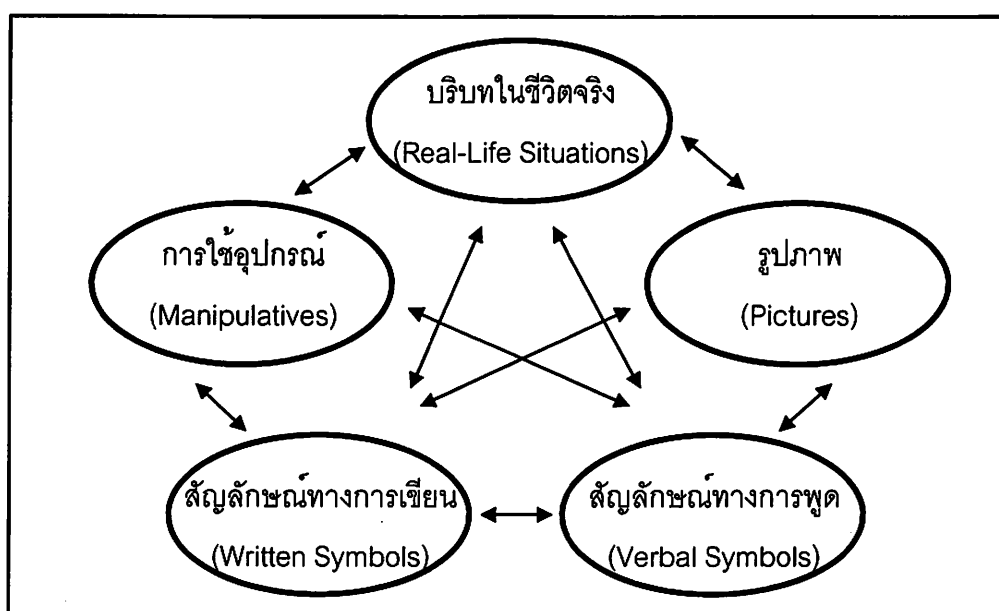
จากการศึกษาความหมายของการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ตามที่นักการศึกษาได้กล่าวไว้ สรุปได้ว่า การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ หมายถึง

ความสามารถในการแสดงวิธีคิดหรือแนวคิดเกี่ยวกับสิ่งต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแต่ละคนอาจแตกต่างกันตามประสบการณ์การเรียนรู้ โดยอาจแสดงเป็นการใช้วัตถุจริงหรือแบบจำลองของจริง การวาดภาพ การสร้างตาราง กราฟ และการใช้สัญลักษณ์ (ตัวแปร) ตามที่แพรวไหม สามารถ (2555) ได้กล่าวว่า การใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เป็นทักษะทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญอีกอย่างหนึ่งที่จะช่วยพัฒนาความคิด ความเข้าใจในการแก้ปัญหา ทำให้เกิดความคิดรวบยอดในการแก้ปัญหาและสามารถมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหานั้นได้ ซึ่งได้นำความหมายของแพรวไหม สามารถ มาปรับปรุงโดยแบ่งเป็น 3 กระบวนการ คือ การนำเสนอความคิดทางคณิตศาสตร์ในการทำความเข้าใจปัญหา การนำเสนอความคิดทางคณิตศาสตร์ในการแสดงกระบวนการแก้ปัญหา และการนำเสนอความคิดทางคณิตศาสตร์ในการสรุปคำตอบของปัญหา

3.2 รูปแบบของการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องพบว่า มีนักการศึกษาและนักวิชาการกำหนดรูปแบบการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ดังต่อไปนี้

Lesh (1979) การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการที่หลากหลายและเชื่อมโยงระหว่างวิธีการแสดงแทนที่ต่างกันไปนั้น แสดงว่านักเรียนมีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการเชื่อมโยงระหว่างการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 5 รูปแบบดังนี้



ภาพ 1 รูปแบบการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของ Lesh (1979)

1. การกระทำด้วยการใช้สื่ออุปกรณ์ (Manipulatives) เป็นการสะท้อนความเข้าใจ และความคิดเห็นทางคณิตศาสตร์โดยผ่านสื่อที่เป็นวัตถุเชิงกายภาพ (Physical Materials) เช่น กระดาน ตะปู ลูกบาศก์ แท่งสี่ เป็นต้น การแสดงแทนด้วยการใช้อุปกรณ์เชิงกายภาพ (Manipulative aids) ของนักเรียนช่วยให้ครูเข้าใจระดับพัฒนาการของนักเรียน และเป็นพื้นฐาน สำหรับการอภิปรายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้วย การแสดงแทนด้วยวิธีนี้อาจสะท้อนให้เห็นถึงความเชื่อของนักเรียน ซึ่งนักเรียนจำเป็นต้องมีประสบการณ์เชิงนามธรรมเพื่อการเรียนคณิตศาสตร์

2. รูปภาพ (Picture) เป็นการนำเอารูปภาพมาช่วยสะท้อนแนวคิดความเข้าใจเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ การแสดงแทนด้วยรูปภาพช่วยกระตุ้นให้นักเรียนได้อธิบายแนวคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์

3. สัญลักษณ์ทางการเขียน (Written symbols) เป็นสื่อสะท้อนแนวคิดและความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยผ่านการเขียนสัญลักษณ์บางอย่าง เช่น การเขียนอธิบายแนวคิดในการแก้ปัญหาของนักเรียน การเขียนเกี่ยวกับความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ จะช่วยให้แนวคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของนักเรียนชัดเจนยิ่งขึ้น

4. สัญลักษณ์ทางการพูด (Verbal symbols) เป็นการสื่อความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ด้วยการพูด การฟัง หรือการอ่านเกี่ยวกับแนวคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เช่น การพูดเพื่ออธิบายแนวคิดที่สมาชิกในกลุ่มใช้เพื่อหาคำตอบของปัญหา เป็นต้น การแสดงแทนด้วยวิธีนี้จะช่วยให้แนวคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของนักเรียนชัดเจนยิ่งขึ้น

5. บริบทในชีวิตจริง (Real-Life Situations) เป็นการแสดงแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่ฝังตัวอยู่ในบริบทที่คุ้นเคย ซึ่งจะก่อให้เกิดประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ไม่เป็นทางการของนักเรียน

ชนิสรา เมธภัทรศิริ (2563) ได้กล่าวเกี่ยวกับรูปแบบการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ โดยปรับมาจากรูปแบบการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของ Lesh ไว้ว่า การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการที่หลากหลาย และเชื่อมโยงระหว่างวิธีการแสดงที่แตกต่างกันนั้นแสดงว่านักเรียนมีความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการเชื่อมโยงระหว่างการนำเสนอทางคณิตศาสตร์ดังนี้

1. การใช้อุปกรณ์ (Manipulatives) เป็นการสะท้อนความเข้าใจและความคิดทางคณิตศาสตร์โดยผ่านสื่อที่เป็นวัตถุเชิงกายภาพ เช่น กระดานตะปู ลูกบาศก์ แท่งสี่

2. รูปภาพ (Picture) เป็นการนำรูปภาพมาช่วยสะท้อนแนวคิด ความเข้าใจเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ การแสดงแทนด้วยรูปภาพจะสามารถช่วยกระตุ้นให้นักเรียนอธิบายแนวคิดทางคณิตศาสตร์ได้มากขึ้น

3. สัญลักษณ์ทางการเขียน (Written symbols) เป็นสื่อสะท้อนแนวคิดและความเข้าใจทางคณิตศาสตร์โดยผ่านการเขียนสัญลักษณ์ เช่น การเขียนอธิบายวิธีการแก้ปัญหของนักเรียน การเขียนเกี่ยวกับแนวคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์

4. สัญลักษณ์ทางการพูด (Verbal symbols) การสื่อความเข้าใจเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ด้วยการฟัง พูดหรือการอ่านเกี่ยวกับแนวคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เช่นการพูดเพื่ออธิบายวิธีการที่สมาชิกในกลุ่มใช้เพื่อหาคำตอบของปัญหานั้น

5. บริบทในชีวิตจริง (Real-Life Situations) เป็นการแสดงตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่ฝังตัวอยู่ในบริบทที่คุ้นเคยซึ่งจะก่อให้เกิดประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ไม่เป็นทางการของนักเรียน

จากการศึกษารูปแบบของการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักการศึกษาได้กล่าวไว้ สรุปได้ว่า รูปแบบการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์มีรูปแบบที่หลากหลายแสดงถึงความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกัน โดยนำเสนอแตกต่างกัน เช่น ใช้สื่ออุปกรณ์ วาดภาพแสดงความเข้าใจ การเขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เกี่ยวกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาของนักเรียน การพูดเพื่ออธิบายแนวคิดเพื่อหาคำตอบของปัญหา ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ของนักเรียนชัดเจนยิ่งขึ้น

3.3 แนวทางในการพัฒนาการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องพบว่า มีนักการศึกษาและนักวิชาการได้บอกแนวทางในการพัฒนาการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ดังต่อไปนี้

Rider (2007) ได้อธิบายบทบาทของครูในการพัฒนาการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ครูต้องมีการปรับเปลี่ยนทั้งวิธีการสอนและการประเมิน โดยออกแบบการเรียนการสอนให้มีการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย ผ่านการยกตัวอย่าง การฝึกปฏิบัติในชั้นเรียน ซึ่งจะต้องมีการส่งเสริมการใช้กราฟ ตาราง และสมการพีชคณิตไปพร้อม ๆ กัน และมุ่งเน้นให้นักเรียนสามารถเปลี่ยนการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในหลาย ๆ รูปแบบได้ เพื่อเปรียบเทียบความเหมาะสมของตัวแทนรูปแบบต่าง ๆ ในเนื้อหาเดียวกัน นอกจากนั้นครูควรใช้การวัดและประเมินผลด้วยวิธีการที่หลากหลายทั้งที่เป็นทางการและไม่เป็นทางการ เช่น การสอบ การบ้าน แบบฝึกหัด หรือรูปแบบอื่น ๆ

อัมพร มาคนอง (2553) กล่าวว่า มโนภาพทางคณิตศาสตร์หรือตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เป็นปัจจัยสำคัญที่จะทำให้ผู้เรียนเข้าใจปัญหา และสามารถคิดหาวิธีการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพได้ ผู้สอนควรตระหนักถึงประเด็นนี้ และฝึกให้ผู้เรียนใช้มโนภาพทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์ปัญหาก่อนลงมือแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่คุ้นเคย การฝึกที่ต่อเนื่องจะช่วยพัฒนามโนภาพทางคณิตศาสตร์ของผู้เรียนได้ดีขึ้นเรื่อย ๆ

อรชร ญบุญเติม (2550) กล่าวว่า การฝึกให้นักเรียนใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ครูจะต้องสอนให้นักเรียนรู้จักตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ว่ามีอะไรบ้างก่อนที่จะสอนให้นักเรียนนำตัวแทนความคิดเหล่านั้นไปใช้ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ โดยส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดเพื่อหาวิธีในการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา รวบรวมข้อมูลสื่อสารความเข้าใจกับผู้อื่น ตลอดจนสามารถเลือกและประยุกต์ใช้ตัวแทนด้วยความเข้าใจ

สมาคมครูคณิตศาสตร์แห่งชาติสหรัฐอเมริกา NCTM (2014) กล่าวว่า การสอนที่มีประสิทธิภาพเน้นการใช้และเชื่อมโยงระหว่างการนำเสนอทางคณิตศาสตร์เพื่อทำความเข้าใจแนวคิดและขั้นตอนของนักเรียนให้ลึกซึ้งขึ้นสนับสนุนการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนและทำเป็นเครื่องมือสำหรับการแก้ปัญหา โดยได้อธิบายบทบาทของครูในการพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ด้านการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ สามารถสรุปได้ดังนี้

1. การเลือกงานที่เปิดโอกาสให้นักเรียนมีการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบต่าง ๆ ในการทำความเข้าใจปัญหา
2. จัดสรรเวลาเพื่อให้นักเรียนได้อภิปรายและสร้างความเชื่อมโยงของการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์
3. แนะนำรูปแบบการนำเสนอตัวแทนที่เป็นทางเลือกให้กับนักเรียนเพื่อให้นักเรียนสามารถสร้างภาพวาดทางคณิตศาสตร์หรือใช้ภาพเพื่ออธิบายและแสดงผลของพวกเขาได้
4. เน้นความสนใจของนักเรียนไปที่โครงสร้างหรือคุณสมบัติที่สำคัญของความคิดทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏโดยไม่คำนึงถึงการนำเสนอตัวแทน
5. การออกแบบวิธีที่จะกระตุ้นและประเมินความสามารถของนักเรียนเพื่อใช้การเป็นกรนำเสนอตัวแทนอย่างมีความหมายในการแก้ปัญหา

อรญา อัญโย (2553) กล่าวว่า การพัฒนาการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์มีแนวทางดังนี้

1. ครูควรสอนโดยใช้ตัวแทนที่หลากหลายในการกำหนดตัวอย่าง การตั้งโจทย์ ปัญหา แบบฝึกหัด และการวัดประเมินผล
2. การเลือกรูปแบบการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ ครูควรคำนึงถึงเนื้อหาที่จะสอน จุดเด่น และจุดด้อยของตัวแทนแต่ละแบบ
3. ครูควรจัดการเรียนรู้โดยให้นักเรียนได้เรียนรู้จากการเปลี่ยนตัวแทนแบบหนึ่งไปสู่อีกแบบหนึ่ง เช่น นักเรียนสามารถเปลี่ยนตัวแทนที่อยู่ในรูปของสมการให้เป็นกราฟได้
4. ครูควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้นำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างในการแก้ปัญหาเรื่องเดียวกัน
5. ควรนำเทคโนโลยี เช่น เครื่องคำนวณเชิงกราฟ และโปรแกรมคอมพิวเตอร์มาช่วยในการสร้างตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาการพัฒนาการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักการศึกษาได้กล่าวไว้ สรุปได้ว่า การพัฒนาการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในบริบทของครู ครูจะต้องฝึกให้นักเรียนมีการนำเสนอความคิดทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา เชื่อมโยงการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์แบบหนึ่งไปสู่อีกแบบหนึ่งที่ซับซ้อนมากขึ้น ครูออกแบบหรือเลือกงานที่เปิดโอกาสให้นักเรียนมีการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ได้หลากหลายในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเหมาะสมกับเนื้อหาหรือความคิดรวบยอดของบทเรียน

3.4 แนวทางในการประเมินการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องพบว่า มีนักการศึกษาและนักวิชาการได้บอกแนวทางในการประเมินการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ดังต่อไปนี้

แพรวไหม สามารถ (2555) กล่าวว่า การเปรียบเทียบการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในช่วงก่อนเรียน ระหว่างเรียน และหลังเรียน โดยรวบรวมข้อมูลจากใบกิจกรรม มาวิเคราะห์เชิงเนื้อหา (Content Analysis) ให้เห็นการเปลี่ยนแปลงเป็น 3 ระยะ โดยกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบแยกส่วน (Analytic Rubrics) ตามนิยามเชิงปฏิบัติการ และกำหนดเกณฑ์การตรวจให้คะแนนการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

ตาราง 3 แสดงเกณฑ์การประเมินการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของ
พรใหม่ สามารถ

ระดับ คะแนน	คำอธิบาย
	การใช้ตัวแทนความคิดในการทำความเข้าใจปัญหา โดยอาจใช้ข้อความ วาดภาพหรือสัญลักษณ์ ใช้ การขีดเขียน (วงกลม) ข้อความในใจ หัวยื่นแผนภาพความคิด
2	ใช้ตัวแทนความคิดในการทำความเข้าใจปัญหาได้ เพื่อสื่อความหมายได้อย่างเหมาะสมกับ ปัญหา
1	ใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดในการทำความเข้าใจปัญหาได้ แต่สื่อความหมายได้บางส่วน
0	ไม่สามารถใช้ตัวแทนความคิดในการทำความเข้าใจปัญหาได้หรือไม่แสดงการใช้การนำเสนอ ตัวแทนความคิดในการทำความเข้าใจปัญหา
	การใช้ตัวแทนความคิดในการแสดงกระบวนการแก้ปัญหา โดยอาจใช้การวาดภาพ สัญลักษณ์หรือตัว แปร ข้อความ ตาราง หรือกราฟ ตัวแบบทางเรขาคณิต
2	ใช้ตัวแทนความคิดในการแสดงกระบวนการแก้ปัญหาได้เหมาะสมกับปัญหาและสื่อ ความหมายได้อย่างเหมาะสม
1	ใช้ตัวแทนความคิดในการแสดงกระบวนการแก้ปัญหาได้เหมาะสมกับปัญหาแต่ไม่สื่อ ความหมายในกระบวนการแก้ปัญหา หรือ ใช้ตัวแทนความคิดในการแสดงกระบวนการ แก้ปัญหาไม่เหมาะสมกับปัญหา แต่สื่อความหมายในกระบวนการแก้ปัญหาได้
0	ใช้ตัวแทนความคิดในการแสดงกระบวนการแก้ปัญหาไม่เหมาะสมกับปัญหาและไม่สื่อ ความหมายในการแสดงกระบวนการแก้ปัญหา หรือ ไม่แสดงการใช้การนำเสนอตัวแทน ความคิด
	การใช้ตัวแทนความคิดในการแสดงการสรุปคำตอบของปัญหา โดยอาจใช้ข้อความหรือสัญลักษณ์
2	ใช้ตัวแทนความคิดในการแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาได้อย่างเหมาะสมและสื่อ ความหมายได้ชัดเจน
1	ใช้ตัวแทนความคิดในการแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาได้อย่างเหมาะสมแต่สื่อ ความหมายไม่ชัดเจน หรือใช้ตัวแทนความคิดในการแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาไม่ เหมาะสม แต่สื่อความหมายได้ชัดเจน
0	ไม่สามารถใช้ตัวแทนความคิดในการแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาและสื่อความหมายได้ หรือไม่เขียน

กุลนิตา ปลื้มปิติวิริยะเวช (2559) กล่าวว่า การวัดและประเมินการนำเสนอตัวแทน
ความคิดทางคณิตศาสตร์สามารถวัดได้จากแบบทดสอบวัดความสามารถการนำเสนอตัวแทน

ความคิดทางคณิตศาสตร์ ก่อนเรียน – หลังเรียน แบบอัตนัย โดยกำหนดเกณฑ์การตรวจให้คะแนน การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

ตาราง 4 แสดงเกณฑ์การประเมินการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของ กุลนิดา ปลื้มปิติวิริยะเวช

ระดับ คะแนน	คำอธิบาย
3	นักเรียนนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์แสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้อย่างเหมาะสม และนำไปสู่การแก้ปัญหา
2	นักเรียนนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์แสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้อย่างเหมาะสม และนำไปสู่ในการแก้ปัญหา หรือ นักเรียนนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์แสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้อย่างเหมาะสม แต่ไม่นำไปสู่การแก้ปัญหา
1	นักเรียนนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์แสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้อย่างไม่เหมาะสม และไม่นำไปสู่การแก้ปัญหา
0	นักเรียนไม่นำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

สาวิตรี มูลสุวรรณ (2557) กล่าวว่า การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์สามารถวัดและประเมินผลโดยใช้แบบวัดการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยแบบวัดก่อนเรียน และแบบวัดหลังเรียน แบบอัตนัย โดยกำหนดเกณฑ์การตรวจให้คะแนนการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

ตาราง 5 แสดงเกณฑ์การประเมินการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของ
สาวิตรี มูลสุวรรณ

ระดับ คะแนน	คำอธิบาย
3	นักเรียนสามารถแสดงความสัมพันธ์ของความคิดทางคณิตศาสตร์ให้มีลักษณะเป็นรูปธรรมได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์
2	นักเรียนสามารถแสดงความสัมพันธ์ของความคิดทางคณิตศาสตร์ให้มีลักษณะเป็นรูปธรรม แต่ให้ข้อมูลไม่สมบูรณ์
1	นักเรียนไม่สามารถแสดงความสัมพันธ์ของความคิดทางคณิตศาสตร์ให้มีลักษณะเป็นรูปธรรมได้อย่างถูกต้อง แต่มีการแสดงความสัมพันธ์ของความคิดทางคณิตศาสตร์ได้สอดคล้องกับข้อมูลในสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้บางส่วน
0	นักเรียนไม่แสดงหรือไม่สามารถแสดงความสัมพันธ์ของความคิดทางคณิตศาสตร์ให้มีลักษณะเป็นรูปธรรม

จากการศึกษาการประเมินการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักการศึกษาได้กล่าวไว้ สรุปได้ว่า งานวิจัยนี้เลือกใช้แนวทางการประเมินการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์จากการสร้างแบบวัดขึ้นเอง โดยกำหนดองค์ประกอบและกระบวนการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ แพร์โหม สามารถ (2555) ซึ่งประกอบไปด้วย 3 กระบวนการ คือ การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการทำความเข้าใจปัญหา การแสดงกระบวนการแก้ปัญหา และการแสดงการสรุปคำตอบของปัญหา และสร้างเกณฑ์การให้คะแนนแบบแยกส่วน (Analytic Rubrics) ตามนิยามเชิงปฏิบัติการของแต่ละกระบวนการของการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ และทำการวัดการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์จากแบบวัดการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ หลังจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครบทั้ง 4 วงจร และนอกจากนี้ยังมีการเก็บข้อมูลจากร่องรอยการทำงานของนักเรียนจากใบกิจกรรม เพื่อทำการศึกษาการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

4. ความสัมพันธ์ระหว่างการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น กับการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้แสดงการเปรียบเทียบองค์ประกอบของการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น ที่ส่งเสริมการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ 3 กระบวนการ ดังตาราง 6

ตาราง 6 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น กับการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น	การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์
<p>การปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์ (Anticipating)</p> <p>- งานทางคณิตศาสตร์ (Mathematical task)</p>	<ul style="list-style-type: none"> • การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการทำความเข้าใจปัญหา • การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการแสดงกระบวนการแก้ปัญหา • การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการสรุปคำตอบของปัญหา
<p>การปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ (Launching)</p>	<ul style="list-style-type: none"> • การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการทำความเข้าใจปัญหา
<p>การปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Monitoring)</p>	<ul style="list-style-type: none"> • การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการแสดงกระบวนการแก้ปัญหา • การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการสรุปคำตอบของปัญหา
<p>การปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน (Selecting and Sequencing)</p>	
<p>การปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่ (Connecting)</p>	<ul style="list-style-type: none"> • การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการสรุปคำตอบของปัญหา

5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

5.1 งานวิจัยต่างประเทศ

Groth (2015) ได้ศึกษาเกี่ยวกับผลของการใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น เพื่อสนับสนุนการอภิปรายทางสถิติ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ผลการวิจัยพบว่าห้องที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้นนักเรียนมีความรู้และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนเพิ่มขึ้นอย่างเห็นได้ชัด สามารถวิเคราะห์เชื่อมโยงวิธีการและแนวคิดที่

หลากหลาย มีความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารสูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

Cartier et al. (2013) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนวิทยาศาสตร์ โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง การเจริญเติบโตของพืช โดยให้นักเรียนแบ่งกลุ่มแล้วออกแบบการนำเสนอเกี่ยวกับอัตราการเจริญเติบโตของพืช ซึ่งแต่ละกลุ่มมีการใช้ความรู้และวิธีที่แตกต่างกันในการนำเสนอ เช่น กราฟ รูปภาพ แผนภูมิ เป็นต้น แล้วให้นักเรียนอภิปราย แสดงความคิดเห็นและให้เหตุผลร่วมกันในเวลา 1 สัปดาห์และวิธีการนำเสนอที่แต่ละกลุ่มใช้ โดยการใช้แนวปฏิบัติการสอนเข้ามาช่วยในการจัดการเรียนการสอนช่วยให้ครูสามารถคาดการณ์ กำกับ ติดตาม และควบคุมการทำงานของนักเรียนให้ถูกต้องและชัดเจน ส่งผลให้มีเหตุผลที่ดีขึ้น

Even (1998) ได้ศึกษาเกี่ยวกับปัจจัยที่เกี่ยวข้องกับการเชื่อมโยงตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักศึกษาครุศึกษาคณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษาในมหาวิทยาลัย จำนวน 152 คน แบ่งออกเป็น 2 ระยะ ระยะที่ 1 เก็บข้อมูลด้วยการถามคำถาม ระยะที่ 2 ทำการสุ่มนักศึกษา จำนวน 10 คน เพื่อสัมภาษณ์เพิ่มเติม โดยมีจุดมุ่งหมายเพื่อความสัมพันธ์ระหว่างความเป็นไปได้ในการแปลงจากรูปแบบของการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ไปยังการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์อีกรูปแบบหนึ่ง และคุณสมบัติของความรู้และความเข้าใจ ผลการศึกษาพบว่า ความรู้เกี่ยวกับการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบต่าง ๆ ไม่เป็นอิสระจากกัน แต่จะมีส่วนที่เกี่ยวข้องกันกับความรู้ 3 ประการ ดังนี้ 1) ความรู้เกี่ยวกับวิธีการต่าง ๆ ที่นำไปสู่ฟังก์ชัน 2) ความรู้ที่เกี่ยวกับบริบทของการนำเสนอ 3) ความรู้เกี่ยวกับทฤษฎีบท กฎ นิยามที่เกี่ยวข้อง

5.2 งานวิจัยในประเทศไทย

ชรินทร์ อินทะวัน (2561) ได้ศึกษาการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนเพื่อส่งเสริมการแสดงผลแทนที่หลากหลายทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น กลุ่มเป้าหมายเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสันป่าตองวิทยาคม จังหวัดเชียงใหม่ ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 จำนวน 40 คน เครื่องมือในการวิจัยประกอบด้วย แผนการจัดการเรียนรู้ 8 แผน บันทึกหลังการสอน แบบทดสอบวัดการแสดงผลแทนที่หลากหลายในเรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชันแบบอัตนัย ผู้วิจัยได้ดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลโดยใช้กระบวนการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน 4 ขั้นตอน คือ ขั้นวางแผน ขั้นปฏิบัติตามแผน ขั้นการสังเกตผลการปฏิบัติ และขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ เป็นวงจรต่อเนื่องกัน 3 วงจร โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน

5 ชั้นของ Smith และ Stein (2011) ในการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งมีการคาดการณ์แนวคิดที่เป็นไปได้ทั้งหมดของนักเรียนในการตอบสนองต่องานทางคณิตศาสตร์ และในการการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ซึ่งจะมอบหมายงานทางคณิตศาสตร์ที่ท้าทายให้กับนักเรียน โดยในขณะที่นักเรียนลงมือทำงานทางคณิตศาสตร์ ครูจะเป็นผู้สังเกตติดตามตรวจสอบแนวคิดของนักเรียน เพื่อทำการเลือกและจัดลำดับผลงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีแนวคิดแตกต่างกัน เพื่อนำเสนอและทำการเชื่อมโยงแนวคิดของนักเรียนผ่านการอภิปรายในชั้นเรียน จนนำไปสู่แนวคิดหลักของบทเรียนนั้น ๆ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีการแสดงแทนที่หลากหลายทางคณิตศาสตร์ในระดับดีร้อยละ 50 จากการทดสอบวัดการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายทางคณิตศาสตร์

ทรงสมน วินัยโกศล (2561) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น ที่มีต่อความรู้และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของโรงเรียนขนาดใหญ่พิเศษ อำเภอเมือง จังหวัดยโสธร ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2561 จำนวน 46 คน เครื่องมือที่ใช้คือแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์ เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล คือ แบบวัดความรู้ทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถ ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์ข้อมูลโดยหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ร้อยละ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบค่าที ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น มีความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 2) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 และ 3) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อรชร ภูบุญเต็ม (2550) ได้ศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์สมการของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ปีการศึกษา 2549 โรงเรียนกาฬสินธุ์พิทยาสรรพ์ อำเภอเมือง จังหวัดกาฬสินธุ์ จำนวน 60 คน ซึ่งนักเรียนในกลุ่มทดลองจะได้รับการสอนตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การแก้โจทย์สมการโดยใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ที่แบ่งออกเป็น 4 แผน ตามวิธีการใช้ตัวแทนในการแก้ปัญหา คือ การแก้โจทย์สมการโดยการใช้วัตถุจริง หรือแบบจำลองของจริง การวาดภาพ การใช้ตาราง และการใช้สัญลักษณ์หรือตัวแปร เครื่องมือที่

ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลประกอบด้วย แบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา คณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์สมการ และวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้การทดสอบค่าที (T-Test Dependent) ผลการวิจัยพบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์สมการ ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้อัตนัย การแก้โจทย์สมการโดยใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

เปรมกมล อินลี (2561) ได้ศึกษาผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น ที่ส่งเสริมการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 47 คน โดยแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 3 - 4 คนแบบคณะความสามารถ ทำงานเป็นกลุ่มย่อย เครื่องมือที่ใช้ คือ แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น ที่ส่งเสริมการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้ แบบบันทึกผู้ร่วมสังเกตการณ์ เทปบันทึก รูปภาพ และใบกิจกรรม เก็บข้อมูลโดยการสังเกตนักเรียนระหว่างทำกิจกรรมและจากเทปบันทึกวิดีโอ สังเกตความสามารถในการดำเนินการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ร่วมกับการวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้สถิติเชิงพรรณนา ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น ที่ส่งเสริมการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ สามารถเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์จากแนวคิดของเพื่อน และการมีปฏิสัมพันธ์ทางสังคมช่วยสร้างโอกาสให้เกิดการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกันกับผู้อื่นและเกิดการเรียนรู้จนสร้างความรู้ใหม่ด้วยตนเอง งานวิจัยนี้แสดงให้เห็นว่าการอภิปรายจากการนำเสนอผลงาน ช่วยให้นักเรียนพัฒนาการคิดขั้นสูง จากการทำกิจกรรมกลุ่ม สิ่งสำคัญคือการเลือกงานและการนำเสนอของนักเรียน งานนั้นควรเป็นงานระดับสูงที่จะมีความซับซ้อนและสามารถใช้วิธีได้หลากหลาย ในการอภิปรายทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญมากในการเลือกคำถามเพื่อกระตุ้นความคิดของนักเรียนให้ตรงกับเป้าหมายหลักของบทเรียนนั้น ปัจจัยเหล่านี้คืองานทางคณิตศาสตร์ที่ดีจะให้นักเรียนได้คิดและส่งเสริมให้นักเรียนได้อภิปรายทางคณิตศาสตร์

พรณทิภา ทองนวล (2554) ได้ศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาโดยเน้นการใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2553 โรงเรียนสตรีภูเก็ต อำเภอเมือง จังหวัดภูเก็ต จำนวน 48 คน ระยะเวลาทดลองจำนวน 24 คาบ คาบละ 50 นาที โดยใช้แบบแผนการวิจัยแบบ One-Group Pretest-Posttest Design เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ได้แก่ แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ แบบทดสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลและการ

สื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการเขียน แบบประเมินความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด และแบบสัมภาษณ์การสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูด สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล คือ t-test for Dependent Samples และ t-test for One Sample ผลการวิจัยพบว่าความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาโดยเน้นการใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่องความสัมพันธ์และฟังก์ชัน จำแนกได้ 3 กลุ่ม ได้แก่ กลุ่มที่มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดระดับสูง ปานกลาง ต่ำ โดยพบว่า นักเรียนร้อยละ 37.50 เป็นนักเรียนกลุ่มที่มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดระดับสูง ซึ่งสามารถพูดอธิบายโดยมีการใช้ภาษาที่ถูกต้อง ครบถ้วน ชัดเจน อีกทั้งมีการใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายทั้งแผนภาพ เส้นจำนวน ตารางและรูปภาพในการสื่อสารแนวคิดได้อย่างชัดเจน นักเรียนร้อยละ 47.92 เป็นนักเรียนกลุ่มที่มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดระดับปานกลาง ซึ่งสามารถพูดอธิบายโดยมีการใช้ภาษาที่ถูกต้องแต่ไม่ครบถ้วน และมีการใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ทั้งแผนภาพหรือรูปภาพเพื่อสื่อสารแนวคิดบ้างบางครั้งแต่ไม่ชัดเจนเท่าที่ควร และมีส่วนน้อยอีกร้อยละ 14.58 เป็นนักเรียนกลุ่มที่มีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ด้านการพูดต่ำ ซึ่งพูดอธิบายโดยใช้ภาษาที่ไม่ถูกต้อง หรืออธิบายได้แต่ไม่ครบถ้วน และไม่มีมีการใช้การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสารแนวคิด

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น สามารถช่วยให้นักเรียนได้เข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเอง เกิดความท้าทาย ให้ความสนใจด้วยตนเอง เป็นกิจกรรมที่ส่งเสริมการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเนื่องจากงานทางคณิตศาสตร์จะต้องเป็นงานที่มีแนวคิดหรือวิธีการที่หลากหลายที่สามารถนำมาแก้ปัญหาได้ โดยเริ่มต้นจากการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการทำความเข้าใจปัญหา การแก้ปัญหา และสรุปคำตอบ นักเรียนแต่ละกลุ่มจะมีแนวคิดที่แตกต่างกัน และเมื่อลำดับขั้นตอนการนำเสนอจากแนวคิดที่ทุกคนสามารถทำได้นำไปสู่แนวคิดที่มีความซับซ้อนเป็นรูปธรรมมากขึ้น และครูทำหน้าที่เป็นผู้ชักชวนตั้งประเด็นให้เกิดการอภิปรายในชั้นเรียนและสามารถเชื่อมโยงไปสู่ความรู้ใหม่ได้

6. กรอบแนวคิดในการวิจัย



ภาพ 2 แสดงกรอบแนวคิดของงานวิจัย

บทที่ 3

วิธีดำเนินงานวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน ที่มุ่งศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้ โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น ที่ส่งเสริมการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีวิธีการดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

ผู้เข้าร่วมวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ของโรงเรียนมัธยมศึกษาขนาดใหญ่พิเศษแห่งหนึ่งใน จังหวัดนครสวรรค์ ที่เรียนรายวิชา ค31102 คณิตศาสตร์พื้นฐาน 2 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2563 จำนวน 37 คน ที่ได้มาจากการคัดเลือกแบบเจาะจง (Purposive Sampling) เนื่องจากเป็นกลุ่มที่ ผู้วิจัยทำหน้าที่เป็นผู้สอนและพบปัญหาเกี่ยวกับการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เกี่ยวกับฟังก์ชัน

รูปแบบการวิจัย

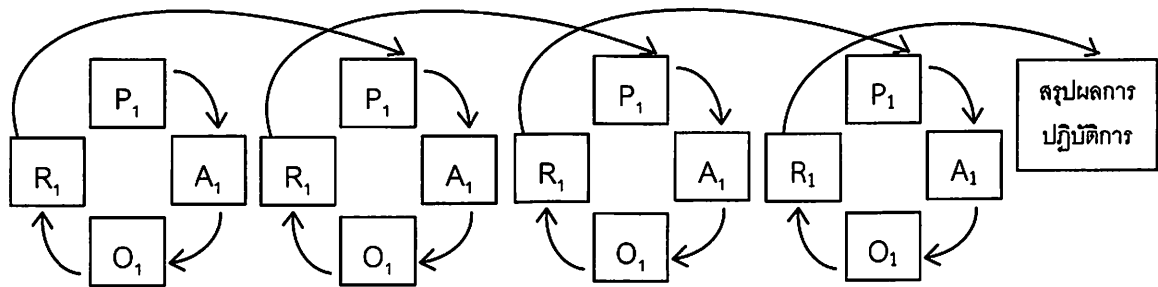
การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยปฏิบัติการ (Action Research) ซึ่งดำเนินการเป็นวงจร ปฏิบัติการที่ต่อเนื่องกัน ตามแนวคิดของ Kemmis (1996) ประกอบด้วย 4 ขั้นตอนแต่ละวงจร ประกอบด้วย

1. ขั้นวางแผน (Plan)
2. ขั้นปฏิบัติการ (Act)
3. ขั้นสังเกตการณ์ (Observe)
4. ขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ (Reflect)

โดยเมื่อดำเนินการจัดการเรียนรู้มาถึงขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ ผู้วิจัยจะนำข้อมูลที่ได้จาก ขั้นนี้มาสรุปเป็นแนวทางการจัดการเรียนรู้ในขั้นวางแผนของวงจรปฏิบัติการถัดไปจนครบจำนวน วงจรปฏิบัติการที่กำหนด ทั้งหมด 4 วงจร แบ่งได้ดังนี้

- วงจรที่ 1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ฟังก์ชัน
- วงจรที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง ฟังก์ชันเชิงเส้น
- วงจรที่ 3 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ฟังก์ชันกำลังสอง

วงจรที่ 4 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล
โดยมีลักษณะของวงจรทั้ง 4 แสดงดังภาพ 3



ภาพ 3 แสดงวงจรการวิจัยเชิงปฏิบัติการ

ที่มา: ปรับมาจากแนวคิดของ Kemmis and McTaggart, 2000

การวิจัยในครั้งนี้เป็นการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนตามแบบของ (Kemmis, 1998 อ้างอิงใน สุวิมล ว่องวานิช, 2557) ซึ่งดำเนินการเป็นวงจรปฏิบัติการที่ต่อเนื่องกัน แต่ละวงจรประกอบด้วย ขั้นตอนวางแผน (Plan) ขั้นตอนปฏิบัติการ (Act) ขั้นสังเกตการณ์ (Observe) และขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ (Reflect) ตามลำดับ ดำเนินการวิจัยทั้งหมด 4 วงจรปฏิบัติการ โดยเมื่อดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มาถึงขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ ผู้วิจัยจะนำข้อมูลที่ได้จากขั้นนี้มาสรุปเป็นแนวทางการจัดการเรียนรู้ในขั้นวางแผนของวงจรปฏิบัติการถัดไปจนครบจำนวนวงจรปฏิบัติการที่กำหนด มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นวางแผน (Plan)

1. ผู้วิจัยสำรวจสภาพปัญหาในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ควรได้รับการแก้ไข โดยผู้วิจัยได้สังเกตความสามารถในการเรียนรู้ของนักเรียนและปรึกษาปัญหาพร้อมกับครูผู้สอนในรายวิชาเดียวกัน โดยทำการวิเคราะห์ถึงปัญหาและสาเหตุ
2. ผู้วิจัยศึกษาหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560) และเอกสารที่เกี่ยวข้อง เพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้รายวิชาคณิตศาสตร์ให้ตอบสนองต่อการเปลี่ยนแปลงของโลกยุคโลกาภิวัตน์
3. ผู้วิจัยศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องเพื่อเป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น

4. ผู้วิจัยวางแผนและสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น ที่ส่งเสริมการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 4 แผนการจัดการเรียนรู้ แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ ใบกิจกรรม และแบบวัดการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

5. ผู้วิจัยเตรียมการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น ได้แก่ การจัดเตรียมสถานที่ รวมถึงเครื่องมือวัดผลและประเมินผล

ขั้นที่ 2 ขั้นปฏิบัติการ (Act)

ดำเนินการจัดการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยผู้วิจัยจะดำเนินการในวงจรปฏิบัติการครั้งละหนึ่งแผนการจัดการเรียนรู้ จนครบทั้ง 4 แผนการจัดการเรียนรู้ หรือ 4 วงจรปฏิบัติการ

ขั้นที่ 3 ขั้นสังเกตการณ์ (Observe)

ในระหว่างการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น ผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์จัดการเรียนรู้จะทำการบันทึกผลการจัดการเรียนรู้ลงในแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ มอบหมายให้นักเรียนทำใบกิจกรรมในทุกแผนการจัดการเรียนรู้ เมื่อดำเนินการจัดการเรียนรู้ครบทุกแผนแล้ว นักเรียนทำแบบทดสอบเพื่อวัดการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ด้วยการทำแบบวัดการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 4 ขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ (Reflect)

ผู้วิจัยจะนำข้อมูลที่ได้จากแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ มาทำการวิเคราะห์ถึงปัญหาและอุปสรรคที่เกิดขึ้นระหว่างดำเนินการจัดการเรียนรู้ เพื่อนำไปปรับปรุงและพัฒนาการจัดการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการต่อไปให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น โดยผู้วิจัยจะดำเนินการจัดการเรียนรู้และวิเคราะห์ผลเพื่อนำไปปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้เป็นแบบวงจร โดยการนำเข้าไปจนครบทั้ง 4 แผนการจัดการเรียนรู้หรือวงจรปฏิบัติการ หลังจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครบทั้ง 4 แผนการจัดการเรียนรู้หรือวงจรปฏิบัติการแล้ว ผู้วิจัยนำผลที่ได้จากการเก็บรวบรวมข้อมูลทั้งหมดไปทำการวิเคราะห์ข้อมูลและสรุปผลการวิจัยในลำดับต่อไป

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ผู้วิจัยแสดงเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยที่สอดคล้องกับจุดประสงค์ของการวิจัยในแต่ละข้อ ดังตาราง 8

ตาราง 7 แสดงเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

จุดประสงค์การวิจัย	เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
1 เพื่อศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น ที่ส่งเสริมการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4	- แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น เรื่อง ฟังก์ชัน - แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้
2 เพื่อศึกษาการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น	- แบบวัดการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ - ใบกิจกรรม

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยนี้ แบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ

1. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น ที่ส่งเสริมการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 4 แผนการจัดการเรียนรู้ แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ ที่บันทึกโดยผู้วิจัย และผู้ร่วมสังเกตการณ์ ซึ่งเป็นครูประจำการสอนคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เป็นเวลาอย่างน้อย 5 ปี

1.1 แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น

แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น เรื่อง ฟังก์ชัน ที่ส่งเสริมการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 4 แผนการจัดการเรียนรู้ โดยผู้วิจัยได้ออกแบบงานทางคณิตศาสตร์ หรือสถานการณ์ปัญหา เรื่อง ฟังก์ชัน ให้มีความน่าสนใจและมีแนวคิดที่ส่งเสริมให้เกิดการอภิปรายในชั้นเรียนเป็นรายกลุ่มและทั้งชั้นเรียนรวมถึงการเชื่อมโยงตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย รวมทั้งหมด 11 ชั่วโมง โดยใช้เวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้งหมด 3 สัปดาห์ มีขั้นตอนการพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้ ดังนี้

1.1.1 ศึกษาค้นคว้าและวิเคราะห์หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พุทธศักราช 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 และคู่มือการใช้หลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พุทธศักราช 2560) ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย เรื่อง ฟังก์ชัน โดยศึกษารายละเอียดดังนี้ สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ คำอธิบายรายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน 2 เนื้อหา สาระการเรียนรู้

1.1.2 ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องเกี่ยวกับการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

1.1.3 ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี หลักการและขั้นตอนเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น

1.1.4 จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น ที่ส่งเสริมการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 4 แผนการจัดการเรียนรู้ ใช้เวลาทั้งหมด 11 ชั่วโมง ดังนี้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ฟังก์ชัน	จำนวน 2 ชั่วโมง
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง ฟังก์ชันเชิงเส้น	จำนวน 3 ชั่วโมง
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ฟังก์ชันกำลังสอง	จำนวน 3 ชั่วโมง
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล	จำนวน 3 ชั่วโมง

แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น ที่ส่งเสริมการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แต่ละแผนจะต้องสามารถพัฒนากระบวนการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ได้ครบทั้ง 3 กระบวนการประกอบด้วยหัวข้อดังนี้

- 1) ตัวชี้วัดและมาตรฐานการเรียนรู้
- 2) จุดประสงค์การเรียนรู้
- 3) สาระสำคัญ
- 4) กิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น
- 5) สื่อการเรียนรู้
- 6) การวัดและประเมินผล
- 7) แบบบันทึกผลหลังการจัดการเรียนรู้

1.1.5 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาการศึกษา
คณาจารย์ ตรวจสอบ พิจารณาความถูกต้อง เหมาะสม และให้ข้อเสนอแนะเพื่อนำไปปรับปรุง

1.1.6 นำแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้นวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นจำนวน 4 แผนการจัดการเรียนรู้ เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาการศึกษา คณาจารย์และผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน ประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ ประกอบด้วย

1) ผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์ศึกษา เป็นอาจารย์ประจำภาควิชา
การศึกษา สาขาวิทยาศาสตร์ศึกษา (คณิตศาสตร์ศึกษา) คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนครสวรรค์
ที่มีความรู้ ความเชี่ยวชาญและประสบการณ์การสอนเกี่ยวกับหลักสูตรและการสอนคณิตศาสตร์

2) ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์ เป็นอาจารย์ประจำภาควิชา
คณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์ ที่มีความรู้ความเชี่ยวชาญและ
ประสบการณ์การสอนวิชาคณิตศาสตร์ในระดับอุดมศึกษา

3) ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย
เป็นครูประจำการ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ที่มีประสบการณ์การสอนคณิตศาสตร์ระดับ
มัธยมศึกษา ไม่นต่ำกว่า 10 ปี

เพื่อพิจารณาและประเมินความเหมาะสมขององค์ประกอบของแผนการ
จัดการเรียนรู้ทั้ง 5 ด้าน ดังนี้

ด้านที่ 1 ด้านจุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านที่ 2 ด้านสาระการเรียนรู้

ด้านที่ 3 ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ด้านที่ 4 ด้านสื่อและแหล่งการเรียนรู้

ด้านที่ 5 ด้านการวัดผลและประเมินผล

โดยผู้วิจัยใช้แบบประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้แบบ
มาตราส่วนประมาณค่า 5 ระดับ (Rating Scale) ตามแบบของ Likert ให้ผู้เชี่ยวชาญลงความเห็น
ในแบบประเมิน มีเกณฑ์การให้คะแนนความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ ดังนี้

เหมาะสมมากที่สุด ให้คะแนน 5 คะแนน

เหมาะสมมาก ให้คะแนน 4 คะแนน

เหมาะสมปานกลาง ให้คะแนน 3 คะแนน

เหมาะสมน้อย ให้คะแนน 2 คะแนน

เหมาะสมน้อยที่สุด ให้คะแนน 1 คะแนน

หลังจากนั้นนำผลการประเมินความเหมาะสมของแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้มา คำนวณหาค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานในแต่ละรายการ แล้วนำไปเทียบเกณฑ์การแปล ความหมาย ดังนี้

ค่าเฉลี่ย 4.50 – 5.00 หมายถึง แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีความ
เหมาะสมมากที่สุด

ค่าเฉลี่ย 3.50 – 4.49 หมายถึง แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีความ
เหมาะสมมาก

ค่าเฉลี่ย 2.50 – 3.49 หมายถึง แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีความ
เหมาะสมปานกลาง

ค่าเฉลี่ย 1.50 – 2.49 หมายถึง แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีความ
เหมาะสมน้อย

ค่าเฉลี่ย 1.00 – 1.49 หมายถึง แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีความ
เหมาะสมน้อยที่สุด

เกณฑ์การตัดสินผลการประเมิน คือ ใช้เกณฑ์ค่าเฉลี่ยไม่ต่ำกว่า 3.50 และส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐานไม่เกิน 1.00 ถือว่าแผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสม ซึ่งแผนการจัดการเรียนรู้ที่ ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น พบว่า มีค่าเฉลี่ยโดยรวม เท่ากับ 4.88 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานโดยรวม เท่ากับ 0.01 ซึ่งถือว่าแผนการจัดการเรียนรู้ดังกล่าวมีความเหมาะสมมากและสามารถนำไปใช้ได้ และ ปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ ดังนี้ 1) ควรปรับกระบวนการนำไปสู่การอภิปราย ของนักเรียนในชั้นเรียน โดยครูอาจเตรียมประเด็นคำถามเกี่ยวกับลักษณะสำคัญของกราฟแต่ละ ฟังก์ชัน และควรชวนนักเรียนพูดคุยเกี่ยวกับลักษณะของกราฟที่มีการเปลี่ยนแปลงค่าต่าง ๆ จะ ส่งผลต่อลักษณะของกราฟอย่างไร 2) ประเด็นการประเมินการนำเสนอตัวแทนความคิดทาง คณิตศาสตร์เพื่อสรุปคำตอบของปัญหา การตรวจสอบคำตอบเป็นวิธีการที่จะยืนยันข้อสรุปในการ สรุปคำตอบให้คำตอบนั้นมีความเหมาะสม ดังนั้นการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เพื่อสรุปคำตอบ จึงสามารถพิจารณาได้จากการเขียนข้อความ หรือสัญลักษณ์ได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม และสื่อความหมายได้อย่างชัดเจน

1.1.7 นำแผนการจัดการเรียนรู้มาปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำผู้เชี่ยวชาญ จากนั้นนำไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง

1.1.8 จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ฉบับสมบูรณ์

1.2 แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้

แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อใช้เป็นเครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้ โดยให้ผู้ร่วมสังเกตการณ์ซึ่งเป็นครูผู้เชี่ยวชาญด้านหลักสูตรและการสอน จะบันทึกประเด็น ปัญหา อุปสรรค ลักษณะของคำถามที่เหมาะสม และข้อเสนอแนะในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของผู้วิจัยแต่ละขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ ว่าสามารถช่วยส่งเสริมการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหรือไม่ อย่างไร เพื่อนำข้อมูลมาปรับปรุงการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัยในวงจรปฏิบัติการถัดไป มีขั้นตอนในการสร้างแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ ดังนี้

1.2.1 ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้

1.2.2 กำหนดขอบเขตการบันทึกการสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้

1.2.3 สร้างแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ โดยมีลักษณะเป็นแบบเขียนบันทึกประเด็นตามขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้นตอน ปัญหาและอุปสรรคแนวทางในการแก้ไขปรับปรุง และบันทึกพฤติกรรมของนักเรียนด้านการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ด้านการทำความเข้าใจปัญหา กระบวนการแก้ปัญหา และสรุปปัญหา เกิดจากบทบาทด้านใดของครู

1.2.4 นำแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาการศึกษา ค้นคว้าอิสระ และผู้เชี่ยวชาญชุดเดียวกับข้อ 1.1.6

1.2.5 นำแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้มาปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำผู้เชี่ยวชาญ จากนั้นนำไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาการศึกษา ค้นคว้าอิสระตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง

1.2.6 จัดทำแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ฉบับสมบูรณ์

2. เครื่องมือที่ใช้ในการประเมินประสิทธิภาพของการจัดการเรียนรู้ ได้แก่ แบบวัดการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

2.1 แบบวัดการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

แบบวัดการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเมื่อสิ้นสุดแผนการจัดการเรียนรู้ทั้ง 4 แผนการจัดการเรียนรู้ ซึ่งมีรูปแบบการเขียนตอบอิสระจำนวน 3 ข้อ ดังตาราง 8 โดยแต่ละข้อมีคำถามย่อย 3 ข้อ รวมคำถามย่อยทั้งหมด 9 ข้อ สำหรับให้นักเรียนทำเป็นรายบุคคล กำหนดเกณฑ์การวัดและประเมินการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากแบบวัดการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ มาตรวจและวิเคราะห์ข้อมูลด้วยเกณฑ์การให้คะแนนแบบแยกประเด็น (Analytic Scoring) ปรับปรุงจากเกณฑ์รูปรีด

สำหรับการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของ แพร่ไหม สามารถ (2555) แบ่งออกเป็น 3 ระดับคุณภาพ คือ ระดับดี ระดับพอใช้ และระดับปรับปรุง ซึ่งผู้วิจัยมีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

2.1.1 ผู้วิจัยศึกษาเนื้อหา เรื่อง ฟังก์ชัน จากหนังสือเรียน เอกสารประกอบการเรียน ตำราต่างประเทศ และแหล่งการเรียนรู้ที่เกี่ยวข้อง

2.1.2 ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

ตาราง 8 แสดงความสัมพันธ์ของการสร้างและใช้แบบวัดความสามารถในการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

เรื่อง	จุดประสงค์การเรียนรู้	สถานการณ์
ฟังก์ชันเชิงเส้น	- นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับฟังก์ชันเชิงเส้นได้ - นักเรียนสามารถนำเสนอ แสดง สัญลักษณ์ แผนภาพ รูปภาพ กราฟ หรือข้อความในการทำความเข้าใจปัญหา การแก้ปัญห และ การสรุปคำตอบ	ปัญหา SCUBA
ฟังก์ชันกำลังสอง	- นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับฟังก์ชันกำลังสองได้ - นักเรียนสามารถนำเสนอ แสดง สัญลักษณ์ แผนภาพ รูปภาพ กราฟ หรือข้อความในการทำความเข้าใจปัญหา การแก้ปัญห และ การสรุปคำตอบ	ปัญหา กลองขนม
ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล	- นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลได้ - นักเรียนสามารถนำเสนอ แสดง สัญลักษณ์ แผนภาพ รูปภาพ กราฟ หรือข้อความในการทำความเข้าใจปัญหา การแก้ปัญห และ การสรุปคำตอบ	ปัญหา กู้เงินจากธนาคาร

2.1.3 กำหนดกรอบการสร้างแบบวัดการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ 3 กระบวนการ ได้แก่

- ปัญหา
- 1) การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อทำความเข้าใจ
 - 2) การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อดำเนินการแก้ปัญหา
 - 3) การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อสรุปคำตอบของ
- ปัญหา

2.1.4 สร้างแบบวัดการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ซึ่งเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัยจำนวน 3 ข้อ โดยในแบบวัดได้ให้โจทย์ปัญหาแล้วให้นักเรียนเขียนตอบ

2.1.5 สร้างเกณฑ์ในการตรวจให้คะแนนแบบวัดการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ตามกรอบการสร้างแบบวัดการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ซึ่งสังเคราะห์ตามคำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย โดยยึดตามแนวคิดของแพรวไหม สามารถ (2555) นำมาปรับการให้ระดับตามเกณฑ์ดังตาราง 9

ตาราง 9 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนแบบแยกประเด็นตามระดับการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

ความสามารถในการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์	ระดับความสามารถ	คำอธิบาย
	สามารถนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการทำความเข้าใจปัญหาดี	นักเรียนสามารถขีดเขียน (วงกลม) ข้อความในใจไทยเขียนข้อความ สัญลักษณ์ แผนภาพความคิดเพื่อระบุสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบและเงื่อนไขของปัญหาได้อย่างเหมาะสม และสื่อความหมายชัดเจน
การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการทำความเข้าใจปัญหา	สามารถนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการทำความเข้าใจปัญหาพอใช้	นักเรียนสามารถขีดเขียน (วงกลม) ข้อความในใจไทยเขียนข้อความ สัญลักษณ์ แผนภาพความคิดเพื่อระบุสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบและเงื่อนไขของปัญหาไม่เหมาะสม แต่สื่อความหมายชัดเจน หรือสามารถขีดเขียน (วงกลม) ข้อความในใจไทย เขียนข้อความ สัญลักษณ์ แผนภาพความคิดเพื่อระบุสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบและเงื่อนไขของปัญหาได้อย่างเหมาะสม แต่สื่อความหมายไม่ชัดเจน
	สามารถนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการทำความเข้าใจปัญหาปรับปรุง	นักเรียนไม่สามารถขีดเขียน (วงกลม) ข้อความในใจไทยเขียนข้อความ สัญลักษณ์ แผนภาพความคิดเพื่อทำความเข้าใจปัญหา

ตาราง 9 (ต่อ)

ความสามารถในการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์	ระดับความสามารถ	คำอธิบาย
	สามารถนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการแสดงกระบวนการแก้ปัญหา	นักเรียนสามารถแสดงตัวแปร กราฟ หรือสมการ กระบวนการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม
การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการแสดงกระบวนการแก้ปัญหา	สามารถนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการแสดงกระบวนการแก้ปัญหา	นักเรียนสามารถแสดงตัวแปร กราฟ หรือสมการ กระบวนการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องแต่ไม่เหมาะสม หรือ สามารถแสดงตัวแปร กราฟ หรือสมการ กระบวนการแก้ปัญหาได้ไม่ถูกต้องแต่เหมาะสม
	สามารถนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการแสดงกระบวนการแก้ปัญหาปรับปรุง	นักเรียนไม่สามารถแสดงตัวแปร กราฟ หรือสมการ กระบวนการแก้ปัญหาได้
	สามารถนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการแสดงการสรุปคำตอบของปัญหา	นักเรียนสามารถเขียนข้อความ หรือสัญลักษณ์เพื่อสรุปคำตอบได้อย่างเหมาะสม และสื่อความหมายได้อย่างชัดเจน
การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการแสดงการสรุปคำตอบของปัญหา	สามารถนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาพอใช้	นักเรียนสามารถเขียนข้อความ หรือสัญลักษณ์เพื่อสรุปคำตอบไม่เหมาะสม แต่สื่อความหมายได้อย่างชัดเจน หรือสามารถเขียนข้อความ หรือสัญลักษณ์เพื่อสรุปคำตอบได้อย่างเหมาะสม แต่สื่อความหมายไม่ชัดเจน
	สามารถนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการแสดงการสรุปคำตอบของปัญหาปรับปรุง	นักเรียนไม่สามารถเขียนข้อความ หรือสัญลักษณ์เพื่อสรุปคำตอบได้ หรือสามารถเขียนข้อความ หรือสัญลักษณ์เพื่อสรุปคำตอบไม่เหมาะสม และสื่อความหมายไม่ชัดเจน

2.1.6 ผู้วิจัยนำแบบวัดการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์และเกณฑ์เสนออาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความเหมาะสม ให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแก้ไขแบบวัดการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

2.1.7 ผู้วิจัยนำแบบวัดการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิ ชุดเดียวกับข้อ 1.1.6 เพื่อตรวจสอบให้

ข้อเสนอแนะความตรงตามเนื้อหา ความถูกต้องของภาษา ความเหมาะสมของปัญหาในชีวิตจริง และข้อคำถาม

2.2 ใบกิจกรรม

ใบกิจกรรมที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อใช้ประกอบการจัดการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น ต้องเป็นงานทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนสามารถนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ได้หลากหลาย ตามกระบวนการการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา เพื่อดำเนินการแก้ปัญหา และเพื่อสรุปคำตอบของปัญหา โดยใบกิจกรรมจะเป็นส่วนหนึ่งของแผนการจัดการเรียนรู้และให้นักเรียนเขียนบันทึกทุกชั่วโมงที่มีการจัดการเรียนรู้ จำนวนทั้งหมด 11 ใบกิจกรรม ดังตาราง 11

ตาราง 10 แสดงงานทางคณิตศาสตร์ในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้

แผนที่	เรื่อง	ชั่วโมงที่	งานทางคณิตศาสตร์ (ใบกิจกรรม)
1	ฟังก์ชัน	1	พหุนาม
		2	Matchine
2	ฟังก์ชันเชิงเส้น	3	สมการเชิงเส้น
		4	รีมิกซ์ ฟังก์ชันเชิงเส้น
		5	โจทย์ประยุกต์ฟังก์ชันเชิงเส้น
3	ฟังก์ชันกำลังสอง	6	รูปแบบฟังก์ชันกำลังสอง
		7	รีมิกซ์ ฟังก์ชันกำลังสอง
		8	โจทย์ประยุกต์ฟังก์ชันกำลังสอง
4	ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล	9	ดอกเบี๋ยทบตัน
		10	รีมิกซ์ ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล
		11	Zombie

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการเก็บข้อมูลจากการจัดการเรียนรู้โดยมีขั้นตอนการดำเนินการ ดังนี้

1. ปฐมนิเทศและชี้แจงจุดประสงค์การจัดการเรียนรู้ให้กับนักเรียนที่เป็นผู้เข้าร่วมวิจัย

2. ดำเนินการจัดการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น ที่ส่งเสริมการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ในช่วงโมฆะปกติของโรงเรียน โดยใช้เวลาในการจัดการเรียนรู้ทั้งหมด 11 ชั่วโมง

3. ในระหว่างการทำกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนแต่ละกลุ่มจะร่วมกันศึกษาข้อมูลในการแก้ปัญหาที่กำหนด ระดมแนวคิดที่หลากหลาย และร่วมกันอภิปรายแลกเปลี่ยนแนวคิด ความคิดเห็นด้วยเหตุผลและข้อมูลทางคณิตศาสตร์ ในขณะที่ผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์ ซึ่งเป็นครูผู้เชี่ยวชาญด้านหลักสูตรและการสอน จะสังเกตและจดบันทึกการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ลงในแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ และกลุ่มของนักเรียนเขียนคำตอบหรือแสดงวิธีคิดลงในใบกิจกรรมเป็นรายกลุ่ม ตามที่ผู้วิจัยกำหนด

4. เมื่อเสร็จสิ้นการจัดการเรียนรู้ในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยจะนำผลที่ได้จากการจัดการเรียนรู้ทั้งหมดให้อาจารย์ที่ปรึกษาทำการสะท้อนผล เพื่อนำผลที่ได้ไปปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ในครั้งต่อไป

5. เมื่อดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครบทั้ง 4 แผนการจัดการเรียนรู้แล้ว ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบวัดการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เป็นรายบุคคล โดยใช้เวลาในการสอบ 1 ชั่วโมง

6. นำผลที่ได้จากการเก็บรวบรวมข้อมูลทั้งหมดไปทำการวิเคราะห์ข้อมูล คำนวณเป็นร้อยละของกลุ่มนักเรียนในแต่ละระดับ แล้วรายงานผลในรูปของความถี่ ร้อยละ และความเรียง

การวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูล ผู้วิจัยได้นำข้อมูลจากการเก็บรวบรวมข้อมูล จะแบ่งออกเป็น 2 ส่วนตามวัตถุประสงค์ ดังนี้

1. การศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น ที่ส่งเสริมการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ ซึ่งเป็นข้อมูลเชิงคุณภาพ และเป็นข้อมูลที่ได้จากผู้ร่วมสังเกตการณ์ โดยใช้การวิเคราะห์เชิงเนื้อหา (Content Analysis) เมื่อสิ้นสุดการจัดการเรียนรู้ในแต่ละวงจรปฏิบัติการ และวิเคราะห์ภาพรวมทั้งหมดอีกครั้ง เมื่อดำเนินการจัดการเรียนรู้ครบทั้ง 4 วงจรปฏิบัติการ มีรายละเอียดการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1.1 การจัดระเบียบข้อมูลเพื่อทำการวิเคราะห์และตีความ

1.2 การจัดระเบียบเนื้อหาของข้อมูลตามประเด็นที่ผู้วิจัยต้องการวิเคราะห์ ได้แก่

- 1) นักเรียนสามารถนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ตามกระบวนการในการทำความเข้าใจปัญหา กระบวนการแก้ปัญหา และสรุปคำตอบของปัญหาได้หรือไม่อย่างไร
- 2) ปัญหาหรืออุปสรรคที่พบจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ของผู้วิจัย
- 3) แนวทางการปรับปรุงแก้ไขปัญหาสำหรับการจัดการเรียนรู้ในครั้งต่อไปและนำข้อมูลไปปรับปรุงและพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้นในวงจรปฏิบัติการถัดไป

1.3 การแสดงข้อมูล เป็นการนำข้อมูลที่มีรหัสเดียวกันมาจัดกลุ่มให้เป็นหมวดหมู่เพื่อสะดวกต่อการวิเคราะห์และอภิปรายผล โดยข้อมูลที่ผู้วิจัยจัดกลุ่มนั้น ทั้งหมด 3 กลุ่ม ได้แก่ การเรียนรู้ของนักเรียน ปัญหาของกิจกรรม แนวทางการแก้ปัญหา เป็นต้น

1.4 การรายงานผลการดำเนินการวิจัย ได้แก่

- 1) ชั้นวางแผน เป็นการรายงานรายละเอียดที่ผู้วิจัยได้วางแผนและเตรียมการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในแต่ละวงจรปฏิบัติการ
- 2) ชั้นปฏิบัติการ เป็นการรายงานขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น ได้แก่ ชั้นการปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์ (Anticipating) ชั้นการปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ (Launching) ชั้นการปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Monitoring) ชั้นการปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน (Selecting and Sequencing) ชั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่ (Connecting)
- 3) ชั้นสังเกตการณ์ เป็นการรายงานผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ได้จากการจัดระเบียบข้อมูลโดยเขียนรายงานแยกเป็นประเด็น
- 4) ชั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ เป็นการรายงานแนวทางการปรับปรุงแก้ไขเพื่อนำไปปรับปรุงและพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้ตามแนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น ในวงจรปฏิบัติการต่อไปให้ดียิ่งขึ้น

1.5 ผู้วิจัยนำแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ที่ได้จากตัวผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์ ซึ่งเป็นผู้สอนในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มาดำเนินการตรวจสอบข้อมูลเชิงคุณภาพด้วยวิธีการสามเส้า (Triangulation) และตรวจสอบความสอดคล้องของข้อมูลเชิงคุณภาพด้วยการตรวจสอบสามเส้าแบบใช้แหล่งข้อมูลมากกว่าหนึ่งแหล่ง (Resource Triangulation) (สิรินภา กิจเกื้อกูล, 2557) เพื่อนำข้อมูลมาวิเคราะห์และพิจารณาผล

การดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในประเด็นที่สอดคล้องและเป็นไปในทิศทางเดียวกันหรือไม่
อย่างไร

2. การศึกษาผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น ที่ส่งเสริมการ
นำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ในการวิเคราะห์ข้อมูลนั้น ผู้วิจัยได้ใช้เครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูล ได้แก่ ใบ
กิจกรรม และแบบวัดการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งจะทำการ
วิเคราะห์ข้อมูลจากใบกิจกรรมเมื่อสิ้นสุดแต่ละวงจรปฏิบัติการ และจะวิเคราะห์ภาพรวมทั้งหมด
เมื่อดำเนินการจัดการเรียนรู้ครบทั้ง 4 วงจร จากนั้นนำผลการวิเคราะห์ข้อมูลทั้งสองแหล่งมา
เปรียบเทียบกันเพื่อตรวจสอบความสอดคล้องของผลการวิเคราะห์ข้อมูล โดยมีรายละเอียดการ
วิเคราะห์ดังนี้

2.1 การวิเคราะห์ข้อมูลจากใบกิจกรรม

2.1.1 ผู้วิจัยรวบรวมข้อมูลจากใบกิจกรรม โดยศึกษาจากร่องรอยการทำงานของ
นักเรียนจากใบกิจกรรม และการตอบคำถามในชั้นเรียน รวมถึงปัญหาและอุปสรรคที่พบขณะ
ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้การวิเคราะห์เนื้อหาเพื่อประกอบการอธิบายผลที่เกิดขึ้น
ระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

2.1.2 วิเคราะห์การเขียนคำตอบของนักเรียน โดยวิเคราะห์ข้อมูลด้วยเกณฑ์การให้
คะแนนแบบแยกประเด็น (Analytic Scoring) ตามกระบวนการของการนำเสนอตัวแทนความคิด
ทางคณิตศาสตร์ 3 กระบวนการ คือ การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อทำความเข้าใจ
เข้าใจปัญหา เพื่อดำเนินการแก้ปัญหา และเพื่อสรุปคำตอบของปัญหา ผู้วิจัยได้ปรับปรุงจากเกณฑ์
รูปรีคสำหรับการวัดการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของแพรวไหม สามารถ (2555)
แบ่งออกเป็น 3 ระดับ ได้แก่ ดี พอใช้ ควรปรับปรุง ตามลำดับที่ผู้วิจัยได้กำหนดดังตาราง 10

2.1.3 ผู้วิจัยเปรียบเทียบจำนวนนักเรียนในแต่ละระดับการนำเสนอตัวแทนความคิด
ทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากใบกิจกรรม ซึ่งถ้าหากจำนวนนักเรียนมากขึ้นในระดับที่ดีขึ้นตามใบ
กิจกรรมที่ได้จากวงจรปฏิบัติการที่ 1, 2, 3 และ 4 แสดงให้เห็นว่านักเรียนได้มีการพัฒนาการ
นำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ และแสดงให้เห็นว่าการจัดการเรียนรู้ตามขั้นการปฏิบัติ
5 ชั้น ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นสามารถพัฒนาการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้

2.2 การวิเคราะห์ข้อมูลจากแบบสะท้อนผลการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้

2.2.1 ผู้วิจัยนำแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ที่ได้จากตัวผู้วิจัยและผู้ร่วม
สังเกตการณ์ มาดำเนินการตรวจสอบข้อมูลเชิงคุณภาพด้วยวิธีการสามเส้า (Triangulation) และ

ตรวจสอบความสอดคล้องของข้อมูลเชิงคุณภาพด้วยการตรวจสอบสามเส้าแบบใช้แหล่งข้อมูลมากกว่าหนึ่งชนิด (Resource Triangulation)

2.2.2 นำข้อมูลที่ได้มาทำการวิเคราะห์เชิงเนื้อหา (Content Analysis) โดยการตรวจสอบจากผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์ว่าได้ข้อมูลที่เหมือนกันหรือแตกต่างกันอย่างไร เพื่อนำข้อมูลมาวิเคราะห์และพิจารณาผลการดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ว่าให้ข้อมูลในประเด็นที่สอดคล้องและเป็นไปในทิศทางเดียวกันหรือไม่ อย่างไร แล้วรายงานผลในรูปแบบของร้อยละและความเรียง

2.3 การวิเคราะห์ข้อมูลจากแบบวัดการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

2.3.1 ผู้วิจัยนำข้อมูลที่เก็บรวบรวมจากแบบวัดการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ มาวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ โดยรวบรวมข้อมูลจากร่องรอยการเขียนแสดงวิธีคิดในแบบการวัดการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ โดยใช้การวิเคราะห์เนื้อหาเพื่อประกอบการอธิบายผลที่เกิดขึ้นหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ตรวจสอบและวิเคราะห์ข้อมูลด้วยเกณฑ์การให้คะแนนแบบแยกประเด็น (Analytic Scoring) ปรับปรุงจากเกณฑ์ธุรกิจสำหรับการวัดการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของแพรวไหม สยามารต (2555) เช่นเดียวกับใบกิจกรรม โดยแบ่งออกเป็น 3 ระดับ ได้แก่ ระดับดี ระดับพอใช้ และระดับปรับปรุง ตามลำดับ

2.3.2 ผู้วิจัยทำการรวบรวมคะแนนเพื่อจัดระดับการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ตามเกณฑ์ที่ผู้วิจัยได้กำหนดขึ้น

2.3.3 ผู้วิจัยเปรียบเทียบจำนวนนักเรียนในแต่ละระดับของการวัดการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากใบกิจกรรม เรื่อง ฟังก์ชัน มาเปรียบเทียบเพื่อตรวจสอบความสอดคล้องและทิศทางของข้อมูล หากผลคะแนนของนักเรียนเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด แสดงให้เห็นว่านักเรียนได้มีการพัฒนาการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ และแสดงให้เห็นว่าการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นสามารถพัฒนาการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้เมื่อดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูลจากใบกิจกรรม และแบบวัดการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เรียบร้อยแล้ว ผู้วิจัยทำการตรวจสอบข้อมูลเชิงคุณภาพด้วยวิธีการสามเส้า (Triangulation) แบบใช้เครื่องมือวิจัยมากกว่าหนึ่งชนิด (Methodological Triangulation) เมื่อทำการวิเคราะห์และพิจารณาผลการพัฒนาการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนว่าเป็นไปในทิศทางเดียวกันหรือไม่ อย่างไร

บทที่ 4

ผลการวิจัย

การวิจัยเชิงปฏิบัติการเพื่อพัฒนาการจัดการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น ที่ส่งเสริมการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 แบ่งออกเป็น 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 แนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น ที่ส่งเสริมการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ตอนที่ 2 ผลการจัดการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น ที่ส่งเสริมการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ตอนที่ 1 แนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น ที่ส่งเสริมการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

งานวิจัยครั้งนี้ใช้รูปแบบการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน ดำเนินการตามแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น จำนวน 4 แผนการจัดการเรียนรู้ แผนการจัดการเรียนรู้จะหนึ่งวงจร รวมทั้งสิ้น 4 วงจรปฏิบัติการ แต่ละวงจรประกอบไปด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นวางแผน (Plan) ขั้นปฏิบัติการ (Act) ขั้นสังเกตการณ์ (Observe) และขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ (Reflect) รวมเวลาทั้งหมด 11 ชั่วโมง สำหรับแต่ละวงจรปฏิบัติการมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. วงจรปฏิบัติการที่ 1 เรื่อง ฟังก์ชัน

1.1 ขั้นที่ 1 ขั้นวางแผน (Plan)

ผู้วิจัยพบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่เรียนเรื่อง ฟังก์ชัน มีปัญหาทางด้านความหมาย สัญลักษณ์ การแสดงแทนของฟังก์ชัน และการนำไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ต่าง ๆ เมื่อนักเรียนเจอสถานการณ์หรือโจทย์ปัญหาที่ไม่คุ้นเคยจะไม่สามารถแปลความจากสถานการณ์หรือโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปอย่างง่ายได้ เนื่องจากนักเรียนไม่สามารถทำความเข้าใจ และวิเคราะห์สถานการณ์ได้ ขาดการเชื่อมโยงสถานการณ์กับปัญหาในชีวิตจริง จึงส่งผลให้การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนพัฒนาไปได้ช้า และการจัดการเรียนรู้ตามหลักสูตรของโรงเรียน ตามหลักสูตรรายวิชาคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน 2 รหัสวิชา ค31102 มีเนื้อหามาก และการทำความเข้าใจแต่ละหัวข้อต้องให้เวลาค่อนข้างมาก ทำให้

ผู้วิจัยต้องเร่งรัดสอนให้สอดคล้องกับเวลาและบริบทของโรงเรียนและนักเรียน จึงทำให้นักเรียนไม่มีโอกาสทำความเข้าใจและลงมือทำด้วยตนเองที่มากพอ

สภาพปัญหาข้างต้น ผู้วิจัยได้ออกแบบและวางแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น เพื่อส่งเสริมการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ทั้งหมด 4 แผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 11 ชั่วโมง โดยแต่ละแผนประกอบด้วย 5 ขั้น ได้แก่

ขั้นการปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์

ขั้นการปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์

ขั้นการปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ขั้นการปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน

ขั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่

และมีแผนการจัดการเรียนรู้ ดังต่อไปนี้

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ฟังก์ชัน จำนวน 2 ชั่วโมง

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง ฟังก์ชันเชิงเส้น จำนวน 3 ชั่วโมง

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ฟังก์ชันกำลังสอง จำนวน 3 ชั่วโมง

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล จำนวน 3 ชั่วโมง

โดยแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้มีรายละเอียด ดังต่อไปนี้

1) แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ฟังก์ชัน เป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยกำหนดงานทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับ ความหมายของฟังก์ชัน โดเมนและเรนจ์ ให้นักเรียนได้ศึกษาวิเคราะห์ด้วยแนวคิดของตนเอง สู่แนวคิดกลุ่มย่อย และแลกเปลี่ยนแนวคิดในชั้นเรียน โดยมีจุดมุ่งหมายให้นักเรียนได้เรียนรู้แบบสืบสอบผ่านกระบวนการสำรวจ อภิปราย แก้ปัญหาและสรุปเป็นความรู้ใหม่ด้วยตนเอง ซึ่งประกอบด้วย 2 งาน ได้แก่ "พร้อมจ่าย" เป็นสถานการณ์ปัญหาให้นักเรียนได้สืบสอบ แก้ปัญหาและอภิปรายจนสามารถสรุปเป็นความรู้ใหม่ด้วยตนเองเกี่ยวกับความหมายของฟังก์ชัน "Machine" เป็นงานทางคณิตศาสตร์ที่ให้นักเรียนร่วมกันสืบสอบแก้ปัญหา โดยใช้ความรู้พื้นฐานเดิมเกี่ยวกับจำนวนจริง อภิปรายจนสรุปเป็นความรู้ใหม่เกี่ยวกับโดเมนและเรนจ์

2) แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง ฟังก์ชันเชิงเส้น เป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยกำหนดงานทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับฟังก์ชันเชิงเส้นให้นักเรียนได้ศึกษา วิเคราะห์ด้วยแนวคิดของตนเอง สู่แนวคิดกลุ่มย่อย และแลกเปลี่ยนแนวคิดในชั้นเรียน โดยมีจุดมุ่งหมายให้นักเรียนได้

เรียนรู้แบบสืบสอบผ่านกระบวนการสำรวจ อภิปราย แก้ปัญหาและสรุปเป็นความรู้ใหม่ด้วยตนเอง ซึ่งประกอบด้วย 3 งาน ได้แก่ "ฟังก์ชันเชิงเส้น" เป็นสถานการณ์ปัญหาให้นักเรียนได้สืบสอบ แก้ปัญหาและอภิปรายจนสามารถสรุปเป็นความรู้ใหม่ด้วยตนเองเกี่ยวกับความหมายของฟังก์ชันเชิงเส้น "รีมิกส์ ฟังก์ชันเชิงเส้น" เป็นงานทางคณิตศาสตร์ให้นักเรียนได้สืบสอบ แก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องสมการ และกราฟของเส้นตรง โดยนักเรียนสามารถใช้อุปกรณ์ หรือเครื่องคำนวณเชิงกราฟช่วยในการแก้ปัญหาได้ และอภิปรายจนสรุปเป็นความรู้ใหม่เกี่ยวกับลักษณะกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้น "โจทย์ปัญหาฟังก์ชันเชิงเส้น" เป็นสถานการณ์ปัญหาที่ต้องใช้ความรู้เกี่ยวกับฟังก์ชันเชิงเส้นในการแก้ปัญหาสถานการณ์ดังกล่าว

3) แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ฟังก์ชันกำลังสอง เป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยกำหนดงานทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับฟังก์ชันกำลังสองให้นักเรียนได้ศึกษา วิเคราะห์ด้วยแนวคิดของตนเอง สู่แนวคิดกลุ่มย่อย และแลกเปลี่ยนแนวคิดในชั้นเรียน โดยมีจุดมุ่งหมายให้นักเรียนได้เรียนรู้แบบสืบสอบผ่านกระบวนการสำรวจ อภิปราย แก้ปัญหาและสรุปเป็นความรู้ใหม่ด้วยตนเอง ซึ่งประกอบด้วย 3 งาน ได้แก่ "รูปแบบฟังก์ชันกำลังสอง" เป็นงานทางคณิตศาสตร์ให้นักเรียนได้สืบสอบ แก้ปัญหาโดยใช้ความรู้พื้นฐานเดิมเรื่องกำลังสองสมบูรณ์ และอภิปรายจนสามารถสรุปเป็นความรู้ใหม่ด้วยตนเองเกี่ยวกับรูปแบบของฟังก์ชันกำลังสอง "รีมิกส์ ฟังก์ชันกำลังสอง" เป็นงานทางคณิตศาสตร์ให้นักเรียนได้สืบสอบ แก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องสมการ และกราฟของพาราโบลา โดยนักเรียนสามารถใช้อุปกรณ์ หรือเครื่องคำนวณเชิงกราฟช่วยในการแก้ปัญหาได้ และอภิปรายจนสรุปเป็นความรู้ใหม่เกี่ยวกับลักษณะกราฟของฟังก์ชันกำลังสอง "โจทย์ปัญหาฟังก์ชันกำลังสอง" เป็นสถานการณ์ปัญหาที่ต้องใช้ความรู้เกี่ยวกับฟังก์ชันกำลังสองในการแก้ปัญหาสถานการณ์ดังกล่าว

4) แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล เป็นกิจกรรมการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยกำหนดงานทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลให้นักเรียนได้ศึกษา วิเคราะห์ด้วยแนวคิดของตนเอง สู่แนวคิดกลุ่มย่อย และแลกเปลี่ยนแนวคิดในชั้นเรียน โดยมีจุดมุ่งหมายให้นักเรียนได้เรียนรู้แบบสืบสอบผ่านกระบวนการสำรวจ อภิปราย แก้ปัญหาและสรุปเป็นความรู้ใหม่ด้วยตนเอง ซึ่งประกอบด้วย 3 งาน ได้แก่ "ดอกเบี๊ยทบตัน" เป็นงานทางคณิตศาสตร์ให้นักเรียนได้สืบสอบ แก้ปัญหาโดยใช้ความรู้พื้นฐานเดิมเรื่องเลขยกกำลัง และอภิปรายจนสามารถสรุปเป็นความรู้ใหม่ด้วยตนเองเกี่ยวกับรูปแบบของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล "รีมิกส์ ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล" เป็นงานทางคณิตศาสตร์ให้นักเรียนได้สืบสอบ แก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่องสมการ และกราฟ โดยนักเรียนสามารถใช้อุปกรณ์ หรือเครื่องคำนวณเชิงกราฟช่วยใน

การแก้ปัญหาได้ และอภิปรายจนสรุปเป็นความรู้ใหม่เกี่ยวกับลักษณะกราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล "Zombie" เป็นสถานการณ์ปัญหาที่ต้องใช้ความรู้เกี่ยวกับฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลในการแก้ปัญหาสถานการณ์ดังกล่าว

1.2 ชั้นที่ 2 ชั้นปฏิบัติการ (Act)

ชั้นปฏิบัติการเป็นการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น ใช้เวลาทั้งหมด 2 ชั่วโมง มีรายละเอียดแต่ละชั้นดังนี้

ชั้นการปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยออกแบบหรือคัดเลือกงานทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับ ฟังก์ชัน (หัวข้อความหมายของฟังก์ชัน และโดเมนและเรนจ์) ที่ต้องอาศัยความรู้ ความเข้าใจและทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการทำงาน และทำการคาดการณ์พฤติกรรมการเรียนรู้และการตอบสนองของนักเรียนต่องานทางคณิตศาสตร์นั้น รวมถึงคาดการณ์วิธีคิดและข้อผิดพลาดของนักเรียนที่เกิดจากการทำงานทางคณิตศาสตร์

ชั้นการปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยจะนำเสนองานทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับฟังก์ชัน ด้วยวิธีการที่น่าสนใจและท้าทายให้นักเรียนมีส่วนร่วมกับกิจกรรม และกระตุ้นให้นักเรียนทำความเข้าใจเงื่อนไขสำคัญต่างๆ ของปัญหาของงานทางคณิตศาสตร์นั้น

ชั้นการปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันระดมสมองและแลกเปลี่ยนการเรียนรู้ เพื่อพิจารณาให้ความเห็น สนับสนุน โต้แย้ง และตัดสินใจเลือกแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหา รวมทั้งระบุเหตุผลที่เหมาะสม เพื่อนำมาใช้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จนได้คำตอบของปัญหา ผู้วิจัยคอยกำกับและติดตามแนวคิดหรือวิธีการรวมถึงพฤติกรรมการเรียนรู้ต่าง ๆ ขณะที่นักเรียนลงมือทำงานทางคณิตศาสตร์ โดยเน้น 3 เรื่อง ได้แก่ ความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ แนวคิดหรือวิธีการที่นำมาใช้ และพฤติกรรมการเรียนรู้ที่นักเรียนแสดงออกต่องานทางคณิตศาสตร์ รวมถึงจดบันทึกแนวคิดหรือวิธีการต่าง ๆ ที่น่าสนใจเพื่อนำไปคัดเลือกและกำหนดเป็นประเด็นการอภิปราย

ชั้นการปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน

ผู้วิจัยทำการคัดเลือกแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียนจากข้อมูลที่ได้บันทึกในชั้นการปฏิบัติที่ 3 เพื่อกำหนดเป็นประเด็นการอภิปรายโดยเลือกให้ครอบคลุมทั้งแนวคิดหรือวิธีการทั้ง

ที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาด รวมถึงแนวคิดหรือวิธีการที่หลากหลาย ซึ่งเพียงพอในการสรุปเป็นความคิดรวบยอด

ขั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่

นักเรียนจะเป็นผู้นำเสนอและอธิบายแนวคิดหรือวิธีการของตนเองหรือกลุ่มตามลำดับที่ครูกำหนดไว้ในขั้นการปฏิบัติที่ 4 นักเรียนอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียนเพื่อแลกเปลี่ยนความรู้ แนวคิดหรือวิธีการและเหตุผลเพื่อหาข้อสรุปในแต่ละประเด็น ผู้วิจัยใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนพิจารณาเปรียบเทียบแนวคิดหรือวิธีการจากข้อสรุปต่าง ๆ และเชื่อมโยงไปสู่การสรุปเป็นความรู้ใหม่

1.3 ขั้นที่ 3 ขั้นสังเกตการณ์ (Observe)

ขั้นสังเกตการณ์เป็นการเก็บรวบรวมข้อมูลระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น ที่ส่งเสริมการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยเก็บรวบรวมข้อมูลจากแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์จัดการเรียนรู้ และเก็บรวบรวมข้อมูลจากการทำใบกิจกรรมเป็นรายกลุ่มโดยมีประเด็นดังนี้

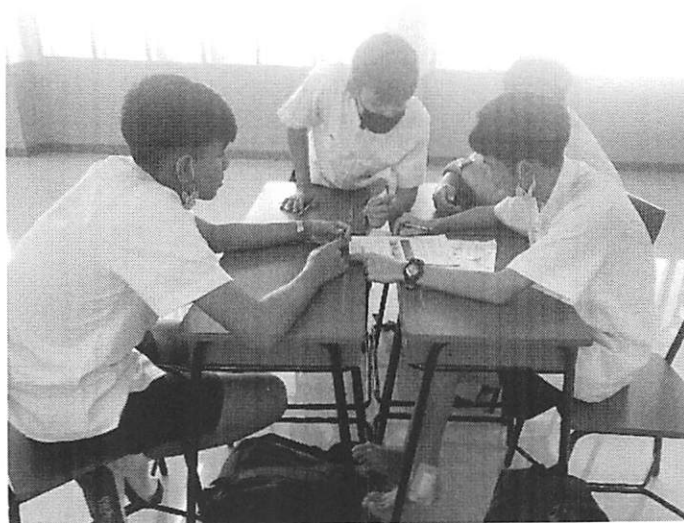
ขั้นการปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์

เมื่อนักเรียนอ่านสถานการณ์ปัญหา "พร้อมจ่าย" แล้ว นักเรียนแต่ละกลุ่มให้ความสนใจในสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยนักเรียนบางกลุ่มร่วมกันอ่านสถานการณ์บางกลุ่มเมื่ออ่านสถานการณ์แล้วเกิดข้อสงสัยก็จะส่งต่อให้คนอื่นในกลุ่มอ่านและร่วมกันทำความเข้าใจสถานการณ์ โดยบางกลุ่มถามครูว่า "สามารถขีดเขียนร่องรอยลงบนสถานการณ์ได้หรือไม่" จากนั้นนักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันตอบคำถามและอภิปรายร่วมกับผู้วิจัยเป็นกลุ่มย่อย

เมื่อ $f(x)$ แทน ความเร็วเชิงมุม
 g แทน ค่าความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก
 x แทน ความยาวของเชือก

วิศวกรคนที่ 1 ได้ตั้งค่าในการนำข้อมูลเข้า (ความยาวของเชือก) ว่าสามารถนำข้อมูลได้ทั้งจำนวนเต็ม และทศนิยม แต่ในขณะที่เดียวกับวิศวกรคนที่ 2 บอกว่าไม่สามารถตั้งค่าดังกล่าวได้ เนื่องจากเครื่องจักรจะไม่สามารถนำข้อมูลเข้าดังกล่าว (จำนวนเต็ม และทศนิยม) ได้ทั้งหมด

ภาพ 4 แสดงการนำเสนอตัวแทนความคิดในการทำความเข้าใจปัญหา



ภาพ 5 แสดงกิจกรรมกลุ่มที่นักเรียนกำลังร่วมกันทำความเข้าใจปัญหา แสดงถึงความตั้งใจและร่วมกันวิเคราะห์การจัดการเรียนรู้ในขั้นนี้

นักเรียนทำความเข้าใจปัญหาโดยการขีดเขียน วาดรูป หรือขีดเส้นใต้เงื่อนไข และคำสำคัญในใบกิจกรรม ดังภาพ 4 จากนั้นนักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันตอบคำถามและอภิปราย ร่วมกันเกี่ยวกับสถานการณ์ในใบกิจกรรม "พร้อมจ่าย" ดังภาพ 5

ขั้นการปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

นักเรียนแต่ละกลุ่มได้ร่วมสนทนา อภิปรายเกี่ยวกับปัญหา แต่ยังมีนักเรียนบางกลุ่มที่ไม่สามารถทำความเข้าใจปัญหาได้ เนื่องจากสมาชิกในกลุ่มมีความเข้าใจที่ไม่ตรงกัน โดยพบว่า ในช่วงแรกนักเรียนเข้าใจว่าสถานการณ์ที่กำหนดให้มีคำตอบที่ถูกต้องเพียงคำตอบเดียว จึงทำให้นักเรียนมีข้อโต้แย้งภายในกลุ่มย่อย ซึ่งแนวคิดของนักเรียนแต่ละคนไม่เหมือนกันและต้องเลือกแนวคิดของกลุ่มเพื่อแสดงลงในใบกิจกรรม ครูจึงต้องใช้คำถาม ให้นักเรียนตรวจสอบแนวคิดของตนเองเพื่อช่วยเหลือในการทำงานของนักเรียน เช่น

ปัญหา : หมายเลขโทรศัพท์ 1 หมายเลข สามารถผูกกับบัญชีเงินฝากธนาคารเพียง 1 บัญชี และบัญชีเงินฝากธนาคาร 1 บัญชี สามารถผูกกับหมายเลขโทรศัพท์เพียง 1 หมายเลขเท่านั้น ถ้ามีหมายเลขโทรศัพท์ 3 หมายเลข ผูกกับบัญชีเงินฝากธนาคาร 2 บัญชี ต้องการนำบัญชีเงินฝากธนาคารที่มีอยู่ผูกกับหมายเลขโทรศัพท์ให้ครบทุกหมายเลข สามารถทำได้หรือไม่อย่างไร

(เมื่อครูสังเกตเห็นว่านักเรียนมีข้อโต้แย้งเกิดขึ้น และไม่สามารถสรุปเป็นแนวคิดของกลุ่มได้)

- นักเรียน 1 : ครูคะ หนูคิดว่ามันไม่สามารถทำได้ค่ะ
- นักเรียน 2 : ครูคะ หนูคิดว่าหนูสามารถทำได้ค่ะ
- ครู : จั้นแต่ละคนลองอธิบายแนวคิดให้ครูได้ไหมคะ
- นักเรียน 1 : หนูคิดว่าไม่สามารถทำได้ เพราะเรามีหมายเลขโทรศัพท์ 3 หมายเลข และบัญชีเงินฝากธนาคาร 2 บัญชี ถ้าต้องการนำบัญชีเงินฝากธนาคารที่มีอยู่ผูกกับหมายเลขโทรศัพท์ให้ครบทุกหมายเลข ซึ่งบัญชีเงินฝากธนาคารมีไม่เพียงพอ
- นักเรียน 2 : จากแนวคิดของเพื่อนหนูคิดว่าถ้าหนูเป็นพนักงาน หนูจะหาแนวทางการแก้ไขให้เค้าค่ะ โดยหนูจะแนะนำให้เค้าเปิดบัญชีเงินฝากธนาคารเพิ่ม 1 บัญชี เพื่อให้เพียงพอกับหมายเลขโทรศัพท์ที่เค้ามีอยู่ค่ะ
- นักเรียน 3 : กลุ่มอื่นเค้าคิดว่าไม่สามารถทำได้หมดเลย
- ครู : นักเรียนคิดว่าแนวทางไหนจะสามารถตอบปัญหาของนักเรียนได้
- นักเรียน 1, 2 : การแนะนำให้เปิดบัญชีธนาคาร
- นักเรียน 3 : ใช่ ไม่เหมือนกลุ่มอื่นด้วย
- (แล้วนักเรียนดำเนินการแสดงวิธีทำต่อ)

ขั้นการปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของ

นักเรียน

ผู้วิจัยได้จัดลำดับการอภิปราย โดยนักเรียนที่มีแนวคิดสอดคล้องกับปัญหาแต่ไม่ได้ใช้หลักการทางคณิตศาสตร์ ได้นำเสนอก่อน และนักเรียนที่มีแนวคิดใช้หลักการทางคณิตศาสตร์ในการดำเนินการแก้ไขปัญหาแต่ยังไม่ถูกต้อง ได้นำเสนอเป็นกลุ่มถัดมา และนักเรียนกลุ่มที่มีแนวคิดพิจารณาสมการกรณีที่สองที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง ได้อธิบายขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหา และอภิปรายงานของตนเองตามลำดับดังกล่าว

ขั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่

ความรู้ใหม่

นักเรียนนำเสนอและอธิบายแนวคิดและวิธีการ กลุ่มแรก ๆ ที่นำเสนอ นักเรียนจะนำเสนอวิธีการเท่านั้น แต่นักเรียนที่นำเสนอตั้งแต่กลุ่มที่ 4 เป็นต้นไปเริ่มที่จะหาแนวคิดหรือวิธีการที่มีความแตกต่างจากกลุ่มที่นำเสนอ เพื่อให้แนวคิดของตนเองโดดเด่นขึ้นมา ซึ่งกลุ่มที่

นำเสนอกลุ่มสุดท้ายจะอธิบายแนวคิดและเสริมข้อมูลให้กับกลุ่มที่นำเสนอก่อนหน้านี้ ทำให้นักเรียนได้พัฒนาแนวคิดหรือวิธีการไปที่ละขั้นตอนจนสมบูรณ์

1.4 ขั้นที่ 4 ขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ (Reflect)

ผู้วิจัยสรุปปัญหาในชั้นเรียนและแนวทางการปรับปรุงในแต่ละขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ของวงจรปฏิบัติการที่ 1 ดังแสดงในตาราง 11

ตาราง 11 สรุปปัญหาที่พบในชั้นเรียนและแนวทางการปรับปรุงในแต่ละขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ของวงจรปฏิบัติการที่ 1

ขั้นตอน	ปัญหาที่พบในชั้นเรียน	แนวทางการปรับปรุง
ขั้นการปฏิบัติที่ 1	การคาดการณ์แนวคิดของนักเรียนที่นำมาใช้ยังไม่ครอบคลุมทั้งหมด	ผู้วิจัยปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้เพิ่มเติมการคาดการณ์แนวคิดของนักเรียนตามที่พบจริงในห้องเรียน
	งานทางคณิตศาสตร์เป็นงานที่ไม่ส่งเสริมให้นักเรียนแสดงแนวคิดที่หลากหลายในการแก้ปัญหา	ผู้วิจัยพัฒนาปัญหาให้เน้นการใช้คำถามปลายเปิดหรือมีการวิธีการหาคำตอบที่หลากหลาย
ขั้นการปฏิบัติที่ 2	นักเรียนไม่เข้าใจสถานการณ์จากใบกิจกรรม	ผู้วิจัยอธิบายซ้ำอีกรอบ และอธิบายขยายความปัญหาให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจมากขึ้น
ขั้นการปฏิบัติที่ 3	นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาได้จนสำเร็จ เนื่องจากขาดความเข้าใจในงานทางคณิตศาสตร์และแนวคิดหรือวิธีการที่โต้แย้งกันภายในกลุ่มย่อยจึงไม่สามารถสรุปเป็นแนวคิดของกลุ่มได้	ผู้วิจัยใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนตรวจสอบแนวคิดของตนเอง และเลือกแนวคิดด้วยตนเอง แนะนำ ยกตัวอย่าง ถาม-ตอบ ให้นักเรียนได้นำความรู้พื้นฐานมาช่วยในการสำรวจงานทางคณิตศาสตร์จนสามารถแก้ปัญหาและทำความเข้าใจปัญหา
	นักเรียนส่วนใหญ่ไม่ได้ให้ความสำคัญกับการขีดเขียนข้อความสำคัญในปัญหาและการทำความเข้าใจปัญหา	ผู้วิจัยใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนตรวจสอบแนวคิดของตนเอง และเลือกแนวคิดด้วยตนเอง แนะนำ ยกตัวอย่าง ถาม-ตอบ ให้นักเรียนได้นำความรู้พื้นฐานมาช่วยในการสำรวจงานทางคณิตศาสตร์จนสามารถแก้ปัญหาและทำความเข้าใจปัญหา

ตาราง 11 (ต่อ)

ขั้นตอน	ปัญหาที่พบในชั้นเรียน	แนวทางการปรับปรุง
	นักเรียนเขียนแสดงวิธีทำ หรือแสดงแนวคิดหรือวิธีการไม่เป็น ไม่เข้าใจ คำถามย่อยในใบกิจกรรมมาให้เขียนตอบอย่างไร	
ขั้นการปฏิบัติที่ 4	นักเรียนกลุ่มที่มีแนวคิดที่คล้ายกัน เมื่อออกมานำเสนอแล้วแนวคิดเหมือนกับกลุ่มก่อนหน้าทำให้นักเรียนไม่อยากนำเสนอ	ผู้วิจัยควรคัดเลือกเฉพาะกลุ่มที่มีแนวคิดที่แตกต่างกันที่ช่วยให้เกิดการอภิปรายตามความคิดรวบยอดของหัวข้อนั้น ๆ นำเสนอ โดยไม่ต้องให้นักเรียนนำเสนอทุกกลุ่ม
ขั้นการปฏิบัติที่ 5	นักเรียนนำเสนอแนวทางการแก้ปัญหาที่ยังไม่ชัดเจน ขาดการสรุปคำตอบ	ผู้วิจัยใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงแนวคิดในการแก้ปัญหาเพิ่มเติม ที่ละขั้นตอน และสามารถสรุปคำตอบได้

2. วงจรปฏิบัติการที่ 2 เรื่อง ฟังก์ชันเชิงเส้น

จากผลการสะท้อนผลการปฏิบัติในวงจรปฏิบัติการที่ 1 ทำให้ผู้วิจัยได้นำแนวทางการปรับปรุงและพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้โดยแนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้นที่ส่งเสริมการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ โดยมีรายละเอียดดังนี้

2.1 ขั้นที่ 1 ขั้นวางแผน (Plan)

ผู้วิจัยนำผลการสะท้อนผลการปฏิบัติในวงจรปฏิบัติการที่ 1 มาปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ฟังก์ชันเชิงเส้น โดยเลือกงานทางคณิตศาสตร์ให้มีความชัดเจนและมีแนวคิดที่หลากหลาย เพิ่มการกระตุ้นให้นักเรียนใช้ความรู้เดิม โดยที่มีการตรวจสอบความรู้เดิมนั้นว่ามีความถูกต้องก่อนที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

2.2 ขั้นที่ 2 ขั้นปฏิบัติการ (Act)

ผู้วิจัยได้นำผลการสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 มาปรับปรุงและพัฒนาการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัยในวงจรปฏิบัติการที่ 2 ให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

โดยการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น เรื่อง ฟังก์ชันเชิงเส้น ใช้เวลาทั้งหมด 3 ชั่วโมง มีรายละเอียดแต่ละขั้นดังนี้

ขั้นการปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยออกแบบหรือคัดเลือกงานทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับ ฟังก์ชันเชิงเส้น (นิยามของฟังก์ชันเชิงเส้น ลักษณะกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้น และโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับฟังก์ชันเชิงเส้น) ที่ต้องอาศัยความรู้ ความเข้าใจและทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการทำงาน และทำการคาดการณ์พฤติกรรมการเรียนรู้และการตอบสนองของนักเรียนต่องานทางคณิตศาสตร์นั้น รวมถึงคาดการณ์วิธีคิดและข้อผิดพลาดของนักเรียนที่เกิดจากการทำงานทางคณิตศาสตร์

ขั้นการปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยจะนำเสนองานทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับฟังก์ชันเชิงเส้น ด้วยวิธีการที่ น่าสนใจและท้าทายให้นักเรียนมีส่วนร่วมกับกิจกรรม และกระตุ้นให้นักเรียนทำความเข้าใจเงื่อนไขสำคัญต่าง ๆ ของปัญหาของงานทางคณิตศาสตร์นั้น โดยเมื่อมีนักเรียนที่ยังไม่เข้าใจหรือไม่สนใจเท่าที่ควร ผู้วิจัยอธิบายซ้ำอีกรอบ และอธิบายขยายความปัญหาให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจมากขึ้น

ขั้นการปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันระดมสมองและแลกเปลี่ยนการเรียนรู้ เพื่อพิจารณาให้ความเห็น สนับสนุน โต้แย้ง และตัดสินใจเลือกแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหา รวมทั้งระบุเหตุผลที่เหมาะสม เพื่อนำมาใช้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จนได้คำตอบของปัญหา ผู้วิจัยคอยกำกับและติดตามแนวคิดหรือวิธีการรวมถึงพฤติกรรมการเรียนรู้ต่าง ๆ ขณะที่นักเรียนลงมือทำงานทางคณิตศาสตร์ โดยเน้น 3 เรื่อง ได้แก่ ความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ แนวคิดหรือวิธีการที่นำมาใช้ และพฤติกรรมการเรียนรู้ที่นักเรียนแสดงออกต่องานทางคณิตศาสตร์ รวมถึงจุดบันทึกแนวคิดหรือวิธีการต่าง ๆ ที่น่าสนใจเพื่อนำไปคัดเลือกและกำหนดเป็นประเด็นการอภิปราย โดยในวงจรปฏิบัติการที่ 2 นี้ ผู้วิจัยเน้นใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนตรวจสอบแนวคิดของตนเองและเลือกแนวคิดด้วยตนเอง แนะนำ ยกตัวอย่าง ถาม-ตอบ ให้นักเรียนได้นำความรู้พื้นฐานมาช่วยในการสำรวจงานทางคณิตศาสตร์จนสามารถแก้ปัญหาทางงานทางคณิตศาสตร์นั้นได้จนสำเร็จ

ขั้นการปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน

ผู้วิจัยทำการคัดเลือกแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียนจากข้อมูลที่ได้นำบันทึกในขั้นการปฏิบัติที่ 3 เพื่อกำหนดเป็นประเด็นการอภิปรายโดยเลือกให้ครอบคลุมทั้งแนวคิดหรือวิธีการทั้งที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาด รวมถึงแนวคิดหรือวิธีการที่หลากหลาย โดยที่ผู้วิจัยคัดเลือกเฉพาะกลุ่มที่มีแนวคิดที่แตกต่างกันที่ช่วยให้เกิดการอภิปรายตามความคิดรวบยอดของหัวข้อนั้น ๆ นำเสนอ โดยไม่ต้องให้นักเรียนนำเสนอทุกกลุ่มเหมือนในวงจรปฏิบัติการที่ 1

ขั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่

นักเรียนจะเป็นผู้นำเสนอและอธิบายแนวคิดหรือวิธีการของตนเองหรือกลุ่มตามลำดับที่ครูกำหนดไว้ในขั้นการปฏิบัติที่ 4 นักเรียนอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียนเพื่อแลกเปลี่ยนความรู้ แนวคิดหรือวิธีการและเหตุผลเพื่อหาข้อสรุปในแต่ละประเด็น ผู้วิจัยใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนพิจารณาเปรียบเทียบแนวคิดหรือวิธีการจากข้อสรุปต่าง ๆ และเชื่อมโยงไปสู่การสรุปเป็นความรู้ใหม่

2.3 ขั้นที่ 3 ขั้นสังเกตการณ์ (Observe)

ผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์ช่วยกันสังเกตและจดบันทึกสิ่งที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนระหว่างการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น ลงในแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ ได้ผลการสังเกตดังนี้

ขั้นการปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์

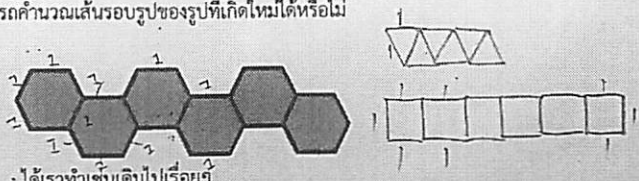
นักเรียนแต่ละกลุ่มทำความเข้าใจปัญหา โดยการขีดเขียน นักเรียนบางคนมีการวาดรูปเพื่อทำความเข้าใจงานทางคณิตศาสตร์ในใบกิจกรรม "สมการเชิงเส้น" โดยนักเรียนวาดรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า สี่เหลี่ยมด้านเท่าที่วางเรียงกันในแนวตรง และเมื่อนักเรียนวาดรูปเสร็จทำให้นักเรียนสรุปได้ว่าห้าเหลี่ยมด้านเท่า และหกเหลี่ยมด้านเท่าก็เป็นเช่นเดียวกันดังภาพ 6

ใบกิจกรรม “ สมการเชิงเส้น ”

กำหนดให้ รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า สีเหลี่ยมจัตุรัส ห้าเหลี่ยมด้านเท่า และหกเหลี่ยมด้านเท่า โดยแต่ละด้านยาว 1 หน่วย

ปลานำปัญหาทางคณิตศาสตร์มาถามแฉิก โดยถ้านำรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้มาต่อกันในแนวตรง เราจะสามารถคำนวณเส้นรอบรูปของรูปที่เกิดขึ้นใหม่ได้หรือไม่

ตัวอย่าง



แฉิก : ได้เราทำเช่นเดิมไปเรื่อยๆ

ปลา : ถ้ารูปดังกล่าวมีจำนวนมาก เราจะสามารถหาเส้นรอบรูปได้หรือไม่ อย่างไร

แฉิก : ...

ภาพ 6 แสดงการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา

จากการวิเคราะห์การจัดการเรียนรู้ในชั้นตอนนี้ พบว่า นักเรียนมีการคุ้นเคยกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอนมากขึ้น โดยจะพยายามทำความเข้าใจด้วยตัวเองกับกลุ่มย่อยของตนเองก่อน นักเรียนไม่กลัวที่จะเขียนและพยายามที่จะขีดเขียนเปรียบเสมือนว่าใบกิจกรรมคือกระดาษทด

ขั้นการปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

นักเรียนแต่ละกลุ่มได้ร่วมสนทนา อภิปรายเกี่ยวกับปัญหา ซึ่งทุกกลุ่มแสดงความคิดเห็นภายในกลุ่มย่อยและช่วยกันคิดหาวิธีที่จะแก้งานทางคณิตศาสตร์ เมื่อพบว่ามีแนวคิดที่ไม่ตรงกันนักเรียนจะยกมือขอความช่วยเหลือจากผู้วิจัย โดยพบว่า ในช่วงเวลาแรกนักเรียนสามารถทำความเข้าใจในงานทางคณิตศาสตร์โดยการวาดรูป บางกลุ่มก็พยายามจะสร้างสมการ และในช่วงเวลาที่ 2 งานทางคณิตศาสตร์ ให้นักเรียนทำใบงานลงในใบกิจกรรม “รีมิกซ์ ฟังก์ชันเชิงเส้น” มีนักเรียนบางกลุ่มใช้โปรแกรม GeoGebra ออนไลน์ในโทรศัพท์มือถือ ซึ่งกลุ่มที่อยู่ด้านข้างเห็นจึงพยายามที่จะใช้บ้าง ซึ่งผู้เข้าร่วมวิจัยทั้งหมดนี้สามารถใช้โปรแกรม GeoGebra เป็นอยู่แล้วจึงสามารถใช้เทคโนโลยีเข้ามาช่วยในการแก้ปัญหาได้

ตัวอย่างบทสนทนาที่ผู้วิจัยเลือกมาในขณะที่เข้าไปสนทนากับนักเรียน เพื่อสังเกตการทำงานของนักเรียนและนักเรียนเกิดข้อคำถาม ดังนี้

นักเรียน 1 : เมื่อนักเรียนป้อนสมการฟังก์ชันเชิงเส้นลงใน

โปรแกรม GeoGebra มันไม่สามารถจัดกลุ่มลักษณะกราฟ

- ของฟังก์ชันได้
- นักเรียน 2 : ทำได้สิ เรายังเลือกกราฟที่มีลักษณะคล้ายกันมาจัดอยู่กลุ่มเดียวกัน
- นักเรียน 3 : ทำยังไง
- นักเรียน 2 : เรายังจะเลือกสมการของฟังก์ชันเชิงเส้นที่กราฟมีลักษณะคล้ายกันมาวาดกราฟ ไซ่ใหม่คะครู
- ครู : แล้วนักเรียนจะเขียนแสดงอย่างไร
- นักเรียน 2 : เมื่อเราเลือกสมการของฟังก์ชันเชิงเส้นที่มีลักษณะกราฟคล้ายกันมาวาดกราฟให้อยู่ในแกน X และแกน Y เดียวกัน

(แล้วนักเรียนดำเนินการแสดงวิธีทำต่อ)

ขั้นการปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน

ผู้วิจัยได้จัดลำดับการอภิปราย โดยให้นักเรียนที่มีแนวคิดใช้การวาดรูป วาดกราฟเพื่อทำความเข้าใจปัญหา และดำเนินการแก้ปัญหา แต่ไม่ได้ใช้สมการในการดำเนินการแก้ปัญหาได้นำเสนอก่อน ลำดับถัดไปคือนักเรียนที่มีแนวคิดวาดรูป วาดกราฟเพื่อทำความเข้าใจปัญหา และดำเนินการแก้ปัญหาด้วยสมการ ลำดับถัดไปคือนักเรียนที่มีแนวคิดในการใช้โปรแกรม GeoGebra เข้ามาช่วยเพื่อทำความเข้าใจปัญหา และเพื่อดำเนินการแก้ปัญหาก็สามารถเขียนสมการรูปทั่วไปของฟังก์ชันเชิงเส้น ข้อสังเกตลักษณะของกราฟในรูปแบบสมการได้ ได้อธิบายขั้นตอน กระบวนการแก้ปัญหา และอภิปรายงานของตนเองตามลำดับดังกล่าว

ขั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่

นักเรียนนำเสนอและอธิบายแนวคิดและวิธีการ กลุ่มแรก ๆ ที่นำเสนอ นักเรียนจะนำเสนอวิธีการเท่านั้น แต่นักเรียนที่นำเสนอตั้งแต่กลุ่มที่ 4 เป็นต้นไปเริ่มที่จะหาแนวคิดหรือวิธีการที่มีความแตกต่างจากกลุ่มที่นำเสนอแล้ว เพื่อให้แนวคิดของตนเองโดดเด่นขึ้นมา ซึ่งกลุ่มที่นำเสนอกลุ่มสุดท้ายจะอธิบายแนวคิดและเสริมข้อมูลให้กับกลุ่มที่นำเสนอก่อนหน้า ทำให้นักเรียนได้พัฒนาแนวคิดหรือวิธีการไปที่ละขั้นตอนจนสมบูรณ์

2.4 ขั้นที่ 4 ขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ (Reflect)

ผู้วิจัยสรุปปัญหาในชั้นเรียนและแนวทางการปรับปรุงในแต่ละขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ของวงจรปฏิบัติการที่ 2 ดังแสดงในตาราง 12

ตาราง 12 สรุปปัญหาที่พบในชั้นเรียนและแนวทางการปรับปรุงในแต่ละขั้นตอน
การจัดการเรียนรู้ของวงจรปฏิบัติการที่ 2

ขั้นตอน	ปัญหาที่พบในชั้นเรียน	แนวทางการปรับปรุง
ขั้นการปฏิบัติที่ 1	งานทางคณิตศาสตร์บางงานไม่ชัดเจน นักเรียนสามารถมีคำตอบมากมายไม่ จำกัด ทำให้แนวการตอบ ไม่สามารถ นำไปสู่ความคิดรวบยอดในหัวข้อนั้นได้	ผู้วิจัยปรับงานทางคณิตศาสตร์ ให้มีความชัดเจนมากขึ้น และมี แนวคิดหรือวิธีการที่ หลากหลาย
ขั้นการปฏิบัติที่ 2	-	-
ขั้นการปฏิบัติที่ 3	นักเรียนบางคนไม่มีส่วนร่วมหรือไม่ได้ ช่วยแก้โจทย์ปัญหา	ผู้วิจัยควรกระตุ้นให้นักเรียนมี ส่วนร่วมในการแก้โจทย์ปัญหา โดยอาจสุ่มตัวแทนนักเรียนใน กลุ่มออกมานำเสนอ หรือเข้า ร่วมสนทนากลุ่ม เพื่อให้ นักเรียนตื่นตัวในการเรียนรู้อยู่ เสมอ
ขั้นการปฏิบัติที่ 4	-	-
ขั้นการปฏิบัติที่ 5	นักเรียนนำเสนอแนวทางการแก้ปัญหา ที่คลุมเครือ ไม่ชัดเจน	ผู้วิจัยถามเตรียมคำถาม ประกอบการอภิปราย เพื่อให้ นักเรียนแสดงแนวคิดและบอก ขั้นตอนการแก้ปัญหาที่ละ ขั้นตอน
	นักเรียนบางกลุ่มไม่ได้สรุปคำตอบที่ ชัดเจนจากผลลัพธ์การดำเนินการ แก้ปัญหา	ผู้วิจัยควรใช้คำถามเพิ่มเติม ให้ ทบทวนปัญหาและสรุปคำตอบ ใหม่อีกครั้ง

จากตาราง 12 สรุปปัญหาที่พบในชั้นเรียนขณะจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แนว
ปฏิบัติการสอน 5 ขั้น และแนวทางการปรับปรุงแก้ไขปัญหาที่พบในแต่ละขั้นตอนสำหรับ
พัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการที่ 3 ให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

3. วงจรปฏิบัติการที่ 3 เรื่อง ฟังก์ชันกำลังสอง

จากผลการสะท้อนผลการปฏิบัติในวงจรปฏิบัติการที่ 2 ทำให้ผู้วิจัยได้นำแนวทางการปรับปรุงและพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้โดยแนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้นที่ส่งเสริมการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ โดยมีรายละเอียดดังนี้

3.1 ขั้นที่ 1 ขั้นวางแผน (Plan)

ผู้วิจัยนำผลการสะท้อนผลการปฏิบัติในวงจรปฏิบัติการที่ 2 มาปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ฟังก์ชันกำลังสอง โดยเลือกงานทางคณิตศาสตร์ให้มีความชัดเจนและมีความสืบทอด เพิ่มการกระตุ้นให้นักเรียนใช้ความรู้เดิม และต้องใช้ความสมเหตุสมผลในการสรุปคำตอบมากขึ้น ครูจะต้องคอยกระตุ้นให้นักเรียนลงมือสำรวจและร่วมกันดำเนินการแก้ปัญหา ปรับปรุงบทบาทของครูให้มีบทบาทมากขึ้นในการอภิปรายในชั้นเรียน ครูควรมีคำถามกระตุ้นให้นักเรียนได้เกิดการอภิปรายมากขึ้นจนสามารถสรุปความรู้ได้ด้วยตนเอง

3.2 ขั้นที่ 2 ขั้นปฏิบัติการ (Act)

ผู้วิจัยได้นำผลการสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการที่ 2 มาปรับปรุงและพัฒนาการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัยในวงจรปฏิบัติการที่ 3 ให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น โดยการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น เรื่อง ฟังก์ชันกำลังสอง ใช้เวลาทั้งหมด 3 ชั่วโมง มีรายละเอียดแต่ละขั้นดังนี้

ขั้นการปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยออกแบบหรือคัดเลือกงานทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับ ฟังก์ชันกำลังสอง (รูปแบบของฟังก์ชันกำลังสอง ลักษณะกราฟของฟังก์ชันกำลังสอง และโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับฟังก์ชันกำลังสอง) ที่ต้องอาศัยความรู้ ความเข้าใจและทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการทำงาน และทำการคาดการณ์พฤติกรรมการเรียนรู้และการตอบสนองของนักเรียนต่องานทางคณิตศาสตร์นั้น รวมถึงคาดการณ์วิธีคิดและข้อผิดพลาดของนักเรียนที่เกิดจากการทำงานทางคณิตศาสตร์ ซึ่งได้คาดการณ์การวาดกราฟของนักเรียนในชั่วโมงที่ 2 เพิ่มขึ้นจากวงจรปฏิบัติการที่ 2 คือแนวคิดการวาดกราฟของนักเรียนแต่ละกราฟบนแกนพิกัดจากแต่ละแกน และในชั่วโมงที่ 3 เพิ่มแนวคิดการวาดกราฟเพื่อพิจารณาในขั้นตอนการแก้ปัญหาเพื่อสรุปคำตอบ

ขั้นการปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยจะนำเสนองานทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับฟังก์ชันกำลังสองด้วยวิธีการให้นักเรียนมีส่วนร่วมกับกิจกรรม และกระตุ้นให้นักเรียนทำความเข้าใจเงื่อนไขสำคัญต่าง ๆ ของ

ปัญหาของงานทางคณิตศาสตร์นั้น โดยถามย้ำและสุมนักเรียนให้ทวนปัญหาอีกครั้งหนึ่ง เพื่อให้ นักเรียนได้ทำความเข้าใจมากขึ้น

ขั้นการปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของ นักเรียน

นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันระดมสมองและแลกเปลี่ยนการเรียนรู้เพื่อพิจารณาให้ ความเห็น สนับสนุน โต้แย้ง และตัดสินใจเลือกแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหา รวมทั้งระบุเหตุผลที่ เหมาะสม เพื่อนำมาใช้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จนได้คำตอบของปัญหา ผู้วิจัยคอยกำกับและ ติดตามแนวคิดหรือวิธีการรวมถึงพฤติกรรมการเรียนรู้ต่าง ๆ ขณะที่นักเรียนลงมือทำงานทาง คณิตศาสตร์ โดยเน้น 3 เรื่อง ได้แก่ ความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ แนวคิดหรือวิธีการที่ นำมาใช้ และพฤติกรรมการเรียนรู้ที่นักเรียนแสดงออกต่องานทางคณิตศาสตร์ รวมถึงจับบันทึก แนวคิดหรือวิธีการต่าง ๆ ที่น่าสนใจเพื่อนำไปคัดเลือกและกำหนดเป็นประเด็นการอภิปราย โดยใน วงจรปฏิบัติการที่ 3 นี้ ผู้วิจัยเน้นตรวจสอบนักเรียนว่าใช้ความรู้เดิมได้ถูกต้องหรือไม่ ถ้าไม่ถูกต้อง ใช้คำถามเพื่อให้ นักเรียนตรวจสอบแนวคิดของตนเองและเลือกแนวคิดด้วยตนเอง เช่น ในเรื่องของ กำลังสองสมบูรณ์ การวาดกราฟแต่ละแกนพิกัดฉากจะสามารถบอกแนวโน้มลักษณะของกราฟได้ หรือไม่ และจะสามารถจัดกลุ่มลักษณะของกราฟได้หรือไม่ และเน้นย้ำให้นักเรียนสรุปคำตอบให้มี ความชัดเจน ย้ำเตือนว่าโจทย์ต้องการทราบอะไรบ้าง ตอบคำถามของปัญหาครบแล้วหรือไม่จน สามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้นได้จนสำเร็จ สมบูรณ์

ขั้นการปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของ นักเรียน

ผู้วิจัยทำการคัดเลือกแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียนจากข้อมูลที่ได้นบันทึกในขั้น การปฏิบัติที่ 3 เพื่อกำหนดเป็นประเด็นการอภิปรายโดยเลือกให้ครอบคลุมทั้งแนวคิดหรือวิธีการทั้ง ที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาด รวมถึงแนวคิดหรือวิธีการที่หลากหลาย โดยที่ผู้วิจัยคัดเลือกเฉพาะกลุ่ม ที่มีแนวคิดที่แตกต่างกันที่ช่วยให้เกิดการอภิปรายตามความคิดรวบยอดของหัวข้อนั้น ๆ นำเสนอ เหมือนในวงจรปฏิบัติการที่ 2

ขั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ ใหม่

นักเรียนจะเป็นผู้นำเสนอและอธิบายแนวคิดหรือวิธีการของตนเองหรือกลุ่ม ตามลำดับที่ครูกำหนดไว้ในขั้นการปฏิบัติที่ 4 นักเรียนอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียนเพื่อแลกเปลี่ยน ความรู้ แนวคิดหรือวิธีการและเหตุผลเพื่อหาข้อสรุปในแต่ละประเด็น ผู้วิจัยใช้คำถามเช่น กราฟ ของฟังก์ชันกำลังสองมีลักษณะเป็นอย่างไร นักเรียนจัดกลุ่มของฟังก์ชันกำลังสองได้อย่างไร

พิจารณาหรือสังเกตส่วนไหน และส่วนไหนที่เหมือนกัน และส่วนไหนที่แตกต่างกัน เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนพิจารณาเปรียบเทียบแนวคิดหรือวิธีการจากข้อสรุปต่าง ๆ และเชื่อมโยงไปสู่การสรุปเป็นความรู้ใหม่

3.3 ชั้นที่ 3 ชั้นสังเกตการณ์ (Observe)

ผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์ช่วยกันสังเกตและจดบันทึกสิ่งที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน ระหว่างการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น ลงในแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ ได้ผลการสังเกตดังนี้

ชั้นการปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์

นักเรียนแต่ละกลุ่มทำความเข้าใจปัญหา โดยการขีดเขียน และวงกลมเพื่อจัดกลุ่มฟังก์ชันที่มีลักษณะของสมการคล้ายกันในใบกิจกรรม “รีมิทซ์ ฟังก์ชันกำลังสอง” และสามารถระบุเงื่อนไขของปัญหา และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้

การวิเคราะห์การจัดการเรียนรู้ในชั้นตอนนี้ พบว่า นักเรียนมีการคุ้นเคยกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้นมากขึ้น โดยจะพยายามทำความเข้าใจด้วยตัวเองกับกลุ่มย่อยของตนเอง และพยายามที่จะทำความเข้าใจให้ได้มากที่สุดที่จะมีแนวคิดไม่เหมือนกับกลุ่มอื่น

ชั้นการปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

นักเรียนแต่ละกลุ่มได้ร่วมสนทนา อภิปรายเกี่ยวกับปัญหา ซึ่งทุกกลุ่มแสดงความคิดเห็นภายในกลุ่มย่อยและช่วยกันคิดหาวิธีที่จะแก้งานทางคณิตศาสตร์ จากวงจรปฏิบัติการที่ 2 ที่นักเรียนบางกลุ่มเริ่มมีการใช้โปรแกรม GeoGebra ทำให้ในวงจรปฏิบัติการที่ 3 นี้ นักเรียนทุกกลุ่มจะใช้โปรแกรม GeoGebra ในช่วงเวลาที่ 2 ในกิจกรรม “รีมิทซ์ ฟังก์ชันกำลังสอง” ทำให้นักเรียนสนใจและมีความรอบคอบมากกว่าวงจรปฏิบัติการที่ 2

ตัวอย่างบทสนทนาที่ผู้วิจัยเลือกมาในขณะที่เข้าไปสนทนากับนักเรียน เพื่อสังเกตการทำงานของนักเรียนและนักเรียนเกิดข้อคำถาม ดังนี้

- | | |
|------------|---|
| นักเรียน 1 | : จะใช้โปรแกรม GeoGebra เพื่อวาดกราฟฟังก์ชันกำลังสอง |
| นักเรียน 2 | : เราจะต้องจัดกลุ่มก่อนไหม |
| นักเรียน 1 | : ถ้าจัดกลุ่มก่อนเราควรที่จะสังเกตจากตัวเลขที่ไม่เหมือนกัน แต่ลักษณะสมการคล้ายกัน |
| นักเรียน 2 | : แต่สมการมันคล้ายกันหมดเลยนะ มีทั้งในวงเล็บ และนอกวงเล็บ |

- นักเรียน 1 : جذوةตัวที่มันเหมือนกันก่อน
 $y = 2(x-1)^2 + 2$, $y = 2(x-1)^2 + 3$,
 $y = 2(x-1)^2 + 4$ ได้ใหม่
- นักเรียน 2 : (นำสมการกลุ่มนี้ไปใส่ในโปรแกรม) อ้อ! ได้แล้ว ใช่มั้ใหม่คะครู
 (พร้อมยกโทรศัพท์มือถือที่เปิดหน้าโปรแกรม GeoGebra ให้
 ครูดู)
- ครู : แล้วหนูคิดว่ากราฟมีลักษณะเป็นอย่างไรคะ
- นักเรียน 1, 2 : กราฟมีลักษณะเลื่อนขึ้นตามค่าข้างนอกวงเล็บคะ
 (แล้วนักเรียนดำเนินการแสดงวิธีทำต่อ)

จากการวิเคราะห์การจัดการเรียนรู้อันนี้ พบว่านักเรียนสามารถนำโปรแกรม GeoGebra มาช่วยในการวาดกราฟจากการจัดกลุ่มฟังก์ชันของนักเรียนเพื่อตรวจสอบว่าการจัดกลุ่มนั้นมีความเป็นไปได้ และถูกต้อง หลังจากนั้นนักเรียนจึงจะดำเนินการแก้ปัญหาต่อ และมีความมั่นใจในการที่จะสรุปคำตอบมากขึ้น ไม่กังวลกับวิธีการวาดกราฟทำให้นักเรียนสังเกตแนวโน้ม และจัดกลุ่มได้ดียิ่งขึ้น

ขั้นการปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน

ผู้วิจัยได้จัดลำดับการอภิปราย โดยให้นักเรียนที่มีแนวคิดใช้การวาดกราฟเพื่อทำความเข้าใจปัญหา และดำเนินการแก้ปัญหา แต่ไม่ได้ใช้สมการในการดำเนินการแก้ปัญหาได้นำเสนอก่อน ลำดับถัดไปคือนักเรียนที่มีแนวคิดในการใช้โปรแกรม GeoGebra เข้ามาช่วยเพื่อทำความเข้าใจปัญหา และเพื่อดำเนินการแก้ปัญหานั้นสามารถเขียนสมการรูปทั่วไปของฟังก์ชันกำลังสอง ข้อสังเกตลักษณะของกราฟในรูปแบบสมการได้ และลำดับถัดไปคือนักเรียนที่มีแนวคิดใช้กราฟพิจารณาเพื่อสรุปคำตอบให้มีความเหมาะสมหรือสอดคล้องกับปัญหา และลำดับถัดไปคือนักเรียนมีแนวคิดการหาค่าของฟังก์ชันมาเพื่อสรุปคำตอบ ให้มีความเหมาะสมและสอดคล้องกับปัญหา ได้อธิบายขั้นตอน กระบวนการแก้ปัญหา และอภิปรายงานของตนเองตามลำดับดังกล่าว

ขั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่

นักเรียนนำเสนอและอธิบายแนวคิดและวิธีการ ในชั่วโมงที่ 1 นักเรียนกลุ่มแรกไม่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ (ใช้กำลังสองสมบูรณ์ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์) ซึ่งกลุ่มที่ 3 ที่นำเสนอจึงเห็นข้อผิดพลาดตอนออกมานำเสนอจึงพูดแนวคิดต่อจากกลุ่มที่ 1 และเสริมข้อมูลให้กับกลุ่มที่นำเสนอก่อนหน้านี้ ทำให้นักเรียนได้พัฒนาแนวคิดหรือวิธีการไปที่ละ

ขั้นตอนจนสมบูรณ์ และในชั่วโมงที่ 3 มีนักเรียนนำเสนอ 4 กลุ่ม ซึ่งแตกต่างกันทั้งหมด นักเรียนกลุ่มแรกคือนักเรียนที่ใช้วิธีกำลังสองสมบูรณ์ในการดำเนินการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนทำได้ไม่สมบูรณ์ กลุ่มที่ 2 สามารถดำเนินการแก้ปัญหาโดยใช้วิธีกำลังสองสมบูรณ์ได้ผลลัพธ์ออกมาถูกต้อง แต่ไม่สามารถสรุปคำตอบสมเหตุสมผล กลุ่มที่ 3 คือกลุ่มนักเรียนที่ดำเนินการแก้ปัญหาโดยใช้วิธีกำลังสองสมบูรณ์ได้อย่างถูกต้อง สมบูรณ์ ครบถ้วน และสามารถสรุปคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผล และกลุ่มที่ 4 คือกลุ่มนักเรียนที่มีแนวคิดในการดำเนินการแก้ปัญหาที่ไม่เหมือนกลุ่มอื่น และสามารถสรุปคำตอบได้อย่างถูกต้อง สมบูรณ์ ครบถ้วน

จากการวิเคราะห์การจัดการเรียนรู้ในชั้นตอนนี้ พบว่านักเรียนแต่ละกลุ่มมีแนวคิดที่หลากหลายและสามารถสรุปคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผลมากขึ้นจากวงจรปฏิบัติการที่ 2

3.4 ขั้นที่ 4 ขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ (Reflect)

ผู้วิจัยสรุปปัญหาในชั้นเรียนและแนวทางการปรับปรุงในแต่ละขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ของวงจรปฏิบัติการที่ 3 ดังแสดงในตาราง 13

ตาราง 13 สรุปปัญหาที่พบในชั้นเรียนและแนวทางการปรับปรุงในแต่ละขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ของวงจรปฏิบัติการที่ 3

ขั้นตอน	ปัญหาที่พบในชั้นเรียน	แนวทางการปรับปรุง
ขั้นการปฏิบัติที่ 1	-	-
ขั้นการปฏิบัติที่ 2	-	-
ขั้นการปฏิบัติที่ 3	นักเรียนบางกลุ่มยังเขียนวิธีทำ หรือแสดงการดำเนินการแก้ปัญหาได้ไม่สมบูรณ์ และไม่ชัดเจน	ผู้วิจัยคอยสังเกตนักเรียนในขณะที่ยังนักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาว่านักเรียนแสดงได้ถูกต้อง ครบถ้วนหรือไม่ ถ้าไม่ถูกต้อง หรือไม่ครบถ้วน ผู้วิจัยควรชี้แนะและตั้งคำถามกับนักเรียนให้นักเรียนตรวจสอบและทบทวนอีกครั้ง
ขั้นการปฏิบัติที่ 4	-	-
ขั้นการปฏิบัติที่ 5	-	-

จากตาราง 13 สรุปปัญหาที่พบในชั้นเรียนขณะจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น และแนวทางการปรับปรุงแก้ไขปัญหาที่พบในแต่ละชั้นตอนสำหรับพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการที่ 4 ให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น

4. วงจรปฏิบัติการที่ 4 เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล

จากผลการสะท้อนผลการปฏิบัติในวงจรปฏิบัติการที่ 3 ทำให้ผู้วิจัยได้นำแนวทางการปรับปรุงและพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้โดยแนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้นที่ส่งเสริมการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ โดยมีรายละเอียดดังนี้

4.1 ขั้นที่ 1 ขั้นวางแผน (Plan)

ผู้วิจัยนำผลการสะท้อนผลการปฏิบัติในวงจรปฏิบัติการที่ 3 มาปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล โดยครูจะต้องคอยสังเกตวิธีการดำเนินการแก้ปัญหาของนักเรียนว่านักเรียนแสดงได้ถูกต้อง ครบถ้วนหรือไม่ และให้คำชี้แนะ กำกับติดตามนักเรียนกลุ่มที่ขาดความรู้พื้นฐาน หรือสามารถนำความรู้พื้นฐานมาใช้ได้ไม่สมบูรณ์ เพื่อให้นักเรียนสามารถดำเนินการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง ครบถ้วน และชัดเจน

4.2 ขั้นที่ 2 ขั้นปฏิบัติการ (Act)

ผู้วิจัยได้นำผลการสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการที่ 3 มาปรับปรุงและพัฒนาการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัยในวงจรปฏิบัติการที่ 4 ให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น โดยการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ใช้เวลาทั้งหมด 3 ชั่วโมง มีรายละเอียดแต่ละขั้นดังนี้

ขั้นการปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยออกแบบหรือคัดเลือกงานทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับ ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล (รูปแบบของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ลักษณะกราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล และโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล) ที่ต้องอาศัยความรู้ ความเข้าใจและทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการทำงาน และทำการคาดการณ์พฤติกรรมการเรียนรู้และการตอบสนองของนักเรียนต่องานทางคณิตศาสตร์นั้น รวมถึงคาดการณ์วิธีคิดและข้อผิดพลาดของนักเรียนที่เกิดจากการทำงานทางคณิตศาสตร์

ขั้นการปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยจะนำเสนองานทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลด้วยวิธีการให้นักเรียนมีส่วนร่วมกับกิจกรรม และกระตุ้นให้นักเรียนทำความเข้าใจเงื่อนไขสำคัญต่าง ๆ

ของปัญหาของงานทางคณิตศาสตร์นั้น โดยถามย้ำและสุ่มนักเรียนให้ทวนปัญหาอีกครั้งหนึ่ง เพื่อให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจมากขึ้น

ขั้นการปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันระดมสมองและแลกเปลี่ยนการเรียนรู้ เพื่อพิจารณาให้ความเห็น สนับสนุน โต้แย้ง และตัดสินใจเลือกแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหา รวมทั้งระบุเหตุผลที่เหมาะสม เพื่อนำมาใช้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จนได้คำตอบของปัญหา ผู้วิจัยคอยกำกับและติดตามแนวคิดหรือวิธีการรวมถึงพฤติกรรมการเรียนรู้ต่าง ๆ ขณะที่นักเรียนลงมือทำงานทางคณิตศาสตร์ โดยเน้น 3 เรื่อง ได้แก่ ความรู้เดิมทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ แนวคิดหรือวิธีการที่นำมาใช้ และพฤติกรรมการเรียนรู้ที่นักเรียนแสดงออกต่องานทางคณิตศาสตร์ รวมถึงจุดบันทึกแนวคิดหรือวิธีการต่าง ๆ ที่น่าสนใจเพื่อนำไปคัดเลือกและกำหนดเป็นประเด็นการอภิปราย โดยในวงจรปฏิบัติการที่ 4 นี้ ผู้วิจัยเน้นตรวจสอบนักเรียนว่าแสดงการดำเนินการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง ครบถ้วน สมบูรณ์หรือไม่ โดยคอยสังเกตกลุ่มนักเรียนที่ยังแสดงขั้นตอนได้ไม่ถูกต้องหรือไม่ชัดเจน เพื่อให้คำแนะนำ และพยายามถาม-ตอบ ความรู้พื้นฐานที่จะมาช่วยในการดำเนินการแก้ปัญหา

ขั้นการปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน

ผู้วิจัยทำการคัดเลือกแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียนจากข้อมูลที่ได้บันทึกในขั้นการปฏิบัติที่ 3 เพื่อกำหนดเป็นประเด็นการอภิปรายโดยเลือกให้ครอบคลุมทั้งแนวคิดหรือวิธีการทั้งที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาด รวมถึงแนวคิดหรือวิธีการที่หลากหลาย โดยที่ผู้วิจัยคัดเลือกเฉพาะกลุ่มที่มีแนวคิดที่แตกต่างกันที่ช่วยให้เกิดการอภิปรายตามความคิดรวบยอดของหัวข้อนั้น ๆ นำเสนอเหมือนในวงจรปฏิบัติการที่ 2 และ 3

ขั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่

นักเรียนจะเป็นผู้นำเสนอและอธิบายแนวคิดหรือวิธีการของตนเองหรือกลุ่มตามลำดับที่ครูกำหนดไว้ในขั้นการปฏิบัติที่ 4 นักเรียนอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียนเพื่อแลกเปลี่ยนความรู้ แนวคิดหรือวิธีการและเหตุผลเพื่อหาข้อสรุปในแต่ละประเด็น ผู้วิจัยใช้คำถามเช่น กราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลมีลักษณะเป็นอย่างไร เมื่อไรกราฟของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลจึงจะมีลักษณะต่างกัน นักเรียนจัดกลุ่มของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลได้อย่างไร เพื่อกระตุ้นให้นักเรียน

พิจารณาเปรียบเทียบแนวคิดหรือวิธีการจากข้อสรุปต่าง ๆ และเชื่อมโยงไปสู่การสรุปเป็นความรู้ใหม่

4.3 ขั้นที่ 3 ขั้นสังเกตการณ์ (Observe)

ผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์ช่วยกันสังเกตและจดบันทึกสิ่งที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน ระหว่างการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น ลงในแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ ได้ผลการสังเกตดังนี้

ขั้นการปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์

นักเรียนแต่ละกลุ่มทำความเข้าใจปัญหาด้วยตนเอง โดยการขีดเขียน และวงกลม เพื่อจัดกลุ่มฟังก์ชันที่มีลักษณะของสมการคล้ายกันในใบกิจกรรม “รีมิกซ์ ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล” และสามารถระบุเงื่อนไขของปัญหา และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้

การวิเคราะห์การจัดการเรียนรู้ในขั้นตอนนี้ พบว่า นักเรียนมีการคุ้นเคยกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้นมากขึ้น ใช้เวลาในการทำกิจกรรมน้อยกว่าในวงจรปฏิบัติการที่ 2 และ 3 ทำให้มีเวลาวิเคราะห์แนวคิดที่จะใช้ในการดำเนินการแก้ปัญหา

ขั้นการปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

นักเรียนแต่ละกลุ่มได้ร่วมสนทนา อภิปรายเกี่ยวกับปัญหา ซึ่งทุกกลุ่มแสดงความคิดเห็นภายในกลุ่มย่อยและช่วยกันคิดหาวิธีที่จะแก้งานทางคณิตศาสตร์ นักเรียนทุกกลุ่มใช้โปรแกรม GeoGebra ช่วยในการวาดกราฟฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล และมีนักเรียนบางกลุ่มพยายามที่จะวาดกราฟด้วยตนเอง ซึ่งนักเรียนอยากรู้ว่าทำไมลักษณะกราฟจึงเป็นเช่นนั้น เพราะนักเรียนไม่เคยเห็นกราฟในลักษณะนี้มาก่อน

ตัวอย่างบทสนทนาที่ผู้วิจัยเลือกมาในขณะเข้าไปสนทนากับนักเรียน เพื่อสังเกตการทำงานของนักเรียนและนักเรียนเกิดข้อคำถาม ดังนี้

- | | |
|------------|---|
| นักเรียน 1 | : กราฟมันตัดแกน X ใหม่ครับ |
| ครู | : ลองซูมดูในโปรแกรม GeoGebra สิ |
| นักเรียน 1 | : (นักเรียนซูมภาพและเลื่อนพิจารณาว่ากราฟตัดแกน X หรือไม่) ไม่ตัดใช่ไหมครับครู แล้วกราฟตัดแกน Y ใหม่ครับ |
| ครู | : จากกราฟที่ได้ กราฟตัดแกน Y ใหม่ |
| นักเรียน 1 | : ออ ๆ ตัดครับ |
| ครู | : ตัดที่จุดใด |
| นักเรียน 1 | : ตัดแกน Y ที่จุด $(0, 1)$ |

ครู : พังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลตัดแกน Y ที่จุด $(0, 1)$ เสมอหรือไม่

นักเรียน 1 : (คิดพิจารณากราฟจากโปรแกรม GeoGebra ประมาณ 30 วินาที) เสมอครับ เพราะทุกกราฟตัดแกน Y ที่จุดเดียวกันคือจุด $(0, 1)$ ฉันผมก็เอาตรงนี้ไปเขียนเป็นลักษณะของกราฟที่เหมือนกันได้ใช่ไหมครับ

ครู : คะ

(แล้วนักเรียนดำเนินการแสดงวิธีทำต่อ)

จากการวิเคราะห์การจัดการเรียนรู้ในชั้นตอนนี้ พบว่านักเรียนสามารถวิเคราะห์สร้างข้อความคาดการณ์ โดยใช้โปรแกรม GeoGebra ในการตรวจสอบความถูกต้อง ทำให้นักเรียนมีการวางแผนหลังจากการทำความเข้าใจปัญหาและจะดำเนินการแก้ปัญหา อีกทั้งทำให้นักเรียนมีความมั่นใจในการที่จะสรุปคำตอบมากขึ้น และสามารถดำเนินการแก้ปัญหาและสรุปคำตอบได้อย่างครอบคลุมทุกประเด็น

ขั้นการปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน

ผู้วิจัยได้จัดลำดับการอภิปราย โดยให้นักเรียนที่มีแนวคิดใช้โปรแกรม GeoGebra เข้ามาช่วยเพื่อทำความเข้าใจปัญหา และเพื่อดำเนินการแก้ปัญหาจนสามารถเขียนสมการรูปทั่วไปของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลได้ และลำดับถัดไปคือนักเรียนที่มีแนวคิดใช้กราฟพิจารณาเพื่อสรุปคำตอบให้มีความเหมาะสมหรือสอดคล้องกับปัญหา

ขั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่

นักเรียนมีส่วนร่วมในการอภิปรายมากขึ้น ผู้วิจัยมีบทบาทน้อยลงในการตั้งคำถาม และทุกกลุ่มไม่ได้เพียงแต่นำเสนอผลลัพธ์เพียงอย่างเดียวแต่มีการนำเสนอแนวคิด และข้อสังเกตที่ไม่เหมือนกัน แต่จะมีเพียงบางกลุ่มที่อธิบายไม่ชัดเจน ผู้วิจัยจึงต้องมีคำถามเพิ่มเติมให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงไปยังความคิดรวบยอดได้

จากการวิเคราะห์การจัดการเรียนรู้ในชั้นตอนนี้ พบว่านักเรียนแต่ละกลุ่มมีแนวคิดที่หลากหลาย มีความชัดเจน ครอบคลุมและสามารถสรุปคำตอบได้อย่างสมเหตุสมผลมากขึ้นจากวงจรปฏิบัติการที่ 3

4.4 ขั้นที่ 4 ขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ (Reflect)

ผู้วิจัยไม่พบปัญหาในชั้นเรียน เนื่องจากแต่ละปัญหาในวงจรปฏิบัติการที่ 1 2 3 และ 4 ได้ดำเนินแก้ไขตามแนวทางการปรับปรุงไปเรียบร้อยแล้ว

ผู้วิจัยพบว่าแนวทางที่เหมาะสมในการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้นที่ข้างต้นปัญหาที่พบในชั้นเรียน และแนวทางการปรับปรุง รวมถึงประเด็นที่ควรเน้นมาสรุปรวมเป็นแนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น ที่ส่งเสริมการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ซึ่งจำแนกเป็นบทบาทครูและนักเรียนในแต่ละขั้นการปฏิบัติการของการจัดการเรียนรู้เพื่อเป็นประโยชน์ต่อครูที่สนใจการจัดการเรียนรู้ดังกล่าวดังตาราง 14

ตาราง 14 แสดงบทบาทครูและนักเรียนในแต่ละขั้นการปฏิบัติการของการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น

ขั้นการปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์	
บทบาทครู	บทบาทนักเรียน
ครูออกแบบหรือคัดเลือกงานทางคณิตศาสตร์ที่เป็นลักษณะโจทย์ปัญหา หรือสถานการณ์ที่มีความน่าสนใจและมีแนวคิดที่หลากหลายนำไปสู่คำตอบ โดยเริ่มต้นจากงานระดับปานกลาง และค่อย ๆ เพิ่มความซับซ้อนขึ้น ซึ่งงานทางคณิตศาสตร์จะต้องส่งเสริมการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ ดังนั้นคำถามควรที่จะเป็นปลายเปิด หรือมีทางเลือกให้กับนักเรียนเพื่อที่นักเรียนจะได้เกิดการอภิปรายเพื่อสรุปคำตอบให้สมเหตุสมผลกับปัญหานั้น	-
ขั้นการปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์	
บทบาทครู	บทบาทนักเรียน
ครูแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 4 – 5 คน โดยลดความสามารถนำเสนอ งานทางคณิตศาสตร์ให้เหมาะสมกับนักเรียน กระตุ้นให้นักเรียนทำความเข้าใจปัญหา ตรวจสอบความรู้เดิมที่จะนำมาใช้ดำเนินการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนที่มีความสนใจทางคณิตศาสตร์ หรือมีความสามารถทางคณิตศาสตร์สูงกว่าคนอื่น	นักเรียนร่วมกันศึกษาทำความเข้าใจปัญหา ร่วมกันในกลุ่มย่อยจากใบกิจกรรม โดยนักเรียนสามารถขีดเขียน หรือวงกลม ขีดเส้นได้ข้อความ คำสำคัญในปัญหา วาดรูปประกอบ หรือเขียนสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อทำความเข้าใจปัญหาในใบกิจกรรม และระบุเงื่อนไขของปัญหา และสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบได้ชัดเจน

ตาราง 14 (ต่อ)

บทบาทครู	บทบาทนักเรียน
<p>ในชั้นเรียน เมื่อมีความคุ้นเคยกับแนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้นนี้แล้ว ครูควรจะทิ้งเวลาให้นักเรียนได้เข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ด้วยตัวเอง สำหรับนักเรียนคนอื่นครูควรมีคำถามคอยกระตุ้นให้นักเรียนทำ ความเข้าใจปัญหา และกระตุ้นให้ใช้ความรู้พื้นฐานเดิม</p>	
ขั้นการปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน	
บทบาทครู	บทบาทนักเรียน
<p>ครูคอยสังเกตและให้คำแนะนำ กับนักเรียนเป็นรายกลุ่มย่อย ในขณะที่นักเรียนแต่ละกลุ่มเริ่มทำงานทางคณิตศาสตร์ พิจารณาแนวคิดของนักเรียนว่ามีแนวคิดมากจากความรู้พื้นฐานเดิมเรื่องใด และถูกต้องหรือไม่ ถ้านักเรียนเกิดความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนในขณะที่ทำงานหรือไม่สามารถทำงานให้สำเร็จได้ ครูมีหน้าที่ใช้คำถาม ยกตัวอย่างเพื่อช่วยเหลือให้นักเรียนเลือกใช้ความรู้พื้นฐานเดิมและสามารถทำงานให้สำเร็จได้</p>	<p>นักเรียนแต่ละกลุ่มย่อยร่วมกันพิจารณางานทางคณิตศาสตร์ และอภิปรายในกลุ่มย่อยเพื่อเลือกแนวคิดหรือวิธีการที่ดำเนินการแก้ปัญหา และสรุปเป็นคำตอบของกลุ่ม</p>
ขั้นการปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน	
บทบาทครู	บทบาทนักเรียน
<p>ครูให้นักเรียนที่มีข้อผิดพลาดมาก หรือมีแนวคิดที่ไม่ถูกต้องได้นำเสนอก่อน และให้กลุ่มนักเรียนที่มีข้อผิดพลาดน้อยนำเสนอเป็นลำดับถัดมา จนครบทุกกลุ่ม แต่เนื่องจากเวลาจำกัด ดังนั้นจะเลือกกลุ่มที่มีแนวคิดที่แตกต่างกันเพื่อนำเสนอเท่านั้น</p>	<p>นักเรียนจะมีความกระตือรือร้นในการเลือกแนวคิดหรือวิธีการในการดำเนินการแก้ปัญหาให้ไม่เหมือนกลุ่มอื่น ๆ และพยายามหาข้อผิดพลาดหรือข้อสังเกตที่ไม่เหมือนกับกลุ่มอื่น ทำให้เกิดการแข่งขันระหว่างกลุ่ม และเกิดความร่วมมือภายในกลุ่มย่อย</p>

ตาราง 14 (ต่อ)

ขั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่	
บทบาทครู	บทบาทนักเรียน
ครูให้นักเรียนเปรียบเทียบแนวคิดหรือวิธีการจากข้อสรุปต่าง ๆ และเชื่อมโยงไปสู่การสรุปเป็นความรู้ใหม่ ผ่านการใช้ประเด็นคำถามการอภิปราย เช่น "จากแนวคิดดังกล่าวแตกต่างจากแนวคิดก่อนหน้านี้อย่างไร" ทำให้นักเรียนภายในห้องเรียนเกิดการแสดงความคิดเห็นและโต้แย้งกับกลุ่มที่นำเสนอ	นักเรียนนำเสนอและอธิบายแนวคิดหรือวิธีการของตนเอง และอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียน แลกเปลี่ยนความรู้ แนวคิดหรือวิธีการ เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปเป็นความคิดรวบยอด

ตอนที่ 2 ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น ที่ส่งเสริมการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

1. การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ระหว่างการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ผู้วิจัยวิเคราะห์การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน จากเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ ใบกิจกรรม และแบบวัดการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ โดยระหว่างการจัดการเรียนรู้ตามแนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้นในแต่ละวงจรปฏิบัติการ นักเรียนจะได้เรียนรู้จากการอภิปรายและทำใบกิจกรรมเป็นรายกลุ่ม และนำผลมาวิเคราะห์เชิงคุณภาพ หลังจากที่ได้ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครบ 4 วงจรปฏิบัติการ นักเรียนจะได้ทำแบบวัดการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เป็นรายบุคคล และนำผลมาวิเคราะห์เชิงคุณภาพ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

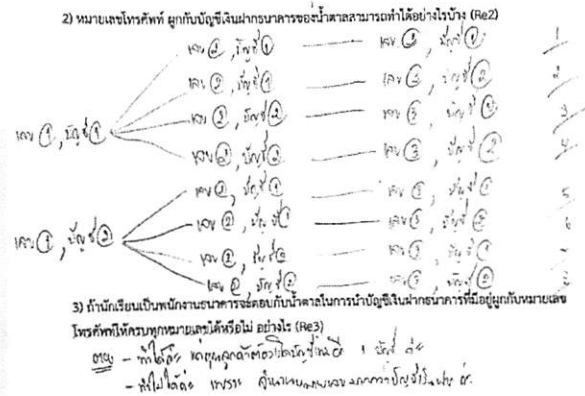
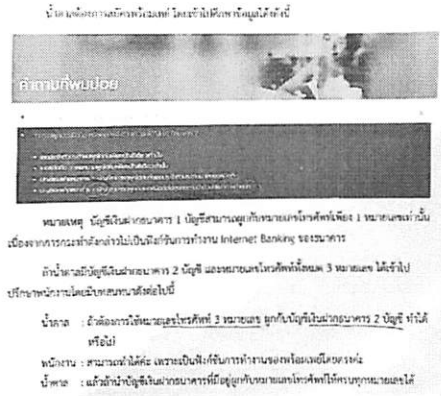
วงจรปฏิบัติการที่ 1

ผู้วิจัยแสดงผลการวิเคราะห์จำนวนนักเรียนตามระดับการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์จากใบกิจกรรมของวงจรปฏิบัติการที่ 1 เรื่อง ฟังก์ชัน ดังตาราง 15

ตาราง 15 แสดงจำนวนกลุ่มนักเรียนตามระดับการนำเสนอตัวแทนความคิดทาง
คณิตศาสตร์จากใบกิจกรรมของวงจรปฏิบัติการที่ 1

องค์ประกอบของการนำเสนอตัวแทนความคิดทาง คณิตศาสตร์	จำนวนกลุ่มนักเรียนจำแนกระดับการ นำเสนอตัวแทนความคิดทาง คณิตศาสตร์ (ร้อยละ)		
	ดี	พอใช้	ปรับปรุง
วงจ ร ป ร ก ร บ ที่ 1			
การนำเสนอตัวแทนความคิดทาง คณิตศาสตร์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา	2 (25.00)	2 (25.00)	4 (50.00)
การนำเสนอตัวแทนความคิดทาง คณิตศาสตร์เพื่อดำเนินการแก้ปัญหา	-	3 (37.50)	5 (62.50)
การนำเสนอตัวแทนความคิดทาง คณิตศาสตร์เพื่อสรุปคำตอบ	-	2 (25.00)	6 (75.00)
ในภาพรวม	1 (12.50)	2 (25.00)	5 (62.50)

จากตาราง 15 เมื่อพิจารณาระดับการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป็นรายกลุ่มโดยรวม พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีระดับการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับปรับปรุง จำนวน 4 กลุ่ม คิดเป็นร้อยละ 50 และเมื่อพิจารณาการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์รายด้าน พบว่า ด้านการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อทำความเข้าใจปัญหาส่วนใหญ่อยู่ในระดับปรับปรุง ส่วนด้านการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อดำเนินการแก้ปัญหากลุ่มนักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับปรับปรุง และด้านการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อสรุปคำตอบ ของกลุ่มนักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับปรับปรุง ทั้งนี้ผู้วิจัยได้นำตัวอย่างการเขียนตอบและแสดงแนวคิดที่แสดงให้เห็นถึงความสามารถการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ดังภาพ 7



ภาพ 7 ตัวอย่างใบกิจกรรมที่แสดงการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เพื่อทำความเข้าใจปัญหาและเพื่อดำเนินการแก้ปัญหา

จากภาพ 7 แสดงความสามารถในการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อทำความเข้าใจปัญหาและเพื่อดำเนินการแก้ปัญหา ในใบกิจกรรม "พร้อมจ่าย" ซึ่งจัดอยู่ในระดับดี เนื่องจากนักเรียนสามารถหาคำสำคัญของปัญหาโดยการขีดเขียน วงกลมคำสำคัญเพื่อระบุสิ่งที่เงื่อนไขของปัญหา และสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบและสื่อความหมายได้อย่างชัดเจน

จากสถานการณ์ข้างต้น การตั้งค่าเครื่องจักรดังกล่าว เครื่องจักรสามารถทำงานได้หรือไม่อย่างไร ควรมีการตั้งค่าข้อมูลนำเข้าและข้อมูลที่เครื่องจักรส่งออกมาอย่างไร (Re3)

ไม่สามารถทำงานได้ เนื่องจาก ค่าของข้อมูลในระบบเครื่องจักรวิดิ โดยระบุไปให้จำนวนเต็ม ตั้งแต่ 0 และ (-) ควรจะตั้งค่าข้อมูลนำเข้าและข้อมูลที่เครื่องจักรส่งออกมาเป็นจำนวนเต็มบวก โดยไม่ใส่จำนวนเต็มศูนย์ และจำนวนลบเลย เนื่องจากค่าของต้องแปรทุกที่ที่แทนค่าของข้อดี และ y ที่แทนค่าความแปรปรวนรวม ในภาชนะของเครื่องจักรใช้ระบุปริมาณในแก้วหรือหลอดดูดน้ำ 1 แก้ว น้ำหนักของภาชนะจะขึ้น ซึ่งจะใช้จำนวนเต็มลบและเต็มศูนย์ไม่ได้

ภาพ 8 ตัวอย่างใบกิจกรรมที่แสดงการนำเสนอตัวแทนความคิด เพื่อสรุปคำตอบของปัญหา

จากภาพ 8 แสดงความสามารถในการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อสรุปคำตอบของปัญหาในใบกิจกรรม "Matchine" อยู่ในระดับพอใช้ เนื่องจากนักเรียนสรุปคำตอบได้อย่างถูกต้อง แต่ไม่มีการเขียนข้อความดังกล่าวอยู่ในรูปสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงการสรุปคำตอบ และยังสื่อความหมายได้ไม่ชัดเจน

ตาราง 16 แสดงจำนวนกลุ่มนักเรียนตามระดับการนำเสนอตัวแทนความคิดทาง
คณิตศาสตร์จากใบกิจกรรมของวงจรปฏิบัติการที่ 2

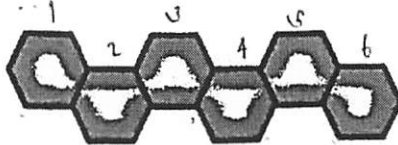
องค์ประกอบของการนำเสนอตัวแทนความคิดทาง คณิตศาสตร์	จำนวนกลุ่มนักเรียนจำแนกระดับ การนำเสนอตัวแทนความคิดทาง คณิตศาสตร์ (ร้อยละ)		
	ดี	พอใช้	ปรับปรุง
วงจร ปฏิบัติการที่ 2 การนำเสนอตัวแทนความคิดทาง คณิตศาสตร์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา	4 (50.00)	3 (37.50)	1 (12.50)
การนำเสนอตัวแทนความคิดทาง คณิตศาสตร์เพื่อดำเนินการแก้ปัญหา	2 (25.00)	3 (37.50)	3 (37.50)
การนำเสนอตัวแทนความคิดทาง คณิตศาสตร์เพื่อสรุปคำตอบ	1 (12.50)	2 (25.00)	5 (62.50)
ในภาพรวม	2 (25.00)	3 (37.50)	3 (37.50)

จากตาราง 16 เมื่อพิจารณาระดับการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป็นรายกลุ่มโดยรวม พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีระดับการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี จำนวน 2 กลุ่ม คิดเป็นร้อยละ 25 อยู่ในระดับพอใช้ จำนวน 3 กลุ่ม คิดเป็นร้อยละ 37.5 และอยู่ในระดับปรับปรุง จำนวน 3 กลุ่ม คิดเป็นร้อยละ 37.5 เมื่อพิจารณาการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์รายด้าน พบว่า ด้านการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อทำความเข้าใจปัญหาส่วนใหญ่อยู่ในระดับดี ส่วนด้านการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อดำเนินการแก้ปัญหาของกลุ่มนักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับพอใช้และด้านการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อสรุปคำตอบ ของกลุ่มนักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับปรับปรุง ทั้งนี้ผู้วิจัยได้นำตัวอย่างการเขียนตอบและแสดงแนวคิดที่แสดงให้เห็นถึงความสามารถการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ดังภาพ 9

กำหนดให้ **ใบกิจกรรม " สมการเชิงเส้น "**
 รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า สี่เหลี่ยมจัตุรัส ห้าเหลี่ยมด้านเท่า และหกเหลี่ยมด้านเท่า โดยแต่ละ
 ด้านยาว 1 หน่วย

ปลานำปัญหาทางคณิตศาสตร์มาถามแจ๊ค โดยถ้านำรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้มาต่อกันในแนว
 ตรงเราจะสามารถคำนวณเส้นรอบรูปของรูปที่เกิดขึ้นได้หรือไม่

ตัวอย่าง



แจ๊ค : ได้เราทำเช่นเดิมไปเรื่อยๆ

ปลา : ถ้านำรูปดังกล่าวมีจำนวนมาก เราจะสามารถหาเส้นรอบรูปได้หรือไม่ อย่างไร

แจ๊ค : ...

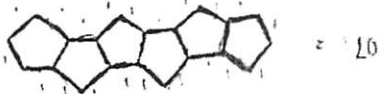
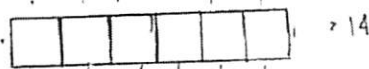
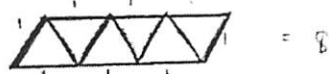
จากบทสนทนาข้างต้น นักเรียนจะช่วยแจ๊คและปลาหาเส้นรอบรูปของรูปที่เกิดขึ้นได้อย่างไร

1) จากสถานการณ์ข้างต้น ให้นักเรียนระบุเงื่อนไขของปัญหา และสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบ

เงื่อนไขของปัญหา..... ถ้าปลาต่อเติมสมการ จำนวนสี่ตัวแรก 3 หน่วย

สิ่งที่ปัญหาต้องการทราบ..... จำนวนเส้นรอบรูปใหม่

2) การนำรูปแต่ละรูปมาต่อกันในแนวตรง ทำให้ได้รูปที่เกิดขึ้นมีลักษณะอย่างไรบ้าง



$$ax + b = y$$

a = จำนวนเหลี่ยม

x = จำนวนรูป

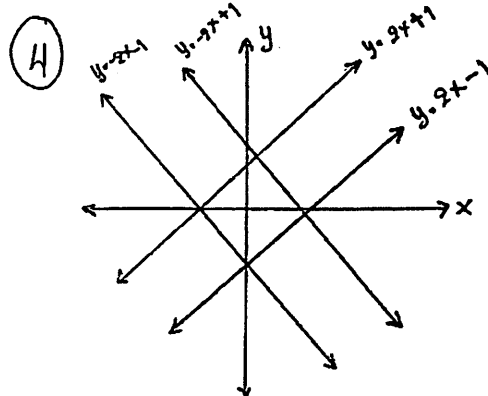
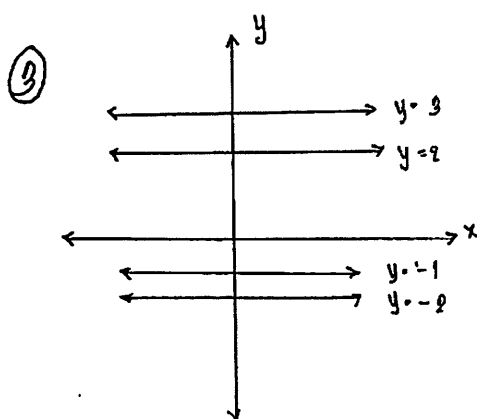
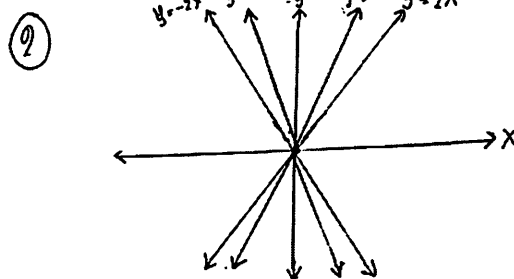
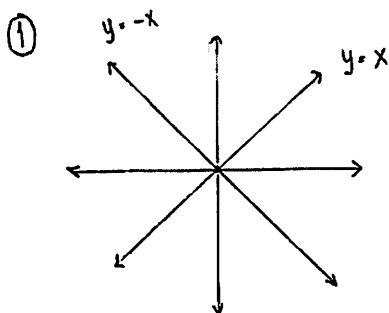
b = (จำนวนรูป + 4)

y = เส้นรอบรูปใหม่

ภาพ 9 ตัวอย่างใบกิจกรรมที่แสดงการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์
 เพื่อทำความเข้าใจปัญหา

จากภาพ 9 แสดงความสามารถในการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อ
 ทำความเข้าใจปัญหาอยู่ในระดับดี เนื่องจากนักเรียนสามารถขีดเขียน หรือวงกลมข้อความคำ
 สำคัญในปัญหาและสามารถระบุเงื่อนไขของปัญหา และสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบได้ และมีการ
 วาดรูปเพื่อทำความเข้าใจปัญหาได้อย่างถูกต้อง ครบถ้วนสมบูรณ์และสื่อความหมายได้อย่าง
 ชัดเจน

2) ให้นักเรียนแสดงลักษณะของฟังก์ชันที่กำหนดให้



ภาพ 10 ตัวอย่างใบกิจกรรมที่แสดงการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เพื่อดำเนินการแก้ปัญหา

จากภาพ 10 แสดงความสามารถในการนำเสนอตัวแทนความคิดเพื่อดำเนินการแก้ปัญหา ในใบกิจกรรม "รีมิทซ์ ฟังก์ชันเชิงเส้น" อยู่ในระดับพอใช้ เนื่องจากนักเรียนสามารถวาดกราฟ และจัดกลุ่มกราฟของสมการที่มีลักษณะเหมือนกันวาดในแกนพิกัดฉากเดียวกัน ทำให้นักเรียนสามารถเห็นแนวโน้มหรือลักษณะของกราฟแต่ยังไม่ชัดเจน และแบ่งแยกกลุ่มได้อย่างชัดเจน ดังนี้

กลุ่มที่ 1 $y = x, y = -x$

กลุ่มที่ 2 $y = -2x, y = -3x, y = 2x, y = 3x$

กลุ่มที่ 3 $y = -2, y = -1, y = 2, y = 3$

กลุ่มที่ 4 $y = -2x - 1, y = -2x + 1, y = 2x + 1, y = 2x - 1$

เมื่อนักเรียนจัดกลุ่มแล้วนักเรียนจึงใช้โปรแกรม GeoGebra ช่วยในการวาดกราฟได้ ดังภาพ 10 นักเรียนควรที่จะจัดกลุ่มของสมการ กลุ่มที่ 1 และกลุ่มที่ 2 ใหม่ โดยแบ่งเป็นกลุ่มที่ 1

$y = x, y = 2x, y = 3x$ คือกลุ่มที่สัมประสิทธิ์ของ x เป็นจำนวนจริงบวก จะทำให้เห็นแนวโน้มลักษณะของกราฟได้ชัดเจนมากขึ้นคือเมื่อสัมประสิทธิ์ของ x มากขึ้น กราฟจะเบนเข้าหาแกน Y และเมื่อสัมประสิทธิ์ของ x น้อยลง กราฟจะเบนเข้าหาแกน X และกลุ่มที่ 2 $y = -x, y = -2x, y = -3x$ คือกลุ่มที่สัมประสิทธิ์ของ x เป็นจำนวนจริงลบเมื่อสัมประสิทธิ์ของ x มากขึ้น กราฟจะเบนเข้าหาแกน Y และเมื่อสัมประสิทธิ์ของ x น้อยลง กราฟจะเบนเข้าหาแกน X

ให้นักเรียนแสดงวิธีทำโดยละเอียด
 เวลาผ่านไป 2 ปี ราคาลดลง 4,400 บาท
 ถ้าเวลาผ่านไป 1 ปี ราคาลดลง = 2,450 บาท
 สร้างเส้นสมการคือ $y = 2450x$ เมื่อ y คือ ราคาที่ลดลง
 x คือ จำนวนปีที่ผ่านไป
 ๐๐ เวลาผ่านไป 4 ปี $y = 2450 \times 4 = 9800$ บาท
 ๐๐ มูลค่าโทรศัพท์จะลดลง 9800 บาท เหลือ = 43400 - 9800 = 34100 บาท
 นักเรียนสรุปคำตอบ พร้อมทั้งแสดงความสมเหตุสมผลของคำตอบ
 มูลค่าโทรศัพท์ที่ไม่มีเวลาผ่านไป 4 ปี จะเหลือ 34,100 บาท
 หากขายในราคา 30,000 บาท ก็เหมาะสม แต่ก็สามารถขายในราคา 34,100 บาท ได้ ผลลัพธ์ที่ได้มีค่าเหมาะสม เหตุสมผล

ภาพ 11 ตัวอย่างใบกิจกรรมที่แสดงการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เพื่อดำเนินการแก้ปัญหาและเพื่อสรุปคำตอบ

จากภาพ 11 แสดงความสามารถในการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อดำเนินการแก้ปัญหาและเพื่อสรุปคำตอบ ในใบกิจกรรม "โจทย์ปัญหาฟังก์ชันเชิงเส้น" อยู่ในระดับดี เนื่องจากนักเรียนสามารถสร้างฟังก์ชันเชิงเส้นและดำเนินการแก้ปัญหา นักเรียนได้ฟังก์ชันเชิงเส้นคือ $y = 2,450x$ โดยที่ x แทนราคาที่ลดลงของสินค้า และ y แทนจำนวนปีที่ใช้งาน เมื่อใช้งานไป 4 ปี ราคาของสินค้าจะลดลง 9,800 บาท ดังนั้นมูลค่าของสินค้าจะเหลือ $43,900 - 9,800 = 34,100$ บาท ซึ่งนักเรียนสามารถแสดงวิธีทำและหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน และมีความเหมาะสม และนำผลที่ได้มาสรุปคำตอบโดยสามารถให้เหตุผลและสื่อความหมายได้ชัดเจน

ตาราง 17 แสดงจำนวนกลุ่มนักเรียนตามระดับการนำเสนอตัวแทนความคิดทาง
คณิตศาสตร์ จากใบกิจกรรมของวงจรปฏิบัติการที่ 3

องค์ประกอบของการนำเสนอตัวแทนความคิดทาง คณิตศาสตร์	จำนวนกลุ่มนักเรียนจำแนกระดับการ นำเสนอตัวแทนความคิดทาง คณิตศาสตร์ (ร้อยละ)		
	ดี	พอใช้	ปรับปรุง
	วงจร ปฏิบัติการ ที่ 3		
การนำเสนอตัวแทนความคิดทาง คณิตศาสตร์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา	6 (75.00)	2 (25.00)	-
การนำเสนอตัวแทนความคิดทาง คณิตศาสตร์เพื่อดำเนินการแก้ปัญหา	3 (37.50)	5 (62.50)	-
การนำเสนอตัวแทนความคิดทาง คณิตศาสตร์เพื่อสรุปคำตอบ	2 (25.00)	5 (62.50)	1 (12.50)
ในภาพรวม	4 (50.00)	4 (50.00)	-

จากตาราง 17 เมื่อพิจารณาระดับการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของ
นักเรียนเป็นรายกลุ่มโดยรวม พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีระดับการนำเสนอตัวแทนความคิดทาง
คณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี จำนวน 4 กลุ่ม คิดเป็นร้อยละ 50 อยู่ในระดับพอใช้ จำนวน 4 กลุ่ม คิด
เป็นร้อยละ 50 เมื่อพิจารณาการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์รายด้าน พบว่า ด้านการ
นำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อทำความเข้าใจปัญหาส่วนใหญ่อยู่ในระดับดี ส่วน
ด้านการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อดำเนินการแก้ปัญหาของกลุ่มนักเรียนส่วน
ใหญ่อยู่ในระดับพอใช้และด้านการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อสรุปคำตอบ ของ
กลุ่มนักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับพอใช้ ทั้งนี้ผู้วิจัยได้นำตัวอย่างการเขียนตอบและแสดงแนวคิดที่
แสดงให้เห็นถึงความสามารถการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ดังภาพ 12

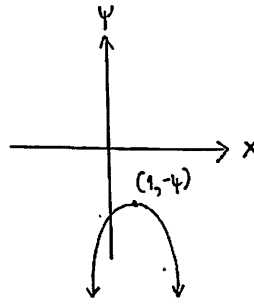
ให้นักเรียนแสดงวิธีทำโดยละเอียด (Re2)

$$\begin{aligned} f(t) &= -t^2 + 2t - 5 \\ &= -(t^2 - 2t) - 5 \\ &= -(t^2 - 2t + 1^2) + 1^2 - 5 \\ &= -(t - 1)^2 - 4 \end{aligned}$$

จุดยอด คือ (1, -4)

นักเรียนสรุปคำตอบ พร้อมทั้งแสดงความสมเหตุสมผลของคำตอบ (Re3)

เน้นด้วยกับคำพูดของ สมัยศรี เนื่องจาก $f(t)$ เป็นฟังก์ชันแสดง ความสูงของลูกบอลจากพื้นดิน ซึ่งไม่สามารถเป็นลบได้



ภาพ 12 ตัวอย่างใบกิจกรรมที่แสดงการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในใบกิจกรรม “โจทย์ปัญหาฟังก์ชันกำลังสอง” โดยใช้วิธีกำลังสองสมบูรณ์

จากภาพ 12 แสดงการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อดำเนินการแก้ปัญหา ในใบกิจกรรม “โจทย์ปัญหาฟังก์ชันกำลังสอง” อยู่ในระดับพอใช้ เนื่องจากนักเรียนดำเนินการโดยใช้กำลังสองสมบูรณ์ แต่นักเรียนดำเนินการไม่ถูกต้อง ทำให้ผลลัพธ์ไม่ถูกต้อง จากฟังก์ชันกำลังสอง $f(t) = -t^2 + 2t - 5$ จัดให้อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์ คือ $f(t) = -(t^2 - 2t(1) + 1^2) + 1^2 + 5$ แต่นักเรียนได้เป็น $f(t) = -(t^2 - 2t(1) + 1^2) - 1^2 + 5$ นักเรียนจึงได้คำตอบจุดยอดของฟังก์ชันกำลังสองอยู่ที่จุด (1, 4) เมื่อนักเรียนนำไปวาดกราฟเพื่อพิจารณาลักษณะของกราฟทำให้นักเรียนเกิดข้อผิดพลาดและส่งผลถึงการสรุปคำตอบ

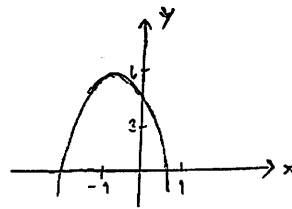
ให้นักเรียนแสดงวิธีทำโดยละเอียด

$$f(t) = -t^2 - 2t - 5 \quad \text{เมื่อ } a = -1, b = 2, c = 5$$

พิกัดยอด (vertex)

$$\text{ณ } \left(\frac{-b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a} \right)$$

$$\text{นั่น } \left(\frac{-(-2)}{2(-1)}, \frac{4(-1)(5) - (-2)^2}{4(-1)} \right) = (-1, 6)$$



นักเรียนสรุปคำตอบ พร้อมทั้งแสดงความสมเหตุสมผลของคำตอบ

ให้สมมติค่านักเรียน เช่น $f(t) = -t^2 + 2t - 5$

เก็บทุกสิ่งทุกอย่างที่ถูกต้องของกราฟมาปรับใช้

โดยให้จุดสูงสุด = (t, L)

ภาพ 13 ตัวอย่างใบกิจกรรมที่แสดงการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในใบกิจกรรม “โจทย์ปัญหาฟังก์ชันกำลังสอง” โดยใช้สูตร

จากภาพ 13 แสดงความสามารถในการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อดำเนินการแก้ปัญหาและสรุปคำตอบ ในใบกิจกรรม “โจทย์ปัญหาฟังก์ชันกำลังสอง” อยู่ในระดับพอใช้ เนื่องจากนักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาโดยใช้สูตร เมื่อฟังก์ชันกำลังสองอยู่ในรูป $f(x) = ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b, c เป็นจำนวนจริง และ $a \neq 0$ จุดยอด (h, k) ของฟังก์ชันกำลังสองสามารถหาได้จาก $h = -\frac{b}{2a}$, $k = \frac{4ac - b^2}{4a}$ ซึ่งจากฟังก์ชันกำลังสอง $f(t) = -t^2 - 2t - 5$ จะได้ว่า $a = -1, b = -2, c = 5$ แต่นักเรียนได้เป็น $a = -1, b = 2, c = 5$ จึงทำให้ผลลัพธ์ของนักเรียนไม่ถูกต้องและส่งผลกระทบต่อสรุปคำตอบของนักเรียนไม่ถูกต้องเช่นกัน

ให้นักเรียนแสดงวิธีทำโดยละเอียด (Re2)

$$\begin{aligned} \text{เมื่อ } x=1; f(1) &= -1^2 + 2(1) - 5 = -4 \\ x=2; f(2) &= -2^2 + 2 - 5 = -7 \\ x=3; f(3) &= -3^2 + 2 - 5 = -12 \end{aligned}$$

∞ คหณสูงมีค่าเป็นลบ

นักเรียนสรุปคำตอบ พร้อมทั้งแสดงความสมเหตุสมผลของคำตอบ (Re3)

∞ เห็นว่าหาค่าของฟังก์ชันคหณสูงเป็นลบไม่ได้

ภาพ 14 ตัวอย่างใบกิจกรรมที่แสดงการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เพื่อดำเนินการแก้ปัญหาและเพื่อสรุปคำตอบในใบกิจกรรม “โจทย์ปัญหาฟังก์ชันกำลังสอง” โดยใช้การแทนค่า

จากภาพ 14 แสดงความสามารถในการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อการดำเนินการแก้ปัญหาและสรุปคำตอบ ในใบกิจกรรม “โจทย์ปัญหาฟังก์ชันกำลังสอง” อยู่ในระดับดี เนื่องจากนักเรียนใช้วิธีการแทนค่าของฟังก์ชันเมื่อ x แทนระยะเวลาของลูกบอลต้องมีค่ามากกว่าศูนย์ โดยกำหนด $x = 1, 2, 3$ ซึ่งเป็นจำนวนเต็มเพื่อสะดวกในการแทนค่า เมื่อทำการแทนค่า นักเรียนจะสังเกตเห็นค่าของฟังก์ชัน (ความสูงของลูกบอล) ติดลบ ซึ่งไม่สมเหตุสมผลกับปัญหา ความสูงไม่สามารถติดลบได้ ดังนั้นจึงทำให้การสรุปคำตอบของนักเรียนจึงเห็นด้วยกับคำพูดของสมัย การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อดำเนินการแก้ปัญหาและสรุปคำตอบของนักเรียนมีความถูกต้องสามารถสื่อความหมายได้อย่างชัดเจน

ให้นักเรียนแสดงวิธีทำโดยละเอียด

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$y - c = ax^2 + bx$$

$$y - c = a\left(x + \frac{b}{2a}x\right)$$

$$y - c + a\left(\frac{b}{2a}\right)^2 = a\left[x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2\right]$$

$$y - \left(\frac{4ac - b^2}{4a}\right) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$$

$$\text{สมการพหุนามกำลังสองในรูป } y - k = a(x - h)^2$$

$$\text{หรือ จุดยอดของกราฟที่คือ } \left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$$

นักเรียนสรุปคำตอบ พร้อมทั้งแสดงความสมเหตุสมผลของคำตอบ

$$\text{จุดยอดของพหุนาม } f(x) = ax^2 + bx + c \text{ เมื่อ } a \neq 0$$

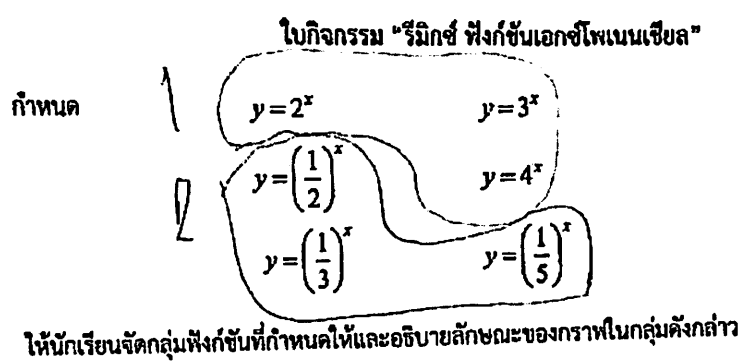
$$\text{คือ } \left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$$

ภาพ 15 ตัวอย่างใบกิจกรรมที่แสดงการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์
เพื่อดำเนินการแก้ปัญหาและเพื่อสรุปคำตอบ

ตาราง 18 แสดงจำนวนกลุ่มนักเรียนตามระดับการนำเสนอตัวแทนความคิดทาง
คณิตศาสตร์จากใบกิจกรรมของวงจรปฏิบัติการที่ 4

องค์ประกอบของการนำเสนอตัวแทนความคิดทาง คณิตศาสตร์	จำนวนกลุ่มนักเรียนจำแนกระดับการ นำเสนอตัวแทนความคิดทาง คณิตศาสตร์ (ร้อยละ)		
	ดี	พอใช้	ปรับปรุง
	วงจร ปฏิบัติการ ที่ 4		
การนำเสนอตัวแทนความคิดทาง คณิตศาสตร์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา	6 (75.00)	2 (25.00)	-
การนำเสนอตัวแทนความคิดทาง คณิตศาสตร์เพื่อดำเนินการแก้ปัญหา	6 (75.00)	2 (25.00)	-
การนำเสนอตัวแทนความคิดทาง คณิตศาสตร์เพื่อสรุปคำตอบ	5 (62.50)	3 (37.50)	-
ในภาพรวม	6 (75.00)	2 (25.00)	-

จากตาราง 18 เมื่อพิจารณาระดับการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป็นรายกลุ่มโดยรวม พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีระดับการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี จำนวน 6 กลุ่ม คิดเป็นร้อยละ 75.00 อยู่ในระดับพอใช้ จำนวน 1 กลุ่ม คิดเป็นร้อยละ 25.00 เมื่อพิจารณาการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์รายด้าน พบว่า ด้านการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อทำความเข้าใจปัญหาส่วนใหญ่อยู่ในระดับดี ส่วนด้านการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อดำเนินการแก้ปัญหาของกลุ่มนักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดีและด้านการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อสรุปคำตอบ ของกลุ่มนักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับดีทั้งหมด ทั้งนี้ผู้วิจัยได้นำตัวอย่างการเขียนตอบและแสดงแนวคิดที่แสดงให้เห็นถึงความสามารถการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ดังภาพ 16



1) ให้นักเรียนระบุเงื่อนไขของปัญหา และสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบ

เงื่อนไขของปัญหา..... สมการ

สิ่งที่ปัญหาต้องการทราบ..... จงกลุ่มฟังก์ชัน / ลักษณะของกราฟ

ภาพ 16 ตัวอย่างใบกิจกรรมที่แสดงการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เพื่อทำความเข้าใจปัญหา

จากภาพ 16 แสดงความสามารถในการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา ในใบกิจกรรม "รีมิกซ์ ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล" อยู่ในระดับดี เนื่องจากนักเรียนมีการขีดเขียน วงกลมทำสัญลักษณ์ในปัญหาเพื่อจัดกลุ่มสมการที่มีลักษณะกราฟเหมือนกันและแตกต่างกันได้อย่างชัดเจน

3) ให้นักเรียนจัดกลุ่มลักษณะกราฟของฟังก์ชันที่กำหนดให้ พร้อมอธิบายลักษณะที่เหมือนกัน และแตกต่างกัน

กลุ่มที่ 1 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x, y = \left(\frac{1}{3}\right)^x, y = \left(\frac{1}{5}\right)^x$

ฐานของเลขยกกำลัง เป็นจำนวนบวกที่น้อยกว่า 1

เมื่อค่า x เพิ่มขึ้น	จะค่าให้ค่า y ลดลง
เมื่อค่า x ลดลง	จะค่าให้ค่า y เพิ่มขึ้น

กลุ่มที่ 2 $y = 2^x, y = 3^x, y = 4^x$

ฐานของเลขยกกำลังเป็นจำนวนบวกที่มากกว่า 1

เมื่อค่า x เพิ่มขึ้น	จะค่าให้ค่า y เพิ่มขึ้น
เมื่อค่า x ลดลง	จะค่าให้ค่า y ลดลง

ลักษณะที่เหมือนกัน คือ กราฟตัดแกน y ที่จุด $(0,1)$ เหมือนกัน

ลักษณะที่แตกต่างกัน คือ แนวโน้มลักษณะของกราฟเมื่อค่า x เพิ่มขึ้น

ภาพ 17 ตัวอย่างใบกิจกรรมที่แสดงการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เพื่อสรุปคำตอบ

จากภาพ 17 แสดงความสามารถในการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เพื่อสรุปคำตอบในใบกิจกรรม “รีมิกซ์ ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล” อยู่ในระดับดี เนื่องจากนักเรียน แบ่งกลุ่มลักษณะกราฟของฟังก์ชันออกเป็น 2 กลุ่ม กลุ่มที่ 1 คือ $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x, y = \left(\frac{1}{3}\right)^x, y = \left(\frac{1}{5}\right)^x$ นักเรียนสังเกตจากฐานของเลขยกกำลังคือ $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}$ ซึ่งฐานของเลขยกกำลังมีค่าน้อยกว่า 1 เมื่อค่า x เพิ่มขึ้น ค่า y ก็จะมีค่าเพิ่มขึ้น และกลุ่มที่ 2 คือ $y = 2^x, y = 3^x, y = 4^x$ นักเรียนสังเกตได้ว่าฐานของเลขยกกำลังคือ 2, 3, 4 ซึ่งฐานของเลขยกกำลังมีค่ามากกว่า 1 เมื่อค่า x เพิ่มขึ้น ค่า y ก็จะมีค่าลดลง

2. ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น ที่ส่งเสริมการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

หลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้นที่ส่งเสริมการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ผู้วิจัยได้ดำเนินการวัดการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป็นรายบุคคล โดยผู้วิจัยแบ่งออกเป็น 3 กระบวนการ ได้แก่ 1) การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา 2)

การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อดำเนินการแก้ปัญหา 3) การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อสรุปปัญหา ดังตาราง

ตาราง 19 แสดงจำนวนนักเรียนตามระดับการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

ข้อที่	จำนวนกลุ่มนักเรียนจำแนกระดับการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ (ร้อยละ)								
	การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา			การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อดำเนินการแก้ปัญหา			การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อสรุปคำตอบ		
	ดี	พอใช้	ปรับปรุง	ดี	พอใช้	ปรับปรุง	ดี	พอใช้	ปรับปรุง
1 (ฟังก์ชัน เชิงเส้น)	29 (78.38)	8 (21.62)	0 (0.00)	17 (45.95)	20 (54.05)	0 (0.00)	25 (67.57)	10 (27.03)	2 (5.41)
2 (ฟังก์ชัน กำลังสอง)	26 (70.27)	11 (29.73)	0 (0.00)	22 (59.46)	12 (32.43)	3 (8.10)	21 (56.76)	11 (29.73)	5 (13.51)
3 (ฟังก์ชัน เอกซ์โพ เนนเชียล)	27 (72.97)	10 (27.03)	0 (0.00)	25 (67.57)	10 (27.03)	2 (5.41)	23 (62.16)	10 (27.03)	4 (10.81)

จากตาราง 19 นักเรียนส่วนใหญ่มีการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา คือนักเรียนสามารถใช้ข้อความ หรือสัญลักษณ์ การขีดเขียน (วงกลม) ข้อความในใจทฤษฎี เขียนแผนภาพความคิด พบว่าข้อที่ 1 นักเรียนส่วนใหญ่มีคำตอบอยู่ในระดับดี จำนวน 29 คน คิดเป็นร้อยละ 78.38 ข้อที่ 2 นักเรียนส่วนใหญ่มีคำตอบอยู่ในระดับดี จำนวน 26 คน คิดเป็นร้อยละ 70.27 และข้อที่ 3 นักเรียนส่วนใหญ่มีคำตอบอยู่ในระดับดี จำนวน 27 คน คิดเป็นร้อยละ 72.97 ดังนั้น เมื่อพิจารณาโดยรวมแล้วนักเรียนส่วนใหญ่มีการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อทำความเข้าใจปัญหาอยู่ในระดับดี นักเรียนส่วนใหญ่มีการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อดำเนินการแก้ปัญหา คือนักเรียนสามารถใช้สัญลักษณ์ หรือตัวแปร ข้อความ กราฟ หรือสมการ เพื่อแก้ปัญหา พบว่าข้อ ที่ 1 นักเรียนส่วนใหญ่มีคำตอบอยู่ในระดับดี จำนวน 27 คน คิดเป็นร้อยละ 72.97 ข้อที่ 2 นักเรียนส่วนใหญ่มีคำตอบอยู่ในระดับดี จำนวน 22 คน คิดเป็นร้อยละ 59.46 และข้อที่ 3 นักเรียนส่วนใหญ่มีคำตอบอยู่ในระดับดี จำนวน 25 คน คิดเป็นร้อยละ 67.57 ดังนั้น เมื่อพิจารณาโดยรวมแล้วนักเรียนส่วนใหญ่มีการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อดำเนินการแก้ปัญหาอยู่ในระดับดี และนักเรียนส่วนใหญ่มีการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อสรุปคำตอบของปัญหา คือนักเรียนสามารถใช้

ข้อความหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อสรุปคำตอบ พบว่าข้อที่ 1 นักเรียนส่วนใหญ่มีคำตอบอยู่ในระดับดี จำนวน 25 คน คิดเป็นร้อยละ 67.57 ข้อที่ 2 นักเรียนส่วนใหญ่มีคำตอบอยู่ในระดับดี จำนวน 21 คน คิดเป็นร้อยละ 56.76 และข้อที่ 3 นักเรียนส่วนใหญ่มีคำตอบอยู่ในระดับดี จำนวน 23 คน คิดเป็นร้อยละ 62.16 ดังนั้น เมื่อพิจารณาโดยรวมแล้วนักเรียนส่วนใหญ่มีการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อสรุปคำตอบของปัญหาอยู่ในระดับดี

จำนวนนักเรียนส่วนใหญ่มีการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อทำความเข้าใจปัญหาอยู่ในระดับดี และพอใช้ คือนักเรียนสามารถใช้ข้อความ หรือสัญลักษณ์ การขีดเขียน (วงกลม) ข้อความในใจที่ยื่นแผนภาพความคิด และระบุเงื่อนไขของปัญหา สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ จำนวนนักเรียนส่วนใหญ่มีการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อดำเนินการแก้ปัญหาและเพื่อสรุปคำตอบของปัญหาอยู่ในระดับดี และพอใช้ เมื่อพิจารณาเป็นรายข้อ พบว่าในข้อที่ 2 ฟังก์ชันกำลังสอง และข้อที่ 3 ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล มีนักเรียนที่มีการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อดำเนินการแก้ปัญหาและเพื่อสรุปคำตอบของปัญหาอยู่ในระดับปรับปรุง คืองานทางคณิตศาสตร์ที่ต้องใช้ความรู้พื้นฐานในเรื่องกำลังสองสมบูรณ์ เลขยกกำลัง และอาจจะต้องใช้กราฟ การสร้างกราฟและสมการช่วยเพื่อดำเนินการแก้ปัญหา และเมื่องานทางคณิตศาสตร์นั้นมีความซับซ้อนมากขึ้นทำให้นักเรียนสรุปคำตอบได้ไม่เหมาะสม และไม่ชัดเจน

จากผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น ทั้ง 4 แผนการจัดการเรียนรู้ เก็บรวบรวมข้อมูลจากใบกิจกรรมและแบบวัดการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ แสดงให้เห็นว่า ผลจากแบบวัดการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ นักเรียนส่วนใหญ่มีการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ทั้ง 3 กระบวนการอยู่ในระดับดี ทั้งสามด้าน และผลจากใบกิจกรรมพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ทั้ง 3 กระบวนการ อยู่ในระดับดีในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 โดยการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อทำความเข้าใจปัญหาสูงกว่าการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อดำเนินการแก้ปัญหาและเพื่อสรุปคำตอบของปัญหา

บทที่ 5

บทสรุป

การวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน เรื่อง การจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น เพื่อพัฒนาการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีจุดมุ่งหมายเพื่อ 1) ศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น เพื่อพัฒนาการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 และ 2) ศึกษาการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น ด้วยการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น โดยใช้รูปแบบการวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียนสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2563 จำนวน 37 คน ดำเนินการจัดการเรียนรู้ทั้งหมด 4 แผนการจัดการเรียนรู้ ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ฟังก์ชัน แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง ฟังก์ชันเชิงเส้น แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ฟังก์ชันกำลังสอง และแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ใช้เวลาจัดการเรียนรู้ทั้งหมด 11 ชั่วโมง โดยมีเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ดังนี้ แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ ไปกิจกรรม และแบบวัดการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ โดยสามารถสรุปผลการวิจัย ดังนี้

สรุปผลการวิจัย

1. แนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น เพื่อพัฒนาการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ผู้วิจัยได้ดำเนินการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น เรื่อง ฟังก์ชัน มีประเด็นที่ควรเน้น ดังต่อไปนี้

ขั้นการปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์ (Anticipating)

ครูออกแบบหรือคัดเลือกงานทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมให้เกิดการเรียนรู้ด้วยตนเอง เน้นงานทางคณิตศาสตร์ที่มีคำถามปลายเปิดหรือเป็นสถานการณ์ปัญหาทางฟังก์ชันที่ต้องใช้การวิเคราะห์ ความสมเหตุสมผลความเป็นไปได้ของคำตอบ มีแนวคิดในการแก้ปัญหาที่หลากหลายแต่แนวคิดเหล่านั้นสามารถเชื่อมโยงมาสู่ข้อสรุป

ขั้นการปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ (Launching)

การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับผู้เรียน สามารถปรับได้ตามสภาพจริงของผู้เรียน มีการกระตุ้นด้วยสถานการณ์ที่มีความน่าสนใจร่วมกับความรู้พื้นฐานเดิม รวมถึงการตรวจสอบความเข้าใจในงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 และ 2 นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่คุ้นกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น แต่วงจรปฏิบัติการที่ 3 และ 4 เมื่อนักเรียนมีความคุ้นเคยกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้นนั้นแล้ว นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ และทำความเข้าใจกับงานทางคณิตศาสตร์ได้ด้วยระยะเวลาอันน้อยลง และครูมีบทบาทในการกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนทำความเข้าใจน้อยลงเช่นเดียวกัน

ขั้นการปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Monitoring)

ครูทำหน้าที่สังเกตแนวคิดและวิธีการในการแก้ปัญหาของนักเรียนเป็นกลุ่มย่อย และอำนวยความสะดวกในการตรวจสอบแนวคิดของนักเรียนเมื่อนักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาหรือแสดงวิธีการที่ไม่ถูกต้อง เนื่องจากความรู้พื้นฐานเดิมหรือ เข้าใจปัญหาไม่ถูกต้อง ครูจะต้องให้คำชี้แนะและแนะนำโดยใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนตรวจสอบแนวคิดของตนเอง และขณะนักเรียนดำเนินการแก้ปัญหานั้นครูจะต้องพูดคุยหรือสนทนาให้นักเรียนสามารถเลือกแนวคิดในการแก้ปัญหาของกลุ่มย่อยได้ ในกรณีที่แนวคิดของสมาชิกกลุ่มย่อยแตกต่างกัน และเกิดการโต้แย้งกัน

ขั้นการปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน (Selecting)

ครูจัดลำดับการนำเสนอแนวคิดของนักเรียนเพื่อให้เกิดการอภิปรายและนำไปสู่ความคิดรวบยอดของบทเรียน โดยนักเรียนไม่จำเป็นต้องนำเสนอแนวคิดครบทุกกลุ่ม และการจัดลำดับควรพิจารณาจากการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อดำเนินการแก้ปัญหา และสรุปคำตอบของปัญหาตามความเหมาะสม

ขั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่ (Connecting)

ครูต้องสร้างบรรยากาศให้นักเรียนได้เกิดการอภิปราย โดยนักเรียนจะมีบทบาทเป็นผู้นำเสนอแนวคิดในการแก้ปัญหา จากการคัดเลือกในขั้นปฏิบัติการขั้นที่ 4 และควรกำหนดสิ่งให้นักเรียนนำเสนอให้ชัดเจน จากวงจรปฏิบัติการที่ 1 นักเรียนมีการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อสรุปคำตอบที่ยังไม่ชัดเจน บางกลุ่มยังขาดการสรุปคำตอบของปัญหา แต่เมื่อนักเรียนคุ้นชินกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น นักเรียนสามารถนำเสนอ

แนวคิดในการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อดำเนินการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม และชัดเจนมากขึ้น และมีการสรุปคำตอบที่ชัดเจนและเหมาะสม โดยครูจะต้องมีการเตรียมคำถาม ให้เกิดการอภิปรายเพื่อสรุป เช่น “แนวคิดนี้แตกต่างจากแนวคิดของเพื่อนกลุ่มที่ผ่านมาอย่างไร” “มีแนวคิดที่แตกต่างจากที่เพื่อนนำเสนอหรือไม่” “เพื่อนนำเสนอได้ครบถ้วนหรือไม่ มีใครจะเสริมแนวคิดของเพื่อนหรือไม่ อย่างไร” ทำให้นักเรียนในชั้นเรียนได้ฟังแนวคิดทั้งสนับสนุนและโต้แย้งกับ ผู้อภิปราย เพื่อเชื่อมโยงแนวคิดแต่ละแนวคิดมาสู่ข้อสรุปของบทเรียน

2. การศึกษาการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น

2.1 ผลการศึกษาพัฒนาการของการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ระหว่างการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น

เมื่อเปรียบเทียบระดับการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์รายด้าน พบว่าจำนวนนักเรียนมากขึ้นในระดับที่ดีขึ้น ตามไปกิจกรรมที่ได้จากวงจรปฏิบัติการที่ 1, 2, 3 และ 4 แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีพัฒนาการการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น และแสดงให้เห็นว่าการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นสามารถพัฒนาการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนได้

2.2 การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการจัดการเรียนรู้ โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น เพื่อพัฒนาการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

จากผลการวิจัย พบว่าระดับการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในวงจรปฏิบัติการที่ 4 สอดคล้องกับผลการทำแบบวัดการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ กล่าวคือ ผลการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์มีความน่าเชื่อถือของข้อมูล ด้านวิธีการเก็บรวบรวมข้อมูล พบว่าข้อมูลจากการวิเคราะห์ไปกิจกรรม นักเรียนส่วนใหญ่มีระดับการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา ดำเนินการแก้ปัญหาและสรุปคำตอบของปัญหาอยู่ในระดับดี เช่นเดียวกับเมื่อวิเคราะห์ข้อมูลจากแบบวัดการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

อภิปรายผล

ผลการวิจัยเชิงปฏิบัติการเพื่อพัฒนาการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น เพื่อพัฒนาการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สามารถอภิปรายผลการวิจัยได้ดังต่อไปนี้

ตอนที่ 1 แนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น เพื่อพัฒนาการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

การจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น เพื่อพัฒนาการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้เลือกแนวคิดของตนเองเพื่อแลกเปลี่ยนหรือพูดคุยในกลุ่มย่อยเพื่ออภิปรายแล้วเกิดเป็นแนวคิดของกลุ่มย่อย สามารถนำไปถ่ายทอดความรู้ แนวคิดของตนเอง เกิดการอภิปรายและโต้แย้งในกลุ่มใหญ่ รวมถึงมีโอกาสได้นำเสนอและฝึกฝนการเขียนอธิบายและใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง ผู้วิจัยได้สำรวจและวิเคราะห์ปัญหาที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน ทำให้เข้าใจถึงสภาพปัญหาในชั้นเรียน โดยแต่ละชั้นตอนมีประเด็นในเรื่องปัญหาและอุปสรรคถึงแนวทางพัฒนาการจัดการเรียนรู้ดังต่อไปนี้

ขั้นการปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์ (Anticipating) แนวทางการออกแบบงานทางคณิตศาสตร์จากงานวิจัยนี้ ได้แสดงให้เห็นถึงความสำคัญในการออกแบบและคัดเลือกงานทางคณิตศาสตร์ ต้องเป็นงานที่เปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงแนวคิดในการวิเคราะห์ แก่ปัญหาที่หลากหลาย และแตกต่างกัน ซึ่งส่งผลทำให้นักเรียนสามารถค้นหาวิธีการและแนวคิดการแก้ปัญหาด้วยตนเอง ซึ่งสอดคล้องกับ Lester (2010) ได้กล่าวว่า งานทางคณิตศาสตร์ที่ครูคัดเลือกให้กับนักเรียนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ควรเป็นงานทางคณิตศาสตร์ที่นักเรียนสามารถใช้แนวคิดและวิธีการในการแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน

ขั้นการปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ (Launching) การปฏิบัติในขั้นนี้ปัญหาที่พบในช่วงแรกคือนักเรียนไม่เข้าใจงานทางคณิตศาสตร์ได้ ครูจึงต้องปรับในวงจรปฏิบัติการถัดไปให้มีความชัดเจน รวมถึงบทบาทครูในการจัดกิจกรรม การอธิบายเพื่อขยายความให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจมากขึ้นในเงื่อนไขของปัญหา และสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบ ซึ่งจะต้องคำนึงถึงประสบการณ์และความรู้พื้นฐานเดิมของนักเรียน โดยจะให้นักเรียนได้เจอกับงานทางคณิตศาสตร์ที่ง่ายเพื่อให้นักเรียนสามารถทำความเข้าใจได้ง่ายและกระตุ้น ดึงดูดความสนใจของนักเรียนทั้งนี้สิ่งสำคัญที่ช่วยให้นักเรียนเข้าสู่ปัญหาเองได้ก็คือ งานทางคณิตศาสตร์เป็นปลายเปิดที่สนับสนุนให้นักเรียนแนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายและสามารถนำไปสู่การอภิปรายทั้งชั้นเรียนได้ สอดคล้องกับ คำกล่าวของ Wilson (1996, p. 18–20) ที่ได้กล่าวว่าการจัดกิจกรรมการ

เรียนรู้ผ่านการลงมือปฏิบัติจริงเป็นการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้สร้างความรู้ด้วยตนเอง โดยอาศัยการใช้ความรู้เดิมที่มีมาก่อน และจากการที่นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติจริง เพื่อนำไปสู่การสร้างความรู้ใหม่ ทำให้นักเรียนได้แนวคิดหรือวิธีการแก้ปัญหาด้วยตนเอง ได้ทดสอบแนวคิดใหม่ ๆ ร่วมกับผู้อื่น และได้เสนอวิธีแก้ปัญหาที่ดีที่สุดที่ตนเองสามารถคิดค้นขึ้นมาได้

ขั้นการปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Monitoring) การปฏิบัติในขั้นนี้ ปัญหาที่พบในช่วงแรกคือ นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาได้จนสำเร็จ เนื่องจากแนวคิดในกลุ่มย่อยของนักเรียนมีความหลากหลาย ทำให้ไม่สามารถหรือสรุปและเลือกเป็นแนวคิดของกลุ่มย่อยได้ บทบาทที่สำคัญของครูคือส่งเสริมให้นักเรียนได้เรียนรู้วิธีการด้วยตนเอง ครูพยายามทำความเข้าใจและตรวจสอบความรู้เดิม/แนวคิดหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ โดยการสังเกตพฤติกรรมการเรียนรู้ที่นักเรียนแสดงออกต่องานทางคณิตศาสตร์ และส่งเสริมให้เกิดการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ สนับสนุนให้เกิดการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์โดยใช้คำถามให้นักเรียนสามารถแสดงวิธีการคิด สรุปคำตอบของปัญหาลงในใบกิจกรรม ทำให้ครูนำเอาแนวคิดที่นักเรียนได้รับไปใช้ในการออกแบบงานทางคณิตศาสตร์ในบทเรียนต่อไปเพื่อพัฒนาการคิดทางคณิตศาสตร์ให้ดีขึ้น แสดงให้เห็นการให้ความสำคัญกับการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในเชิงการสอนจนทำให้ชั้นเรียนเกิดการเปลี่ยนแปลง สอดคล้องกับ Stenberg et al. (1996) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการใช้วิธีการสืบสอบในการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกับการเปลี่ยนแปลงครู พบว่าปัจจัยนั้นเกิดจากการมีส่วนร่วมในการอภิปรายทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการสื่อสาร การทำให้เกิดการสนทนา การสื่อสารระหว่างครูกับนักเรียนและนักเรียนกับนักเรียนในขณะที่มีการแก้ปัญหา เป็นกระบวนการเพื่อทำให้เกิดการสะท้อนกลับ การโต้แย้งและการวัดความรู้ใหม่

ขั้นการปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน (Selecting) การปฏิบัติในขั้นนี้ ที่มีความสำคัญไม่ต่างจากแนวปฏิบัติอื่น เนื่องจากการที่ครูได้คัดเลือกแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน จัดลำดับการนำเสนอและอภิปรายอย่างเหมาะสม ทำให้นักเรียนสร้างแนวคิดใหม่จากการขยายและพัฒนาแนวคิดผ่านการเรียบเรียงที่หลากหลายของผู้อื่น การเปรียบเทียบความเหมือนหรือความต่างของแนวคิดสอดคล้องกับ คำกล่าวของ ยุพิน พิพิธกุล (2539) ที่ได้กล่าวไว้ว่า กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้เรียนรู้จากเรื่องง่ายไปสู่เรื่องยากเปลี่ยนจากรูปธรรมไปสู่นามธรรม ใช้ความสนใจของนักเรียนเป็นจุดเริ่มต้น

ขั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่ (Connecting) เป็นกิจกรรมที่เน้นการพูดแลกเปลี่ยนอภิปรายความคิด และข้อสรุปจากการทำงาน

ทางคณิตศาสตร์ จากการเขียนโดยใช้สัญลักษณ์ รูปภาพ สมการ เพื่อสรุปเป็นความรู้ใหม่ และให้นักเรียนได้นำเสนอและอภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียนเกี่ยวแนวคิดหรือวิธีการของตนเองและเพื่อน เพื่อให้ได้ข้อสรุปของแนวคิดหรือวิธีการในประเด็นต่าง ๆ รวมถึงเชื่อมโยงแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่ ทำให้นักเรียนได้เห็นถึงแนวคิดหรือวิธีการที่หลากหลายของเพื่อนทั้งที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาดได้ตรวจสอบความถูกต้องของแนวคิดหรือวิธีการทั้งของตนเองและเพื่อนทำให้นักเรียนเกิดความรู้ความเข้าใจในแนวคิดหรือวิธีการที่ชัดเจนยิ่งขึ้น และได้ใช้ความรู้ความเข้าใจในการทำ ความเข้าใจแนวคิดหรือวิธีการของเพื่อน รวมถึงนักเรียนได้ฝึกเชื่อมโยงข้อมูลและข้อสรุปต่าง ๆ มาสร้างเป็นความรู้ใหม่ด้วยตนเองและได้ฝึกใช้ความรู้ที่สร้างขึ้นอย่างเป็นระบบ ซึ่งสอดคล้องกับแนวคิดของ Stigler, Gallimore & Hiebert (1999) ที่ได้กล่าวว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์นักเรียนควรมีโอกาสแลกเปลี่ยนแนวคิด การอธิบายแสดงแนวคิด และร่วมกัน วิเคราะห์เกี่ยวกับขั้นตอนวิธีการดำเนินการแก้ปัญหา จะทำให้นักเรียนเกิดการพัฒนา ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และยังทำให้นักเรียนค้นพบด้วยตนเองได้ดีกว่า การจัดการเรียนรู้แบบเดิมที่ครูเน้นการอธิบาย และสาธิตขั้นตอนวิธีการก่อนลงมือแก้ปัญหา

ตอนที่ 2 ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น เพื่อพัฒนาการ นำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

การวิเคราะห์ข้อมูลระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น จากไปกิจกรรมและแบบวัดการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ นักเรียนมีแนวโน้มการ พัฒนาการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดีในทุกกระบวนการ เมื่อ เปรียบเทียบกับผลวิจัยหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ อยู่ในระดับดี ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การจัดการเรียนรู้อาศัยแนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้นสามารถพัฒนาการนำเสนอตัวแทนความคิดทาง คณิตศาสตร์แต่ละด้านได้ ดังนี้

1. นักเรียนมีการพัฒนาการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อทำความเข้าใจ ปัญหา เมื่อพิจารณาจำนวนนักเรียนในระดับการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อทำ ความเข้าใจปัญหามีแนวโน้มเพิ่มขึ้นแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ ซึ่งระดับการนำเสนอตัวแทน ความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อทำความเข้าใจปัญหาในแผนการจัดการเรียนรู้สุดท้ายอยู่ในระดับดี นักเรียนสามารถขีดเขียน (วงกลม) ขีดเส้นใต้ข้อความในปัญหา และระบุเงื่อนไขของปัญหา สิ่ง ที่ปัญหาต้องการทราบได้อย่างชัดเจนยิ่งขึ้น เนื่องจากการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น ในการปฏิบัติขั้นที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยนำเสนองานทางคณิตศาสตร์กับ

นักเรียนให้มีความน่าสนใจโดยเชื่อมโยงกับความรู้พื้นฐาน เช่น ใบกิจกรรม “พร้อมจ่าย”, “รูปแบบของฟังก์ชันเชิงเส้น” นักเรียนมีการวาดภาพ เน้นข้อความ ชัดเส้นใต้ วงกลมคำสำคัญ สมการที่โจทย์กำหนดให้เพื่อสังเกตและพิจารณาเงื่อนไขของปัญหา จนสามารถเชื่อมโยงไปสู่การกำหนดตัวแปรได้ สอดคล้องกับ แพร่ไหม สามารถ (2555) ได้กล่าวว่า การส่งเสริมให้นักเรียนวาดภาพเพื่อทำความเข้าใจปัญหา ใช้การขีดเขียน (วงกลม) ชัดเส้นใต้ข้อความคำสำคัญในปัญหา และใช้ตัวแปรแทนข้อความสามารถทำความเข้าใจปัญหาได้ง่ายขึ้น

2. นักเรียนมีการพัฒนาการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อดำเนินการแก้ปัญหา เมื่อพิจารณาจำนวนนักเรียนในระดับการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อดำเนินการแก้ปัญหามีแนวโน้มเพิ่มขึ้นแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ ซึ่งระดับการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อสรุปคำตอบของปัญหาในแผนการจัดการเรียนรู้สุดท้ายอยู่ในระดับดี นักเรียนสามารถใช้สัญลักษณ์ หรือตัวแปร ข้อความ กราฟ หรือสมการเพื่อดำเนินการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม และชัดเจน เนื่องจากการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น ในการปฏิบัติขั้นที่ 1 การคาดการณ์การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยจะต้องเลือกหรือออกแบบงานทางคณิตศาสตร์ให้มีความหลากหลายแนวคิด เช่น ใบกิจกรรม “โจทย์ประยุกต์ฟังก์ชันกำลังสอง” นักเรียนสามารถใช้การทดลองแทนค่าฟังก์ชัน หรือใช้การวาดกราฟเพื่อพิจารณาปัญหาดังกล่าวว่าสอดคล้องกับฟังก์ชันที่กำหนดมาให้หรือไม่ ทำให้นักเรียนแต่ละคนมีแนวคิดในการดำเนินการแก้ปัญหาที่หลากหลายส่งผลให้นักเรียนมีโอกาสพัฒนาการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ และในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 – 4 เป็นแผนการจัดการเรียนรู้แบบคู่ขนาน นักเรียนเจอปัญหาล้ำกัน ดังนั้นนักเรียนจะได้เรียนรู้แนวคิดและวิธีการดำเนินการแก้ปัญหาจากแผนการจัดการเรียนรู้ก่อนหน้าและนำมาใช้ในแผนการจัดการเรียนรู้ถัดไปได้ดีขึ้น สอดคล้องกับ NCTM (2000) ที่ได้กล่าวว่า การจัดประสบการณ์ให้นักเรียนได้มีการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลาย เป็นแนวทางในการพัฒนาการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ได้อย่างมีความหมายให้กับนักเรียน ในการปฏิบัติขั้นที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เช่น นักเรียนบางกลุ่มใช้วิธีการวาดกราฟแต่ละสมการลงในแกนพิกัดฉากแต่ละแกนในใบกิจกรรม รีมิกซ์ ฟังก์ชันเชิงเส้น รีมิกซ์ ฟังก์ชันกำลังสอง และรีมิกซ์ ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ซึ่งทำให้นักเรียนไม่สามารถดูแนวโน้มลักษณะของกราฟได้ แต่นักเรียนบางกลุ่มใช้แอปพลิเคชัน GeoGebra โดยการสังเกตฟังก์ชันที่กำหนดให้และจัดกลุ่มอย่างคร่าว ๆ และบันทึกฟังก์ชันลงในแอปพลิเคชันตามกลุ่มที่กำหนดไว้ เพื่อตรวจสอบและดูแนวโน้มเมื่อสมการเปลี่ยนลักษณะของกราฟจะเปลี่ยนเป็นอย่างไร ซึ่งทำให้นักเรียนพอใจ ประหยัดเวลาในการวาดกราฟและ

ในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 และ 4 นักเรียนทุกกลุ่มใช้แอปพลิเคชัน GeoGebra ในการดำเนินการแก้ปัญหา ทำให้การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อดำเนินการแก้ปัญหานักเรียนดีขึ้นตามลำดับ สอดคล้องกับการวิจัยของ อรญา อัญโย (2553) ได้ศึกษาผลของการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟที่มีต่อทัศนคติทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 นักเรียนในกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟมีทัศนคติทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนในกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดการเรียนรู้แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และได้กล่าวว่ทัศนคติเป็นการสรุปลักษณะสำคัญของความรู้ต่าง ๆ ตามความเข้าใจ โดยนำความรู้เหล่านั้นมาสัมพันธ์กันและใช้ในการสรุปลักษณะของสิ่งเหล่านั้นอีกครั้ง

3. นักเรียนมีการพัฒนาการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อสรุปคำตอบของปัญหา เมื่อพิจารณาจำนวนนักเรียนในการระดับการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อสรุปคำตอบของปัญหามีแนวโน้มเพิ่มขึ้นแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ ซึ่งระดับการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อสรุปคำตอบของปัญหาในแผนการจัดการเรียนรู้สุดท้ายอยู่ในระดับดี นักเรียนสามารถใช้ข้อความหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์เพื่อสรุปคำตอบได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม และชัดเจน เนื่องจากการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้นในการปฏิบัติขั้นที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ผู้วิจัยจะสังเกตสำรวจและติดตามแนวคิดของนักเรียนขณะลงมือทำงานทางคณิตศาสตร์ และชี้แนะเมื่อนักเรียนมีแนวคิดหรือวิธีการที่ไม่ถูกต้อง เช่น กิจกรรม "โจทย์ประยุกต์ฟังก์ชันเชิงเส้น" "โจทย์ประยุกต์ฟังก์ชันกำลังสอง" และ "Zombie" นักเรียนจะต้องพูดคุยแลกเปลี่ยนแนวคิดกันภายในกลุ่ม และสรุปแนวคิดของกลุ่มย่อยเพื่อที่จะนำเสนอในชั้นเรียนทำให้นักเรียนได้เห็นข้อผิดพลาดและข้อบกพร่องของตนเอง สอดคล้องกับ NCTM (2000) ที่ได้กล่าวว่ การจัดการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีโอกาสแลกเปลี่ยนความรู้ระหว่างนักเรียนกับนักเรียน ได้อธิบายแนวคิด เหตุผล และสื่อสารให้บุคคลอื่นเห็นด้วยกับแนวคิดของตนเองไม่ว่าจะเป็นการพูดและการฟัง กิจกรรมดังกล่าวจะช่วยให้ นักเรียนได้สร้างความรู้ด้วยตนเอง เรียนรู้ รับฟังแนวคิดในลักษณะต่าง ๆ เพื่อให้เกิดความชัดเจนในแนวคิดของตนเอง ซึ่งถือเป็นการส่งเสริมและพัฒนาความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ และในการปฏิบัติขั้นที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่ นักเรียนนำเสนอแนวคิดของตนเองและอภิปรายแนวคิดแต่ละแนวคิดว่ามีความแตกต่างกันอย่างไร ซึ่งแต่

ละแนวคิดที่แตกต่างกันทำให้นักเรียนเห็นการเชื่อมโยงแนวคิดของตนเองไปยังแนวคิดของผู้อื่น เกิดการสร้างความรู้จากความรู้เดิมมาสู่ความรู้ใหม่ด้วยตนเอง สอดคล้องกับงานวิจัยของ Slavin (1996) ที่ได้ศึกษาเกี่ยวกับความสำเร็จกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือพบว่า การได้พูดคุยถึงกระบวนการต่าง ๆ จะทำให้ทราบข้อบกพร่องและสามารถแก้ปัญหาได้ ประสบการณ์เป็นสิ่งสำคัญที่จะช่วยให้นักเรียนสามารถให้เหตุผลและสร้างกระบวนการในการเรียนรู้ที่สามารถ พิสูจน์และวิพากษ์วิจารณ์กันได้ การทำงานร่วมกับผู้อื่นสามารถช่วยให้หาข้อสรุปและมีความคิดริเริ่มในการเรียนรู้ทำให้นักเรียนเกิดแนวคิดที่หลากหลายในการแก้ปัญหา

ข้อเสนอแนะ

ผู้วิจัยได้สรุปแนวคิดและข้อเสนอแนะจากการวิจัยเพื่อพัฒนาการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ด้วยการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น ที่ส่งเสริมการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

1. ข้อเสนอแนะในการนำข้อมูลวิจัยไปใช้

1.1 ครูควรออกแบบและคัดเลือกงานทางคณิตศาสตร์นำมาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ให้มีความเหมาะสมกับนักเรียน โดยถ้านักเรียนมีความสามารถทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับกลาง งานทางคณิตศาสตร์ควรมีความน่าสนใจ เช่น กิจกรรม รีมิทซ์ ฟังก์ชันเชิงเส้น รีมิทซ์ ฟังก์ชันกำลังสอง และรีมิทซ์ ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล เป็นงานทางคณิตศาสตร์ที่ให้นักเรียนได้พิจารณาลักษณะของกราฟที่กำหนดให้ และจัดกลุ่มกราฟที่มีลักษณะคล้ายกัน รวมถึงบอกแนวโน้มลักษณะของกราฟเมื่อมีค่าเปลี่ยนแปลงไปได้

1.2 ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจปัญหาด้วยตนเอง แสดงแนวคิดในการดำเนินการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนจะได้สังเกตปัญหาด้วยตนเองจากง่ายไปสู่ยาก และใช้ความรู้พื้นฐานเดิมมาใช้ในการแก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนได้ค้นพบและเรียนรู้แนวคิดที่หลากหลายและเชื่อมโยงไปสู่การอภิปรายและข้อสรุปความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ได้ โดยนักเรียนอาจมีการใช้เครื่องมือ อุปกรณ์ หรือโปรแกรมในการลงมือแก้ปัญหา เช่น Geogebra ร่วมด้วย

2. ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งถัดไป

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น เป็นวิธีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีศักยภาพในการพัฒนาการสื่อสารของนักเรียนได้เป็นอย่างดี ในการวิจัยครั้งต่อไปควรนำรูปแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ไปใช้ เพื่อพัฒนาทักษะการสื่อสารและนำเสนอทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากแนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้นดังกล่าว มีชั้นการปฏิบัติที่ 3 การติดตาม ที่ให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนแนวคิดโดยสื่อสารภายในกลุ่มย่อยเพื่อเลือกแนวคิดและเขียนแสดงมาเป็นวิธีการของ

กลุ่มย่อย และขั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยง นักเรียนจะต้องนำเสนอแนวคิดและวิธีการของกลุ่มย่อยกับชั้นเรียนและเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยน อภิปรายความคิด และเชื่อมโยงไปสู่ข้อสรุปเป็นความรู้ใหม่

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- กุลนิดา ปลื้มปิติวิริยะเวช. (2559). การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนตามแนวคิดการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น (ปริญญาานิพนธ์ปริญญาตรีบัณฑิต). กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พุทธศักราช 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2555). ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.
- ชมนาด เชื้อสุวรรณทวิ. (2561). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ชนิสรา เมธภัทรหิรัญ. (2563). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Representation) และการนิภาพทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Visualization). นิสสาร สสวท, 48(224), 22-28.
- ชรินทร์ อินทะวัน. (2561). การประชุมวิชาการทางคณิตศาสตร์ครั้งที่ 23 ประจำปี พ.ศ.2561, วันที่ 3 – 5 พฤษภาคม 2561 ณ โรงแรมแทนดารีนา กรุงเทพมหานคร.
- ทรรศมน วินัยโกศล. (2562). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตล์ที่มีต่อความรู้และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3. วารสารอิเล็กทรอนิกส์ทางการศึกษา, 14(1), 1-16.
- เบญจวรรณ น้อยหอม. (2561). การส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยวิธีการที่หลากหลายของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้ 5 แนวปฏิบัติการสอน. กรุงเทพฯ: คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าธนบุรี.
- เปรมกมล อินลี. (2561). การประชุมวิชาการทางคณิตศาสตร์ครั้งที่ 23 ประจำปี พ.ศ.2561, วันที่ 3 – 5 พฤษภาคม 2561 ณ โรงแรมแทนดารีนา กรุงเทพมหานคร.

- แพรวไหม สามารถ. (2555). การพัฒนาการคิดเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้กระบวนการคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต). กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- พรรณทิภา ทองนวล. (2554). ผลของการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาโดยเน้นการใช้ตัวแทนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต). กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ยุพิน พิพิธกุล. (2539). การเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: บพิธการพิมพ์.
- สายัณห์ พลแพน. (2556). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยรูปแบบการสอนแบบเอ็กซ์พลีซีทีทีที่เน้นการใช้ตัวแทน เรื่อง ระบบจำนวนเต็ม ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและทักษะการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต). กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- สาวิตรี มูลสุวรรณ. (2554). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ด้วยกลวิธีเอฟไอพีเอสที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต). กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สำนักงานคณะกรรมการพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ. (2549). แผนพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ ครั้งที่ 9 (พ.ศ. 2545 – 2549). กรุงเทพฯ: สำนักงานคณะกรรมการพัฒนา เศรษฐกิจและสังคมแห่งชาติ.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2560). คู่มือครูรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามผลการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พุทธศักราช 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2551). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: หจก.ส เจริญการพิมพ์.
- สถาบันทดสอบทางการศึกษา. (2562). สรุปผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2562. สืบค้น 8 สิงหาคม 2563, จาก http://www.newonetestresult.niets.or.th/AnnouncementWeb/PDF/SummaryONETP6_2562.pdf

- อรรถ ภูบุญเต็ม. (2550). การศึกษาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง โจทย์สมการของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้ตัวแทน (Representation) (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต). กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- อรุณา อัญโย. (2553). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยบูรณาการการใช้ตัวแทนที่หลากหลายและเครื่องคำนวณเชิงกราฟที่มีต่อเมตริกทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต). กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร มาคนอง. (2553). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร มาคนอง. (2558). คณิตศาสตร์สำหรับครูมัธยม. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร มาคนอง. (2559). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- Cartier, J. L., Smith, M., Stein, M., & Ross, D. (2013). *Practices for Orchestrating Productive Science Discussions*. In: Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics and Corwin Press.
- Even, R. (1998). *Factors involved in linking representations of functions*. The Journal of Mathematical Behavior, 17(1), 105-121.
- Groth, R. E. (2015). *Using the five practices model to promote statistical discourse*. Teaching Statistics, 37(1), 13-17
- Henningsen, M., & Stein, M. K. (1997). Mathematical tasks and student cognition: Classroom based factors that support and inhibit high-level mathematical thinking and reasoning. 524-549.
- Larsson, M. (2015). *Orchestrating mathematical whole-class discussions in the problem solving classroom: Theorizing challenges and support for teachers*. Mälardalen University.
- Lesh, R. (1979). *Mathematical learning disabilities: Considerations for identification, diagnosis, and remediation*. Applied mathematical problem solving, 111-180.
- Margaret S. Smith & Mary Kay Stein. (2011). *5 Practices for Orchestrating Productive Math Discussions*. NCTM & Corwin Press.

- Nation Council of Teachers of Mathematics, NCTM. (2000). *Principles and Standard for School Mathematics*. Reston, Virginia: NCTM.
- Nation Council of Teachers of Mathematics, NCTM. (2014). *Principles and Standard for School Mathematics*. Reston, Virginia: NCTM.
- Shulman, L. S. (1986). *Those who understand: Knowledge growth in teaching*. Educational researcher, 15(2), 4-14.
- Sternberg, R. J. (1996). What is Mathematical Thinking. In *The Nature of Mathematical Thinking*. Sternberg, Robert J.; & Ben-Zeev, Talia., editors. pp. 303-318. NJ:Lawrence Erlbaum Associates.
- Stigler, J. W., & Hiebert, J. (1999). *The Teaching Gap: Best Ideas from the world's Teachers for Improving Education in the Classroom*. New York: The Free Press.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก รายนามผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย การศึกษาค้นคว้าอิสระ เรื่อง การวิจัยปฏิบัติการเพื่อพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น ที่ส่งเสริมการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 มีรายชื่อผู้เชี่ยวชาญ ดังนี้

1. ครูผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ชม ปานตา

ตำแหน่ง ผู้ช่วยศาสตราจารย์

สาขาวิชาคณิตศาสตร์และสถิติ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

มหาวิทยาลัยราชภัฏนครสวรรค์

2. ครูผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์/คณิตศาสตร์ศึกษา

ดร.อาทร นกแก้ว

ตำแหน่ง อาจารย์

ภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร

3. ครูผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคอมพิวเตอร์

นางวารุณี เกลี้ยงเกิด

ตำแหน่ง ครูชำนาญการพิเศษ

โรงเรียนนนครสวรรค์

ภาคผนวก ข ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น ที่ส่งเสริมการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ตาราง 19 แสดงผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น ที่ส่งเสริมการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

รายการประเมิน	ระดับความคิดเห็น				ผลการประเมิน		ระดับความเหมาะสม
	แผน ที่ 1	แผน ที่ 2	แผน ที่ 3	แผน ที่ 4	\bar{x}	S.D.	
1. จุดประสงค์การเรียนรู้							
1.1 สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้หรือตัวชี้วัด	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00	0.00	มากที่สุด
1.2 สอดคล้องกับสาระสำคัญ	5.00	5.00	5.00	4.33	4.83	0.29	มากที่สุด
1.3 ครอบคลุมด้านความรู้	4.67	5.00	5.00	4.67	4.84	0.17	มากที่สุด
1.4 ครอบคลุมการนำเสนอตัวแทนความคิดทาง	4.67	5.00	5.00	5.00	4.92	0.14	มากที่สุด
1.5 ครอบคลุมด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00	0.00	มากที่สุด
2. ด้านสาระการเรียนรู้							
2.1 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	5.00	5.00	5.00	4.67	4.92	0.14	มากที่สุด
2.2 มีความถูกต้อง	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00	0.00	มากที่สุด
2.3 เหมาะสมกับเวลา	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00	0.00	มากที่สุด

ตาราง 19 (ต่อ)

รายการประเมิน	ระดับความคิดเห็น				ผลการประเมิน		ระดับความเหมาะสม
	แผน ที่ 1	แผน ที่ 2	แผน ที่ 3	แผน ที่ 4	\bar{x}	<i>S.D.</i>	
3. ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้							
3.1 กิจกรรมมีขั้นตอน สอดคล้องกับแนวคิด คณิตศาสตร์ที่เชื่อมโยงกับ ชีวิตจริง	5.00	4.67	5.00	5.00	4.92	0.14	มากที่สุด
3.2 ส่งเสริมให้นักเรียนเกิด การเรียนรู้เรื่องคณิตศาสตร์	4.00	4.67	4.33	4.67	4.42	0.28	มากที่สุด
3.3 กิจกรรมมีความ เหมาะสมกับวัยของนักเรียน	5.00	4.67	5.00	5.00	4.92	0.14	มากที่สุด
3.4 กิจกรรมมีความ เหมาะสมกับเวลา	5.00	4.67	5.00	5.00	4.92	0.14	มากที่สุด
4. ด้านสื่อและแหล่งเรียนรู้							
4.1 สอดคล้องกับ จุดประสงค์ การเรียนรู้	5.00	5.00	4.67	5.00	4.92	0.14	มากที่สุด
4.2 สอดคล้องกับสาระ การเรียนรู้	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00	0.00	มากที่สุด
4.3 สอดคล้องกับกิจกรรม การเรียนรู้	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00	0.00	มากที่สุด

ตาราง 19 (ต่อ)

รายการประเมิน	ระดับความคิดเห็น				ผลการประเมิน		
	แผน ที่ 1	แผน ที่ 2	แผน ที่ 3	แผน ที่ 4	\bar{x}	S.D.	ระดับความ เหมาะสม
5. ด้านการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้							
5.1 สอดคล้องกับ จุดประสงค์การเรียนรู้	5.00	5.00	4.67	5.00	4.92	0.14	มากที่สุด
5.2 สอดคล้องกับสาระการ เรียนรู้	5.00	5.00	4.67	5.00	4.92	0.14	มากที่สุด
5.3 ไขเครื่องมือวัดและ ประเมินผลได้เหมาะสม	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00	0.00	มากที่สุด
5.4 สอดคล้องกับเกณฑ์การ ประเมิน	4.00	4.33	4.33	4.33	4.25	0.14	มากที่สุด
	ค่าเฉลี่ย				4.16	0.49	มาก
	ค่าเฉลี่ยทุกด้าน				4.32	0.50	มาก

ข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ ตามประเด็นต่อไปนี้

- 1) การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครูควรชวนนักเรียนพูดคุยเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของรูปสมการ พังก์ชันเชิงเส้น พังก์ชันกำลังสอง และฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล และอภิปรายว่าทำไมถึงเป็นเช่นนั้น ในชั่วโมงที่ 1 ของแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2, 3 และ 4
- 2) เกณฑ์การประเมินกระบวนการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์เพื่อสรุปคำตอบของปัญหาไม่สอดคล้องกับกิจกรรมการเรียนรู้
- 3) งานทางคณิตศาสตร์ไม่ควรมีความซับซ้อนมากเกินไป จะต้องพิจารณาและสามารถใช้ความรู้พื้นฐานเดิมทางคณิตศาสตร์มาช่วยแก้ปัญหาได้

ตัวอย่างแบบประเมินแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น
 ที่ส่งเสริมการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์
 เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4
 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ฟังก์ชัน
 (สำหรับผู้เชี่ยวชาญ)

คำชี้แจง แบบประเมินแผนการจัดการเรียนรู้ตามแนวการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น ที่ส่งเสริมการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ฉบับนี้ ใช้สำหรับผู้เชี่ยวชาญประเมินเพื่อพิจารณาความเหมาะสมตามองค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้โดยใส่เครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ตรงกับความคิดเห็นของท่านซึ่งระดับความคิดเห็นมี 5 ระดับ ดังต่อไปนี้

เหมาะสมมากที่สุด	ให้คะแนน 5 คะแนน
เหมาะสมมาก	ให้คะแนน 4 คะแนน
เหมาะสมปานกลาง	ให้คะแนน 3 คะแนน
เหมาะสมน้อย	ให้คะแนน 2 คะแนน
เหมาะสมน้อยที่สุด	ให้คะแนน 1 คะแนน

รายการประเมิน	ระดับความคิดเห็น				
	1	2	3	4	5
1. จุดประสงค์การเรียนรู้					
1.1 สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้หรือตัวชี้วัด					
1.2 สอดคล้องกับสาระสำคัญ					
1.3 ครอบคลุมด้านความรู้					
1.4 ครอบคลุมการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์					
1.5 ครอบคลุมด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์					
2. ด้านสาระการเรียนรู้					
2.1 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้					
2.2 มีความถูกต้อง					
2.3 เหมาะสมกับเวลา					

รายการประเมิน	ระดับความคิดเห็น				
	1	2	3	4	5
3. ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้					
3.1 กิจกรรมมีขั้นตอนสอดคล้องกับแนวปฏิบัติการสอน 5 ชั้น					
3.2 ส่งเสริมการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน					
3.3 กิจกรรมมีความเหมาะสมกับเวลา					
3.4 กิจกรรมมีความเหมาะสมกับวัยของนักเรียน					
4. ด้านสื่อและแหล่งเรียนรู้					
4.1 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้					
4.2 สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้					
4.3 สอดคล้องกับกิจกรรมการเรียนรู้					
5. ด้านการวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้					
5.1 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้					
5.2 สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้					
5.3 ไขเครื่องมือวัดและประเมินผลได้เหมาะสม					
5.4 สอดคล้องกับเกณฑ์การประเมิน					

บันทึกความเห็นเพิ่มเติม

.....

ลงชื่อ.....ผู้เชี่ยวชาญ

(.....)

ตำแหน่ง.....

วันที่.....เดือน.....พ.ศ.....

ภาคผนวก ค ผลการประเมินความตรงเชิงเนื้อหาของแบบวัดการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ตาราง 20 แสดงผลการประเมินความตรงเชิงเนื้อหาของแบบวัดการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

ข้อสอบ	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	ค่า IOC	สรุปผล
	คนที่ 1	คนที่ 2	คนที่ 3			
1	+1	+1	+1	3	1.00	สอดคล้อง
2	+1	+1	+1	3	1.00	สอดคล้อง
3	+1	+1	+1	3	1.00	สอดคล้อง

ค่า IOC มากกว่า 0.6 ขึ้นไป ถือว่าวัดการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน มีความตรงเชิงเนื้อหาที่สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้สามารถนำไปใช้ได้

แบบประเมินความตรงเชิงเนื้อหาของแบบวัดการนำเสนอตัวตนความคิด
ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่อง ฟังก์ชัน
(สำหรับผู้เชี่ยวชาญ)

คำชี้แจง แบบประเมินความตรงเชิงเนื้อหาของแบบวัดการนำเสนอตัวตนความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ฉบับนี้ ใช้สำหรับผู้เชี่ยวชาญประเมินเพื่อพิจารณาความสอดคล้องระหว่างแบบทดสอบกับจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยใส่เครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ตรงกับความคิดเห็นของท่าน ดังนี้

คะแนน +1	ถ้าเห็นด้วยว่าแบบทดสอบสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้
คะแนน 0	ถ้าไม่แน่ใจว่าแบบทดสอบสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้
คะแนน -1	ถ้าไม่เห็นด้วยว่าแบบทดสอบสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

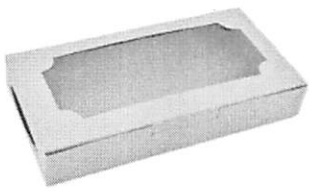
ปัญหา 1 SCUBA



SCUBA มาจากคำว่า Self-Contained Underwater Breathing Apparatus เป็นอุปกรณ์ช่วยหายใจขณะอยู่ใต้น้ำ ทำให้ผู้ดำน้ำสามารถเคลื่อนที่ได้โดยอิสระ การดำน้ำแบบ SCUBA หมายถึง การดำน้ำลึกโดยใช้อุปกรณ์ SCUBA ผู้ที่จะดำน้ำแบบ SCUBA จะต้องผ่านหลักสูตรการดำน้ำโดยเฉพาะ และควรคำนึงถึงการเปลี่ยนแปลงความดัน เพื่อไม่ให้เกิดอันตรายต่อเนื้อเยื่อและอวัยวะของร่างกาย เช่น หู จมูก ปอด

ในการดำน้ำแบบ SCUBA นักดำน้ำต้องคำนึงถึงความดันน้ำที่ระดับความลึกต่าง ๆ ซึ่งสามารถแทนด้วยฟังก์ชันเชิงเส้น จงหาความดันน้ำทะเลเป็นเท่าใดขณะที่นักดำน้ำอยู่ที่ความลึก 40 ฟุต เมื่อความดันน้ำทะเลเพิ่มขึ้น 0.45 psi ทุก ๆ ความลึกหนึ่งฟุต และความดันที่ผิวน้ำทะเลประมาณ 14.7 psi

- 1) จากสถานการณ์ข้างต้น ให้นักเรียนระบุเงื่อนไขของสถานการณ์ และสิ่งที่ต้องการทราบ (Re1)
สิ่งที่ต้องการทราบ คือ
เงื่อนไขของปัญหา คือ
- 2) ให้นักเรียนแสดงวิธีทำโดยละเอียด (Re2)
- 3) ความดันน้ำทะเลเป็นเท่าใดขณะที่นักดำน้ำอยู่ที่ความลึก 40 ฟุต (Re3)

จุดประสงค์	รายการประเมิน	ความคิดเห็น			ข้อเสนอแนะ
		+1	0	-1	
<p>- นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับฟังก์ชันเชิงเส้นได้</p> <p>- นักเรียนสามารถนำเสนอ แสดงสัญลักษณ์ แผนภาพ รูปภาพ กราฟ หรือข้อความในการทำความเข้าใจปัญหา การแก้ปัญหา และการสรุปคำตอบ</p>	ปัญหา 1 SCUBA				
<p>ปัญหา 2 กล่องขนม</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>โรงงานทำขนมแห่งหนึ่งต้องการทำบรรจุภัณฑ์ให้มีความคุ้มค่ามากที่สุด โดยกล่องขนมทำจากกระดาษรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากกว้าง 10 นิ้ว ยาว 15 นิ้ว ตัดกระดาษเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่แต่ละด้านยาว x นิ้ว ออกจากมุมทั้งสี่ แล้วพับด้านข้างขึ้นทำเป็นกล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากหาความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ถูกตัดออกที่ทำให้กล่องมีความจุ 100 ลูกบาศก์นิ้ว</p> <p>1) จากสถานการณ์ข้างต้น ให้นักเรียนระบุเงื่อนไขของสถานการณ์ และสิ่งที่ต้องการทราบ (Re1) สิ่งที่ต้องการทราบ คือ เงื่อนไขของปัญหา คือ</p> <p>2) ให้นักเรียนแสดงวิธีทำโดยละเอียด (Re2)</p> <p>3) ความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ถูกตัดออกที่ทำให้กล่องมีความจุ 100 ลูกบาศก์นิ้วเป็นเท่าใด (Re3)</p>					
จุดประสงค์	รายการประเมิน	ความคิดเห็น			ข้อเสนอแนะ
		+1	0	-1	
<p>- นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับฟังก์ชันกำลังสองได้</p>	ปัญหา 2 กล่องขนม				

จุดประสงค์	รายการประเมิน	ความคิดเห็น			ข้อเสนอแนะ
		+1	0	-1	
- นักเรียนสามารถนำเสนอ แสดง สัญลักษณ์ แผนภาพ รูปภาพ กราฟ หรือข้อความในการทำ ความเข้าใจปัญหา การแก้ปัญหา และการสรุปคำตอบ					
<p>ปัญหา 3 กู้เงินจากธนาคาร</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>ชายคนหนึ่งกู้เงินจากธนาคาร 650,000 บาท เพื่อซ่อมแซมบ้าน โดยธนาคารกำหนดอัตราดอกเบี้ยร้อยละ 6 ต่อปี และคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นทุกปี ถ้าชายคนนี้มีกำหนดชำระหนี้ในอีก 4 ปีข้างหน้า จงหาว่าเมื่อครบกำหนดชำระหนี้ เขาจะต้องชำระเงินคืนให้ธนาคารเท่าใด โดยคิดเป็นดอกเบี้ยเท่าใด</p> <ol style="list-style-type: none"> จากสถานการณ์ข้างต้น ให้นักเรียนระบุเงื่อนไขของสถานการณ์ และสิ่งที่ต้องการทราบ (Re1) สิ่งที่ต้องการทราบ คือ เงื่อนไขของปัญหา คือ ให้นักเรียนแสดงวิธีทำโดยละเอียด (Re2) เมื่อครบกำหนดชำระหนี้ ชายคนนี้จะต้องชำระเงินคืนให้ธนาคารเท่าใด และคิดเป็นดอกเบี้ยเท่าใด (Re3) 					
จุดประสงค์	รายการประเมิน	ความคิดเห็น			ข้อเสนอแนะ
		+1	0	-1	
- นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหา เกี่ยวกับฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลได้ - นักเรียนสามารถนำเสนอ แสดง สัญลักษณ์ แผนภาพ รูปภาพ กราฟ หรือข้อความในการทำความเข้าใจปัญหา การแก้ปัญหา และการสรุปคำตอบ	ปัญหา 3 กู้เงินจาก ธนาคาร				

ภาคผนวก ง เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น ที่ส่งเสริมการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

2. ใบกิจกรรม

3. แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้

4. วัตดการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง พังก์ชัน

ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

รหัสวิชา ค31101

เรื่อง พังก์ชันกำลังสอง

จำนวน 3 ชั่วโมง

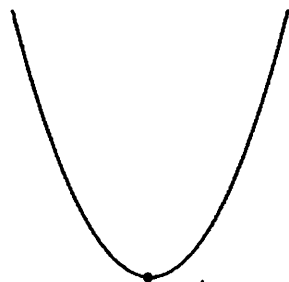
1. มาตรฐาน/ตัวชี้วัด

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ พังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้

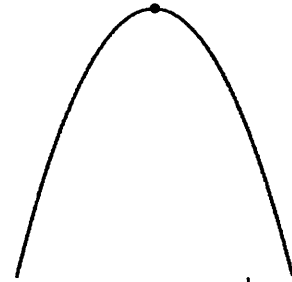
ตัวชี้วัด ค 1.2 ม.4/1 ใช้ฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชันอธิบายสถานการณ์ที่กำหนด

2. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

พังก์ชันกำลังสอง คือ พังก์ชันที่อยู่ในรูป $f(x) = ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ $a \neq 0$ ลักษณะของกราฟของพังก์ชันกำลังสองขึ้นอยู่กับ a, b และ c โดยเมื่อ a เป็นจำนวนจริงบวกหรือจำนวนจริงลบ จะทำให้ได้กราฟเป็นเส้นโค้งหงายขึ้นหรือคว่ำลงตามลำดับ ดังรูป



$$f(x) = ax^2 + bx + c \text{ เมื่อ } a > 0$$



$$f(x) = ax^2 + bx + c \text{ เมื่อ } a < 0$$

- กราฟของพังก์ชันกำลังสองมีชื่อเรียกว่า พาราโบลา

- จุดยอดของพาราโบลา คือ จุดสูงสุดหรือจุดต่ำสุดของพาราโบลา

ในกรณีที่พังก์ชันกำลังสองเขียนอยู่ในรูป $f(x) = a(x-h)^2 + k$ โดยอาศัยการจัดบางส่วนของสมการให้อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์ เพื่อให้หาจุดยอดของกราฟหรือจุด (h, k) ได้ง่ายขึ้น

กราฟของพังก์ชันกำลังสอง

- กรณี $a > 0$ โดยที่ h และ k คงที่ แต่ a มากขึ้นหรือน้อยลง
เมื่อ a มากขึ้น จะได้กราฟเป็นเส้นโค้งหงายที่กว้างขึ้น แต่
เมื่อ a น้อยลง จะได้กราฟเป็นเส้นโค้งหงายที่แคบลง

- กรณี $a < 0$ โดยที่ h และ k คงที่ แต่ a มากขึ้นหรือน้อยลง
เมื่อ a มากขึ้น จะได้กราฟเป็นเส้นโค้งคว่ำที่กว้างขึ้น แต่
เมื่อ a น้อยลง จะได้กราฟเป็นเส้นโค้งคว่ำที่แคบลง
- กรณี $a > 0$ โดยที่ a และ h คงที่ แต่ k มากขึ้นหรือน้อยลง
เมื่อ k มากขึ้น จะได้กราฟเป็นเส้นโค้งหงายที่กว้างเท่าเดิมที่เลื่อนขึ้นตาม
แนวแกน Y แต่
เมื่อ k น้อยลง จะได้กราฟเป็นเส้นโค้งหงายที่กว้างเท่าเดิมที่เลื่อนลงตาม
แนวแกน Y
- กรณี $a < 0$ โดยที่ a และ h คงที่ แต่ k มากขึ้นหรือน้อยลง
เมื่อ k มากขึ้น จะได้กราฟเป็นเส้นโค้งคว่ำที่กว้างเท่าเดิมที่เลื่อนขึ้นตามแนวแกน
 Y แต่
เมื่อ k น้อยลง จะได้กราฟเป็นเส้นโค้งคว่ำที่กว้างเท่าเดิมที่เลื่อนลงตามแนวแกน
 Y
- กรณี $a > 0$ โดยที่ a และ k คงที่ แต่ h มากขึ้นหรือน้อยลง
เมื่อ h มากขึ้น จะได้กราฟเป็นเส้นโค้งหงายที่กว้างเท่าเดิมที่เลื่อนไปทางขวา
ตามแนวแกน X แต่
เมื่อ h น้อยลง จะได้กราฟเป็นเส้นโค้งหงายที่กว้างเท่าเดิมที่เลื่อนไปทางซ้ายตาม
แนวแกน X
- กรณี $a < 0$ โดยที่ a และ k คงที่ แต่ h มากขึ้นหรือน้อยลง
เมื่อ h มากขึ้น จะได้กราฟเป็นเส้นโค้งคว่ำที่กว้างเท่าเดิมที่เลื่อนไปทางขวาตาม
แนวแกน X แต่
เมื่อ h น้อยลง จะได้กราฟเป็นเส้นโค้งคว่ำที่กว้างเท่าเดิมที่เลื่อนไปทางซ้ายตาม
แนวแกน X

3. สารະการเรียนรู

- 1) ฟังก์ชันกำลังสอง
- 2) กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง
- 3) โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับฟังก์ชันกำลังสอง

4. จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้

1) นักเรียนสามารถเขียนสมการในรูป $f(x) = a(x-h)^2 + k$ ได้

2) นักเรียนสามารถเขียนกราฟของฟังก์ชันกำลังสองได้

3) นักเรียนสามารถบอกลักษณะกราฟของฟังก์ชันกำลังสองได้

ด้านทักษะและกระบวนการ

1) นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับฟังก์ชันกำลังสองได้

2) นักเรียนสามารถนำเสนอ แสดง สัญลักษณ์ แผนภาพ รูปภาพ กราฟ หรือข้อความในการทำความเข้าใจปัญหา การแก้ปัญหา และการสรุปคำตอบ

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

1) นักเรียนสามารถทำงานเป็นทีมได้

5. กิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น ที่ส่งเสริมการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์

ชั่วโมงที่ 1

ก่อนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

การปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์

“รูปแบบฟังก์ชันกำลังสอง”

งานทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้ในการสำรวจและสรุปสาระสำคัญเกี่ยวกับความหมายของฟังก์ชันกำลังสอง

ในการหาจุดยอดของฟังก์ชันกำลังสองที่อยู่ในรูป $y = a(x-h)^2 + k$ เมื่อ a, h และ k เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ $a \neq 0$ จุดยอดของกราฟหรือจุด (h, k)

แต่ถ้าฟังก์ชันกำลังสองที่อยู่ในรูป $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ $a \neq 0$ จะสามารถหาจุดยอดของกราฟได้อย่างไร

พฤติกรรมการเรียนรู้และวิธีคิดของนักเรียนที่อาจจะนำมาใช้ในการทำงานทางคณิตศาสตร์

1) จัดรูปกำลังสองสมบูรณ์ เมื่อได้เฉพาะ $h = -\frac{b}{2a}$ และนำไปแทนค่าหาค่าของฟังก์ชัน

$$\text{แล้วจะได้ } k = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

2) ใช้กำลังสองสมบูรณ์ในการจัดรูปสมการจาก $y = ax^2 + bx + c$ ให้อยู่ในรูป

$$y = a(x-h)^2 + k \text{ ดังนี้}$$

$$y = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c$$

$$y = a \left(x^2 + 2 \frac{b}{2a} x + \left(\frac{b}{2a} \right)^2 \right) - a \left(\frac{b}{2a} \right)^2 + c$$

$$y = a \left(x - \left(-\frac{b}{2a} \right) \right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}$$

$$h = -\frac{b}{2a} \quad k = \frac{4ac - b^2}{4a} \quad \text{จุดยอด คือ } \left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a} \right)$$

ข้อผิดพลาดหรือความเข้าใจผิดของนักเรียนที่อาจจะเกิดขึ้นเกี่ยวกับบทนิยามของฟังก์ชันกำลังสอง

- 1) นักเรียนไม่สามารถจัดรูปกำลังสองสมบูรณ์ได้อย่างถูกต้อง
- 2) เมื่อจัดรูปสมการกำลังสองแล้ว หาจุดยอดไม่ถูกต้อง

ขั้นที่ 1 ขั้นนำ

การปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์

1. นักเรียนจับกลุ่ม กลุ่มละ 4 – 5 คน โดยคละความสามารถ
2. ครูนำเสนองานทางคณิตศาสตร์ "รูปแบบฟังก์ชันกำลังสอง" หน้าชั้นเรียน

ขั้นที่ 2 ขั้นสอน

การปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

3. นักเรียนลงมือสำรวจงานทางคณิตศาสตร์ เพื่อหาคำตอบแต่ละข้อ ตามความเข้าใจของตนเอง
4. นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันสืบสอบ และอภิปรายร่วมกันในกลุ่ม เกี่ยวกับงานทางคณิตศาสตร์ และร่วมกันตอบคำถามดังนี้
 - 1) จาก $y = ax^2 + bx + c$ สามารถเขียนให้อยู่ในรูป $y = a(x - h)^2 + k$ ได้หรือไม่อย่างไร
5. ครูกำกับติดตามพฤติกรรมกรเรียนรู้และการทำงานของนักเรียนแต่ละกลุ่ม หากพบว่านักเรียนไม่สามารถสำรวจงานทางคณิตศาสตร์ได้ ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนนำข้อมูลที่ได้จากการทำความเข้าใจปัญหาวิเคราะห์ สามารถจัดรูปสมการให้อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์ได้
6. ครูอธิบายว่าแต่ละกลุ่มอาจมีการคิดที่ไม่เหมือนกัน การเริ่มต้นการจัดรูปกำลังสองสมบูรณ์ที่แตกต่างกันแต่ได้คำตอบเดียวกัน

7. ครูสำรวจรอบห้องเรียนเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียนแต่ละกลุ่มและใช้คำถามเพื่อตรวจสอบความรู้เดิมของนักเรียนโดยให้นักเรียนอธิบายที่มาและเหตุผลเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการที่ตนเองนำมาใช้ พร้อมกับใช้คำถามให้นักเรียนได้ตรวจสอบความถูกต้องของวิธีการหรือแนวคิดนั้น
8. หากพบว่านักเรียนไม่สามารถจัดรูปกำลังสองสมบูรณ์ได้ ครูกระตุ้นโดยใช้การพูดคุยซักถาม ให้นักเรียนนำข้อมูลที่ได้จากการทำความเข้าใจปัญหาวิเคราะห์และเชื่อมโยงกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ สูตรกำลังสองสมบูรณ์ และการจัดกลุ่มของพหุนาม ดังนี้

$$y = (ax^2 + bx) + c \quad \text{หรือ} \quad y = a \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} \right)$$

จะได้ $y = a \left(x^2 + \frac{b}{a}x \right) + c$ หรือ

$$y = a \left(x^2 + \frac{2b}{2a}x + \left(\frac{b}{2a} \right)^2 - \left(\frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{c}{a} \right)$$

$$y = a \left(x^2 + \frac{2b}{2a}x + \left(\frac{b}{2a} \right)^2 \right) - a \left(\frac{b}{2a} \right)^2 + c \quad \text{หรือ}$$

$$y = a \left(\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} \right)$$

$$y = a \left(x + \left(\frac{b}{2a} \right) \right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c \quad \text{หรือ} \quad y = a \left(\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} \right)$$

ดังนั้นจะได้สมการที่อยู่ในรูป $y = a(x-h)^2 + k$ คือ

9. ครูตั้งคำถามต่อไปว่า จุดยอดของฟังก์ชันกำลังสองอยู่ที่จุดใด

พิจารณา $y = a \left(x - \left(-\frac{b}{2a} \right) \right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}$

$$h = -\frac{b}{2a} \quad \text{และ} \quad k = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

ดังนั้นจุดยอดของฟังก์ชันกำลังสองคือ $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a} \right)$

10. ครูจัดบันทึกแนวคิดหรือวิธีการของกลุ่มที่น่าสนใจทั้งที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาด

การปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน

11. ครูพิจารณาคัดเลือกแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียนจากแบบบันทึก โดยเลือกแนวคิดหรือวิธีการให้ครอบคลุม หลากหลาย และเพียงพอที่นักเรียนจะจัดรูปฟังก์ชันกำลังสองในรูปกำลังสองสมบูรณ์
12. ครูจัดลำดับแนวคิดที่ได้จากการคัดเลือกเพื่อใช้ในการนำเสนอและอภิปรายตามความเหมาะสม โดยมีการจัดลำดับดังนี้
 - 1) กลุ่มที่มีแนวคิดที่ไม่ถูกต้องได้นำเสนอแนวคิดก่อน (นักเรียนที่สรุปคำตอบว่า)
 - 2) กลุ่มที่มีแนวคิดจัดรูปฟังก์ชันกำลังสองให้อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์จะได้ค่า $h = -\frac{b}{2a}$ แล้วนำมาแทนค่าหาค่าของฟังก์ชันจะได้ $k = \frac{4ac - b^2}{4a}$ ได้นำเสนอแนวคิดก่อน
 - 3) กลุ่มที่มีแนวคิดจัดรูปสมการ $y = ax^2 + bx + c$ ให้อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์ และสรุปคำตอบว่า จุดยอดคือ $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$
13. ครูแจ้งลำดับการนำเสนอให้นักเรียนกลุ่มที่เป็นเจ้าของแนวคิดหรือวิธีการที่ถูกคัดเลือกทราบเพื่อให้นักเรียนได้เตรียมความพร้อมก่อนออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน

ขั้นที่ 3 ขั้นสรุป

- การปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่
14. นักเรียนออกมานำเสนอและอธิบายแนวคิดของตนเองหน้าชั้นเรียนตามลำดับที่กำหนดเมื่อเสร็จสิ้นในแต่ละการนำเสนอและอธิบายแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน ครูจะตั้งคำถามให้นักเรียนได้อภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียนเกี่ยวกับแนวคิดนั้น ๆ
 15. ครูใช้คำถามให้นักเรียนได้พิจารณาเปรียบเทียบและเชื่อมโยงแนวคิดจากกลุ่มที่มีแนวคิดที่ไม่ถูกต้อง ไปยังแนวคิดจัดสมการให้อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์ และสามารถสรุปคำตอบจุดยอดของฟังก์ชันกำลังสองได้ และให้นักเรียนได้ร่วมกันอภิปรายไปสู่การสรุปเป็นความรู้ใหม่ ดังนี้
 - 1) ถ้าไม่ใช้การจัดรูปสมการเป็นกำลังสองสมบูรณ์สามารถทำได้หรือไม่ และจะสามารถหาจุดยอดได้หรือไม่ อย่างไร
 16. นักเรียนร่วมกันสรุปความหมายของฟังก์ชันกำลังสองที่ได้จากการอภิปราย โดยครูเป็นผู้คอยช่วยเหลือ

ฟังก์ชันกำลังสอง คือ ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ $a \neq 0$

ฟังก์ชันกำลังสองที่อยู่ในรูป $y = ax^2 + bx + c$ จุดยอดคือ $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$

ชั่วโมงที่ 2

ก่อนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

การปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์

ใบกิจกรรม “ รีมิกซ์ ฟังก์ชันกำลังสอง ”

งานทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้ในการสำรวจและสรุปสาระสำคัญเกี่ยวกับลักษณะกราฟของฟังก์ชันกำลังสอง

กำหนด	$y = (x-1)^2 + 2$	$y = 2(x-1)^2 + 4$
	$y = 2(x-1)^2 + 2$	$y = 3(x-2)^2 + 2$
	$y = 2(x-1)^2 + 3$	$y = -(x-1)^2 + 2$
	$y = 3(x-3)^2 + 2$	$y = 3(x-1)^2 + 2$

ให้นักเรียนจัดกลุ่มฟังก์ชันที่กำหนดให้และอธิบายลักษณะของกราฟในกลุ่มดังกล่าว
พฤติกรรมการเรียนรู้และวิธีคิดของนักเรียนที่อาจจะนำมาใช้ในการทำงานทาง
คณิตศาสตร์

- 1) นักเรียนหาพิกัดจุดและวาดกราฟแต่ละสมการแล้วพิจารณาลักษณะของกราฟในระบบแกนพิกัดจากเดียวกัน
- 2) นักเรียนวาดกราฟที่คาดการณ์ว่าจะมีลักษณะคล้ายกันในแกนพิกัดจากเดียวกัน
- 3) นักเรียนใช้โปรแกรม GeoGebra หรือโปรแกรมคำนวณเชิงกราฟทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ ช่วยในการวาดกราฟและจัดกลุ่มดังนี้

- กรณี $a > 0$ โดยที่ h และ k คงที่ แต่ a มากขึ้นหรือน้อยลง

เมื่อ a มากขึ้น จะได้กราฟเป็นเส้นโค้งหงายที่กว้างขึ้น แต่

เมื่อ a น้อยลง จะได้กราฟเป็นเส้นโค้งหงายที่แคบลง

- กรณี $a < 0$ โดยที่ h และ k คงที่ แต่ a มากขึ้นหรือน้อยลง

เมื่อ a มากขึ้น จะได้กราฟเป็นเส้นโค้งคว่ำที่กว้างขึ้น แต่

เมื่อ a น้อยลง จะได้กราฟเป็นเส้นโค้งคว่ำที่แคบลง

- กรณี $a > 0$ โดยที่ a และ h คงที่ แต่ k มากขึ้นหรือน้อยลง

เมื่อ k มากขึ้น จะได้กราฟเป็นเส้นโค้งหงายที่กว้างเท่าเดิมที่เลื่อนขึ้นตาม

แนวแกน Y แต่

เมื่อ k น้อยลง จะได้กราฟเป็นเส้นโค้งหงายที่กว้างเท่าเดิมที่เลื่อนลงตาม

แนวแกน Y

- กรณี $a < 0$ โดยที่ a และ h คงที่ แต่ k มากขึ้นหรือน้อยลง

เมื่อ k มากขึ้น จะได้กราฟเป็นเส้นโค้งคว่ำที่กว้างเท่าเดิมที่เลื่อนขึ้นตามแนวแกน Y แต่

เมื่อ k น้อยลง จะได้กราฟเป็นเส้นโค้งคว่ำที่กว้างเท่าเดิมที่เลื่อนลงตามแนวแกน Y

- กรณี $a > 0$ โดยที่ a และ k คงที่ แต่ h มากขึ้นหรือน้อยลง

เมื่อ h มากขึ้น จะได้กราฟเป็นเส้นโค้งหงายที่กว้างเท่าเดิมที่เลื่อนไปทางขวาตามแนวแกน X แต่

เมื่อ h น้อยลง จะได้กราฟเป็นเส้นโค้งหงายที่กว้างเท่าเดิมที่เลื่อนไปทางซ้ายตามแนวแกน X

- กรณี $a < 0$ โดยที่ a และ k คงที่ แต่ h มากขึ้นหรือน้อยลง

เมื่อ h มากขึ้น จะได้กราฟเป็นเส้นโค้งคว่ำที่กว้างเท่าเดิมที่เลื่อนไปทางขวาตามแนวแกน X แต่

เมื่อ h น้อยลง จะได้กราฟเป็นเส้นโค้งคว่ำที่กว้างเท่าเดิมที่เลื่อนไปทางซ้ายตามแนวแกน X

4) นักเรียนสังเกตจากสมการ โดยพิจารณาจากรูปทั่วไปของฟังก์ชันกำลังสอง

$$f(x) = a(x-h)^2 + k \text{ เมื่อ } a, h \text{ และ } k \text{ เป็นจำนวนจริง}$$

ข้อผิดพลาดหรือความเข้าใจผิดของนักเรียนที่อาจเกิดขึ้นเกี่ยวกับลักษณะของฟังก์ชันกำลังสอง

- 1) นักเรียนเขียนกราฟไม่ได้ หรือเขียนกราฟแล้วไม่ได้กราฟที่มีลักษณะเป็นเส้นตรง
- 2) นักเรียนจัดกลุ่มลักษณะของกราฟจากสมการที่กำหนดให้โดยไม่มี การตรวจสอบหรือ ยืนยัน ทำให้อาจเกิดความเข้าใจที่คาดเคลื่อน
- 3) นักเรียนไม่สามารถคาดการณ์จากสมการที่กำหนดให้ได้
- 4) นักเรียนไม่สามารถจัดกลุ่มลักษณะของกราฟได้
- 5) นักเรียนบอกลักษณะของกราฟไม่ถูกต้อง

ขั้นที่ 1 ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน

การปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์

1. ครูจัดกลุ่มให้นักเรียน กลุ่มละ 4 – 5 คน โดยคณะกรรมการ
2. ครูนำเสนองานทางคณิตศาสตร์ "รีมิทซ์ ฟังก์ชันกำลังสอง" หน้าชั้นเรียน
3. นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันหาคำตอบ และอภิปรายในกลุ่ม ตามประเด็น ดังนี้
 - 1) สมการแต่ละสมการมีลักษณะเป็นอย่างไร
 - 2) สมการแต่ละสมการมีความเหมือน หรือแตกต่างกันอย่างไร
 - 3) สามารถจัดกลุ่มลักษณะกราฟของฟังก์ชันได้หรือไม่ อย่างไร
 พร้อมแสดงการนำเสนอความคิดทางคณิตศาสตร์แต่ละข้อลงในใบกิจกรรม
4. ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนได้ตรวจสอบข้อมูลและเงื่อนไขที่สำคัญของงานทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้ นักเรียนมีความเข้าใจเบื้องต้นที่ตรงกันก่อนลงมือสำรวจงานทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 2 ขั้นสอน

การปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

5. นักเรียนลงมือสำรวจงานทางคณิตศาสตร์ เพื่อหาคำตอบแต่ละข้อ
6. นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันสืบสอบ และอภิปรายร่วมกันในกลุ่ม เกี่ยวกับงานทางคณิตศาสตร์ และร่วมกันตอบคำถามดังนี้
 - 1) นักเรียนคิดว่าสมการที่กำหนดให้มีความเหมือนหรือแตกต่างกันหรือไม่ อย่างไร
7. ครูกำกับติดตามพฤติกรรมการเรียนรู้และการทำงานของนักเรียนแต่ละกลุ่ม หากพบว่านักเรียนไม่สามารถสำรวจงานทางคณิตศาสตร์ได้ ครูใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้ นักเรียนนำข้อมูลที่ได้จากการทำความเข้าใจปัญหาวิเคราะห์ สามารถบอกลักษณะ และจัดกลุ่มกราฟที่มีลักษณะคล้ายกันได้
8. ครูอธิบายว่าแต่ละกลุ่มอาจมีการคิดที่ไม่เหมือนกัน สามารถจัดกลุ่มกราฟของฟังก์ชัน ได้หลายแบบ อาจสามารถจัดได้มากกว่า 1 กลุ่ม และอาจมีแสดงกราฟที่แตกต่างกัน
9. ครูสำรวจเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียนแต่ละกลุ่มและใช้คำถามเพื่อ ตรวจสอบความรู้เดิมของนักเรียน โดยให้นักเรียนอธิบายที่มาและเหตุผลเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการที่ตนเองนำมาใช้ พร้อมกับใช้คำถามให้นักเรียนได้ตรวจสอบความ ถูกต้องของวิธีการหรือแนวคิดนั้น (หากพบว่านักเรียนไม่สามารถวาดกราฟได้ หรือ

สามารถวาดได้บางส่วนอาจมีการนำเสนอโปรแกรมเชิงกราฟทางคณิตศาสตร์ให้นักเรียน)

10. ครูจัดบันทึกแนวคิดหรือวิธีการของกลุ่มที่น่าสนใจทั้งที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาด

การปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน

11. ครูพิจารณาคัดเลือกแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียนจากแบบบันทึก โดยเลือกแนวคิดหรือวิธีการให้ครอบคลุม หลากหลาย และเพียงพอที่นักเรียนจะสามารถนำไปสรุปลักษณะกราฟของฟังก์ชันกำลังสอง

12. ครูจัดลำดับแนวคิดที่ได้จากการคัดเลือกเพื่อใช้ในการนำเสนอและอภิปรายตามความเหมาะสม โดยมีการจัดลำดับดังนี้

- 1) กลุ่มที่มีแนวคิดที่ไม่ถูกต้องได้นำเสนอแนวคิดก่อน (นักเรียนที่วาดกราฟได้เพียงบางสมการ)
- 2) กลุ่มที่มีแนวคิดวาดกราฟโดยพิจารณาจากพิกัดจุดแต่ละกราฟและสังเกตลักษณะของกราฟแต่ละกราฟ
- 3) กลุ่มที่มีแนวคิดใช้โปรแกรม GeoGebra หรือโปรแกรมคำนวณเชิงกราฟทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ ช่วยในการวาดกราฟ
- 4) กลุ่มที่มีแนวคิดวาดกราฟในแกนพิกัดฉากเดียวกันเห็นลักษณะของกราฟที่คล้ายกันอย่างชัดเจน และมีการบอกลักษณะของกราฟได้อย่างถูกต้องดังนี้
- 5) กลุ่มที่มีแนวคิดสังเกตจากสมการที่กำหนดให้ และจัดกลุ่มลักษณะของกราฟได้ดังนี้
 - ลักษณะกราฟของฟังก์ชันกำลังสอง มีลักษณะเป็นเส้นโค้งพาราโบลา เมื่อสัมประสิทธิ์ a เป็นจำนวนจริงบวก กราฟจะมีลักษณะเป็นเส้นโค้งหงาย และถ้าสัมประสิทธิ์ a เป็นจำนวนจริงลบ กราฟจะมีลักษณะเป็นเส้นโค้งคว่ำ
 - นักเรียนที่จุดกลุ่มลักษณะกราฟของฟังก์ชันกำลังสอง
 $y = (x-1)^2 + 2$, $y = 2(x-1)^2 + 2$ และ $y = 3(x-1)^2 + 2$ กราฟมีลักษณะเป็นเส้นโค้งหงายกว้างขึ้น
 - นักเรียนที่จุดกลุ่มลักษณะกราฟของฟังก์ชันกำลังสอง
 $y = 2(x-1)^2 + 2$, $y = 2(x-1)^2 + 3$ และ $y = 2(x-1)^2 + 4$ กราฟมีลักษณะเป็นเส้นโค้งหงายที่กว้างเท่าเดิมที่เลื่อนขึ้นตามแนวแกน Y

- นักเรียนที่จุดกลุ่มลักษณะกราฟของฟังก์ชันกำลังสอง

$$y = 3(x-1)^2 + 2, y = 3(x-2)^2 + 2 \text{ และ } y = 3(x-3)^2 + 2 \text{ กราฟมีลักษณะ}$$

เป็นเส้นโค้งหงายที่กว้างเท่าเดิมที่เลื่อนไปทางขวาตามแนวแกน X

13. ครูแจ้งลำดับการนำเสนอให้นักเรียนกลุ่มที่เป็นเจ้าของแนวคิดหรือวิธีการที่ถูกคัดเลือก ทราบเพื่อให้นักเรียนได้เตรียมความพร้อมก่อนออกมานำเสนอหน้าชั้นเรียน

ขั้นที่ 3 ขั้นสรุป

การปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่

14. นักเรียนออกมานำเสนอและอธิบายแนวคิดของตนเองหน้าชั้นเรียนตามลำดับที่กำหนดเมื่อเสร็จสิ้นในแต่ละการนำเสนอและอธิบายแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน ครูจะตั้งคำถามให้นักเรียนได้อภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียนเกี่ยวกับแนวคิดนั้น ๆ
15. ครูใช้คำถามให้นักเรียนได้พิจารณาเปรียบเทียบและเชื่อมโยงแนวคิดจากการวาดกราฟโดยหาพิกัดจุดที่ละจุด วาดกราฟด้วยโปรแกรม GeoGebra ไปยังการสังเกตรูปแบบของสมการแล้วสามารถบอกลักษณะของกราฟได้ และให้นักเรียนได้ร่วมกัน อภิปรายไปสู่การสรุปเป็นความรู้ใหม่ ดังนี้
- 1) นักเรียนพบเห็นสามารถจัดกลุ่มลักษณะกราฟของฟังก์ชันกำลังสองได้แบบอื่นอีกหรือไม่
 - 2) ทำไมจึงคิดว่า สิ่งนั้นมีลักษณะเหมือนกัน เพราะเหตุใด
 - 3) นักเรียนจะเห็นถึงการแสดงแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกัน เมื่อสังเกตจากการจัดกลุ่มลักษณะกราฟของฟังก์ชันกำลังสอง
 - 4) นักเรียนร่วมกันสรุปลักษณะกราฟของฟังก์ชันกำลังสองที่ได้จากการอภิปราย โดยครูเป็นผู้คอยช่วยเหลือ
 - กรณี $a > 0$ โดยที่ h และ k คงที่ แต่ a มากขึ้นหรือน้อยลง
 - เมื่อ a มากขึ้น จะได้กราฟเป็นเส้นโค้งหงายที่กว้างขึ้น แต่
 - เมื่อ a น้อยลง จะได้กราฟเป็นเส้นโค้งหงายที่แคบลง
 - กรณี $a < 0$ โดยที่ h และ k คงที่ แต่ a มากขึ้นหรือน้อยลง
 - เมื่อ a มากขึ้น จะได้กราฟเป็นเส้นโค้งคว่ำที่กว้างขึ้น แต่
 - เมื่อ a น้อยลง จะได้กราฟเป็นเส้นโค้งคว่ำที่แคบลง
 - กรณี $a > 0$ โดยที่ a และ h คงที่ แต่ k มากขึ้นหรือน้อยลง
 - เมื่อ k มากขึ้น จะได้กราฟเป็นเส้นโค้งหงายที่กว้างเท่าเดิมที่เลื่อนขึ้นตาม

แนวแกน Y แต่

เมื่อ k น้อยลง จะได้กราฟเป็นเส้นโค้งหงายที่กว้างเท่าเดิมที่เลื่อนลงตาม

แนวแกน Y

- กรณี $a < 0$ โดยที่ a และ h คงที่ แต่ k มากขึ้นหรือน้อยลง

เมื่อ k มากขึ้น จะได้กราฟเป็นเส้นโค้งคว่ำที่กว้างเท่าเดิมที่เลื่อนขึ้นตามแนวแกน

Y แต่

เมื่อ k น้อยลง จะได้กราฟเป็นเส้นโค้งคว่ำที่กว้างเท่าเดิมที่เลื่อนลงตามแนวแกน

Y

- กรณี $a > 0$ โดยที่ a และ k คงที่ แต่ h มากขึ้นหรือน้อยลง

เมื่อ h มากขึ้น จะได้กราฟเป็นเส้นโค้งหงายที่กว้างเท่าเดิมที่เลื่อนไปทางขวาตาม

แนวแกน X แต่

เมื่อ h น้อยลง จะได้กราฟเป็นเส้นโค้งหงายที่กว้างเท่าเดิมที่เลื่อนไปทางซ้ายตาม

แนวแกน X

- กรณี $a < 0$ โดยที่ a และ k คงที่ แต่ h มากขึ้นหรือน้อยลง

เมื่อ h มากขึ้น จะได้กราฟเป็นเส้นโค้งคว่ำที่กว้างเท่าเดิมที่เลื่อนไปทางขวาตาม

แนวแกน X แต่

เมื่อ h น้อยลง จะได้กราฟเป็นเส้นโค้งคว่ำที่กว้างเท่าเดิมที่เลื่อนไปทางซ้ายตาม

แนวแกน X

5) โดเมนและเรนจ์ของฟังก์ชันเชิงเส้นแต่ละฟังก์ชันเท่ากับเท่าใด

ชั่วโมงที่ 3

ก่อนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

การปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์

“ โจทย์ประยุกต์ฟังก์ชันกำลังสอง ”

งานทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้ในการสำรวจและสรุปสาระสำคัญเกี่ยวกับการแก้ปัญหาโดยใช้ฟังก์ชันกำลังสอง



นิราได้ทดลองโยนลูกบอล เมื่อเก็บข้อมูลแล้วนำมาวิเคราะห์แล้วนิราได้ฟังก์ชันแสดงความสูงของลูกบอลจากพื้นดิน เมื่อเวลาผ่านไป t วินาที $f(x) = -t^2 + 2t - 5$ แต่สมันบอกว่าสมการดังกล่าวไม่สามารถเกิดขึ้นได้ในสถานการณ์การทดลองโยนลูกบอลนี้

นักเรียนเห็นด้วยคำพูดของใคร เพราะเหตุใด

พฤติกรรมการเรียนรู้และวิถีคิดของนักเรียนที่อาจจะนำมาใช้ในการทำงานทางคณิตศาสตร์

- 1) เข้าใจว่าความสูงไม่สามารถติดลบได้ วาดกราฟแสดงจุดยอดของสมการ
- 2) ใช้สูตร $h = -\frac{b}{2a}$, $k = \frac{4ac - b^2}{4a}$ ในการหาจุดยอดและพิจารณารูป
- 3) จัดรูปของสมการ $f(x) = ax^2 + bx + c$ ให้อยู่ในรูป $f(x) = a(x-h)^2 + k$
- 4) ใช้สูตร $h = -\frac{b}{2a}$ และนำไปหาค่าของฟังก์ชันในการหาจุดยอด

ข้อผิดพลาดหรือความเข้าใจผิดของนักเรียนที่อาจจะเกิดขึ้นเกี่ยวกับการแก้ปัญหาโดยใช้ฟังก์ชันกำลังสอง

- 1) นักเรียนแสดงสูตรในการหาจุดยอดไม่ถูกต้อง
- 2) นักเรียนจัดรูปกำลังสองสมบูรณ์ไม่ถูกต้อง
- 3) นักเรียนไม่ได้คำนึงถึงความเป็นจริงที่ว่าความสูงไม่สามารถติดลบได้

ชั้นที่ 1 ชั้นนำ

การปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์

1. ครูจัดกลุ่มให้นักเรียน กลุ่มละ 4 – 5 คน โดยละความสามารถ
2. ครูนำเสนองานทางคณิตศาสตร์ “โจทย์ประยุกต์ฟังก์ชันกำลังสอง” หน้าชั้นเรียน
3. นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันหาคำตอบ และอภิปรายในกลุ่ม ตามประเด็น ดังนี้
 - 1) การโยนลูกบอลสามารถเป็นอย่างไรได้บ้าง
 - 2) จากฟังก์ชันแสดงความสูงของลูกบอลจากพื้นดิน เมื่อเวลาผ่านไป t วินาที

$$f(x) = -t^2 + 2t - 5$$
 มีลักษณะการโยนลูกบอลเป็นอย่างไร

พร้อมแสดงการนำเสนอความคิดทางคณิตศาสตร์แต่ละข้อลงในใบกิจกรรม
4. ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนได้ตรวจสอบข้อมูลและเงื่อนไขที่สำคัญของงานทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้นักเรียนมีความเข้าใจเบื้องต้นที่ตรงกันก่อนลงมือสำรวจงานทางคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 2 ขั้นสอน

การปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

5. นักเรียนลงมือสำรวจงานทางคณิตศาสตร์ เพื่อหาคำตอบแต่ละข้อ
6. นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันสืบสอบ และอภิปรายร่วมกันในกลุ่ม เกี่ยวกับงานทางคณิตศาสตร์
7. ครูกำกับติดตามพฤติกรรมการเรียนรู้และการทำงานของนักเรียนแต่ละกลุ่ม หากพบว่านักเรียนไม่สามารถสำรวจงานทางคณิตศาสตร์ได้ ครูใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้ นักเรียนนำข้อมูลที่ได้จากการทำความเข้าใจปัญหาวิเคราะห์ สามารถพิจารณาสมการที่กำหนดให้ได้ถูกต้อง
8. ครูอธิบายว่าแต่ละกลุ่มอาจมีการคิดที่ไม่เหมือนกัน แต่คำตอบเดียวกัน
9. ครูสำรวจเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียนแต่ละกลุ่มและใช้คำถามเพื่อตรวจสอบความรู้เดิมของนักเรียนโดยให้นักเรียนอธิบายที่มาและเหตุผลเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการที่ตนเองนำมาใช้ พร้อมกับใช้คำถามให้นักเรียนได้ตรวจสอบความถูกต้องของวิธีการหรือแนวคิดนั้น
10. ครูจัดบันทึกแนวคิดหรือวิธีการของกลุ่มที่น่าสนใจทั้งที่ถูกต้องและมีข้อผิดพลาด

การปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน

11. ครูพิจารณาคัดเลือกแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียนจากแบบบันทึก โดยเลือกแนวคิดหรือวิธีการให้ครอบคลุม หลากหลาย และเพียงพอที่นักเรียนจะสามารถนำไปแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ฟังก์ชันกำลังสองได้
12. ครูจัดลำดับแนวคิดที่ได้จากการคัดเลือกเพื่อใช้ในการนำเสนอและอภิปรายตามความเหมาะสม โดยมีการจัดลำดับดังนี้
 - 1) กลุ่มที่มีแนวคิดที่ไม่ถูกต้องได้นำเสนอแนวคิดก่อน (นักเรียนที่ตอบไม่ถูกต้อง แต่มีแนวคิดที่สนับสนุนนิราในสถานการณ์ดังกล่าว)
 - 2) นักเรียนสนับสนุนคำพูดของสมัครและมีแนวคิดว่าฟังก์ชันแสดงความสูงของลูกบอลไม่สามารถเป็นฟังก์ชัน $f(x) = -x^2 + 2x - 5$ ได้เนื่องจากวาดกราฟของฟังก์ชันดังนี้ ตามลำดับ
 - ใช้โปรแกรม GeoGebra เพื่อพิจารณารูป
 - วาดกราฟเพื่อพิจารณารูป
 - สังเกตจากสมการและวาดกราฟอย่างคร่าว ๆ

ขั้นที่ 3 ขั้นสรุป

- การปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่
13. นักเรียนออกมานำเสนอและอธิบายแนวคิดของตนเองหน้าชั้นเรียนตามลำดับที่กำหนดเมื่อเสร็จสิ้นในแต่ละการนำเสนอและอธิบายแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน ครูจะตั้งคำถามให้นักเรียนได้อภิปรายร่วมกันทั้งชั้นเรียนเกี่ยวกับแนวคิดนั้น ๆ
 14. ครูใช้คำถามให้นักเรียนได้พิจารณาเปรียบเทียบแนวคิดจากข้อสรุปต่าง ๆ และใช้คำถามให้นักเรียนได้ร่วมกันอภิปรายเพื่อเชื่อมโยงข้อสรุปที่ได้จากการพิจารณาเปรียบเทียบไปสู่การสรุปเป็นความรู้ใหม่ ดังนี้
 - 1) นักเรียนพบเห็นเหตุการณ์ในทำนองเดียวกันกับการโยนลูกบอลได้อย่างไรบ้าง
 - 2) ทำไมนักเรียนจึงคิดว่าฟังก์ชันดังกล่าวไม่ใช่ฟังก์ชันแสดงการโยนลูกบอล
 15. นักเรียนร่วมกันสรุปความหมายของฟังก์ชันกำลังสองที่ได้จากการอภิปราย โดยครูเป็นผู้คอยช่วยเหลือ โดยเมื่อคำนวณตามหลักคณิตศาสตร์แล้วในการสรุปคำตอบต้องพิจารณาพร้อมกับสถานการณ์ด้วยว่าเป็นไปตามความเป็นจริงหรือไม่

5. สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1. ใบกิจกรรม "รูปแบบฟังก์ชันกำลังสอง"
2. ใบกิจกรรม "รีมิทซ์ ฟังก์ชันกำลังสอง"
3. ใบกิจกรรม "โจทย์ประยุกต์ฟังก์ชันกำลังสอง"

6. การวัดและการประเมินผล

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการวัด	เครื่องมือ	เกณฑ์การประเมิน
1) นักเรียนสามารถเขียนสมการในรูปแบบ $f(x) = a(x-h)^2 + k$ ได้	ตรวจใบกิจกรรม	ใบกิจกรรม "รูปแบบฟังก์ชันกำลังสอง"	นักเรียนทำใบกิจกรรมได้ถูกต้องร้อยละ 80 ขึ้นไป
2) นักเรียนสามารถเขียนกราฟของฟังก์ชันกำลังสองได้	ตรวจใบกิจกรรม	ใบกิจกรรม "รีมิทซ์ฟังก์ชันกำลังสอง"	นักเรียนทำใบตรวจสอบความรู้ได้ถูกต้องร้อยละ 80 ขึ้นไป
3) นักเรียนสามารถบอกลักษณะกราฟของฟังก์ชันกำลังสองได้	ตรวจใบกิจกรรม	ใบกิจกรรม "โจทย์ประยุกต์ฟังก์ชันกำลังสอง"	นักเรียนทำใบตรวจสอบความรู้ได้ถูกต้องร้อยละ 80 ขึ้นไป
4) นักเรียนสามารถนำเสนอแสดง สัญลักษณ์ แผนภาพรูปภาพ กราฟ หรือข้อความในการทำความเข้าใจปัญหา การแก้ปัญหา และการสรุปคำตอบ	ตรวจใบกิจกรรม	ใบกิจกรรม "รูปแบบฟังก์ชันกำลังสอง" ใบกิจกรรม "รีมิทซ์ฟังก์ชันกำลังสอง" ใบกิจกรรม "โจทย์ประยุกต์ฟังก์ชันกำลังสอง"	นักเรียนทำใบกิจกรรมได้ถูกต้องระดับพอใช้ ขึ้นไป
5) นักเรียนสามารถทำงานเป็นทีมได้ 6) นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียน	สังเกตพฤติกรรม	แบบสังเกตพฤติกรรมของนักเรียน	นักเรียนได้คะแนนรวม 3 คะแนนขึ้นไป ถือว่าผ่านเกณฑ์

7. แบบบันทึกผลหลังการจัดการเรียนรู้**1. ผลการจัดการเรียนรู้**

.....
.....
.....

2. ปัญหาและอุปสรรค

.....
.....
.....

3. ข้อเสนอแนะ/แนวทางการแก้ปัญหา

.....
.....
.....

ลงชื่อ.....ผู้สอน

(นางสาวณัฐกานต์ อารีรัตน์เวช)

...../...../.....

แบบประเมินด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ที่	รายการประเมิน						คะแนนรวม	ระดับคุณภาพ
	ทำงานเป็นทีมได้			นักเรียนมีส่วนร่วมในการเรียน				
	2	1	0	2	1	0		
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								
11								
12								
13								
14								
15								
16								
17								
18								
19								
20								
สรุป								

เกณฑ์การแปลผล

ระดับดีมาก

หมายถึง

ได้คะแนน 3-4

ระดับดี

หมายถึง

ได้คะแนน 2

ระดับพอใช้

หมายถึง

ได้คะแนนต่ำกว่า 1

เกณฑ์การให้คะแนนด้านทักษะและกระบวนการ

ความสามารถในการ นำเสนอตัวแทน ความคิดทาง คณิตศาสตร์	ระดับความสามารถ	คำอธิบาย
การนำเสนอตัวแทน ความคิดทาง คณิตศาสตร์ในการทำ ความเข้าใจปัญหา	สามารถนำเสนอตัวแทน ความคิดทางคณิตศาสตร์ใน การทำความเข้าใจปัญหาดี	นักเรียนสามารถขีดเขียน (วงกลม) ข้อความในใจทย์ เขียนข้อความ วาดภาพ สัญลักษณ์ แผนภาพความคิด เพื่อทำความเข้าใจปัญหาได้ครบถ้วน
	สามารถนำเสนอตัวแทน ความคิดทางคณิตศาสตร์ใน การทำความเข้าใจปัญหาพอใช้	นักเรียนสามารถขีดเขียน (วงกลม) ข้อความในใจทย์ เขียนข้อความ วาดภาพ สัญลักษณ์ แผนภาพความคิด เพื่อทำความเข้าใจปัญหาไม่ครบถ้วน
	สามารถนำเสนอตัวแทน ความคิดทางคณิตศาสตร์ใน การทำความเข้าใจปัญหา ปรับปรุง	นักเรียนไม่สามารถขีดเขียน (วงกลม) ข้อความในใจทย์ เขียนข้อความ วาดภาพ สัญลักษณ์ แผนภาพความคิด เพื่อทำความเข้าใจปัญหา
การนำเสนอตัวแทน ความคิดทาง คณิตศาสตร์ในการ แสดงกระบวนการ แก้ปัญหา	สามารถนำเสนอตัวแทน ความคิดทางคณิตศาสตร์ใน การแสดงกระบวนการ แก้ปัญหาดี	นักเรียนสามารถแสดงตัวแปร ตาราง กราฟ หรือสมการ กระบวนการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องเหมาะสม
	สามารถนำเสนอตัวแทน ความคิดทางคณิตศาสตร์ใน การแสดงกระบวนการ แก้ปัญหาพอใช้	นักเรียนสามารถแสดงตัวแปร ตาราง กราฟ หรือสมการ กระบวนการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องแต่ไม่เหมาะสม หรือ สามารถแสดงตัวแปร ตาราง กราฟ หรือสมการ กระบวนการแก้ปัญหาได้ไม่ถูกต้องแต่เหมาะสม
	สามารถนำเสนอตัวแทน ความคิดทางคณิตศาสตร์ใน การแสดงกระบวนการ แก้ปัญหาปรับปรุง	นักเรียนไม่สามารถแสดงตัวแปร ตาราง กราฟ หรือ สมการ กระบวนการแก้ปัญหาได้
การนำเสนอตัวแทน ความคิดทาง คณิตศาสตร์ในการ แสดงการสรุปคำตอบ ของปัญหา	สามารถนำเสนอตัวแทน ความคิดทางคณิตศาสตร์ใน การแสดงการสรุปคำตอบของ ปัญหาดี	นักเรียนสามารถเขียนสรุปคำตอบได้อย่างถูกต้อง และมี การตรวจสอบคำตอบ
	สามารถนำเสนอตัวแทน ความคิดทางคณิตศาสตร์ใน การแสดงการสรุปคำตอบของ ปัญหาพอใช้	นักเรียนสามารถเขียนสรุปคำตอบได้อย่างถูกต้อง และ แต่ไม่มีการตรวจสอบคำตอบ หรือสามารถเขียนสรุป คำตอบไม่ถูกต้อง และแต่มีการตรวจสอบคำตอบ
	สามารถนำเสนอตัวแทน ความคิดทางคณิตศาสตร์ใน การแสดงการสรุปคำตอบของ ปัญหาปรับปรุง	นักเรียนไม่สามารถสรุปคำตอบได้ หรือสามารถเขียน สรุปคำตอบไม่ถูกต้อง และไม่มีการตรวจสอบคำตอบ

ตัวอย่างใบกิจกรรม
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง พังก์ชันกำลังสอง

ใบกิจกรรม “รูปแบบฟังก์ชันกำลังสอง”

ในการหาจุดยอดของฟังก์ชันกำลังสองที่อยู่ในรูป $y = a(x-h)^2 + k$ เมื่อ a , h และ k เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ $a \neq 0$ จุดยอดของกราฟหรือจุด (h, k)

แต่ถ้าฟังก์ชันกำลังสองที่อยู่ในรูป $y = ax^2 + bx + c$ เมื่อ a , b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ $a \neq 0$ จะสามารถหาจุดยอดของกราฟได้อย่างไร

1) จากสถานการณ์ข้างต้น ให้นักเรียนระบุเงื่อนไขของสถานการณ์ และสิ่งที่ต้องการทราบ

เงื่อนไขของปัญหา.....

สิ่งที่ปัญหาต้องการทราบ.....

2) ให้นักเรียนแสดงวิธีทำโดยละเอียด

3) นักเรียนสรุปคำตอบ พร้อมทั้งแสดงความสมเหตุสมผลของคำตอบ

ใบกิจกรรม "รีมิทซ์ ฟังก์ชันกำลังสอง"

กำหนด	$y = (x-1)^2 + 2$	$y = 2(x-1)^2 + 4$
	$y = 2(x-1)^2 + 2$	$y = 3(x-2)^2 + 2$
	$y = 2(x-1)^2 + 3$	$y = -(x-1)^2 + 2$
	$y = 3(x-3)^2 + 2$	$y = 3(x-1)^2 + 2$

ให้นักเรียนจัดกลุ่มฟังก์ชันที่กำหนดให้และอธิบายลักษณะของกราฟในกลุ่มดังกล่าว

1) ให้นักเรียนระบุเงื่อนไขของปัญหา และสิ่งที่ปัญหาต้องการทราบ

เงื่อนไขของปัญหา

.....

สิ่งที่ปัญหาต้องการทราบ

.....

2) ให้นักเรียนแสดงลักษณะของฟังก์ชันที่กำหนดให้

3) ให้นักเรียนจัดกลุ่มลักษณะกราฟของฟังก์ชันที่กำหนดให้ พร้อมอธิบายลักษณะที่เหมือนกัน และแตกต่างกัน

ใบกิจกรรม "โจทย์ประยุกต์ฟังก์ชันกำลังสอง"



นิราได้ทดลองโยนลูกบอล เมื่อเก็บข้อมูลแล้วนำมาวิเคราะห์แล้วนิราได้ฟังก์ชันแสดงความสูงของลูกบอลจากพื้นดิน เมื่อเวลาผ่านไป t วินาที $f(x) = -t^2 + 2t - 5$ แต่สมัครบกว่าสมการดังกล่าวไม่สามารถเกิดขึ้นได้ในสถานการณ์การทดลองโยนลูกบอลนี้

นักเรียนเห็นด้วยกับคำพูดของใคร เพราะเหตุใด

- 1) จากสถานการณ์ข้างต้น ให้นักเรียนระบุเงื่อนไขของสถานการณ์ และสิ่งที่ต้องการทราบ
 เงื่อนไขของปัญหา.....
 สิ่งปัญหาต้องการทราบ.....
- 2) ให้นักเรียนแสดงวิธีทำโดยละเอียด

- 3) นักเรียนสรุปคำตอบ พร้อมทั้งแสดงความสมเหตุสมผลของคำตอบ

แบบสะท้อนผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

สังเกตครั้งที่..... วันที่..... ช่วงเวลาสังเกตตั้งแต่เวลา..... ถึงเวลา.....

แผนการจัดการเรียนรู้ที่..... เรื่อง.....

จำนวน..... คาบ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่..... ภาคเรียนที่..... ปีการศึกษา.....

ชื่อผู้สังเกต..... ช่วงเวลาสังเกตตั้งแต่เวลา..... ถึงเวลา.....

ผู้วิจัย

ผู้เชี่ยวชาญ.....

ช่วงเวลาสังเกตตั้งแต่เวลา..... น. ถึงเวลา..... น.

คำชี้แจง

1. แบบสะท้อนผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ฉบับนี้ ใช้สำหรับการสะท้อนผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น เพื่อส่งเสริมการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีทั้งหมด 5 ชั้นได้แก่

ขั้นการปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์ (Anticipating) เป็นขั้นที่ครูคัดเลือกหรือออกแบบงานทางคณิตศาสตร์ และคาดการณ์พฤติกรรมการเรียนรู้ต่าง ๆ ของนักเรียนทั้งที่ถูกต้องและผิดพลาดในการทำงานทางคณิตศาสตร์

ขั้นการปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ (Launching) เป็นขั้นที่ครูอธิบายใช้คำถาม หรือยกตัวอย่างที่เกี่ยวข้องกับงานทางคณิตศาสตร์เพื่อให้นักเรียนเกิดความท้าทายและกระตุ้นให้ได้ทำความเข้าใจเงื่อนไขต่าง ๆ และปัญหาของงานทางคณิตศาสตร์ก่อนให้นักเรียนลงมือสำรวจงานทางคณิตศาสตร์

ขั้นการปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Monitoring) เป็นขั้นที่ครูเดินสำรวจและติดตามแนวคิดของนักเรียนขณะลงมือทำงานทางคณิตศาสตร์ โดยคำนึงถึงความรู้พื้นฐานที่นำมาใช้ถูกต้องหรือไม่ หากพบว่าไม่ถูกต้องครูดำเนินการชี้แนะและแก้ไข แล้วใช้คำถามกระตุ้นในกรณีที่นักเรียนมีแนวคิดที่ไม่ถูกต้อง รวมถึงจุดบันทึกแนวคิดต่าง ๆ ที่น่าสนใจทั้งที่ถูกต้องและผิดพลาดของนักเรียนเพื่อนำไปคัดเลือกและกำหนดประเด็นในการอภิปราย

ขั้นการปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน (Selecting and Sequencing) เป็นขั้นที่ครูคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน เพื่อใช้ในการอภิปราย มีหลักในการคัดเลือกคือเลือกแนวคิดที่หลากหลาย ไม่ใช่แนวคิดเดียวกัน โดยเลือกกลุ่มที่มีข้อผิดพลาดได้นำเสนอก่อน กลุ่มที่มีแนวคิดที่ถูกต้อง และกลุ่มที่มีแนวคิดที่ถูกต้องและมีความซับซ้อน ตามลำดับ ให้เพียงพอต่อการสรุปเป็นความคิดรวบยอด

ขั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่ (Connecting) เป็นขั้นที่ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้นำเสนอ อธิบายแนวคิด และอภิปรายเพื่อ แลกเปลี่ยนความรู้ ความคิดเห็นและเหตุผลร่วมกัน โดยครูจะคอยช่วยเหลือให้นักเรียนได้พิจารณา เชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการต่าง ๆ เหล่านั้นไปสู่ความคิดรวบยอดของแผนการจัดการ เรียนรู้นั้น ๆ

การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการแสดงวิธี คิดหรือแนวคิดเกี่ยวกับสิ่งต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งแต่ละคนอาจแตกต่างกันตามประสบการณ์ การเรียนรู้ โดยอาจแสดงเป็นแบบจำลอง กราฟ และการใช้สัญลักษณ์ (ตัวแปร) เป็นสำคัญอีก อย่างหนึ่งที่จะช่วยพัฒนาความคิด ความเข้าใจในการแก้ปัญหา ทำให้เกิดความคิดรวบยอดในการ แก้ปัญหาและสามารถมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหานั้นได้ มี 3 กระบวนการ ดังนี้

1. **การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการทำความเข้าใจปัญหา** หมายถึง การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการทำความเข้าใจปัญหา โดยอาจใช้ ข้อความ หรือสัญลักษณ์ การขีดเขียน (วงกลม) ข้อความในใจത്യ เขียนแผนภาพความคิด

2. **การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการแสดงกระบวนการ แก้ปัญหา** หมายถึง การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการแสดงกระบวนการ แก้ปัญหา โดยอาจใช้สัญลักษณ์ หรือตัวแปร ข้อความ กราฟ หรือสมการ

3. **การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการแสดงการสรุปคำตอบของ ปัญหา** หมายถึง การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการแสดงการสรุปคำตอบของ ปัญหา โดยอาจใช้ข้อความหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

ซึ่งมีการวัดและประเมินผลจากใบกิจกรรมและทำแบบวัดการนำเสนอตัวแทนความคิดทาง คณิตศาสตร์

2. ขอให้ผู้สะท้อนโปรดสังเกตพฤติกรรมกรรมการจัดการเรียนรู้ของครูผู้สอนภายในชั้นเรียน และ บันทึกรายละเอียด ข้อคิดเห็นและข้อเสนอแนะ ในแต่ละขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แต่ละขั้นตอนสอดคล้องกับนิยามของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แนวปฏิบัติการสอน 5 ขั้น ที่ส่งเสริมการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์หรือไม่

1.1 ขั้นการปฏิบัติที่ 1 การคาดการณ์การเรียนรู้และการทำงานทางคณิตศาสตร์ (Anticipating)

1.1.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้บรรลุตามจุดประสงค์ของขั้นหรือไม่ อย่างไร

บรรลุ ไม่บรรลุ

1.1.2 พัฒนาให้นักเรียนเกิดการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์หรือไม่ อย่างไร

การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการทำความเข้าใจปัญหา

การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการแสดงกระบวนการแก้ปัญหา

การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการแสดงการสรุปคำตอบของปัญหา

1.2 ขั้นการปฏิบัติที่ 2 การนำเข้าสู่งานทางคณิตศาสตร์ (Launching)

1.2.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้บรรลุตามจุดประสงค์ของขั้นหรือไม่ อย่างไร

บรรลุ ไม่บรรลุ

1.2.2 พัฒนาให้นักเรียนเกิดการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์หรือไม่ อย่างไร

การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการทำความเข้าใจปัญหา

การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการแสดงกระบวนการแก้ปัญหา

การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการแสดงการสรุปคำตอบของปัญหา

1.3 ขั้นการปฏิบัติที่ 3 การกำกับและติดตามการทำงานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน (Monitoring)

1.3.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้บรรลุตามจุดประสงค์ของขั้นหรือไม่ อย่างไร

บรรลุ ไม่บรรลุ

1.3.2 พัฒนาให้นักเรียนเกิดการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์หรือไม่
อย่างไร

- การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการทำความเข้าใจปัญหา
- การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการแสดงกระบวนการแก้ปัญหา
- การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการแสดงการสรุปคำตอบของปัญหา

1.4 **ชั้นการปฏิบัติที่ 4 การคัดเลือกและจัดลำดับแนวคิดหรือวิธีการของนักเรียน**
(Selecting and Sequencing)

1.4.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้บรรลุตามจุดประสงค์ของชั้นหรือไม่ อย่างไร

- บรรลุ ไม่บรรลุ

1.4.2 พัฒนาให้นักเรียนเกิดการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์หรือไม่
อย่างไร

- การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการทำความเข้าใจปัญหา
- การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการแสดงกระบวนการแก้ปัญหา
- การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการแสดงการสรุปคำตอบของปัญหา

1.5 **ชั้นการปฏิบัติที่ 5 การเชื่อมโยงข้อสรุปจากแนวคิดหรือวิธีการไปสู่ความรู้ใหม่**
(Connecting)

1.5.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้บรรลุตามจุดประสงค์ของชั้นหรือไม่ อย่างไร

- บรรลุ ไม่บรรลุ

1.5.2 พัฒนาให้นักเรียนเกิดการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์หรือไม่
อย่างไร

- การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการทำความเข้าใจปัญหา
- การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการแสดงกระบวนการแก้ปัญหา
- การนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ในการแสดงการสรุปคำตอบของปัญหา

2. สรุปภาพรวมของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

2.1 จุดเด่นในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

2.2 จุดที่ควรปรับปรุง (พร้อมทั้งแนวทางการปรับปรุงแก้ไข)

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

3. ข้อคิดเห็นและข้อเสนอแนะอื่น ๆ

.....
.....
.....
.....

ลงชื่อ.....

(.....)

ผู้รับการสังเกต

ลงชื่อ.....

(.....)

ผู้สังเกต

แบบวัดการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน
(ฟังก์ชันเชิงเส้น, ฟังก์ชันกำลังสอง, ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล)

คำชี้แจง

1. แบบวัดการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เป็นแบบทดสอบอัตนัย
จำนวน 3 ข้อ แต่ละข้อมีคำถามย่อย 3 ข้อ
2. เวลาในการทำแบบทดสอบ 60 นาที
3. หากมีปัญหาใด ๆ โปรดสอบถามผู้คุมสอบ

ชื่อ..... ชั้น ม.4/..... เลขที่.....

แบบวัดการนำเสนอตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน

ปัญหา 1 SCUBA



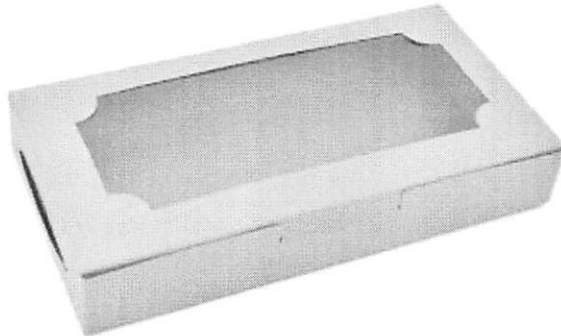
SCUBA มาจากคำว่า Self-Contained Underwater Breathing Apparatus เป็นอุปกรณ์ช่วยหายใจขณะอยู่ใต้น้ำ ทำให้ผู้ดำน้ำสามารถเคลื่อนที่ได้โดยอิสระ การดำน้ำแบบ SCUBA หมายถึง การดำน้ำลึกโดยใช้อุปกรณ์ SCUBA ผู้ที่จะดำน้ำแบบ SCUBA จะต้องผ่านหลักสูตรการดำน้ำโดยเฉพาะ และควรคำนึงถึงการเปลี่ยนแปลงความดัน เพื่อไม่ให้เกิดอันตรายต่อเนื้อเยื่อและอวัยวะของร่างกาย เช่น หู จมูก ปอด

ในการดำน้ำแบบ SCUBA นักดำน้ำต้องคำนึงถึงความดันน้ำที่ระดับความลึกต่าง ๆ ซึ่งสามารถแทนด้วยฟังก์ชันเชิงเส้น จงหาความดันน้ำทะเลเป็นเท่าใดขณะที่นักดำน้ำอยู่ที่ความลึก 40 ฟุต เมื่อความดันน้ำทะเลเพิ่มขึ้น 0.45 psi ทุก ๆ ความลึกหนึ่งฟุต และความดันที่ผิวน้ำทะเลประมาณ 14.7 psi

- 1) จากสถานการณ์ข้างต้น ให้นักเรียนระบุเงื่อนไขของสถานการณ์ และสิ่งที่ต้องการทราบ (Re1)
สิ่งที่ต้องการทราบ คือ
เงื่อนไขของปัญหา คือ
- 2) ให้นักเรียนแสดงวิธีทำโดยละเอียด (Re2)

3) ความดันน้ำทะเลเป็นเท่าใดขณะที่นักดำน้ำอยู่ที่ความลึก 40 ฟุต (Re3)

ปัญหา 2 กลองขนม



โรงงานทำขนมแห่งหนึ่งต้องการทำบรรจุภัณฑ์ให้มีความคุ้มค่ามากที่สุด โดยกล่องขนมทำจากกระดาษรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากกว้าง 10 นิ้ว ยาว 15 นิ้ว ตัดกระดาษเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่แต่ละด้านยาว x นิ้ว ออกจากมุมทั้งสี่ แล้วพับด้านข้างขึ้นทำเป็นกล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก จงหาความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ถูกตัดออกที่ทำให้กล่องมีความจุ 100 ลูกบาศก์นิ้ว

1) จากสถานการณ์ข้างต้น ให้นักเรียนระบุเงื่อนไขของสถานการณ์ และสิ่งที่ต้องการทราบ (Re1)
 สิ่งที่ต้องการทราบ คือ
 เงื่อนไขของปัญหา คือ

2) ให้นักเรียนแสดงวิธีทำโดยละเอียด (Re2)

3) ความยาวด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ถูกตัดออกที่ทำให้กล่องมีความจุ 100 ลูกบาศก์นิ้วเป็นเท่าใด (Re3)

ปัญหา 3 กู้เงินจากธนาคาร



ชายคนหนึ่งกู้เงินจากธนาคาร 650,000 บาท เพื่อซ่อมแซมบ้าน โดยธนาคารกำหนดอัตราดอกเบี้ยร้อยละ 6 ต่อปี และคิดดอกเบี้ยแบบทบต้นทุกปี ถ้าชายคนนี้มีกำหนดชำระหนี้ในอีก 4 ปีข้างหน้า จงหาว่าเมื่อครบกำหนดชำระหนี้ เขาจะต้องชำระเงินคืนให้ธนาคารเท่าใด โดยคิดเป็นดอกเบี้ยเท่าใด

1) จากสถานการณ์ข้างต้น ให้นักเรียนระบุเงื่อนไขของสถานการณ์ และสิ่งที่ต้องการทราบ (Re1)
 สิ่งที่ต้องการทราบ คือ
 เงื่อนไขของปัญหา คือ

2) ให้นักเรียนแสดงวิธีทำโดยละเอียด (Re2)

3) เมื่อครบกำหนดชำระหนี้ ชายคนนี้จะต้องชำระเงินคืนให้ธนาคารเท่าใด และคิดเป็นดอกเบี้ยเท่าใด (Re3)

ประวัติผู้ศึกษาค้นคว้าอิสระ

ประวัติผู้ศึกษาค้นคว้าอิสระ

ชื่อ - ชื่อสกุล	ณัฐกานต์ อารีรัตนเวช
วัน เดือน ปี เกิด	16 มกราคม 2537
ที่อยู่ปัจจุบัน	28 ถนนตากลิพัฒนา ตำบลตากลิ อำเภอตากลิ จังหวัดนครสวรรค์ 60140
ที่ทำงานปัจจุบัน	โรงเรียนนวมินทราชูทิศ มัชฌิม ตำบลนครสวรรค์ตก อำเภอเมือง นครสวรรค์ จังหวัดนครสวรรค์ 60000
ตำแหน่งหน้าที่ปัจจุบัน	ครู
ประวัติการศึกษา	กศ.บ. (คณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ พ.ศ. 2560