การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติ และสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

เพชรชนก จันทร์หอม

วิทยานิพนธ์เสนอบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยนเรศวร เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
หลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา
กรกฎาคม 2562
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยนเรศวร

ประกาศคุณูปการ

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รัชฎา วิริยะพงศ์ ประธานที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ และดร.วนินทร สุภาพ กรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่ได้สละเวลาอันมีค่ามาเป็นที่ปรึกษา พร้อมทั้งให้คำแนะนำตลอดระยะเวลาในการทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ และขอกราบขอบพระคุณคณะกรรมการวิทยานิพนธ์ที่ได้กรุณาให้คำแนะนำ ตลอดจนแก้ไขข้อบกพร่องของวิทยานิพนธ์ด้วยความเอาใจใส่ จนทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้อย่างสมบูรณ์และทรงคุณค่า

กราบขอบพระคุณ ผู้เชี่ยวชาญทุกท่านที่ได้กรุณาช่วยเหลือ ให้คำปรึกษา แนะนำ และตรวจสอบแก้ไขปรับปรุงเครื่องมือ อันเป็นประโยชน์ต่อการทำวิทยานิพนธ์นี้

เหนือสิ่งอื่นใดขอกราบขอบพระคุณ บิดา มารดา ของผู้วิจัยที่ให้กำลังใจและให้การสนับสนุนในทุก ๆ ด้านอย่างดีที่สุดเสมอมา

คุณค่าและคุณประโยชน์อันพึงจะมีจากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบและอุทิศแด่ผู้มีพระคุณทุก ๆ ท่าน ผู้วิจัยหวังเป็นอย่างยิ่งว่า งานวิจัยนี้จะเป็นประโยชน์ต่อผู้ที่สนใจบ้างไม่มากก็น้อย

เพชรชนก จันทร์หอม

ชื่อเรื่อง การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ผู้วิจัย เพชรชนก จันทร์หอม

ประธานที่ปรึกษา ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รัชฎา วิริยะพงศ์

กรรมการที่ปรึกษา ดร.วนินทร สุภาพ

ประเภทสารนิพนธ์ วิทยานิพนธ์ กศ.ม. สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา, มหาวิทยาลัยนเรศวร, 2561

คำสำคัญ Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์ เพื่อศึกษาผลการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) ซึ่งผู้เข้าร่วมวิจัย คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ของโรงเรียนขยายโอกาสแห่งหนึ่ง ในจังหวัดพิษณุโลก ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 จำนวน 36 คน งานวิจัยนี้ใช้กระบวนการวิจัยแบบผสมผสานวิธี (mixed methodology) ที่มีทั้งวิธีการเชิงคุณภาพและวิธีการเชิงปริมาณ โดยประยุกต์ใช้แบบแผนการทดลองแบบกลุ่มตัวอย่างเดียว มีการทดสอบหลังเรียน ซึ่งข้อมูลเชิงคุณภาพ ได้จาก ใบกิจกรรมในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และแบบสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่าง นำข้อมูลที่ได้มาวิเคราะห์เชิงเนื้อหา (content analysis) เพื่อจัดกลุ่มตามระดับความเข้าใจ และสำหรับข้อมูลเชิงปริมาณ ได้จากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แบบข้อสอบแบบเลือกตอบ นำคะแนนหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มาวิเคราะห์หาค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และหาค่าร้อยละว่าสูงกว่าร้อยละ 70 หรือไม่ ผลการวิจัย พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์ (CU) มากที่สุด ของเนื้อหาทั้ง 3 เรื่อง ซึ่งสามารถสรุปได้ว่า การสอนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) สามารถพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ได้ และผลการทดสอบหลังเรียน มีคะแนนเฉลี่ย เท่ากับ 22.08 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 73.60 ซึ่งสูงกว่าร้อยละ 70

Title	THE DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL CONCEPT WITH LEARNING ACTIVITIES BASED ON CONCRETE-PICTORIAL-ABSTRACT (C-P-A) APPROACH ON TWO-DIMENSIONAL AND THREE-DIMENSIONAL GEOMETRY FOR 7th GRADE STUDENTS
Author	Phaetchanok Janhom
Advisor	Assistant Professor Ratchada Viriyapong, Ph.D.
Co - Advisor	Wanintorn Supap, Ph.D.
Academic Paper	Thesis M.Ed. in Mathematics Education, Naresuan University, 2018
Keywords	Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A), Mathematical Concept, Two-Dimensional and Three-Dimensional Geometry

ABSTRACT

This research aims to study the development of mathematical concepts on two-dimensional and three-dimensional geometry for 7th grade students via learning activities based on Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) approach. The participants in this study were thirty-six 7th grade students in an extended opportunity school in Phitsanulok province. The research was performed in the second semester of the academic year 2018. A mixed methodology that includes both qualitative and quantitative methods is used in this research by applying one sample group experiment model and testing after studying. The qualitative data was obtained from the assignment during the learning activity and the interview after the activity. With this data, we employed the content analysis to group the understanding levels. Further, the quantitative data was obtained from the mathematical concepts test. We analyzed the post-test scores by finding the mean, standard deviation and the percentage of the scores to determine whether it is higher than 70 percent. Our results show that most students' understanding level is in the Complete Understanding level for all three topics. Hence, teaching via learning activities based on Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) approach can develop students' mathematical concepts on two-dimensional and three-dimensional geometry. Further, the average post-test scores are 22.08 which are equivalent to 73.60 percent and it is higher than 70 percent.

สารบัญ

บทที่		หน้า
1	**บทนำ**	1
	ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา	1
	คำถามวิจัย	5
	จุดมุ่งหมายของการวิจัย	6
	ความสำคัญของการวิจัย/ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	6
	ขอบเขตการวิจัย	6
	นิยามศัพท์เฉพาะ	7
2	**เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง**	9
	หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน ฉบับปรับปรุง พุทธศักราช 2560 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	10
	การจัดการเรียนรู้โดยใช้ Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A)	17
	มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	22
	มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับเรขาคณิต	49
	งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	53
3	**วิธีดำเนินการวิจัย**	56
	กลุ่มเป้าหมาย	56
	ตัวแปรที่ศึกษา	56
	บริบทของโรงเรียน	56
	วิธีการศึกษา	56
	เครื่องมือและการพัฒนาเครื่องมือ	57
	การเก็บรวบรวมข้อมูล	68
	วิธีวิเคราะห์ข้อมูล	68
	สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล	71

สารบัญ (ต่อ)

บทที่		หน้า
4	**ผลการวิเคราะห์ข้อมูล**	73
	ตอนที่ 1 ผลการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A)	73
	ตอนที่ 2 ผลการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A)	82
5	**บทสรุป**	97
	จุดมุ่งหมายของการวิจัย	97
	สรุปผลการวิจัย	97
	อภิปรายผลการวิจัย	99
	ข้อเสนอแนะ	103
บรรณานุกรม		104
ภาคผนวก		110
ประวัติผู้วิจัย		183

สารบัญตาราง

ตาราง **หน้า**

1 แสดงสาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต มาตรฐาน ค 1.1..... 14
2 แสดงสาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต มาตรฐาน ค 1.3..... 14
3 แสดงสาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต..... 15
4 แสดงสาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น..... 16
5 แสดงสาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต..... 16
6 แสดงเฉลยชุดภาพประกอบการสัมภาษณ์ เรื่อง หยาดน้ำฟ้า..... 35
7 แสดงระดับความเข้าใจประเภทแนวคิดของนักเรียน..... 47
8 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนแบบเกณฑ์รวม..... 47
9 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนแบบเกณฑ์ย่อย..... 47
10 แสดงตัวอย่างรหัสข้อมูลด้านมโนทัศน์ทางวิทยาศาสตร์..... 48
11 แสดงการวิเคราะห์หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน ฉบับปรับปรุง พุทธศักราช 2560 เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ..... 58
12 แสดงรายละเอียดของแผนการจัดการเรียนรู้..... 58
13 แสดงวิเคราะห์หลักสูตรตามเนื้อหาและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์กับจุดประสงค์การเรียนรู้ และอัตราส่วนจำนวนแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ จำนวนข้อ และจำนวนนาที..... 63
14 แสดงการวิเคราะห์ออกแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ตามระดับชั้นพฤติกรรมพุทธิพิสัย ตามกรอบแนวคิดของ Wilson..... 65
15 แสดงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน แบ่งเป็น 5 กลุ่ม ตามระดับความเข้าใจ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ (N = 36)..... 74
16 แสดงร้อยละของนักเรียน แบ่งเป็น 5 กลุ่ม ตามระดับความเข้าใจ เรื่อง หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ (N = 36)..... 75
17 แสดงร้อยละของนักเรียน แบ่งเป็น 5 กลุ่ม ตามระดับความเข้าใจ เรื่อง ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ (N = 36)..... 77

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตาราง **หน้า**

18 แสดงร้อยละของนักเรียน แบ่งเป็น 5 กลุ่ม ตามระดับความเข้าใจ เรื่อง ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ (N = 36)..... 80

19 แสดงค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และหาค่าร้อยละ หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 (N = 36)..... 83

20 แสดงผลการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติระหว่างและหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้..... 95

21 แสดงผลประเมินแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ..... 112

22 แสดงผลประเมินแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้างและภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ..... 113

23 แสดงผลประเมินแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้างและภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์..... 114

24 แสดงผลการประเมินความเหมาะสมของแบบประเมินความเหมาะสมของแบบสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่างและเหตุการณ์ เรื่อง หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติกับจุดประสงค์การวิจัย จำนวน 8 ภาพ ของผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน..... 117

25 แสดงผลการประเมินความเหมาะสมของแบบประเมินความเหมาะสมของแบบสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่างและเหตุการณ์ เรื่อง ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติกับจุดประสงค์การวิจัย จำนวน 8 ภาพ ของผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน..... 118

สารบัญตาราง (ต่อ)

ตาราง **หน้า**

26 แสดงผลการประเมินความเหมาะสมของแบบประเมินความเหมาะสมของแบบสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่างและเหตุการณ์ เรื่อง ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์กับจุดประสงค์การวิจัย จำนวน 8 ภาพ ของผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน..... 118

27 แสดงผลการประเมินความเหมาะสมของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ข้อสอบแบบเลือกตอบ เรื่อง หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ กับจุดประสงค์การวิจัย จำนวน 18 ข้อ ของผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน..... 123

28 แสดงผลการประเมินความเหมาะสมของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ข้อสอบแบบเลือกตอบ เรื่อง ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติกับจุดประสงค์การวิจัย จำนวน 18 ข้อ ผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน..... 124

29 แสดงผลการประเมินความเหมาะสมของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ข้อสอบแบบเลือกตอบ เรื่อง ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์กับจุดประสงค์การวิจัย จำนวน 18 ข้อ ของผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน..... 125

30 แสดงค่าความยาก อำนาจจำแนกและค่าความเชื่อมั่น ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ข้อสอบแบบเลือกตอบ เรื่อง หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ จำนวน 18 ข้อ..... 138

31 แสดงค่าความยาก อำนาจจำแนกและค่าความเชื่อมั่น ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ข้อสอบแบบเลือกตอบ เรื่อง ภาพด้านหน้าภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ จำนวน 18 ข้อ 139

32 แสดงค่าความยาก อำนาจจำแนกและค่าความเชื่อมั่น ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ข้อสอบแบบเลือกตอบ เรื่อง ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ จำนวน 18 ข้อ..... 140

สารบัญภาพ

ภาพ **หน้า**

1 พิซซ่าของเบนและเจน..... 21
2 การเชื่อมโยงบัตรพีชคณิต (AlgeCards) กับรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าและการแยก
ตัวประกอบ..... 22
3 องค์ประกอบที่สัมพันธ์กันของการสอนคณิตศาสตร์..... 25
4 ตัวอย่างเอกสารสรุปมโนทัศน์ของ Toumasis..... 30
5 ผังมโนทัศน์แสดงความสัมพันธ์ระหว่างรูปสี่เหลี่ยมชนิดต่างๆ..... 31
6 ผังมโนทัศน์ เรื่อง สิ่งมีชีวิต..... 32
7 ตัวอย่างชุดภาพ เรื่อง หยาดน้ำฟ้า..... 34
8 การวาดภาพรูปวงกลมแทนจำนวนเหรียญทดลองใส่ค่าเงิน..... 37
9 การวาดภาพรูปวงกลมและใส่ค่าเงิน..... 37
10 การวาดภาพโรงงานไฟฟ้านิวเคลียร์..... 39
11 หน้าตัดทรงกระบอก..... 52
12 ตัวอย่างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความเข้าใจอยู่ในระดับ
ความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์ (CU)..... 76
13 ตัวอย่างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความเข้าใจอยู่ในระดับ
ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน (PS)..... 77
14 ตัวอย่างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความเข้าใจอยู่ในระดับ
ความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์ (CU)..... 78
15 ตัวอย่างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความเข้าใจอยู่ในระดับ
ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน (PS)..... 79
16 ตัวอย่างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความเข้าใจอยู่ในระดับ
ความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์ (CU)..... 81
17 ตัวอย่างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความเข้าใจอยู่ในระดับ
ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน (PS)..... 82

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

คณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่มีความสำคัญต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล คิดอย่างเป็นระบบ และมีระเบียบแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาและสถานการณ์ได้อย่างละเอียดรอบคอบ สามารถสร้างข้อคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และสามารถแก้ปัญหาได้ คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่นๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำรงชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข อีกทั้งคณิตศาสตร์เป็นทั้งศาสตร์และศิลป์ที่ศึกษาเกี่ยวกับแบบรูปและความสัมพันธ์เพื่อให้ได้ข้อสรุปและการนำไปใช้ประโยชน์ เนื้อหาสาระทางคณิตศาสตร์มีลักษณะเป็นภาษาสากลที่สามารถใช้เพื่อการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการถ่ายทอดความรู้ระหว่างศาสตร์ต่างๆ ได้ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2545) จากความสำคัญของสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ดังกล่าว หลักสูตรแกนกลางขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 จึงได้กำหนดสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ไว้ในหลักสูตรทุกระดับชั้น ตั้งแต่ชั้นประถมศึกษาจนถึงชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย เพื่อให้นักเรียนมีความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหา การดำเนินชีวิตและศึกษาต่อ มีเหตุผล มีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์ พัฒนาการคิดอย่างเป็นระบบ และมีความคิดสร้างสรรค์ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551)

ถึงแม้คณิตศาสตร์จะเป็นวิชาพื้นฐาน ซึ่งมีความสำคัญและจำเป็นอย่างมาก แต่หากเราพิจารณาจากผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) กลุ่มสาระคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตั้งแต่ปีการศึกษา 2556-2560 พบว่า มีคะแนนเฉลี่ยดังต่อไปนี้ 25.41, 29.59, 32.42, 29.53, 26.55 ตามลำดับ ซึ่งต่ำกว่าร้อยละ 50 และเมื่อพิจารณาตามสาระ พบว่า ค่าเฉลี่ยในปี 2559-2560 สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ มีค่าเฉลี่ย คือ 19.32 และ 27.11 ตามลำดับ พบว่า มีค่าเฉลี่ยเพิ่มขึ้น 7.79 สาระที่ 2 การวัด มีค่าเฉลี่ย คือ 28.92 และ 23.49 ตามลำดับ พบว่า มีค่าเฉลี่ยลดลง 5.43 สาระที่ 3 เรขาคณิต มีค่าเฉลี่ย คือ 44.90 และ 27.27 ตามลำดับ พบว่า มีค่าเฉลี่ยลดลง 17.63 สาระที่ 4 พีชคณิต มีค่าเฉลี่ย คือ 38.58 และ 30.04 ตามลำดับ พบว่า มีค่าเฉลี่ยลดลง 8.54 สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น มีค่าเฉลี่ย คือ 13.60 และ 21.54 ตามลำดับ พบว่า มีค่าเฉลี่ยเพิ่มขึ้น 7.94 จากข้อมูลที่กล่าวมาจะเห็นได้ว่า สาระที่ 3 เรขาคณิต มีค่าเฉลี่ยลดลงสูงที่สุดและยังคงต่ำกว่าร้อยละ 50 (สถาบันทดสอบทาง

การศึกษาแห่งชาติ, 2560ก, 2561ข) นอกจากผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) กลุ่มสาระคณิตศาสตร์ ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยรวมในระดับชาติที่ผ่านมานั้น ผู้วิจัยได้ทราบถึงผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2560 ณ โรงเรียนขยายโอกาสแห่งหนึ่ง ในจังหวัดพิษณุโลก ซึ่งมีผลการทดสอบที่ต่ำกว่าเกณฑ์ร้อยละ 50 จากผลการทดสอบทำให้ทราบถึงสาระที่โรงเรียนควรเร่งพัฒนาเป็นอันดับแรก คือ สาระที่ 3 เรขาคณิต เนื่องจากคะแนนเฉลี่ยของโรงเรียนต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยระดับประเทศ (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ, 2561ค) ซึ่งเนื้อหาเรื่องรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ เป็นเนื้อหาในสาระที่ 3 เรขาคณิต และเป็นเนื้อหาหนึ่งที่อยู่ในการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ซึ่งมีการออกข้อสอบจำนวน 2 ข้อ จาก 25 ข้อ (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ, 2560ง) ผลการทดสอบนี้สะท้อนให้เห็นถึงศักยภาพจำเป็นที่จะต้องได้รับการพัฒนาอย่างจริงจัง เนื่องจากการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน เป็นการทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ของนักเรียนที่ได้เรียนมาทั้งหมดตลอดระดับชั้น ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนอยู่ในระดับต่ำนั้น ควรได้รับการปรับปรุงให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีระดับที่สูงขึ้น (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ, 2559) ซึ่ง Wilson (1971, pp. 643-696 อ้างถึงใน พิริยพงศ์ เตชะศิริยืนยง, 2552) ได้กล่าวว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์หมายถึง ความสามารถทางสติปัญญาในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ และจำแนกพฤติกรรมพุทธพิสัยในการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษา โดยอ้างอิงระดับชั้นของพฤติกรรมพุทธพิสัยตามกรอบแนวคิดของ Bloom's Taxonomy (1956) ไว้เป็น 4 ระดับ คือ ความรู้ความจำ ความเข้าใจ การนำไปใช้ และการวิเคราะห์ และยังกล่าวอีกว่า ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นพฤติกรรมที่อยู่ในระดับความเข้าใจ ซึ่งใกล้เคียงกับระดับความรู้ และเป็นพฤติกรรมขั้นแรกที่นักเรียนจะต้องมี หากนักเรียนขาดความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ จะส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถนำความรู้ไปใช้ได้ และไม่สามารถทำการวิเคราะห์ในการแก้ปัญหาได้ ครูจึงต้องจัดกระบวนการจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน นั่นคือพัฒนาให้นักเรียนมีความรู้และความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อย่างแท้จริง เพราะความรู้ความเข้าใจมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ (พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544, น. 62)

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematical concept) เป็นพื้นฐานสำคัญสำหรับการเรียนรู้คณิตศาสตร์ และการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปแก้ปัญหาหรือใช้งาน สำหรับนักเรียนที่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ดี มักสามารถเรียนรู้และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ดี รวมทั้งมีพื้นฐานที่จะเชื่อมโยง

และคิดเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในระดับสูงขึ้นไปได้ดีด้วย (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2552) เนื่องจากความสำเร็จในการเรียนรู้หรือแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ส่วนหนึ่งขึ้นอยู่กับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะอย่างยิ่ง เมื่อปัญหาเป็นสถานการณ์ที่ซับซ้อนไม่คุ้นเคย หรือต้องใช้การแปลความหมายทางคณิตศาสตร์ นักเรียนอาจต้องมีความเข้าใจหรือมโนทัศน์ในเรื่องนั้นๆ มาประกอบการคิด (อัมพร ม้าคนอง, 2557, น.16-17) ซึ่งมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Concept) เป็นความคิดรวบยอดเกี่ยวกับลักษณะสำคัญ ความหมาย ที่มา หรือการขยายความ ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม นิยาม เป็นความคิดนามธรรมที่ทำให้นักเรียนสามารถจำแนกสิ่งที่มีลักษณะตามความคิดนามธรรมนั้นๆ ได้ และสามารถระบุได้ว่าสิ่งที่กำหนดให้เป็นตัวอย่างหรือไม่ใช่ตัวอย่างของความคิดนามธรรมนั้น ดังนั้น มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จึงมีความสำคัญเป็นอย่างมากต่อความรู้ความเข้าใจ และการนำความรู้ไปใช้แก้ปัญหา มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจอย่างถ่องแท้เกี่ยวกับความรู้เฉพาะหรือแนวคิดเชิงลึกทางคณิตศาสตร์ (Hiebert, & Carpenter, 1992; Koyama, 1993; Sierpinska, 1994; Pirie, & Kieren, 1994 อ้างถึงใน อัมพร ม้าคะนอง, 2557) ดังที่ สุวัฒนา เอี่ยมอรพรรณ (2545, น. 9) ได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า สาระสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ คือมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Concept) ลักษณะเป็นนามธรรม จึงมีความเข้าใจผิดได้ง่าย มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จึงเป็นสิ่งที่สำคัญที่สุดที่นักเรียนจะต้องมี

การเรียนการสอนคณิตศาสตร์จึงควรเน้นที่การทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจ เพื่อที่จะทำให้ครูได้ข้อมูลว่านักเรียนเข้าใจอะไรและไม่เข้าใจอะไร ซึ่งจะนำไปสู่กระบวนการเรียนการสอนที่ส่งเสริมความเข้าใจและการพัฒนามโนทัศน์ (อัมพร ม้าคนอง, 2557, น. 15-16) ดังที่ อัมพร ม้าคนอง (2554) ได้อธิบายประเภทของความรู้ทางคณิตศาสตร์ว่า แบ่งออกเป็น 2 ประเภท ได้แก่ 1) ความรู้เชิงมโนทัศน์ (Conceptual knowledge) เป็นความรู้เกี่ยวกับความหมายและโครงสร้างของคณิตศาสตร์ เป็นความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์ หรือความเกี่ยวข้องกันของสิ่งที่ใช้อธิบายและให้ความหมายของกระบวนการคณิตศาสตร์ รวมทั้งเป็นความรู้เกี่ยวกับความคิดรวบยอด ทฤษฎีและที่มาหรือเหตุผลของขั้นตอน หรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ ความรู้ประเภทนี้มีความสำคัญมากทั้งต่อการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในระดับสูง และต่อการนำคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหา แต่มักไม่ได้ถูกเน้นในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ 2) ความรู้เชิงขั้นตอน หรือกระบวนการ (Procedural knowledge) เป็นความรู้เกี่ยวกับการคำนวณ การระบุปัญหา การใช้กฎ กลวิธี และขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เช่น การคำนวณพื้นที่โดยใช้สูตร การหารยาว การหารากที่สองของจำนวน ความรู้เชิงขั้นตอน หรือกระบวนการเป็นสิ่งที่สอนกันมากในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ จนบางครั้งกลายเป็นความรู้เกี่ยวกับ

การทำงานเป็นลำดับขั้นแบบซ้ำๆ หรือเป็นการทำงานที่ผู้ทำไม่เข้าใจความหมายของสิ่งที่ทำ และนอกจากที่กล่าวมา อัมพร ม้าคนอง (2554) ยังอธิบายเพิ่มเติมอีกว่า ความรู้ทั้งสองประเภท คือ ความรู้เชิงมโนทัศน์ และความรู้เชิงขั้นตอนหรือกระบวนการ มีความสำคัญต่อการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในการเรียนเนื้อหาคณิตศาสตร์เฉพาะใดๆ ผู้เรียนจึงควรได้รับความรู้ทั้งสองประเภท แต่ในชั้นเรียนคณิตศาสตร์ทั่วไป มักเน้นการสอนความรู้เชิงขั้นตอนซึ่งกระบวนการการสอนความรู้เชิงมโนทัศน์มีน้อยมาก อย่างไรก็ตาม มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นสิ่งสำคัญอย่างยิ่งที่ผู้เรียนจำเป็นต้องมีครูคณิตศาสตร์จึงพยายามพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ให้นักเรียนบรรลุวัตถุประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดไว้ทุกคน ดังนั้น การจัดการเรียนรู้ที่จะพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนนั้น จึงมีความสำคัญอย่างยิ่ง ซึ่งวิธีการจัดการเรียนรู้ควรเน้นให้นักเรียนมีโอกาสได้แปลความหมายทางคณิตศาสตร์ ใช้เครื่องหมายทางคณิตศาสตร์ได้อย่างหลากหลายเพื่อสามารถแก้ปัญหาต่างๆ ได้ (NCTM, 2000 as cited in Putri, 2015) สามารถพัฒนาความรู้และความคิดทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นพื้นฐานของการเรียนรู้สิ่งใหม่ และการนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ได้อย่างหลากหลาย

ด้วยเหตุผลดังกล่าว ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นการพัฒนามโนทัศน์ควบคู่กับการสอนขั้นตอนหรือวิธีการทางคณิตศาสตร์ โดยจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เปิดโอกาสให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการเรียนการสอน โดยครูรับบทบาทเป็นผู้เตรียมประสบการณ์ สื่อการเรียนการสอนให้นักเรียนได้ค้นคว้า โดยสื่อควรอาศัยสิ่งที่เป็นรูปธรรม ให้นักเรียนได้ลงมือกระทำกับวัตถุในรูปแบบต่างๆ เชื่อมโยงเข้าสู่สิ่งที่เป็นนามธรรม เน้นกระบวนการเรียนรู้จากประสบการณ์จริง ลงมือปฏิบัติจริงมากกว่าการอธิบายวิธีการหรือหลักการต่างๆ ให้แก่นักเรียน เพื่อให้นักเรียนเกิดการพัฒนาทั้งทางด้านความรู้ และทักษะให้มากที่สุด (กระทรวงศึกษาธิการ, 2551, น. 25; ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล, 2542, น. 12-13; พิมพันธ์ เดชะคุปต์, 2544, น. 60) ซึ่งการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) เป็นแนวทางหนึ่งที่จะสามารถพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้ เนื่องจากเป็นการจัดการเรียนรู้โดยอาศัยสิ่งที่เป็นรูปธรรมและเชื่อมโยงเข้าสู่สิ่งที่เป็นนามธรรม โดยการให้นักเรียนเรียนรู้จากประสบการณ์จริง ลงมือปฏิบัติจริง และต่อมาได้นำประสบการณ์นั้นจากที่เห็นเป็นรูปธรรมมาแปลเป็นรูปภาพ สัญลักษณ์ และสามารถเชื่อมโยงสัญลักษณ์ได้อย่างสอดคล้องกัน (Hui, Hoe, & Lee, 2017) ซึ่งจะทำให้พวกเขาสามารถใช้ และปรับความรู้ให้เหมาะสมกับสถานการณ์และบริบทในชีวิตประจำวันได้ ในระหว่างการทำกิจกรรม นักเรียนจะได้รับคำแนะนำในการค้นพบทางคณิตศาสตร์เชิงนามธรรม แนวคิด หรือผลลัพธ์ จะมีการสื่อสารและแบ่งปันความเข้าใจของพวกเขาโดยใช้สิ่งที่เป็นรูปธรรม โดยครูจะได้รับบทบาทเป็นผู้อำนวยความสะดวกที่คอยแนะนำให้นักเรียนมีความเข้าใจที่เป็นรูปธรรมและเป็นนามธรรม โดยการใช้สื่อและการให้ข้อเสนอแนะที่

เหมาะสมแก่นักเรียน (Ministry of Education, 2012 as cited in Hoong, Kin, & Pien, 2015) ซึ่ง Hui, Hoe, & Lee (2017) ได้กล่าวถึง ขั้นตอนของแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) ว่ามีอยู่ 4 ขั้นตอน คือ 1) อธิบายคำแนะนำ 2) การทำความคุ้นเคย 3) การจำแนกความรู้ และ 4) แนวคิดรูปธรรม

จากการที่ผู้วิจัยได้มีโอกาสเข้าไปสัมภาษณ์ครูในโรงเรียนขยายโอกาส ที่ทำการสอนนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น พบว่า ในส่วนของสาระเรขาคณิตที่มีคะแนนเฉลี่ยน้อยที่สุดนั้น เนื่องจากนักเรียนโดยส่วนใหญ่คิดว่าวิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีเนื้อหาค่อนข้างยาก เป็นเนื้อหาที่เป็นนามธรรม จึงทำให้ไม่อยากเรียน และขาดความสนใจในการเรียน ซึ่งเป็นสาเหตุที่ทำให้ส่งผลต่อการเรียนรู้ของนักเรียนในระดับที่สูงขึ้น และยังส่งผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียน โดยเฉพาะสาระที่ 3 เรขาคณิต ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ประกอบด้วย เนื้อหา เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ซึ่งเป็นเนื้อหาที่เป็นพื้นฐานสำคัญที่นักเรียนจะต้องเรียน แต่นักเรียนไม่สามารถทำเนื้อหาในส่วนนี้ได้ สาเหตุเนื่องมาจากนักเรียนมองภาพกลับด้าน และมองภาพไปอีกแบบหนึ่ง ทำให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่คลาดเคลื่อน นอกจากนี้ สาเหตุสำคัญอีกประการหนึ่ง คือ เทคนิคการสอนของครูยังไม่เอื้ออำนวยให้นักเรียนสามารถมองเห็นภาพได้อย่างชัดเจน นักเรียนไม่ได้แสดงออกเท่าที่ควรและนักเรียนไม่มีส่วนร่วมในกิจกรรม จากสาเหตุที่กล่าวมาข้างต้นนั้นครูควรจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่สามารถทำให้นักเรียนเห็นภาพได้อย่างชัดเจนมากยิ่งขึ้น เมื่อนักเรียนมองเห็นภาพได้อย่างชัดเจน ก็จะช่วยส่งผลต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ดังนั้น ผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งผู้วิจัยคาดว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) จะช่วยเสริมสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้ และยังส่งผลต่อเนื่องทำให้ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนดีขึ้น อีกทั้งยังสามารถใช้เป็นแนวทางแก่ครูในการพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ต่อไป

คำถามวิจัย

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) สามารถพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ได้อย่างไร

จุดมุ่งหมายของการวิจัย

เพื่อศึกษาผลการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A)

ความสำคัญของการวิจัย/ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. ได้แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) ที่นำไปประยุกต์ใช้ในการพัฒนาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น
2. ได้แนวทางในการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

ขอบเขตการวิจัย

1. **เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย**

เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 ซึ่งมีเนื้อหาย่อยดังต่อไปนี้

1.1 หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ

1.2 ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ

1.3 ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์

2. **กลุ่มเป้าหมาย**

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนขยายโอกาสแห่งหนึ่ง ในจังหวัดพิษณุโลก ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 จำนวน 36 คน เป็นนักเรียนชาย 20 คน นักเรียนหญิง 16 คน

3. **ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย**

ผู้วิจัยใช้ระยะเวลาในการดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้งหมด 9 ชั่วโมง ของภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561

4. **ตัวแปรที่ศึกษา**

4.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A)

4.2 มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. **การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด** Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A)

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยให้นักเรียนเกิดการเรียนรู้แนวคิดที่เริ่มต้นด้วยประสบการณ์จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เป็นลำดับขั้นตอนและนำประสบการณ์นั้นมาแปลเป็นรูปภาพ สัญลักษณ์ และสามารถเชื่อมโยงสัญลักษณ์ได้อย่างสอดคล้องกัน ซึ่งมีขั้นตอนอยู่ 4 ขั้นตอน คือ

ขั้นตอนที่ 1 แนะนำการขยายความ

ครูให้คำแนะนำเกี่ยวกับวัตถุที่เป็นรูปธรรม ที่เชื่อมโยงกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์ อธิบายและขยายความสิ่งที่เป็นวัตถุที่เป็นรูปธรรมให้นักเรียนสนใจ และเปิดโอกาสให้นักเรียนในการได้แสดงความคิดเห็น

นักเรียนแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับวัตถุที่เป็นรูปธรรมที่เชื่อมโยงกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์

ขั้นตอนที่ 2 สร้างความคุ้นเคย

ครูยกตัวอย่างวัตถุที่เป็นรูปธรรมที่เหมาะสม และนำเสนอตัวอย่างวัตถุที่เป็นรูปธรรมที่เหมาะสมและจับต้องได้เพื่อเสริมสร้างความคุ้นเคยและความเข้าใจในแนวคิดคณิตศาสตร์ของนักเรียน และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจตัวอย่างเหล่านั้นซ้ำๆ

นักเรียนสำรวจและศึกษาวัตถุที่เป็นรูปธรรมที่ครูนำมาเป็นตัวอย่าง สอบถามสิ่งที่สงสัยเกี่ยวกับตัวอย่างนั้น และวาดภาพจากสิ่งที่นักเรียนเห็น หรือจากการตอบคำถาม

ขั้นตอนที่ 3 จำแนกความรู้

ครูให้คำแนะนำ ตั้งคำถาม หรือกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนคิดวิเคราะห์ เปรียบเทียบ เชื่อมโยง เกี่ยวกับตัวอย่างวัตถุที่เป็นรูปธรรมกับตัวอย่างอื่นๆ ที่สอดคล้องกัน และเปิดโอกาสให้นักเรียนวิเคราะห์ เปรียบเทียบ เชื่อมโยง สังเคราะห์ และให้เหตุผล

นักเรียนคิดวิเคราะห์ เปรียบเทียบ เชื่อมโยง สังเคราะห์ และให้เหตุผลกับตัวอย่างต่างๆ

ขั้นตอนที่ 4 แนวคิดรูปธรรม

ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงผลที่ได้จากการเรียนรู้หรือนำเสนอการใช้วัตถุที่เป็นรูปธรรม รวมไปถึงสัญลักษณ์นามธรรม การประยุกต์ใช้แนวคิดที่ได้เรียนรู้ และประเมินผล

นักเรียนนำเสนอการใช้ตัวแทนรูปธรรม สัญลักษณ์นามธรรม และการประยุกต์ใช้แนวคิดที่ได้เรียนรู้

2. **มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ**

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ หมายถึง ความคิดสำคัญ หรือความเข้าใจเกี่ยวกับ

2.1 หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ

2.2 ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ

2.3 ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์

ซึ่งมีการวัดและประเมินผลข้อมูลเชิงคุณภาพจากใบกิจกรรม และแบบสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่าง และมีการวัดและประเมินผลข้อมูลเชิงปริมาณจาก แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัย เรื่อง การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ดังนี้

1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน ฉบับปรับปรุง พุทธศักราช 2560 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
    1.1 ทำไมต้องเรียนคณิตศาสตร์
    1.2 เรียนรู้อะไรในคณิตศาสตร์
    1.3 คุณภาพของผู้เรียน
    1.4 สาระและมาตรฐานการเรียนรู้
    1.5 ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
2. การจัดการเรียนรู้โดยใช้ Concrete-Pictorial-Abstract Sequence (C-P-A)
    2.1 ที่มาและความสำคัญของ Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A)
    2.2 ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ Concrete-Pictorial-Abstract Sequence (C-P-A)
    2.3 ตัวอย่างการจัดการเรียนรู้โดยใช้ Concrete-Pictorial-Abstract Sequence (C-P-A)
3. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
    3.1 ความหมายของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
    3.2 ความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
    3.3 ประเภทของมโนทัศน์
    3.4 การวัดและประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์
4. มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับเรขาคณิต
5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
    5.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องภายในประเทศ
    5.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องในต่างประเทศ

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน ฉบับปรับปรุง พุทธศักราช 2560 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

1. **ทำไมต้องเรียนคณิตศาสตร์**

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เนื่องจากคณิตศาสตร์ ช่วยให้มนุษย์มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือ สถานการณ์ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจแก้ปัญหา ได้อย่างถูกต้องเหมาะสม และสามารถนำไปใช้ในชีวิตจริงได้อย่างมีประสิทธิภาพ นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาด้าน วิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่นๆ อันเป็นรากฐานในการพัฒนาทรัพยากรบุคคลของชาติให้มีคุณภาพ และพัฒนาเศรษฐกิจของประเทศให้ทัดเทียมกับนานาชาติ การศึกษาคณิตศาสตร์จึงจำเป็นต้องมีการพัฒนาอย่างต่อเนื่อง เพื่อให้ทันสมัยและสอดคล้องกับสภาพเศรษฐกิจ สังคม และความรู้ทางวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีที่เจริญก้าวหน้าอย่างรวดเร็วในยุคโลกาภิวัฒน์

มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ฉบับนี้ จัดทำขึ้นโดยคำนึงถึงการส่งเสริมให้ นักเรียนมีทักษะที่จำเป็นสำหรับการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เป็นสำคัญ นั่นคือ การเตรียมนักเรียนให้มีทักษะด้าน การคิดวิเคราะห์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ การแก้ปัญหา การคิดสร้างสรรค์ การใช้เทคโนโลยีสารสนเทศ และการสื่อสารอย่างปลอดภัย ซึ่งจะส่งผลให้นักเรียนรู้เท่าทันการเปลี่ยนแปลงของระบบเศรษฐกิจ สังคม วัฒนธรรม และสภาพแวดล้อม สามารถแข่งขันและอยู่ร่วมกับประชาคมโลกได้ ทั้งนี้การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ประสบความสำเร็จนั้น จะต้องเตรียมนักเรียนให้มีความพร้อมที่จะเรียนรู้สิ่งต่างๆ พร้อมที่จะประกอบอาชีพเมื่อจบ การศึกษา หรือสามารถศึกษาต่อในระดับที่สูงขึ้น ดังนั้นสถานศึกษาควรจัดการเรียนรู้ให้เหมาะสมตามศักยภาพของนักเรียน

2. **เรียนรู้อะไรในคณิตศาสตร์**

ในหลักสูตรกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์(ฉบับปรับปรุงพ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 ได้กำหนดสาระพื้นฐานที่จำเป็นสำหรับนักเรียนทุกคนไว้ 3 สาระ ได้แก่ จำนวนและพีชคณิต การวัดและเรขาคณิต และสถิติและความน่าจะเป็น โดยนักเรียนจะได้เรียนรู้สาระสำคัญ ดังนี้

จำนวนและพีชคณิต เรียนรู้เกี่ยวกับระบบจำนวนจริง สมบัติเกี่ยวกับจำนวนจริง อัตราส่วน ร้อยละ การประมาณค่า การแก้ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน การใช้จำนวนในชีวิตจริง แบบรูป ความสัมพันธ์ฟังก์ชัน เซต ตรรกศาสตร์ นิพจน์ เอกนาม พหุนาม สมการ ระบบสมการ อสมการ

กราฟ ดอกเบี้ยและมูลค่าของเงิน ลำดับและอนุกรม และการนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนและพีชคณิตไปใช้ใน สถานการณ์ต่างๆ

การวัดและเรขาคณิต เรียนรู้เกี่ยวกับความยาว ระยะทาง น้ำหนัก พื้นที่ ปริมาตร และความจุ เงินและเวลา หน่วยวัดระบบต่างๆ การคาดคะเน เกี่ยวกับการวัด อัตราส่วนตรีโกณมิติ รูปเรขาคณิตและสมบัติของรูปเรขาคณิต การนึกภาพ แบบจำลองทางเรขาคณิต ทฤษฎีบททางเรขาคณิต การแปลงทาง เรขาคณิตในเรื่องการเลื่อนขนาน การสะท้อน การหมุน และการนำความรู้เกี่ยวกับการวัดและเรขาคณิต ไปใช้ในสถานการณ์ต่างๆ

สถิติและความน่าจะเป็น เรียนรู้เกี่ยวกับการตั้งคำถามทางสถิติ การเก็บรวบรวมข้อมูล การคำนวณค่าสถิติ การนำเสนอและแปลผลสำหรับข้อมูลเชิงคุณภาพและเชิงปริมาณ หลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น การแจกแจงของตัวแปรสุ่ม การใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นในการอธิบายเหตุการณ์ต่างๆ และช่วยในการตัดสินใจ

3. **คุณภาพของผู้เรียน**

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน ฉบับปรับปรุง พุทธศักราช 2560 ได้กำหนดคุณภาพนักเรียนให้นักเรียนที่เรียนรู้ในกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับทักษะทางคณิตศาสตร์ รู้จักการรวบรวมข้อมูล การจำแนกข้อมูล การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ซึ่งได้กำหนดคุณภาพนักเรียนในแต่ละช่วงชั้นต่างกันออกไป เนื่องจากผู้วิจัยได้ใช้กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 จึงขอกล่าวถึงคุณภาพของนักเรียน เมื่อจบชั้นประถมศึกษาปีที่ 3 ที่กำหนดไว้ในหลักสูตรแกนกลางขั้นพื้นฐาน ฉบับปรับปรุง พุทธศักราช 2560 ดังนี้

3.1 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับจำนวนจริง ความสัมพันธ์ของจำนวนจริง สมบัติของจำนวนจริง และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

3.2 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละ และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

3.3 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

3.4 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

3.5 มีความรู้ความเข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับคู่อันดับ กราฟของความสัมพันธ์ และฟังก์ชันกำลังสอง และใช้ความรู้ความเข้าใจเหล่านี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

3.6 มีความรู้ความเข้าใจทางเรขาคณิตและใช้เครื่องมือ เช่น วงเวียนและสันตรง รวมทั้งโปรแกรม The Geometer's Sketchpad หรือโปรแกรมเรขาคณิตพลวัตอื่นๆ เพื่อสร้างรูปเรขาคณิต ตลอดจนนำความรู้เกี่ยวกับการสร้างนี้ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

3.7 มีความรู้ความเข้าใจและใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการหาความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและรูปเรขาคณิตสามมิติ

3.8 มีความรู้ความเข้าใจในเรื่องพื้นที่ผิวและปริมาตรของปริซึม ทรงกระบอก พีระมิด กรวย และทรงกลม และใช้ความรู้ความเข้าใจนี้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

3.9 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของเส้นขนาน รูปสามเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ รูปสามเหลี่ยมคล้าย ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ และนำความรู้ความเข้าใจนี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

3.10 มีความรู้ความเข้าใจในเรื่องการแปลงทางเรขาคณิตและนำความรู้ความเข้าใจนี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

3.11 มีความรู้ความเข้าใจในเรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติและนำความรู้ความเข้าใจนี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง

3.12 มีความรู้ความเข้าใจในเรื่องทฤษฎีบทเกี่ยวกับวงกลมและนำความรู้ความเข้าใจนี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

3.13 มีความรู้ความเข้าใจทางสถิติในการนำเสนอข้อมูล วิเคราะห์ข้อมูล และแปลความหมายข้อมูล ที่เกี่ยวข้องกับแผนภาพจุด แผนภาพต้น-ใบ ฮิสโทแกรม ค่ากลางของข้อมูล และแผนภาพกล่อง และใช้ความรู้ ความเข้าใจนี้ รวมทั้งนำสถิติไปใช้ในชีวิตจริงโดยใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสม

3.14 มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับความน่าจะเป็นและใช้ในชีวิตจริง

จากคุณภาพของนักเรียนที่กล่าวมาข้างต้นเป็นเป้าหมายหลักที่หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2560 ได้กำหนดไว้ ทั้งนี้เป็นหน้าที่ของครูที่จะต้องพัฒนานักเรียนให้เป็นบุคคลที่มีคุณภาพดังเป้าหมายของหลักสูตรที่กำหนดไว้ อย่างต่อเนื่องเพื่อไปสู่การพัฒนานักเรียนต่อไปในอนาคต

4. **สาระและมาตรฐานการเรียนรู้** (หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน ฉบับปรับปรุง พุทธศักราช 2560, น. 4)

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ประกอบด้วยสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์มี 4 สาระ และมาตรฐานการเรียนรู้จำนวน 10 มาตรฐาน ดังนี้

สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ และเมทริกซ์ อธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหา ที่กำหนดให้

หมายเหตุ: มาตรฐาน ค 1.3 สำหรับนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 - 6

สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่ต้องการวัด และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่าง รูปเรขาคณิตและทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 2.3 เข้าใจเรขาคณิตวิเคราะห์ และนำไปใช้

มาตรฐาน ค 2.4 เข้าใจเวกเตอร์ การดำเนินการของเวกเตอร์ และนำไปใช้

หมายเหตุ: 1) มาตรฐาน ค 2.1 และ ค 2.2 สำหรับนักเรียนในระดับชั้นประถมศึกษาปีที่ 1 ถึงระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 3 2) มาตรฐาน ค 2.3 และ ค 2.4 สำหรับนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 - 6 ที่เน้น วิทยาศาสตร์

สาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 3.1 เข้าใจกระบวนการทางสถิติ และใช้ความรู้ทางสถิติในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 3.2 เข้าใจหลักการนับเบื้องต้น ความน่าจะเป็น และนำไปใช้

หมายเหตุ: มาตรฐาน ค 3.2 สำหรับนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 - 6

สาระที่ 4 แคลคูลัส

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจลิมิตและความต่อเนื่องของฟังก์ชัน อนุพันธ์ของฟังก์ชัน และปริพันธ์ของฟังก์ชัน และนำไปใช้

หมายเหตุ: มาตรฐาน ค. 4.1 สำหรับนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 - 6 ที่เน้น วิทยาศาสตร์

5. **ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่** 1

ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน ฉบับปรับปรุง พุทธศักราช 2560 มีดังนี้

ตาราง 1 แสดงสาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต มาตรฐาน ค 1.1

ชั้น	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจความหลากหลายของการแสดงจำนวน ระบบจำนวน การดำเนินการของจำนวน ผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการ สมบัติของการดำเนินการ และนำไปใช้		
ม.1	1. เข้าใจจำนวนตรรกยะและความสัมพันธ์ของจำนวนตรรกยะ และใช้สมบัติของจำนวนตรรกยะในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง 2. เข้าใจและใช้สมบัติของเลขยกกำลังที่มี เลขชี้กำลังเป็นจำ นวนเต็มบวกในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง	จำนวนตรรกยะ - จำนวนเต็ม - สมบัติของจำนวนเต็ม - ทศนิยมและเศษส่วน - จำนวนตรรกยะและสมบัติของจำนวนตรรกยะ - เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวก - การนำความรู้เกี่ยวกับจำ นวนเต็ม จำนวนตรรกยะ และเลขยกกำลัง ไปใช้ในการแก้ปัญหา
	3. เข้าใจและประยุกต์ใช้อัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละ ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และปัญหาในชีวิตจริง	อัตราส่วน - อัตราส่วนของจำนวนหลายๆ จำนวน - สัดส่วน - การนำความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละไปใช้ในการแก้ปัญหา

ตาราง 2 แสดงสาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต มาตรฐาน ค 1.3

ชั้น	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้		
ม.1	1. เข้าใจและใช้สมบัติของการเท่ากันและสมบัติของจำนวน เพื่อวิเคราะห์และแก้ปัญหาโดยใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว - สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว - การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว - การนำความรู้เกี่ยวกับการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวไปใช้ในชีวิตจริง

ตาราง 2 (ต่อ)

ชั้น	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการ และอสมการ อธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้		
	2. เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับกราฟในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และปัญหาในชีวิตจริง 3. เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับความสัมพันธ์เชิงเส้นในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และ ปัญหาในชีวิตจริง	สมการเชิงเส้นสองตัวแปร - กราฟของความสัมพันธ์เชิงเส้น - สมการเชิงเส้นสองตัวแปร - การนำความรู้เกี่ยวกับสมการเชิงเส้น สองตัวแปร และกราฟของความสัมพันธ์เชิงเส้นไปใช้ในชีวิตจริง

ตาราง 3 แสดงสาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต

ชั้น	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้		
ม.1	1. ใช้ความรู้ทางเรขาคณิตและเครื่องมือ เช่น วงเวียนและสันตรง รวมทั้งโปรแกรม The Geometer's Sketchpad หรือโปรแกรมเรขาคณิตพลวัตอื่นๆ เพื่อสร้างรูปเรขาคณิต ตลอดจนนำความรู้เกี่ยวกับ การสร้างนี้ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง	การสร้างทางเรขาคณิต - การสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิต - การสร้างรูปเรขาคณิตสองมิติโดยใช้การสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิต - การนำความรู้เกี่ยวกับการสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิตไปใช้ในชีวิตจริง
	2. เข้าใจและใช้ความรู้ทางเรขาคณิตในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและรูปเรขาคณิตสามมิติ	มิติสัมพันธ์ของรูปเรขาคณิต - หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ - ภาพได้จากการมองด้านหน้า ด้านข้าง ด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์

ตาราง 4 แสดงสาระที่ 3 สถิติและความน่าจะเป็น

ชั้น	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
มาตรฐาน ค 3.1 เข้าใจกระบวนการทางสถิติ และใช้ความรู้ทางสถิติในการแก้ปัญหา		
ม.1	1. เข้าใจและใช้ความรู้ทางสถิติในการนำเสนอข้อมูลและแปลความหมายข้อมูล รวมทั้งนำ สถิติไปใช้ในชีวิตจริงโดยใช้เทคโนโลยีที่เหมาะสม	สถิติ - การตั้งคำถามทางสถิติ - การเก็บรวบรวมข้อมูล - การนำเสนอข้อมูล แผนภูมิรูปภาพ แผนภูมิแท่ง กราฟเส้น แผนภูมิรูปวงกลม - การแปลความหมายข้อมูล - การนำสถิติไปใช้ในชีวิตจริง

จากการวิเคราะห์หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน ฉบับปรับปรุง พุทธศักราช 2560 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 สอดคล้องกับตัวชี้วัด และสาระการเรียนรู้แกนกลางดังนี้

ตาราง 5 แสดงสาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต

ชั้น	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้		
ม.1	2. เข้าใจและใช้ความรู้ทางเรขาคณิตในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและรูปเรขาคณิตสามมิติ	มิติสัมพันธ์ของรูปเรขาคณิต - หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ - ภาพได้จากการมองด้านหน้า ด้านข้าง ด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์

การจัดการเรียนรู้โดยใช้ Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A)

การจัดการเรียนรู้โดยใช้ Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) เป็นแนวคิดในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เริ่มต้นมาจากสิงคโปร์ ช่วยให้การเรียนรู้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น จากการศึกษาเกี่ยวกับแนวคิดนี้ได้มีนักวิจัยได้กล่าวถึงการจัดการเรียนรู้โดยใช้ Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) ไว้ดังต่อไปนี้

1. **ที่มาและความสำคัญของ** Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A)

Ministry of Education (2012 as cited in Hoong, Kin, & Pien, 2015) ได้กล่าวว่า ในการปฏิบัติการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในสิงคโปร์แนวคิด enactive-iconic-symbolic ของ Bruner เป็นหัวใจสำคัญของวิธีการ Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) นับตั้งแต่ในช่วงต้นทศวรรษ 1980 โดยแนวคิด C-P-A ยังคงเป็นกลยุทธ์ของการเรียนการสอนที่สำคัญ ที่สนับสนุนโดยกระทรวงศึกษาธิการสิงคโปร์ ซึ่งเอกสารหลักสูตรฉบับล่าสุดสำหรับการนำไปใช้งานในปี 2013 กล่าวว่า แนวคิดนี้เป็นเรื่องเกี่ยวกับการเรียนรู้ให้มีประสิทธิภาพ โดยเฉพาะอย่างยิ่งสำหรับการสอนแนวคิดและทักษะทางคณิตศาสตร์ที่ระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษาตอนต้น ให้นักเรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมเพื่อสำรวจและเรียนรู้แนวคิดทางคณิตศาสตร์และทักษะ ให้พวกเขาสามารถใช้ปรับความรู้ให้เหมาะสมกับบริบทในชีวิตประจำวัน หรือทรัพยากรอื่นๆ ได้ สร้างความรู้และความเข้าใจจากการปรับรูปธรรมให้เหมาะสมและประสบการณ์ นักเรียนจะได้รับคำแนะนำในการค้นพบทางคณิตศาสตร์เชิงนามธรรมแนวคิดหรือผลลัพธ์ ในระหว่างทำกิจกรรมนักเรียนสื่อสารกันและแบ่งปันความเข้าใจของพวกเขาโดยใช้สิ่งที่เป็นรูปธรรมและภาพแทน บทบาทของครู คือ ผู้อำนวยความสะดวกที่แนะนำให้นักเรียนมีระดับความเข้าใจที่เป็นรูปธรรมและเป็นนามธรรม โดยการใช้สื่อและการให้ข้อเสนอแนะที่เหมาะสม

Bruner, & Kenney (1965 as cited in Hui, Hoe, & Lee, 2017) ได้กล่าวว่า การเรียนรู้แนวคิด C-P-A เริ่มต้นด้วยประสบการณ์จากการดำเนินการจัดการเรียนรู้ ซึ่งต่อมาได้นำประสบการณ์การจากการเรียนรู้มาแปลเป็นรูปภาพ (สัญลักษณ์) ด้วยการถ่ายทอดสัญลักษณ์แทนที่มีความสอดคล้องกันกับประสบการณ์ที่ได้เรียนรู้ เพื่อทำให้เกิดการเชื่อมโยงขึ้น

จากการศึกษาและวิเคราะห์ที่มาและความสำคัญของ Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) ข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า เป็นแนวคิดในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ โดยเฉพาะอย่างยิ่งสำหรับนักเรียนระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษาตอนต้น ทำให้นักเรียนมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม ซึ่งเรียนรู้จากสิ่งของที่เป็นรูปธรรม จากนั้น เรียนรู้ผ่านภาพแทน และจบลงด้วยการแก้ปัญหาโดยใช้สัญกรณ์นามธรรม ซึ่งนักเรียนจะได้สำรวจพร้อมทั้งเรียนรู้และใช้ความรู้กับบริบทในชีวิตประจำวัน หรือทรัพยากรอื่นๆ ได้อย่างเหมาะสม

2. **ขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้** Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A)

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้อง พบว่า มีการกำหนดขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) เป็นสิ่งที่มีความสำคัญเป็นอย่างยิ่ง กิจกรรมนี้ควรได้รับการกระตุ้นเพื่อให้ทราบถึงความสำคัญของวัตถุที่เป็นรูปธรรมที่สามารถใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในชีวิตประจำวันได้ การแสดงภาพเป็นตัวแทนเชิงประจักษ์ ที่แสดงให้เห็นถึงการนำรูปธรรมมาช่วยในการแก้ไขปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างเป็นขั้นตอน สิ่งที่สำคัญ คือ ครูจำเป็นต้องอธิบายถึงการเชื่อมโยงระหว่างรูปภาพตัวอย่างที่นักเรียนแสดงกับวัตถุที่เป็นรูปธรรม จากนั้นครูต้องอธิบายถึงการใช้สัญลักษณ์หรือตัวเลข เพื่อสร้างวิธีการในการดำเนินการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้สั้นลงได้อย่างมีประสิทธิภาพ โดยในขั้นสุดท้ายนักเรียนต้องสามารถสร้างสัญลักษณ์นามธรรมที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากสิ่งที่ได้เรียนรู้ผ่านกิจกรรม (Putri, 2015) ซึ่งขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) มีดังต่อไปนี้

Cooper (2005 as cited in Putri, 2015) ได้กล่าวถึง ขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) มี 3 ขั้นตอน ดังต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 การเรียนรู้โดยการจัดการทางกายภาพของวัตถุที่เป็นรูปธรรม

ขั้นตอนที่ 2 การเรียนรู้โดยการแสดงภาพของวัตถุที่เหมาะสม

ขั้นตอนที่ 3 การเรียนรู้โดยการแก้ปัญหาโดยการใช้สัญลักษณ์ที่เป็นนามธรรม

Sousa (2007 as cited in Putri, 2015) ได้กล่าวถึง ขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้ โดยใช้ Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) มี 3 ขั้นตอน ดังต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 ในระหว่างการจัดการเรียนรู้ ใช้วัตถุที่อาจเป็นเครื่องมือวัด หรือวัตถุใดๆ ก็ตามที่สามารถจับต้องได้ ซึ่งถือเป็นองค์ประกอบที่เป็นรูปธรรม

ขั้นตอนที่ 2 แสดงรูปภาพ คือ ความสามารถในการสร้าง การอ่าน หรือการตีความแผนภูมิ หรือรูปภาพ

ขั้นตอนที่ 3 ใช้สัญลักษณ์นามธรรม คือ การใช้ตัวแทนสัญลักษณ์ เช่น ตัวเลข หรือตัวพยัญชนะที่ถูกเขียนหรือถูกตีความเมื่อต้องการแก้ไขปัญหา

Flores (2010 as cited in Putri, 2015) ได้แบ่งขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) ออกเป็น 2 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 มีการใช้วัตถุเชิงประดิษฐ์เพื่อนำความเข้าใจเชิงแนวคิด

ขั้นตอนที่ 2 ระดับรูปธรรมกระบวนการเรียนรู้ได้อธิบายไว้ดังนี้

นักเรียนแสดงให้เห็นถึง กระบวนการ/ทักษะทางคณิตศาสตร์ การปรับวัตถุให้เหมาะสม ชี้แนะหรือแนะนำนักเรียนให้มีส่วนร่วมในการใช้วัตถุที่เหมาะสม การชี้ทางและให้คำแนะนำ และนักเรียนเข้าใจขึ้นอยู่กับการใช้การจัดการวัตถุให้เหมาะสมเพื่อแสดงทักษะและกระบวนการ

Cooper (2012, as cited in Putri, 2015) ได้แบ่งขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) ออกเป็น 3 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 นักเรียนมีปฏิกิริยาทางกายกับการจัดการกับวัตถุที่เป็นรูปธรรม

ขั้นตอนที่ 2 นักเรียนทำงานกับสิ่งที่เป็นรูปธรรม ยกตัวอย่างเช่น รูปทรงเรขาคณิต

ขั้นตอนที่ 3 นักเรียนเขียนแสดงคำตอบเป็นนามธรรมโดยใช้แนวคิดจากสิ่งที่เป็นรูปธรรม โดยเขียนเป็นแบบจำลองสัญลักษณ์ของตัวเลข ตัวแปรและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อื่นๆ

Hui, Hoe, & Lee (2017) ได้กล่าวถึง ขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) มี 4 ขั้นตอน ดังต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 แนะนำการขยายความ

ครูให้คำแนะนำเกี่ยวกับวัตถุที่เป็นรูปธรรม ที่เชื่อมโยงกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์ อธิบายและขยายความสิ่งที่เป็นวัตถุที่เป็นรูปธรรมให้นักเรียนสนใจ และเปิดโอกาสให้นักเรียนในการได้แสดงความคิดเห็น

ขั้นตอนที่ 2 สร้างความคุ้นเคย

ครูยกตัวอย่างวัตถุที่เป็นรูปธรรมที่เหมาะสม และนำเสนอตัวอย่างวัตถุที่เป็นรูปธรรมที่เหมาะสมและจับต้องได้เพื่อเสริมสร้างความคุ้นเคยและความเข้าใจในแนวคิดคณิตศาสตร์ของนักเรียน และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจตัวอย่างเหล่านั้นซ้ำๆ

ขั้นตอนที่ 3 จำแนกความรู้

ครูให้คำแนะนำ ตั้งคำถาม หรือกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนคิดวิเคราะห์ เปรียบเทียบ เชื่อมโยง เกี่ยวกับตัวอย่างวัตถุที่เป็นรูปธรรมกับตัวอย่างอื่นๆ ที่สอดคล้องกัน และเปิดโอกาสให้นักเรียนวิเคราะห์ เปรียบเทียบ เชื่อมโยง สังเคราะห์ และให้เหตุผล

ขั้นตอนที่ 4 แนวคิดรูปธรรม

ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงผลที่ได้จากการเรียนรู้หรือนำเสนอการใช้วัตถุที่เป็นรูปธรรม รวมไปถึงสัญลักษณ์นามธรรม และการประยุกต์ใช้แนวคิดที่ได้เรียนรู้

จากการศึกษาและวิเคราะห์รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยใช้ Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) ข้างต้น ผู้วิจัยได้เลือกรูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยใช้ Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A)

ของ Hui, Hoe, & Lee (2017) เนื่องจากมีขั้นตอนที่เหมาะสมต่อการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งได้แบ่งขั้นตอนออกเป็น 4 ขั้นตอน คือ

ขั้นตอนที่ 1 แนะนำการขยายความ

ครูให้คำแนะนำเกี่ยวกับวัตถุที่เป็นรูปธรรม ที่เชื่อมโยงกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์ อธิบายและขยายความสิ่งที่เป็นวัตถุที่เป็นรูปธรรมให้นักเรียนสนใจ และเปิดโอกาสให้นักเรียนในการได้แสดงความคิดเห็น

นักเรียนแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับวัตถุที่เป็นรูปธรรมที่เชื่อมโยงกับแนวคิดทางคณิตศาสตร์

ขั้นตอนที่ 2 สร้างความคุ้นเคย

ครูยกตัวอย่างวัตถุที่เป็นรูปธรรมที่เหมาะสม และนำเสนอตัวอย่างวัตถุที่เป็นรูปธรรมที่เหมาะสมและจับต้องได้เพื่อเสริมสร้างความคุ้นเคยและความเข้าใจในแนวคิดคณิตศาสตร์ของนักเรียน และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สำรวจตัวอย่างเหล่านั้นซ้ำๆ

นักเรียนสำรวจและศึกษาวัตถุที่เป็นรูปธรรมที่ครูนำมาเป็นตัวอย่าง สอบถามสิ่งที่สงสัยเกี่ยวกับตัวอย่างนั้น และจากการตอบคำถาม

ขั้นตอนที่ 3 จำแนกความรู้

ครูให้คำแนะนำ ตั้งคำถาม หรือกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนคิดวิเคราะห์ เปรียบเทียบ เชื่อมโยง เกี่ยวกับตัวอย่างวัตถุที่เป็นรูปธรรมกับตัวอย่างอื่นๆ ที่สอดคล้องกัน และเปิดโอกาสให้นักเรียนวิเคราะห์ เปรียบเทียบ เชื่อมโยง สังเคราะห์ และให้เหตุผล

นักเรียนคิดวิเคราะห์ เปรียบเทียบ เชื่อมโยง สังเคราะห์ และให้เหตุผลกับตัวอย่างต่างๆ

ขั้นตอนที่ 4 แนวคิดรูปธรรม

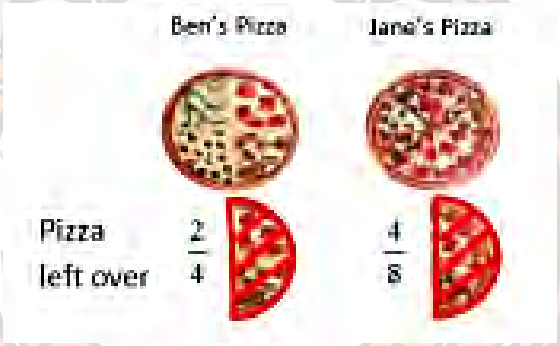
ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงผลที่ได้จากการเรียนรู้หรือนำเสนอการใช้วัตถุที่เป็นรูปธรรม รวมไปถึงสัญลักษณ์นามธรรม การประยุกต์ใช้แนวคิดที่ได้เรียนรู้ และประเมินผล

นักเรียนนำเสนอการใช้ตัวแทนรูปธรรม สัญลักษณ์นามธรรม และการประยุกต์ใช้แนวคิดที่ได้เรียนรู้

3. **ตัวอย่างการจัดการเรียนรู้โดยใช้** Concrete-Pictorial-Abstract Sequence (C-P-A)

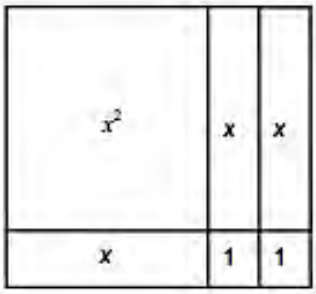
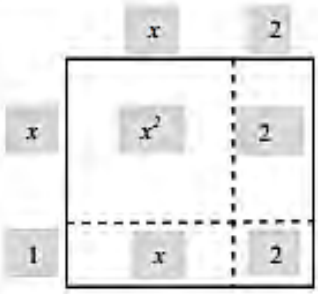
Hui, Hoe, & Lee (2017) ได้กล่าวถึง การจัดการเรียนรู้โดยใช้ Concrete-Pictorial-Abstract Sequence (C-P-A) เรื่อง เศษส่วน โดยมีวิธีการ คือ ครูจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง เศษส่วน ผ่านการแบ่งสัดส่วนของพิซซ่าของนักเรียน 2 คนคือ เบนและเจน โดยการเปรียบเทียบพื้นที่ เศษส่วน

ของพิซซ่า ซึ่งเป้าหมายของครู คือ ถึงแม้ตัวเลขในเศษส่วนแตกต่างกัน แต่อาจมีพื้นที่เท่ากัน โดยครูทำหน้าที่กระตุ้นให้นักเรียนสนใจพิซซ่าของเบนและเจนจากนั้นวาดภาพบนกระดาน และโดยใช้คำถามว่า “นักเรียนเห็นอะไรบ้างเมื่อสังเกตชิ้นพิซซ่าของเบนและเจน” จากนั้นครูมีการชักนำให้เกิดแนวทางคำตอบว่า ชิ้นของพิซซ่ามีขนาดเท่ากัน จากนั้นให้นักเรียนแสดงความหมายของคำว่าขนาดที่เท่ากัน เพื่ออธิบายถึงความหมายของคำว่าขนาดที่เท่ากันคืออะไร จากนั้นครูให้นักเรียนสังเกตตัวเลขเศษส่วนที่อยู่บนพิซซ่าทั้ง 2 ชิ้นว่าแตกต่างกันหรือไม่อย่างไร และกระตุ้นให้เกิดแนวคำตอบว่า เหตุใด พิซซ่าที่มีขนาดเท่ากันจึงมีเลขเศษส่วนที่ไม่เท่ากัน และนำการสรุปให้นักเรียนเห็นว่าถึงแม้ตัวเลขบนเศษส่วนของทั้ง 2 ชิ้นไม่เท่ากันแต่อาจตีค่าออกมาได้เท่ากัน หรือมีพื้นที่เท่ากัน ดังภาพ 1



ภาพ 1 พิซซ่าของเบนและเจน

Hoong, Kin, & Pien (2015) ได้กล่าวถึง การจัดการเรียนรู้โดยใช้ Concrete-Pictorial-Abstract Sequence (C-P-A) เรื่อง การแยกตัวประกอบ โดยมีวิธีการคือ การเชื่อมต่อระหว่างรูปธรรมกับการแสดงการแยกตัวประกอบในพีชคณิตนามธรรม ได้ดำเนินการโดยใช้ความคล้ายคลึงทางเรขาคณิตของการแยกตัวประกอบ ในการหาความยาว ความกว้างของสี่เหลี่ยมผืนผ้า สำหรับการเริ่มต้นในการขึ้นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้านี้ใช้จะใช้บัตรพีชคณิต (AlgeCards) ซึ่งบัตรพีชคณิตจะมีลักษณะคล้ายกับกระเบื้องเพียงแต่มีความแตกต่างตรงที่มี x^2, x และ 1 ประทับอยู่บนบัตร เพื่อช่วยให้นักเรียนเกิดการเชื่อมต่อที่ชัดเจนระหว่างรูปธรรมและสัญลักษณ์ สำหรับวัตถุประสงค์ของการใช้บัตรพีชคณิต คือ การช่วยให้นักเรียนได้เห็นถึงส่วนสำคัญที่เป็นรูปธรรมของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าได้เป็นอย่างดี และทำให้สามารถแยกตัวประกอบซึ่งเป็นนามธรรมออกมาได้ ดังภาพ 2

Factorise	*AlgeCards* Diagram	Rectangle Diagram
x^2+3x+2 $=(x+1)(x+2)$		

ภาพ 2 การเชื่อมโยงบัตรพีชคณิต (AlgeCards) กับรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าและการแยกตัวประกอบ

จากการศึกษาและวิเคราะห์ตัวอย่างการจัดการเรียนรู้โดยใช้ Concrete-Pictorial-Abstract Sequence (C-P-A) ข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า เป็นแนวคิดที่ใช้สื่อที่เป็นรูปธรรมมาช่วยในการจัดการเรียนการสอน ทำให้นักเรียนเห็นภาพได้ชัดเจนยิ่งขึ้น จากนั้น มีการวาดภาพจากสิ่งที่เห็น ซึ่งจะนำไปถึงการเชื่อมโยงเข้าสู่สิ่งที่เป็นนามธรรมได้อย่างสมบูรณ์

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้นมีความสำคัญเป็นอย่างมากต่อความรู้ความเข้าใจ และการนำความรู้ไปใช้แก้ปัญหา ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ดังต่อไปนี้

1. **ความหมายของมโนทัศน์และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์**

มโนทัศน์ มีความหมายเดียวกับคำว่า concept ในภาษาอังกฤษ มาจากรากศัพท์ภาษาลาตินว่า conceptus หรือ concipere (conceive) ซึ่งมีคำในภาษาไทยคำอื่นๆ ที่ใช้ความหมายเดียวกัน เช่น มโนภาพ มโนมติ สังกัป หรือ ความคิดรวบยอด ซึ่งในงานวิจัยนี้จะใช้คำว่ามโนทัศน์ ซึ่งความหมายของมโนทัศน์ได้มีนักการศึกษาหลายท่าน ได้ให้ความหมายไว้ต่างๆ ดังนี้

พรรณี ชูทัย เจนจิต (2545, น. 240-241) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า ความสามารถของนักเรียนที่จะมองถึงสิ่งเร้าที่มีลักษณะร่วมกันไว้เป็นสิ่งเดียวกันได้ นั่นคือ การเรียนรู้ลักษณะที่แยกสิ่งของ การกระทำ หรือความคิดออกเป็นประเภทต่างๆ เช่น เรียน มโนทัศน์สัตว์บก ก็คือ การเรียนรู้ลักษณะที่แยกสัตว์บกออกจากสัตว์อื่นๆ

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์ศักดิ์ (2546, น. 2) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า ภาพในความคิดที่เปรียบเสมือน “ภาพตัวแทน” หมวดหมู่ของวัตถุ สิ่งของ แนวคิด หรือปรากฏการณ์ ซึ่งมีลักษณะทั่วๆ ไปคล้ายกัน

สุวิทย์ มูลคำ (2546, น. 10) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า ความคิด ความเข้าใจที่สรุปเกี่ยวกับการจัดกลุ่มสิ่งใดสิ่งหนึ่งหรือเรื่องหนึ่งที่เกิดจากการสังเกตหรือการได้รับประสบการณ์เกี่ยวกับสิ่งนั้นหรือเรื่องนั้น แล้วใช้คุณลักษณะหรือคุณสมบัติที่มีลักษณะคล้ายคลึงกัน จัดเข้าเป็นกลุ่มเดียวกัน ซึ่งจะทำให้เกิดความเข้าใจสิ่งต่างๆ ได้ง่ายขึ้น ดังนั้น มโนทัศน์จะทำให้เราสามารถจำแนกสิ่งใหม่ๆ และเข้าใจได้รวดเร็วตามประสบการณ์ของเราที่ผ่านมา

นวลจิตต์ เชาวกีรติพงศ์ (2551, น. 55) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า ความเข้าใจที่มีต่อสิ่งของหรือสถานการณ์อย่างใดอย่างหนึ่ง เป็นผลสรุปการรับรู้ของสิ่งนั้นๆ ในรูปของนามธรรม

สมนึก ภัททิยธนี, และปาหนัน ภัททิยธนี (2556, น. 19) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า ลักษณะของสิ่งใดหรือของเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เคยเกิดขึ้นหลายๆ ครั้ง หรือมีสิ่งเหล่านั้นหลายๆ อย่าง ถ้าสิ่งใดเหตุการณ์ใดเกิดขึ้นเพียงครั้งเดียวหรือคงสภาพเช่นนั้นตลอดไปไม่เป็นมโนทัศน์

ราชบัณฑิตยสถาน (2557) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ไว้ว่า ภาพหรือความคิดในสมองที่เป็นตัวแทนของสิ่งใดสิ่งหนึ่ง ประกอบด้วย คุณสมบัติร่วมที่สำคัญของสิ่งนั้น ซึ่งขาดไม่ได้ หากขาดไปจะทำให้ไม่ใช่สิ่งนั้น เช่น ดอกไม้ทุกชนิดมีลักษณะร่วม คือ มีกลีบดอก เกสร และก้านดอก บุคคลอาจมีมโนทัศน์ต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่งในระดับที่แตกต่างกันก็ได้ เช่น บางคนมีมโนทัศน์ว่านกเป็นสัตว์ปีกบินได้ บางคนมีมโนทัศน์ว่า นกมีอิสรเสรีที่จะบินไปได้ไกล บางคนมีมโนทัศน์ว่านกเป็นสัตว์เลือดอุ่น ในพจนานุกรมดังกล่าวนี้ยังได้อธิบายถึงคำที่เกี่ยวกับมโนทัศน์ไว้อีกหลายคำ เช่น การก่อเกิดมโนทัศน์ การสร้างความคิดรวบยอด (concept formation) การจัดผังมโนทัศน์ (concept mapping) อัตมโนทัศน์ (self-concept) เป็นต้น

จากความหมายของ มโนทัศน์ ตามที่นักการศึกษาหลายท่าน ได้ให้ความหมายไว้ สามารถสรุปได้ว่า มโนทัศน์ หมายถึง ความคิดสำคัญและความเข้าใจเกี่ยวกับ สิ่งใดสิ่งหนึ่งหรือเรื่องใดเรื่องหนึ่ง อันเนื่องมาจากการสังเกตหรือได้รับประสบการณ์โดยสรุปเป็นความเข้าใจและสามารถทำให้เราแยกสิ่งต่างๆ ออกจากกันได้และยังสามารถจัดสิ่งต่างๆ ที่มี ลักษณะร่วมกันเข้าเป็นประเภทเดียวกันได้

สำหรับความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ได้มีนักการศึกษาหลายท่าน ทั้งไทยและต่างประเทศได้ให้ความหมายไว้ต่างๆ ดังนี้

Good (1973 อ้างถึงใน ชลกานต์ ชมภู, 2559) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นรูปแบบหรือความคิด ที่ใช้ในการจำแนกความเข้าใจโดยใช้คำพูด หรือสัญลักษณ์ หรือชื่อมโนทัศน์ โดยกระบวนการคิด ในการแสดงความสัมพันธ์

Cooney, Davis, & Henderson (1975 อ้างถึงใน ชลกานต์ ชมภู, 2559) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ความเข้าใจ เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้ โดยนักเรียนสามารถสรุปความเข้าใจออกมาเป็นบทนิยามหรือความหมายของเรื่องนั้น เช่น มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน คือ นักเรียนสามารถบอกนิยามของฟังก์ชันได้

สุวัฒนา อุทัยรัตน์ (2546, น. 33) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า เป็นสิ่งที่มนุษย์บัญญัติขึ้น ไม่ได้เกิดขึ้นเองตามธรรมชาติ มีกรอบชัดเจน เป็นรูปธรรมและมีความชัดเจน

อัมพร ม้าคนอง (2557, น. 15) ได้ให้ความหมายของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ความคิดรวบยอดเกี่ยวกับลักษณะสำคัญ ความหมาย ที่มา หรือการขยายความ ทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม นิยาม เป็นความคิดนามธรรมที่ทำให้นักเรียนสามารถจำแนกสิ่งที่มีลักษณะตามความคิดนามธรรมนั้นๆ ได้ และสามารถระบุได้ว่าสิ่งที่กำหนดให้เป็นตัวอย่างหรือไม่ใช่ตัวอย่างของความคิดนามธรรมนั้น

จากความหมายของ มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ตามที่นักการศึกษาหลายท่าน ทั้งไทยและต่างประเทศได้ให้ความหมายไว้สามารถสรุปได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความคิดสำคัญ หรือความเข้าใจเกี่ยวกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ อันเนื่องมาจากการสังเกตหรือได้รับ ประสบการณ์ในการเรียนรู้โดยสรุปความคิดและความเข้าใจออกมาเป็นทฤษฎีบท กฎ สูตร บทนิยาม นิยาม และ สมบัติต่างๆ

2. ความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

การที่นักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้นมีความสำคัญเป็นอย่างมากต่อความรู้ความเข้าใจ และการนำความรู้ไปใช้แก้ปัญหา ดังที่นักการศึกษาทั้งไทยและต่างประเทศได้กล่าวถึงความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Cooney, Devis, & Henderson (1975, pp. 89-90) ได้กล่าวถึง ความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ 3 ประการ ได้แก่

1. เราสามารถบอกเหตุผลโดยการใช้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เช่น นักเรียนที่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง จำนวนตรรกยะ ก็จะสามารถบอกได้ว่า จำนวนๆ หนึ่งเป็นจำนวนตรรกยะหรือไม่ เพราะเหตุใด เป็นต้น

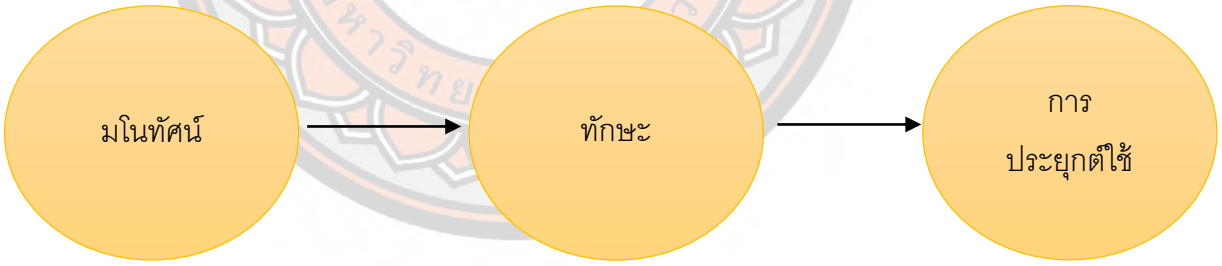
2. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ทำให้เราสามารถวางหลักการทั่วไปได้ และพบสมบัติบางประการอื่นๆ ที่นอกเหนือจากที่ได้ให้ความหมายไว้

3. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จะทำให้เราพบความรู้ใหม่

สุรชัย ขวัญเมือง (2552, น. 13-15) ได้กล่าวไว้ว่า หลักสูตรคณิตศาสตร์แผนใหม่หลายเรื่อง ได้ให้ความสำคัญของการฝึกทักษะทางการคิดคำนวณ และถือว่าทักษะทางการคิดคำนวณมีความจำเป็นในการเรียนคณิตศาสตร์ แต่ทั้งนี้หมายความว่า การฝึกทักษะจะต้องมีความเข้าใจเป็นพื้นฐาน กล่าวคือ จะต้องสอนให้นักเรียนเข้าใจมโนทัศน์เสียก่อน แล้วจึงฝึกทักษะเพื่อให้นักเรียนคิดคำนวณได้ง่ายและรวดเร็ว

จากความคิดเห็นเกี่ยวกับความสำคัญของมโนทัศน์ของนักการศึกษา ดังกล่าวข้างต้นนั้น สรุปได้ว่า มโนทัศน์เป็นสิ่งจำเป็นในการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพราะมโนทัศน์ช่วยในการแก้ปัญหา ช่วยในการสื่อสาร สื่อความหมายต่างๆ อีกทั้งยังช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้สิ่งต่างๆ ได้อย่างรวดเร็วและชัดเจนถูกต้องยิ่งขึ้น

ซึ่งการสอนคณิตศาสตร์ต้องพิจารณากระบวนการหรือหลักการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีองค์ประกอบที่สัมพันธ์กัน 3 ประการ ดังภาพ 3 ต่อไปนี้



ภาพ 3 องค์ประกอบที่สัมพันธ์กันของการสอนคณิตศาสตร์

ภาพนี้แสดงให้เห็นว่า การเรียนรู้ควรเริ่มต้นจากความเข้าใจมโนทัศน์เป็นอันดับแรก การฝึกทักษะให้เกิดความชำนาญเป็นอันดับต่อมา แล้วจึงถึงขั้นประยุกต์ คือ การนำความรู้ไปใช้ในสถานการณ์ต่างๆ ในชีวิตเป็นขั้นสุดท้าย ซึ่งสอดคล้องกับ รวีวรรณ ธุมชัย (ม.ป.ป., น. 77) ที่กล่าวว่า การสอนวิชาใดๆ ในปัจจุบันใช้วิธีสอนคละกันซึ่งเรียกว่า การสอนแบบผสม โดยมุ่งเน้นให้นักเรียนเกิดความเข้าใจ และเกิดมโนทัศน์ที่ถูกต้องเป็นสำคัญ ถ้าครูได้เข้าใจกระบวนการต่างๆ ได้ศึกษาการคิดทางด้านคณิตศาสตร์เป็นอย่างดี ก็จะสามารถวางแผนการจัดประสบการณ์ในการเรียนรู้ให้

นักเรียนได้อย่างเหมาะสม เพราะมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ คือ โครงสร้างปัญญาและความคิดเป็นสิ่งอันเกิดจากประสบการณ์หรือปรากฏการณ์ใดๆ นั่นเอง

Hiebert, & Carpenter (1992 อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2557) ได้กล่าวไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญเป็นอย่างมากต่อความรู้ความเข้าใจ และการนำความรู้ไปใช้แก้ปัญหา มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจอย่างถ่องแท้เกี่ยวกับความรู้เฉพาะหรือแนวคิดเชิงลึกทางคณิตศาสตร์ การเรียนการสอนคณิตศาสตร์จึงควรเน้นที่การทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจ เพื่อที่จะทำให้ครูได้ข้อมูลว่า นักเรียนเข้าใจอะไรและไม่เข้าใจอะไร ซึ่งจะนำไปสู่กระบวนการเรียนการสอนที่ส่งเสริมความเข้าใจและการพัฒนามโนทัศน์

อัมพร ม้าคนอง (2557, น. 17) ได้กล่าวไว้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญมากสำหรับทั้งครูและนักเรียนคณิตศาสตร์ เนื่องจากมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ เป็นความรู้ความเข้าใจที่ถ่องแท้ ที่จะทำให้ครูสอนคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ และสามารถเชื่อมโยงไปสู่การใช้งานของคณิตศาสตร์ได้ นักวิชาการมากมายแสดงความคิดเห็นว่า ครูจะสอนคณิตศาสตร์ได้ไม่ดี ถ้าครูขาดมโนทัศน์เกี่ยวกับสิ่งที่สอน ในขณะเดียวกัน มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก็มีความสำคัญมากสำหรับนักเรียนในการคิด การเรียนรู้ และการทำงานทางคณิตศาสตร์ เนื่องจาก มโนทัศน์จะทำให้นักเรียนเข้าใจสิ่งต่างๆ ทางคณิตศาสตร์เป็นอย่างดี และสามารถนำสิ่งเหล่านั้นไปใช้ในการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนและไม่คุ้นเคยได้

จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุป ความสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้ว่า มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญเป็นอย่างมากต่อความรู้ความเข้าใจ และการนำความรู้ไปใช้แก้ปัญหา มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเนื้อหาคณิตศาสตร์ เป็นความรู้ความเข้าใจที่ถ่องแท้ ที่จะทำให้ครูสอนคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ และสามารถเชื่อมโยงไปสู่การใช้งานของคณิตศาสตร์ได้ ครูจะสอนคณิตศาสตร์ได้ไม่ดี ถ้าครูขาดมโนทัศน์เกี่ยวกับสิ่งที่สอน ในขณะเดียวกัน มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ก็มีความสำคัญมากสำหรับนักเรียนในการคิด การเรียนรู้ และการทำงานทางคณิตศาสตร์ เนื่องจาก มโนทัศน์จะทำให้นักเรียนเข้าใจสิ่งต่างๆ ทางคณิตศาสตร์เป็นอย่างดี และสามารถนำสิ่งเหล่านั้นไปใช้ในการแก้ปัญหาที่ซับซ้อนและไม่คุ้นเคยได้

3. ประเภทของมโนทัศน์

นักการศึกษาและนักจิตวิทยาได้จำแนกประเภทของมโนทัศน์ตามลักษณะหรือกฎเกณฑ์ที่ แตกต่างกันออกไปดังนี้

Russell (1956, pp. 124-125) ได้แบ่งมโนทัศน์ออกเป็น 8 ประเภท ดังนี้คือ

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Concepts) คือมโนทัศน์ที่เกี่ยวกับจำนวน ตัวเลข การวัด ซึ่งเกิดขึ้นอยู่เสมอในชีวิตประจำวัน

2. มโนทัศน์ในเรื่องเวลา (Concepts of Time) เช่น เช้า สาย บ่าย เย็น กลางคืน กลางวัน หรือฤดูต่างๆ

3. มโนทัศน์ทางวิทยาศาสตร์ (Scientific Concepts) เป็นมโนทัศน์ที่ประกอบด้วยมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มโนทัศน์ในเรื่องเวลาและมิติ เพราะวิทยาศาสตร์ขึ้นอยู่กับการวัดแน่นอนของเวลา มิติ น้ำหนัก และปรากฏการณ์อื่นๆ

4. มโนทัศน์เกี่ยวกับตนเอง (Concepts of the Self) คือ การที่บุคคลมีความคิดว่าตัวเขาเป็นอะไร เป็นใคร เป็นอย่างไร

5. มโนทัศน์ทางสังคม (Social Concepts) เช่น ความสัมพันธ์ระหว่างบุคคล ชุมชน ประชาธิปไตย ศีลธรรม และพฤติกรรมต่างๆ ที่แสดงออกมา

6. มโนทัศน์ทางสุนทรียภาพ (Aesthetic Concepts) มีความสัมพันธ์กับมโนทัศน์ที่เกี่ยวกับความสวยงามและขึ้นกับมโนทัศน์ทางสังคม เช่น สุนทรียภาพในการเขียน ดนตรี

7. มโนทัศน์เกี่ยวกับความขบขัน (Concepts of Humor) มีพัฒนาการอยู่ขอบเขตของสังคมบางสิ่งเป็นเรื่องทีขบขันของสังคมหนึ่ง แต่อาจไม่ขบขันอีกสังคมหนึ่งก็ได้

8. มโนทัศน์เกี่ยวกับเรื่องอื่นๆ (Miscellaneous Concepts) เช่น เกี่ยวกับความตาย เพศ สงคราม เป็นต้น

De Cecco (1968, pp. 391-393) ได้จำแนกมโนทัศน์ออกเป็น 3 ประเภท ดังนี้

1. มโนทัศน์ที่มีลักษณะร่วมกัน (Conjunction Concepts) หมายถึงมโนทัศน์ที่เกิดจากการมีส่วนร่วมของลักษณะเฉพาะ ตั้งแต่สองลักษณะขึ้นไป เช่น สมุดสีเขียว ดอกไม้สีแดง สุนัขขนยาวสีขาว หรือสิ่งที่เราพบเห็นโดยทั่วไป มีลักษณะร่วมกันได้แก่ รูปร่าง ขนาด สี เป็นต้น มโนทัศน์ต่างๆ ที่เราคุ้นเคยในชีวิตประจำวัน มักเป็นมโนทัศน์แบบร่วมลักษณะ

2. มโนทัศน์แยกลักษณะ (Disjunction Concepts) หมายถึงมโนทัศน์ที่เปิดโอกาสให้ตัดสินใจเลือกเอาอย่างใดอย่างหนึ่งหรือสองอย่างรวมกัน เช่น คำว่า “กา” อาจเป็นนก หรือกาต้มน้ำ หรือเครื่องหมายกากบาท (×) ก็ได้ส่วน สัญลักษณ์ “0” อาจเป็นจำนวนศูนย์ (zero) วงกลมตัวโอในภาษาอังกฤษ หรือไข่ฟองหนึ่งก็ได้ เป็นต้น

3. มโนทัศน์เชิงสัมพันธ์ (Relation Concepts) หมายถึง มโนทัศน์ที่เกิดจากความสัมพันธ์ของเหตุการณ์ สภาวะหรือสิ่งเร้าตั้งแต่สองอย่างขึ้นไป เช่น การนำไม้ขีดไปสัมพันธ์ กับบุหรี่ เพราะเราใช้ไม้ขีดไฟจุดบุหรี่ หรือภาษีเงินได้สัมพันธ์กับรายได้ เป็นต้น

Hulse (1980 อ้างถึงใน ปรียาพร วงศ์อนุตรโรจน์, 2534, น. 104) ได้จำแนกมโนทัศน์ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. มโนทัศน์ที่ให้คำจำกัดความได้ชัด (Well-defined Concept) เป็นมโนทัศน์ที่เราสามารถให้คำจัดความเฉพาะโดยมีคุณลักษณะที่เป็นไปตามกฎบางกฎ เช่น ดวงจันทร์ แม้เราจะเห็นเสี้ยวเดียวหรือเห็นเต็มดวงก็ตาม

2. มโนทัศน์ที่ให้คำจำกัดความได้ไม่เด่นชัด (Ill-defined Concept) เป็นรายการของสิ่งของ วัตถุหรือเหตุการณ์ต่างๆ ที่เราถือได้ว่าเทียบเท่ากันได้เมื่อยึดตามวัตถุประสงค์ในการจำแนก เช่น คะน้า แตงกวา บวบ ซึ่งต่างก็เป็นผัก เป็นต้น

กมลรัตน์ หล้าสุวรรณ (2528, น. 235) ได้จำแนกมโนทัศน์ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. มโนทัศน์ชนิดเชื่อมโยง (Conjunctive Concept) หมายถึง การจัดประเภทของสิ่งต่างๆ โดยใช้กฎเกณฑ์บางอย่างร่วมกัน มักเชื่อมโยงด้วยคำว่า “และ” เช่นสัตว์สี่เท้า หมายถึง อินทรีย์ที่มีขนยาวปกคลุมร่างกายและมีสี่เท้า ดังนั้น แมว สุนัข เสือ ฯลฯ จัดเป็นสัตว์สี่เท้า คนสวย หมายถึง คนที่หน้าตารูปร่างสมส่วน ดังนั้น อาภัสราจึงเป็นคนสวยเพราะหน้าตาดีและรูปร่างสมส่วน เป็นต้น

2. มโนทัศน์ชนิดแยกแยะ (Disjunctive Concept) หมายถึง การจัดประเภทของสิ่งต่างๆ โดยใช้กฎเกณฑ์บางอย่างแยกแยะก่อนออกไปตามความแตกต่างที่ปรากฏ มโนทัศน์ชนิดนี้มักใช้คำว่า “หรือ” เข้าไปเกี่ยวข้องกับการจัดประเภทของสิ่งนั้นด้วย เช่น คนที่เป็นอธิการบดี คือ บุคคลที่จบปริญญาเอก หรือปริญญาโท แต่ทำงานด้านบริหารมาแล้ว 5 ปี คนเก่งหมายถึง คนที่เรียนเก่ง หรือเล่นกีฬาเก่ง เป็นต้น

สุวัฒนา เอี่ยมอรพรรณ (2549, น. 33) ได้จำแนกมโนทัศน์ออกเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. มโนทัศน์ที่เกิดขึ้นเองตามธรรมชาติ ซึ่งมีทั้งนามธรรมและรูปธรรม เช่น ทะเล ลม พืช สัตว์ เป็นต้น

2. มโนทัศน์ที่มนุษย์กำหนดหรือประดิษฐ์ขึ้น เช่น ความดี ความชั่ว ความสวย โต๊ะ เก้าอี้ เป็นต้น

จากแนวคิดเกี่ยวกับประเภทของมโนทัศน์ที่กล่าวข้างต้นนี้ สรุปได้ว่ามโนทัศน์สามารถแบ่งออกได้ตามลักษณะเฉพาะของแต่ละอย่าง หรืออาจแบ่งตามรูปธรรมหรือนามธรรมตามแนวคิด ซึ่งการจำแนกมโนทัศน์นั้นขึ้นอยู่กับประสบการณ์ของแต่ละบุคคล

4. การวัดและประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

เมื่อนักเรียนได้รับการสอนจนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แล้ว การวัดและประเมินผลจึงเป็นสิ่งสำคัญในการตรวจสอบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มากน้อยเพียงใด ซึ่งในการวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์นั้นได้มีนักการศึกษาได้กล่าวไว้ ดังนี้

4.1 เครื่องมือที่ใช้ในการวัดและประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

เครื่องมือที่ใช้ในการวัดและประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นสิ่งสำคัญในการตรวจสอบว่านักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เพียงใด ซึ่งมีนักการศึกษาทั้งไทยและต่างประเทศ ได้กล่าวถึงเครื่องมือที่ใช้ในการวัดและประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

4.1.1 เอกสารสรุปมโนทัศน์

อัมพร ม้าคนอง (2546, น. 80-81) ได้กล่าวไว้ว่า เครื่องมือที่ใช้ในการวัดและประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่จะช่วยให้นักเรียนวิเคราะห์ลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และช่วยให้ครูวิเคราะห์ความเข้าใจของนักเรียน สามารถใช้เอกสารสรุปมโนทัศน์ได้ ซึ่งโดยทั่วไปเอกสารสรุปมโนทัศน์มีองค์ประกอบ ดังนี้

1) มโนทัศน์ (Concept)

มโนทัศน์ที่กำหนดอาจเป็นความคิดรวบยอดหรือสาระสำคัญที่ต้องการให้นักเรียนเรียน

2) บทนิยาม/อนิยาม/คำจำกัดความของมโนทัศน์ (Definition)

มโนทัศน์อาจประกอบด้วยบทนิยาม อนิยาม หรือคำจำกัดความ เช่น เส้นตรง คือ ... ฟังก์ชัน คือ ... ซึ่งอาจปรากฏในแบบเรียน หรือหนังสือประกอบการเรียนการสอนอื่นๆ

3) ลักษณะสำคัญของมโนทัศน์ (Web of attributes)

มโนทัศน์จะมีลักษณะสำคัญที่อธิบายและแยกมโนทัศน์นั้นออกจากสิ่งอื่น เช่น ลักษณะที่แยกวงกลมออกจากวงรี ส่วนมากได้มาจากการตีความนิยาม อนิยาม หรือคำจำกัดความ และเงื่อนไขการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของลักษณะต่างๆ และลักษณะที่เป็นตัวกำหนดเงื่อนไขสำหรับสิ่งที่จะเป็นตัวอย่างและไม่เป็นตัวอย่าง

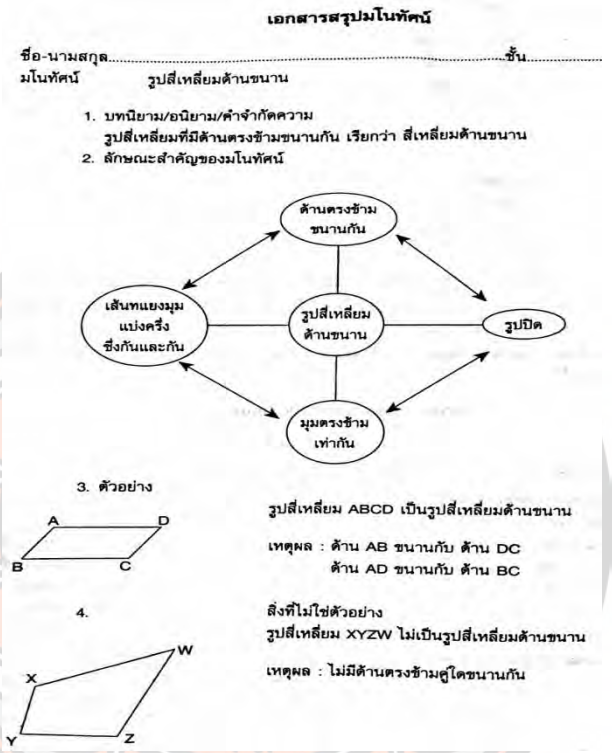
4) ตัวอย่าง ที่มีลักษณะตามมโนทัศน์ (Examples)

ตัวอย่างที่เป็นมโนทัศน์จะมีลักษณะสำคัญตามข้อ 3) และมีเหตุผลของการเป็นตัวอย่าง

5) ตัวอย่างที่ไม่มีลักษณะของมโนทัศน์ แต่มีความใกล้เคียงที่จะเป็นมโนทัศน์ (Nonexamples)

ตัวอย่างตามหัวข้อนี้จะขาดลักษณะบางประการในข้อ 3) ซึ่งเป็นเหตุผลของการไม่เป็นตัวอย่าง

ตัวอย่างเอกสารสรุปมโนทัศน์ของ ทูมาซิส (Toumasis, 1995 อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2546) มีดังนี้



ภาพ 4 ตัวอย่างเอกสารสรุปมโนทัศน์ของ Toumasis

4.1.2 **ผังมโนทัศน์** (Concept Map)

Baroody, & Bartels (2001 อ้างถึงใน วนินทร สุภาพ, 2561) ได้กล่าวว่า ผังมโนทัศน์ เป็นเครื่องมือที่ใช้ในการวัดและประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และใช้ประโยชน์ได้อย่างกว้างขวางในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ซึ่งการเขียนผังมโนทัศน์นั้นจะมีคำแสดงมโนทัศน์ซึ่งจะอยู่ในกรอบรูปวงกลม วงรีหรือสี่เหลี่ยม มีการเชื่อมโยงความสัมพันธ์สองมโนทัศน์ด้วยเส้นเชื่อม มีคำหรือวลีกำกับเส้นเชื่อมด้วย และมโนทัศน์ที่อยู่ในกรอบส่วนใหญ่จะเป็นคำที่เป็นเหตุการณ์หรือเป็นคำนาม หรืออาจเป็นสัญลักษณ์ เช่น เครื่องหมาย + หรือ % หรือบางครั้งอาจจะเป็นการใช้คำมากกว่า 1 คำก็ได้ เช่น การทดสอบสมมุติฐาน และกล่าวถึงประพจน์ (Propositions) ว่าหมายถึงข้อความที่ประกอบด้วยมโนทัศน์ตั้งแต่สองมโนทัศน์เชื่อมโยงกนด้วยคำ หรือวลีที่มีความหมาย หรือ

เรียกว่า หน่วยย่อยที่มีความหมาย (semantic units) (Novak, & Cañas, 2008) ภาพ 5 คือ ตัวอย่างของผังมโนทัศน์ที่อธิบายถึงความสัมพันธ์ระหว่างรูปสี่เหลี่ยมชนิดต่างๆ ซึ่งจากภาพจะแสดงองค์ประกอบสำคัญของผังมโนทัศน์ 3 ประการ (Baroody, & Bartels, 2001) ได้แก่ 1) เชื่อมโนทัศน์ (Concept Name) ที่เขียนอยู่ในภายใต้กรอบรูปต่างๆ เช่น รูปวงรี รูปสี่เหลี่ยม หรือรูปทรงอื่นๆ ซึ่งเป็นตัวแทนของมโนทัศน์ 2) เส้นเชื่อม (Linking Line) หรือ เส้นที่มีลูกศร (Arrows) ที่แสดงถึงความเชื่อมโยงและบ่งชี้ถึง ทิศทางความสัมพันธ์ระหว่างสองมโนทัศน์ ถึงแม้ว่าจะไม่ใส่ลูกศร แต่ทิศทางของความสัมพันธ์มักจะเป็นจากบนลงสู่ล่างเสมอ 3) คำหรือวลีกำกับเส้น (Linking Words or Linking Phrases) ที่แสดงกำกับเส้นเชื่อมและ อธิบายถึงความสัมพันธ์ระหวางมโนทัศน์

ภาพ 5 ผังมโนทัศน์แสดงความสัมพันธ์ระหว่างรูปสี่เหลี่ยมชนิดต่าง ๆ

ที่มา: Baroody, & Bartels, 2001 อ้างถึงใน วนินทร สุภาพ, 2561

สิรินภา กิจเกื้อกูล (2557) ได้กล่าวว่า ผังมโนทัศน์ (Concept Map) เป็นเครื่องมือที่ใช้ในการวัดและประเมินมโนทัศน์ที่ครูสามารถนำไปประยุกต์ใช้เป็นส่วนหนึ่งของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ได้โดยง่าย ซึ่งการสร้างผังมโนทัศน์ เป็นวิธีการตรวจสอบความรู้ ที่สามารถผสมผสานไปกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ได้ทันที การสร้างผังมโนทัศน์จะช่วยให้นักเรียนสามารถจัดการความรู้อย่างเป็นระบบ กล่าวคือ นักเรียนจะต้องวิเคราะห์และรวบรวมความรู้ที่เกี่ยวข้องมากำหนดเป็นมโนทัศน์หลักและมโนทัศน์ย่อย จากนั้นจึงนำมโนทัศน์เหล่านั้นมาเชื่อมโยงกันให้มีความหมาย

ขั้นตอนการสร้างผังมโนทัศน์ มีดังนี้

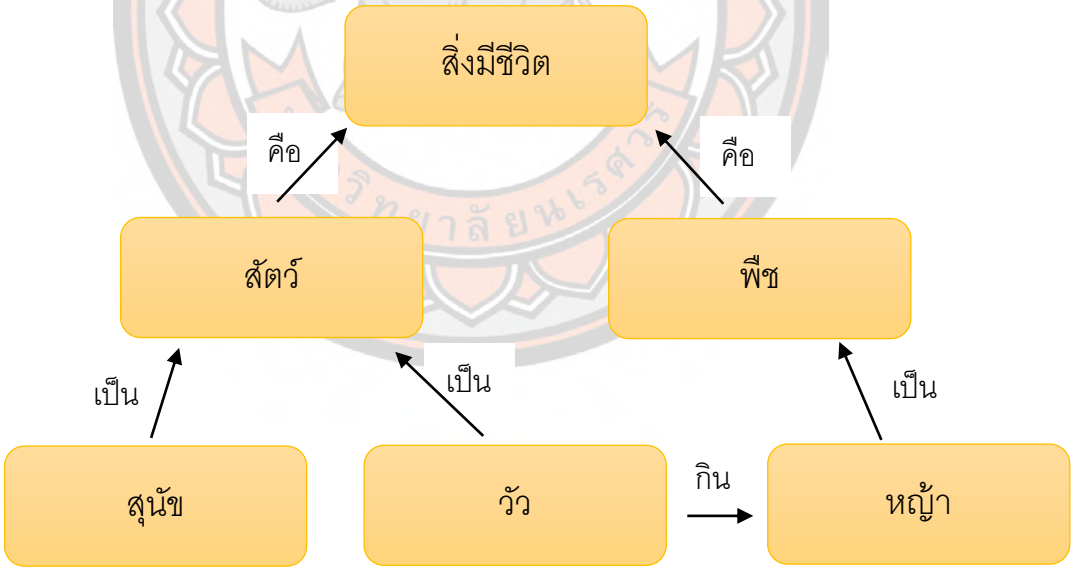
1. กำหนดหัวข้อเรื่องที่ต้องการ จากนั้นแจกบัตรคำที่แสดงมโนทัศน์ย่อยให้กับนักเรียน

2. ให้นักเรียนจัดวางบัตรคำตามความสัมพันธ์ โดยเริ่มต้นจากมโนทัศน์หลักไปสู่มโนทัศน์รอง และมโนทัศน์ย่อยๆ ลงไปเรื่อยๆ อย่างมีความหมาย

3. ลากลูกศร เป็นเส้นเชื่อมโยงระหว่างบัตรคำ พร้อมทั้งเขียนคำเชื่อมโยงสั้นๆ เป็นคำกิริยา สันธาน บุพบท (เช่น คือ เป็น กิน ได้แก่ เกิด) กำกับไว้บนเส้นลูกศรนั้น การเชื่อมโยงทำได้ทุกทิศทางทั้งแนวตั้ง แนวนอน แนวทแยง

4. เปิดโอกาสให้นักเรียนเขียนมโนทัศน์ย่อย บนบัตรคำเปล่าที่เตรียมไว้ และให้เขียนลูกศรเชื่อมโยงความสัมพันธ์ระหว่างบัตรคำเหล่านี้กับบัตรคำที่มีอยู่ โดยมีเป้าหมายเพื่อช่วยทำให้ผังมโนทัศน์นั้นมีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ยกตัวอย่างผังมโนทัศน์ทางวิทยาศาสตร์เรื่อง สิ่งมีชีวิต



ภาพ 6 ผังมโนทัศน์เรื่อง สิ่งมีชีวิต

ที่มา: White, & Gunstone, 1992 อ้างถึงใน สิรินภา กิจเกื้อกูล, 2557

ทั้งนี้จะเห็นได้ว่า ผังมโนทัศน์ อาจมีได้หลากหลายรูปแบบขึ้นอยู่กับจำนวนมโนทัศน์ที่นักเรียนสะสมมาจนถึงปัจจุบัน รวมทั้งขึ้นอยู่กับความชำนาญในการสร้างผังมโนทัศน์ของนักเรียน ซึ่งหากนักเรียนมีความชำนาญในการสร้างผังมโนทัศน์แล้ว ครูอาจกำหนดให้นักเรียนเป็นผู้คิดบัตรคำ/มโนทัศน์ย่อยด้วยตนเองทั้งหมด และอาจปรับเปลี่ยนเกณฑ์การให้คะแนนได้ตามความเหมาะสม

อย่างไรก็ตาม ครูจำเป็นต้องระลึกอยู่เสมอว่า เมื่อต้องการนำการเขียนผังมโนทัศน์ มาใช้ในการประเมินเพื่อพัฒนาการเรียนรู้ของนักเรียน ครูจะต้องไม่นำคะแนนมาตัดสินผลการเรียนของนักเรียน ผังมโนทัศน์จะทำหน้าที่เป็นสื่อช่วยแปลง ความรู้หรือมโนทัศน์ที่เป็นนามธรรมอยู่ภายในใจของนักเรียนไปเป็นรูปธรรม ที่จะช่วยให้ครูเข้าใจนักเรียนมากยิ่งขึ้น นอกจากนี้การเขียนผังมโนทัศน์ ยังทำหน้าที่ช่วยให้นักเรียนสามารถจัดระบบการคิด มองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างมโนทัศน์ และประเมินความเข้าใจในมโนทัศน์ของตนเองได้ดียิ่งขึ้น โดยท้ายสุดแล้วหากครูพบว่า นักเรียนไม่ทราบว่ามีมโนทัศน์ใดเกี่ยวข้องกันบ้าง หรือเชื่อมโยงมโนทัศน์ผิดหรือคลาดเคลื่อน ครูควรดำเนินการแก้ไขเพื่อทำให้นักเรียนมีความรู้เพียงพอต่อการศึกษาเรื่องถัดไป

4.1.3 การสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่างและเหตุการณ์ (Interviews about Instances and Events)

สิรินภา กิจเกื้อกูล (2557) ได้กล่าวว่า การสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่างและเหตุการณ์ เป็นเครื่องมือที่ใช้ในการวัดและประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ครูสามารถนำไปประยุกต์ใช้เป็นส่วนหนึ่งของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ได้โดยง่าย เป็นการสนทนาระหว่างครูและนักเรียน มีจุดประสงค์เพื่อสำรวจความเข้าใจเชิงลึกของนักเรียนเกี่ยวกับมโนทัศน์ใดมโนทัศน์หนึ่งที่จะต้องอาศัยความเข้าใจในมโนทัศน์ (ไม่ใช่การท่องจำ) และความสามารถในการสื่อสารเพื่ออธิบายเหตุผลประกอบการตัดสินใจของนักเรียนเกี่ยวกับสิ่งที่หยิบยกมาเป็นตัวอย่าง/เหตุการณ์ ประกอบการสัมภาษณ์ (White, & Gunstone, 1992) ซึ่งมีขั้นตอนการสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่างและเหตุการณ์ ดังต่อไปนี้

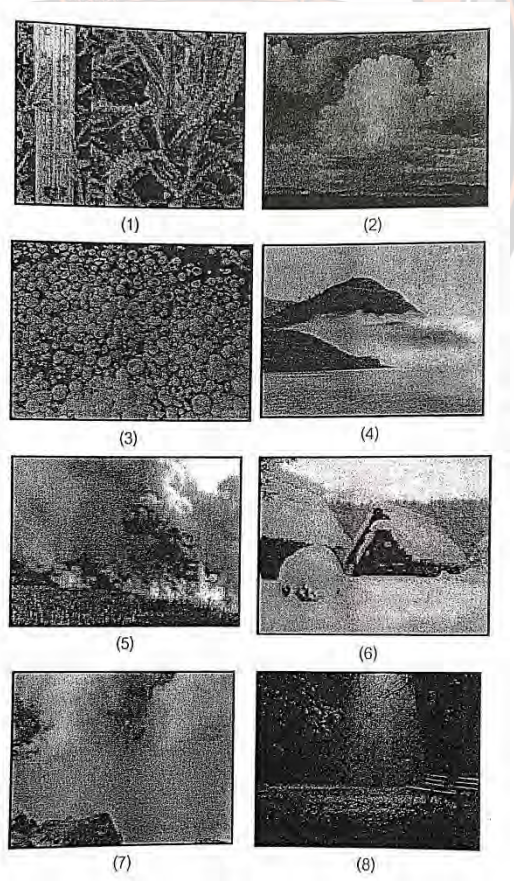
1) ครูเตรียมความพร้อมของตนเองโดยคัดเลือกชุดรูปภาพเกี่ยวข้องกับมโนทัศน์ที่จะสัมภาษณ์ ชุดรูปภาพแต่ละชุด ควรประกอบด้วย ภาพแสดงมโนทัศน์ที่ถูกต้อง ภาพแสดงมโนทัศน์ที่ผิด และภาพมีความคลุมเครือยากแก่การตัดสินใจว่าเป็นมโนทัศน์ที่ถูกหรือผิด จำนวนรูปภาพต่อชุดขึ้นอยู่กับความซับซ้อนของมโนทัศน์และเวลาที่มีสำหรับการสัมภาษณ์ ทั้งนี้ อาจมีจำนวนภาพได้ตั้งแต่ 4-20 ภาพ ยกตัวอย่างการสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่างและเหตุการณ์ของวิทยาศาสตร์จากภาพ 7 เรื่อง หยาดน้ำฟ้า ซึ่งประกอบด้วยภาพ 8 ภาพ ได้แก่ 1) น้ำค้างแข็ง 2) เมฆ 3) ลูกเห็บ 4) หมอก 5) ควัน 6) หิมะ 7) ไอน้ำ 8) ฝน

ภาพแสดงมโนทัศน์ที่ถูกต้อง มี 3 ภาพ คือ ลูกเห็บ หิมะ และฝน

ภาพแสดงมโนทัศน์ที่ผิด มี 3 ภาพ คือ เมฆ ควัน และไอน้ำ

ภาพมีความคลุมเครือยากแก่การตัดสินใจว่าเป็นมโนทัศน์ที่ถูกหรือผิด มี 2 ภาพ คือ น้ำค้างแข็ง และหมอก ซึ่งทั้ง 2 ภาพนี้เป็นมโนทัศน์ที่ผิด (ดูเฉลยจากตาราง 6)

2) เลือกนักเรียนที่เรียนอ่อน หรือมีผลการเรียนต่ำกว่าค่าเฉลี่ยของห้องเล็กน้อย มาเป็นกลุ่มตัวอย่างของการสัมภาษณ์ 3-5 คน ทั้งนี้ เพราะถ้ากลุ่มตัวอย่างนี้มีความเข้าใจในมโนทัศน์ได้อย่างถูกต้องแล้ว ก็อาจสรุปภาพรวมได้ว่า ผู้เรียนส่วนใหญ่ของห้องมีมโนทัศน์ที่ถูกต้องแล้ว อย่างไรก็ตาม ครูต้องไม่ลืมว่าขณะสัมภาษณ์ ครูต้องทำหน้าที่เป็นผู้สัมภาษณ์ที่ดี กล่าวคือ ห้ามแสดงท่าทีพอใจหรือไม่พอใจ หรือพยายามบอกคำตอบที่ถูกต้องแก่นักเรียนที่ถูกสัมภาษณ์ อีกทั้ง การสัมภาษณ์นี้ ต้องไม่มีผลต่อคะแนนหรือผลการเรียนรู้ของผู้ถูกสัมภาษณ์ ทั้งนี้เพื่อให้ผู้ถูกสัมภาษณ์ยอมพูดหรืออธิบายสิ่งที่ตนเองเข้าใจจริงๆ เกี่ยวกับมโนทัศน์นั้นๆ



ภาพ 7 ตัวอย่างชุดภาพ เรื่อง หยาดน้ำฟ้า

ตาราง 6 แสดงเฉลยชุดภาพประกอบการสัมภาษณ์ เรื่อง หยาดน้ำฟ้า

ภาพ	คำอธิบาย
หยาดน้ำฟ้า หมายถึง ปรากฏการณ์ของน้ำในอากาศ (hydrometeor) ประเภทหนึ่ง ซึ่งหมายถึงผลิตภัณฑ์ใดๆ อันเกิดจากการควบแน่นของไอน้ำบรรยากาศ และตกลงมาด้วยอิทธิพลของแรงโน้มถ่วง	
1 ✘	น้ำค้างแข็ง คือ ผลึกน้ำแข็งที่เกิดขึ้นจาก ไอน้ำในอากาศใกล้ผิวดินลดอุณหภูมิลงถึงอุณหภูมิจุดน้ำค้าง แล้วกลั่นตัวเป็นหยดน้ำ ต่อจากนั้นอุณหภูมิยังคงลดต่อไปอีกจนต่ำกว่าจุดเยือกแข็งทำให้น้ำค้างแข็งตัวกลายเป็นน้ำค้างแข็ง
2 ✘	เมฆ เกิดจากการรวมตัวหรือเกาะกลุ่มของไอน้ำ ละอองน้ำและเกล็ดน้ำแข็งที่รวมตัวกันเป็นกลุ่มก้อนลอยตัวอยู่ในชั้นบรรยากาศที่เราสามารถมองเห็นได้
3 ✓	ลูกเห็บ เป็นก้อนน้ำลักษณะเหมือนน้ำแข็ง เป็นส่วนหนึ่งของวัฏจักรของน้ำ โดยตกลงมาจากบรรยากาศในรูปของแข็ง มีรูปร่างเป็นก้อนน้ำแข็งรูปร่างไม่แน่นอนเกิดจากละอองหยาดฝนซึ่งเย็นแบบยิ่งยวด ในเมฆฝนปะทะกับวัตถุแข็ง เช่น ผงฝุ่น หรือก้อนลูกเห็บที่เกาะตัวอยู่ก่อนแล้ว และแข็งตัวเกาะรอบวัตถุนั้นๆ เป็นก้อนลูกเห็บ
4 ✘	หมอก คือ กลุ่มละอองน้ำที่เกิดจากอุณหภูมิของอากาศที่ลดลงมาก จนต่ำกว่าจุดน้ำค้างทำให้ไอน้ำเกิดการกลั่นตัวเป็นละอองน้ำขนาดเล็ก ลอยอยู่ในบรรยากาศใกล้ผิวโลก
5 ✘	ควัน จัดเป็นคอลลอยด์ ที่เป็นอนุภาคของของแข็งหรือของเหลวกระจายอยู่ในตัวกลางที่เป็นแก๊สที่มีอยู่ในอากาศ จะถูกปล่อยออกมาเมื่อมีการเผาวัสดุหรือเกิดจากกระบวนการเปลี่ยนแปลงองค์ประกอบทางเคมีโดยใช้ความร้อน พร้อมกับปริมาณของอากาศหรือผสมในมวลสารชนิดอื่น
6 ✓	หิมะ คือ รูปแบบหนึ่งของหยดน้ำ และน้ำแข็ง ซึ่งเกิดจากการควบแน่นของไอน้ำ ตกลงมาสู่พื้นผิวโลกด้วยอิทธิพลของแรงโน้นถ่วง
7 ✘	ไอน้ำ คือ น้ำที่ระเหย ซึ่งมีลักษณะบริสุทธิ์และไม่มีสี มีลักษณะใกล้เคียงกับหมอกที่ความดันปกติ น้ำจะกลายเป็นไอน้ำที่อุณหภูมิ 100 องศาเซลเซียส
8 ✓	ฝน คือ หยดน้ำ ซึ่งเกิดจากการควบแน่นของไอน้ำ ตกลงมาสู่พื้นผิวโลกด้วยอิทธิพลของแรงโน้นถ่วง

3) ครูดำเนินการสัมภาษณ์ใช้เวลาประมาณ 15-30 นาที วิธีการสัมภาษณ์เป็นแบบกึ่งโครงสร้าง (Semi-Structured Interview) หรือแบบไม่มีโครงสร้าง (Unstructured Interview) ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับประสบการณ์ในการสัมภาษณ์ของครู ซึ่งการสัมภาษณ์จะต้องป้อนคำถามให้นักเรียน

ได้ตัดสินใจและอธิบายเหตุผลของการตัดสินใจนั้น รวมทั้งต้องตอบสนองต่อการให้สัมภาษณ์ของนักเรียนด้วย เช่น เมื่อสัมภาษณ์เกี่ยวกับมโนทัศน์ เรื่อง หยาดน้ำฟ้า (ภาพ 7) ครูอาจตั้งคำถามดังนี้

"ตามความเข้าใจของคุณคิดว่า "หยาดน้ำฟ้า" หมายความว่าอย่างไร"

"จากภาพ 1 คุณคิดว่าเป็นภาพของอะไร"

"ลองอธิบายเหตุผลว่า ทำไมคุณจึงคิดว่าภาพ 1 เป็น/ไม่เป็น หยาดน้ำฟ้า"

"สิ่งที่ทำให้คุณคิดว่า... คืออะไร"

"เมื่อสักครู่ที่ คุณอธิบายว่า... คุณหมายความว่าอย่างไร ช่วยขยายความอีกนิดได้ไหม"

"ถ้าปรับเปลี่ยน...ให้เป็น... คุณคิดว่า คำตอบของคุณน่าจะเหมือนเดิมไหม ทำไม"

"นอกจากเหตุผลที่กล่าวมาแล้ว มีเหตุผลอื่นๆ เพิ่มเติมอีกไหม"

"ลองยกตัวอย่างเพิ่มเติมอีกได้ไหม"

"มีอะไรที่ต้องการอธิบายเพิ่มเติมไหม ซึ่งอาจเป็นสิ่งที่เรายังไม่ได้ถาม"

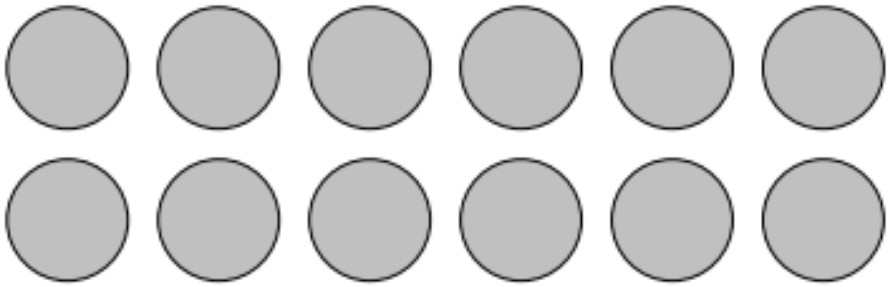
เมื่อเสร็จสิ้นการสัมภาษณ์ ครูจำเป็นต้องนำข้อมูลสัมภาษณ์ที่ได้มาวิเคราะห์ว่า นักเรียนมีความเข้าใจที่ถูกต้องเกี่ยวกับมโนทัศน์นั้นหรือไม่ ถ้าไม่ ครูควรจัดกิจกรรมเพื่อปรับเปลี่ยนมโนทัศน์ที่ผิดให้ถูกต้องหรือถ้านักเรียนมีความเข้าใจที่ถูกต้องแล้ว ก็สามารถจัดการเรียนรู้มโนทัศน์ใหม่ต่อเนื่องไปได้เลย

การสัมภาษณ์เกี่ยวกับภาพตัวอย่างและเหตุการณ์ เพื่อตรวจสอบความเข้าใจในมโนทัศน์ของผู้เรียน จะประสบความสำเร็จหรือไม่นั้น ขึ้นอยู่กับความไว้เนื้อเชื่อใจระหว่างนักเรียนและครู ว่าผลการสัมภาษณ์จะต้องไม่ส่งผลต่อคะแนนเก็บหรือเกรดใดๆ เลย มิฉะนั้น นักเรียนจะไม่แสดงความคิดเห็นที่แท้จริงออกมา ดังนั้น จึงไม่มีเกณฑ์สำหรับการให้คะแนนผลการสัมภาษณ์เกี่ยวกับภาพตัวอย่างและเหตุการณ์

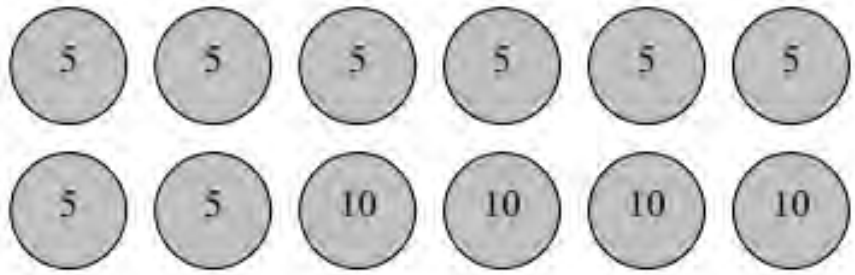
4.1.4 **การวาดภาพ** (Drawing)

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน (2552) ได้กล่าวว่า การวาดภาพ เป็นเครื่องมือที่ใช้ในการวัดและประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งการวาดภาพเหมือนภาพเรขาคณิตสามมิติ ภาพเรขาคณิตสองมิติ แถบเส้น และลายเส้น แทนสถานการณ์หรือเรื่องราวที่โจทย์กำหนดให้จะทำให้เราเห็นแนวทางการหาคำตอบ หรือแนวทางการแก้ปัญหาข้อนั้นๆ ได้ต่อไป ยกตัวอย่างโจทย์ปัญหา เช่น มีเหรียญห้าบาท และเหรียญสิบบาทรวมกันเป็น 12 เหรียญ คิดเป็นเงิน 80 บาท อยากทราบว่ามีเหรียญห้าบาทกี่เหรียญ

จากโจทย์นักเรียนจะวาดภาพโดยเขียนเป็นรูปวงกลมแทนจำนวนเหรียญห้าบาท และเหรียญสิบบาทรวมกัน เป็น 12 เหรียญ และคิดเป็นเงิน 80 บาท ดังรูป



ภาพ 8 การวาดภาพรูปวงกลมแทนจำนวนเหรียญทดลองใส่ค่าเงิน



ภาพ 9 การวาดภาพรูปวงกลมและใส่ค่าเงิน

จากภาพสามารถอธิบายได้ว่า ถ้าเป็นเหรียญห้าบาทจำนวน 12 เหรียญ จะคิดเป็นเงิน 60 บาท เงินไม่ครบ 80 บาท ยังขาดไป 20 บาท เปลี่ยนเหรียญห้าบาทเป็นเหรียญสิบบาท จำนวน 4 เหรียญ จะมีเหรียญห้าบาท จำนวน 8 เหรียญ

ตอบ เหรียญห้าบาท จำนวน 8 เหรียญ

ตรวจคำตอบ

เงินเหรียญห้าบาท 8 เหรียญ คิดเป็นเงิน 40 บาท

เงินเหรียญสิบบาท 4 เหรียญ คิดเป็นเงิน 40 บาท

รวมเงินทั้งหมด เท่ากับ 40 + 40 = 80 บาท

แสดงว่าคำตอบที่ได้ สมเหตุสมผล ถูกต้องแล้ว

สิรินภา กิจเกื้อกูล (2557) ได้กล่าวว่า การวาดภาพ เป็นเครื่องมือที่ใช้ในการวัดและประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ครูสามารถนำไปประยุกต์ใช้เป็นส่วนหนึ่งของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ได้โดยง่าย ซึ่งการวาดภาพเป็นเครื่องมือที่ใช้ประเมินภาพรวม (Holistic) ของความรู้ความเข้าใจ อารมณ์ ความรู้สึก หรือเจตคติ ที่มีต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่ง การวาดภาพจะช่วยทำให้สิ่งที่เป็นนามธรรมกลายเป็นรูปธรรม ช่วยให้ครูเข้าใจถึงสิ่งที่ซ่อนลึกอยู่ในตัวนักเรียนได้ดีกว่าการเขียนบรรยายตามปกติ ขั้นตอนของการประเมินด้วยการวาดภาพ อาจทำได้ง่ายๆ โดยเมื่อจัดการเรียนรู้เสร็จแล้ว ครูอาจบอกให้นักเรียนวาดภาพสิ่งที่ครูต้องการประเมิน ดังตัวอย่างทางวิทยาศาสตร์ เช่น

1. วาดภาพแสดงการเคลื่อนที่ของสสาร (เพื่อตรวจสอบความเข้าใจว่าสสารมี 3 สถานะ คือ ของแข็ง ของเหลว แก๊ส และสสารแต่ละชนิดมีการจัดเรียนอนุภาคและการเคลื่อนที่ต่างกัน)

2. วาดภาพโรงงานไฟฟ้านิวเคลียร์ ที่อาจต้องมาตั้งอยู่ในท้องถิ่น (เพื่อตรวจสอบความรู้และเจตคติที่มีต่อโรงงานไฟฟ้านิวเคลียร์)

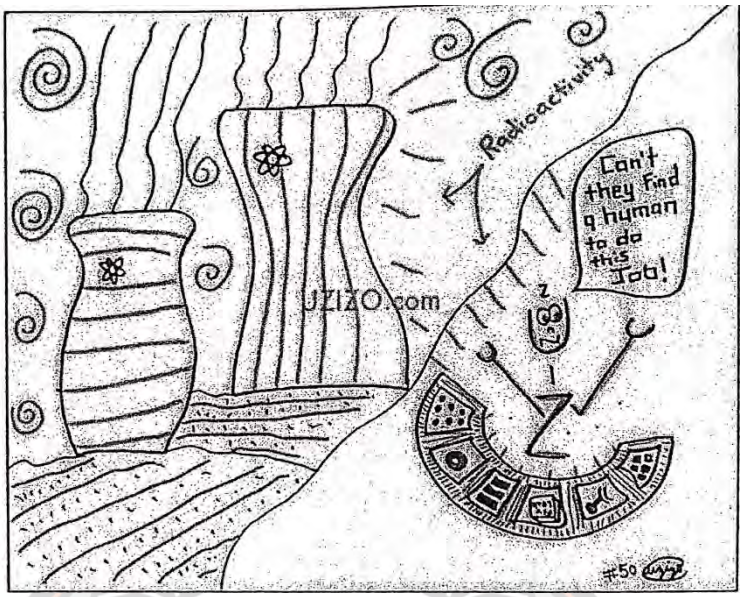
3. วาดภาพตนเองขณะเรียนเรื่องดาราศาสตร์และอวกาศ (เพื่อตรวจสอบความสนใจที่มีต่อดาราศาสตร์และอวกาศ ก่อนและหลังเรียน)

4. วาดภาพแสดงขั้นตอนของการทำงานโครงงานกลุ่ม (เพื่อตรวจสอบความร่วมมือ การวางแผน และการปฏิบัติงานในการทำโครงงาน)

5. วาดภาพแสดงคุณลักษณะของเพื่อนที่นักเรียนต้องการทำงานด้วย (เพื่อให้นักเรียนได้ประเมินตนเองว่า มีคุณลักษณะ/พฤติกรรมที่เพื่อนๆ ต้องการร่วมงานด้วยหรือไม่)

6. วาดภาพครูวิทยาศาสตร์ ที่อยากเข้าไปปรึกษางาน (เพื่อประเมินตัวครูเองว่า มีพฤติกรรมที่ผู้เรียนต้องการเข้ามาพูดคุยด้วยหรือไม่ และยังเป็นการประเมินผลการสร้างปฏิสัมพันธ์ระหว่างครูและนักเรียน)

ตัวอย่างการวาดภาพโรงงานไฟฟ้านิวเคลียร์ที่ตั้งอยู่บนพื้นที่การเกษตรของชุมชน และมีการแผ่กัมตภาพรังสีออกมา ซึ่งนักเรียนกำลังคิดว่าจะหาใครมาทำงานในโรงงานไฟฟ้าหรือบริเวณใกล้เคียงได้บ้าง



ภาพ 10 การวาดภาพโรงงานไฟฟ้านิวเคลียร์

ที่มา: http://www.uzizo.com/2012/04/12/uzizo-50/

เกณฑ์การให้คะแนนภาพวาด อาจวิเคราะห์จากภาพวาดของนักเรียนว่าแสดงถึง ความรู้ ความเข้าใจ หรือพฤติกรรมการปฏิบัติงานที่ถูกต้อง/เหมาะสมหรือไม่ ถ้าถูกต้องเหมาะสม ก็จะได้คะแนน แต่ถ้าไม่ถูก/ไม่เหมาะสม ก็จะไม่ได้คะแนน กรณีการวาดภาพเพื่อตรวจสอบอารมณ์ความรู้สึก หรือลักษณะนิสัยการทำงาน ครูจำเป็นต้องให้คำแนะนำป้อนกลับ เพื่อช่วยให้นักเรียนสามารถพัฒนาตนเองได้ต่อไป

4.1.5 ข้อสอบแบบเขียนตอบ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) ได้กล่าวว่าเครื่องมือที่ใช้ในการวัดและประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ คือ ข้อสอบแบบเขียนตอบ ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

ข้อสอบแบบเขียนตอบจะใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนแสดงความรู้ความสามารถด้านการคิดวิเคราะห์ ให้เหตุผล แก้ปัญหา และอธิบายหรือสื่อความหมาย ข้อสอบแบบเขียนตอบมีหลายลักษณะ เช่น การเติมคำในช่องว่าง การเขียนตอบอย่างสั้น การแสดงวิธีทำและการเขียนตอบอย่างละเอียด การสร้างข้อสอบแบบเขียนตอบจะต้องคำนึงถึงระดับและความสามารถของนักเรียน เนื้อหาสาระ พฤติกรรมที่ต้องการวัดและเวลาที่ใช้ในการตอบคำถาม และควรมีการบันทึกส่วนสำคัญของการสร้างข้อสอบ 2 ส่วน คือ 1) ส่วนของข้อสอบ ประกอบด้วย

สถานการณ์และคำถามที่ใช้ในการประเมินนักเรียน และ 2) ส่วนของแนวทางการให้คะแนน ประกอบด้วย แนวการตอบที่ถูกต้องและเกณฑ์การให้คะแนน เพื่อให้ครูใช้เป็นแนวทางในการตรวจให้คะแนน ซึ่งจะช่วยให้การตรวจให้คะแนนมีความเป็นปรนัยมากขึ้น

ในที่นี้จะนำเสนอข้อสอบแบบเขียนตอบ 3 ลักษณะ คือ

1) ข้อสอบแบบเติมคำตอบ

ข้อสอบแบบเติมคำตอบใช้วัดผลประเมินผลได้ครอบคลุมทั้งด้านความรู้ ความเข้าใจ และด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เช่นเดียวกับข้อสอบแบบเลือกตอบ แต่ลักษณะการตอบจะเป็นการเขียนคำตอบที่เป็นผลลัพธ์ของปัญหา

2) ข้อสอบเขียนตอบแบบสั้น

ข้อสอบเขียนตอบแบบสั้นเป็นข้อสอบที่กำหนดปัญหาหรือคำถามให้นักเรียนได้เชื่อมโยงความรู้ที่มีอยู่ไปใช้ในการหาคำตอบ ข้อสอบลักษณะนี้จะใช้วัดความรู้ความเข้าใจของนักเรียนและใช้วัดความสามารถในการใช้ภาษาที่นักเรียนจะต้องประมวลความคิดและเหตุผล เพื่อสรุปเป็นคำตอบที่เป็นข้อความสั้นๆ โดยข้อสอบเขียนตอบแบบสั้น จะประกอบด้วยสองส่วน คือ 1) สถานการณ์หรือข้อมูลเบื้องต้น 2) คำถาม

3) ข้อสอบแบบแสดงวิธีทำหรือเขียนอธิบาย

ข้อสอบแบบแสดงวิธีทำหรือเขียนอธิบายเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงวิธีการแก้ปัญหาอย่างอิสระด้วยการเขียนตอบ ซึ่งนักเรียนอาจต้องใช้วิธีการที่หลากหลายหรือเลือกใช้วิธีใดวิธีหนึ่งหรือหลายวิธีประกอบกันในการแก้ปัญหา ข้อสอบลักษณะนี้จึงใช้วัดผลประเมินผลได้ครอบคลุมทั้งมโนทัศน์ วิธีการคิด และการวางแผนอย่างเป็นขั้นตอน ตลอดจนการใช้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้การวัดผลประเมินผลด้วยข้อสอบแบบแสดงวิธีทำหรือเขียนอธิบายสามารถจะตรวจให้คะแนนอย่างเป็นปรนัยได้โดยการสร้างเกณฑ์การให้คะแนนที่มีความชัดเจนและครอบคลุมประเด็นต่างๆ อย่างครบถ้วน

4.1.6 **ข้อสอบแบบต่อเนื่อง**

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) ได้กล่าวว่า ข้อสอบแบบต่อเนื่องเป็นเครื่องมือหนึ่งที่ใช้ในการวัดและประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

ข้อสอบแบบต่อเนื่องเป็นข้อสอบที่ให้นักเรียนมีการคิดอย่างต่อเนื่องเป็นชุด โดยมีการผสมผสานข้อสอบหลายรูปแบบไว้ด้วยกัน เช่น ข้อสอบแบบเลือกตอบกับเขียนตอบ ข้อสอบแบบต่อเนื่องจึงมีได้หลายลักษณะ ในที่นี้จะแสดงไว้ 2 ลักษณะ คือ

1) ข้อสอบแบบต่อเนื่องกำหนดสถานการณ์

ข้อสอบลักษณะนี้เป็นข้อสอบที่มีชุดคำถามต่อเนื่องกัน ผู้สร้างจะกำหนดสถานการณ์และคำถามที่ต้องการมาให้ โดยมีคำถามเป็นข้อย่อยๆ เพื่อทบทวนความรู้ตามลำดับของการตอบคำถามข้อนั้น หรือเพื่อแนะให้นักเรียนคิดคำตอบในประเด็นย่อยๆ อย่างต่อเนื่องก่อนคำถามหลัก ข้อสอบลักษณะนี้อาจเป็นแบบเลือกตอบ แบบเขียนตอบหรือทั้งสองแบบผสมอยู่ด้วยกัน จึงเหมาะสำหรับการประเมินนักเรียนกลุ่มที่มีความสามารถทางการเรียนหลายระดับอยู่ด้วยกัน

การสร้างข้อสอบแบบต่อเนื่องที่กำหนดสถานการณ์ มีหลักการดังนี้

1.1) การสร้างคำถามตามลำดับขั้นของการเรียนรู้ต้องสอดคล้องกับเนื้อหาสาระและระดับความรู้ของนักเรียน

1.2) คำถามต้องมีความชัดเจนทั้งสาระสำคัญและภาษาที่ใช้

ยกตัวอย่างข้อสอบแบบต่อเนื่องที่กำหนดสถานการณ์ ดังนี้

สถานการณ์

เครื่องจักรของโรงงานผลิตตุ๊กตาแห่งหนึ่งขัดข้องทำให้ผลิตตุ๊กตาที่ไม่ได้คุณภาพดังนี้

70% ของตุ๊กตา มีตา 1 ข้าง

60% ของตุ๊กตา มีตา 1 ข้าง

80% ของตุ๊กตา มีตา 1 ข้าง

คำถามที่ต้องการ

ตุ๊กตาที่มีตา หู และขา อย่างละ 1 ข้าง มีจำนวนอย่างน้อยที่สุดกี่เปอร์เซ็นต์

คำชี้แจง จากสถานการณ์ที่กำหนดให้ จงเติมคำตอบลงในช่องว่างในแต่ละข้อต่อไปนี้

1. ตุ๊กตาที่ผลิตได้ 100 ตัว จะเป็นตุ๊กตาที่มีตา 1 ข้างอยู่กี่ตัว

ตอบ.....

2. ตุ๊กตาที่ผลิตได้ 100 ตัว จะเป็นตุ๊กตาที่มีหู 2 ข้างอยู่กี่ตัว

ตอบ.....

3. ตุ๊กตาที่ผลิตได้ 100 ตัว จะเป็นตุ๊กตาที่มีขา 2 ข้างอยู่กี่ตัว

ตอบ.....

4. ถ้านำจำนวนตุ๊กตาในข้อ 2 ไปหักออกจากจำนวนตุ๊กตาในข้อ 1 แล้วผลที่ได้จัดเป็นตุ๊กตาประเภทใด จำนวนกี่ตัว

ตอบ.....

5. ถ้านำจำนวนตุ๊กตาในข้อ 3 ไปหักออกจากจำนวนตุ๊กตาในข้อ 4 แล้วผลที่ได้จัดเป็นตุ๊กตาประเภทใด จำนวนกี่ตัว

ตอบ.....

6. ตุ๊กตาที่มีตา หู และขา อย่างละ 1 ข้าง มีจำนวนอย่างน้อยที่สุดคิดเป็นกี่เปอร์เซ็นต์

ตอบ.....

คำตอบที่ถูกต้อง

1. 70 ตัว
2. 40 ตัว
3. 20 ตัว
4. ตุ๊กตาที่มีหู 1 ข้างและตา 1 ข้าง จำนวน 30 ตัว
5. ตุ๊กตาที่ตา 1 ข้าง หู 1 ข้าง และขา 1 ข้าง จำนวน 10 ตัว
6. ตุ๊กตาที่มีตา หู และขา อย่างละ 1 ข้าง มีจำนวน 10 เปอร์เซ็นต์

2) ข้อสอบแบบต่อเนื่องสองขั้นตอน

ข้อสอบลักษณะนี้มุ่งให้นักเรียนพิจารณาเลือกคำตอบของคำถามที่กำหนดให้ แล้วใช้การคิดหาเหตุผลเพื่ออธิบายคำตอบที่เลือกนั้น เป็นข้อสอบที่เน้นกระบวนการคิดอย่างต่อเนื่อง นักเรียนจะต้องทำงานตามขั้นตอนที่กำหนดให้ในข้อสอบประกอบด้วย 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 มีคำถามและตัวเลือกที่ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องหรือเป็นตัวเลือกแบบถูกผิดก็ได้

ตอนที่ 2 เป็นการให้เหตุผลหรือให้คำอธิบายประกอบตัวเลือกจากขั้นตอนที่ 1 ซึ่งมีได้ 2 ลักษณะ ดังนี้

1. มีตัวเลือกให้นักเรียนเลือกคำตอบ แต่ละตัวเลือกจะเป็นการแสดงเหตุผลของคำตอบในตอนที่ 1 ทั้งนี้เหตุผลที่ใช้เป็นตัวลวงอาจสร้างมาจากข้อผิดพลาดต่างๆ ที่พบจากการตอบของนักเรียน

2. มีลักษณะเป็นคำถามปลายเปิดให้นักเรียนได้เขียนอธิบายเหตุผลที่เลือกตอบในตอนที่ 1

ยกตัวอย่างข้อสอบแบบต่อเนื่องสองขั้นตอน ดังนี้

ข้อมูลแสดงเงินเดือนของพนักงาน 15 คน ในบริษัทแห่งหนึ่งเป็นดังนี้

คนที่	เงินเดือน (บาท)
1	10,000
2	10,000
3	11,000
4	14,000
5	17,000

คนที่	เงินเดือน (บาท)
6	10,000
7	11,000
8	16,000
9	17,000
10	19,000

คนที่	เงินเดือน (บาท)
11	10,000
12	16,000
13	19,000
14	46,000
15	75,000

จากข้อมูล ควรเลือกใช้ค่ากลางชนิดใดแสดงเงินเดือนของพนักงานกลุ่มนี้ จึงจะเป็นตัวแทนของข้อมูลชุดนี้ได้ดีที่สุด

ก. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

ข. มัธยฐาน

ค. ฐานนิยม

เพราะเหตุใดจึงเลือกคำตอบนั้น

.....

.....

คำตอบที่ถูกต้องและแนวการให้เหตุผล

ตอบ ข. เพราะเงินเดือนของคนที่ 14 กับ 15 สูงมาก และเงินเดือนของคนที่เหลือใกล้เคียงกัน ดังนั้น จึงควรใช้มัธยฐานเป็นตัวแทนของข้อมูลจึงจะดีที่สุด

หรือ เพราะเงินเดือนของคนที่ 14 กับ 15 สูงมาก จึงไม่ควรใช้ค่าเฉลี่ยเลขคณิต และความถี่ของข้อมูลใกล้เคียงกัน จึงไม่ควรใช้ฐานนิยม ดังนั้น การใช้มัธยฐานจึงเหมาะสมที่สุด

หรือ เพราะเมื่อเรียงเงินเดือนจากน้อยไปมากแล้ว จะต้องใช้เงินเดือนของคนที่อยู่ตรงกลางของเงินเดือนชุดนี้ จะเป็นตัวแทนที่ดีที่สุด

หรือ เพราะค่าเฉลี่ยเลขคณิตของเงินเดือนเท่ากับ 20,000 บาท ฐานนิยมของเงินเดือนเท่ากับ 10,000 บาท และค่ามัธยฐานของเงินเดือนเท่ากับ 16,000 จะเห็นได้ว่า 16,000 มีค่าใกล้เคียงกับเงินเดือนของพนักงานกลุ่มนี้มากที่สุด ดังนั้น จึงควรใช้มัธยฐานเป็นตัวแทนของข้อมูลชุดนี้

หรือ เพราะมีข้อมูลบางตัวที่มีค่ามากกว่าข้อมูลที่เหลืออย่างชัดเจน การหาฐานนิยมและค่าเฉลี่ยเลขคณิต จะได้ค่ากลางที่ไม่เป็นตัวแทนของข้อมูลทั้งชุด

4.1.7 ข้อสอบแบบเลือกตอบ

โสภณ บำรุงสงฆ์, และสมหวัง ไตรต้นวงศ์ (2520, น. 222) ได้กล่าวว่า การวัดความคิดในเชิงนามธรรม คือ ความเข้าใจเกี่ยวกับกฎเกณฑ์ วิธีการในทางคณิตศาสตร์ เพื่อดูว่านักเรียนมีความเข้าใจและมีมโนทัศน์ในทางคณิตศาสตร์เพียงใด วิธีการที่สามารถช่วยวัดและประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์คือ การออกข้อสอบมโนทัศน์ในทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นข้อสอบที่ถามเกี่ยวกับข้อเท็จจริงหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ และไม่ต้องการคำตอบที่เป็นผลลัพธ์ของปัญหา เช่น

1. ไก่ 50 ตัว ราคา 600 บาท จะหาราคาไก่ 1 ตัว จะคิดโดยวิธีใดที่เร็วที่สุด

ก. วิธีบวก ข. วิธีลบ

ค. วิธีคูณ ง. วิธีหาร

2. ขายของอย่างหนึ่งได้กำไรร้อยละ 5 หมายความว่าอย่างไร

ก. ทุน 95 ขายไป 100 ข. ทุน 100 ขายไป 105

ค. ทุน 100 ขายไป 95 ง. ทุน 105 ขายไป 100

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) ได้กล่าวถึงเครื่องมือที่ใช้ในการวัดและประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ คือ ข้อสอบแบบเลือกตอบ

ข้อสอบแบบเลือกตอบเป็นข้อสอบที่ประกอบด้วยคำถามและตัวเลือก โดยทั่วไปจะมีตัวเลือกเป็นคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว ข้อสอบแบบเลือกตอบใช้วัดได้ครอบคลุมทั้งด้านความรู้ความคิด หลักการ ทฤษฎี การตัดสินใจ การแปลความหมายข้อมูล การแสดงความเข้าใจในธรรมชาติของคณิตศาสตร์ ตลอดจนความสามารถด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

แนวทางการสร้างข้อสอบแบบเลือกตอบ เป็นดังนี้

1. การสร้างคำถาม คำถามที่ดีควรมีลักษณะดังต่อไปนี้

1.1 สั้น ได้ใจความชัดเจน และใช้ภาษาที่เข้าใจได้ง่าย

1.2 ใช้เป็นประโยคบอกเล่า ในกรณีที่มีการใช้คำปฏิเสธ เช่น ไม่ หรือ ห้าม ต้องเน้นด้วยการทำตัวหนาหรือขีดเส้นใต้คำที่แสดงการปฏิเสธ

1.3 คำถามแต่ละข้อจะต้องเป็นอิสระต่อกัน การตอบคำถามของข้อหนึ่งจะต้องไม่ชี้นำหรือขึ้นอยู่กับอีกข้อหนึ่ง หรือใช้คำตอบของข้อหนึ่งเป็นคำถามของอีกข้อหนึ่ง

1.4 หลีกเลี่ยงการใช้ภาษาที่ชี้นำหรือสื่อความหมายไปถึงคำตอบถูกหรือคำตอบผิด

1.5 แต่ละคำถามต้องมีคำตอบที่ถูกเพียงคำตอบเดียว (ยกเว้นข้อสอบเพื่อการวิเคราะห์ที่มีคำตอบถูกหลายคำตอบได้ แต่การแปลผลจะต้องคำนึงถึงความหมายของแต่ละคำตอบ)

2. การสร้างตัวเลือก โดยทั่วไปตัวเลือกของข้อสอบเลือกตอบ มีจำนวน 3-5 ตัวเลือก การกำหนดจำนวนตัวเลือกในข้อสอบจะต้องคำนึงถึงระดับและความสามารถของผู้เรียน ตัวเลือกที่ดีควรมีลักษณะ ดังต่อไปนี้

2.1 แต่ละตัวเลือกควรเป็นเรื่องหรือประเด็นเดียวกันและมีความยาวใกล้เคียงกัน

2.2 ใช้คำที่สั้น ได้ใจความชัดเจน และหลีกเลี่ยงการใช้คำศัพท์หรือข้อความที่เข้าใจได้ยาก

2.3 ไม่ควรใช้ตัวเลือก “ถูกทุกข้อ” “ผิดทุกข้อ” หรือ “ไม่มีข้อใดถูก” (เพราะเป็นการสื่อความหมายถึงความไม่แน่ใจในคำถามหรือการเลือกตอบด้วยความไม่มั่นใจ)

2.4 ไม่ควรสร้างตัวเลือกโดยใช้ระดับของความถูกต้องเป็นประเด็นให้คิด เช่น ถูกครึ่ง - ผิดครึ่ง หรือถูกต้องเพียงบางส่วน เพราะอาจทำให้เกิดความสับสนในการตัดสินใจเลือกคำตอบ

การสร้างข้อสอบแบบเลือกตอบ จะต้องมีบันทึกสาระสำคัญของการสร้างเพื่อการตรวจสอบและอ้างอิง ประกอบด้วย 1) ระดับชั้น 2) สาระการเรียนรู้ 3) มาตรฐานการเรียนรู้ 4) ตัวชี้วัด 5) พฤติกรรมที่วัด 6) ข้อสอบและการบันทึกเกี่ยวกับตัวเลือก และ 7) เฉลยหรือคำตอบที่ถูก

เมื่อสร้างข้อสอบแบบเลือกตอบได้ตามจำนวนที่ต้องการแล้ว จะต้องนำข้อสอบเหล่านั้นมาจัดฉบับ โดยใช้แนวทางดังนี้

1. เรียงลำดับข้อสอบจากข้อง่ายไปข้อยาก

2. ถ้าในแบบทดสอบ ประกอบด้วย เนื้อหาหลายเรื่อง ควรจัดลำดับข้อสอบที่วัดเนื้อหาในเรื่องเดียวกันไว้ด้วยกัน

3. กระจายคำตอบที่ถูกต้องของแบบทดสอบทั้งฉบับให้มีจำนวนข้อที่ถูกต้องของแต่ละตัวเลือกใกล้เคียงกัน แต่ต้องไม่ใช้วิธีการกระจายโดยเรียงตัวเลือกถูกเป็นระบบ เช่น ข้อ 1 เฉลย ก ข้อ 2 เฉลย ข ข้อ 3 เฉลย ค ข้อ 4 เฉลย ง ข้อ 5 เฉลย ก และไม่ควรให้ตัวเลือกถูกเดียวกันเรียงติดกันหลายข้อ

จากที่ได้ศึกษาเครื่องมือที่ใช้ในการวัดและประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในข้างต้นนี้ จะเห็นได้ว่า การเลือกใช้เครื่องมือที่ใช้ในการวัดและประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แต่ละรูปแบบนั้น เราต้องคำนึงถึงจุดประสงค์ที่ต้องการวัดและความสอดคล้องระหว่างเครื่องมือกับตัวชี้วัด เพื่อให้ได้เครื่องมือที่มีประสิทธิภาพและมีความเหมาะสมกับนักเรียน ดังนั้น ผู้วิจัยจึงเลือกใช้แนวทางการออกแบบข้อสอบแบบเลือกตอบของ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) มาใช้ในการออกแบบแบบทดสอบหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครบทั้ง 9 ชั่วโมง เรียบร้อยแล้ว เนื่องจากเป็นเครื่องมือที่ประกอบด้วยคำถามและตัวเลือก ที่ใช้วัดได้ครอบคลุมถึงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และนอกจากนี้ผู้วิจัยยังเลือกใช้การสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่าง (Interviews about Instances) ของสิรินภา กิจเกื้อกูล (2557) มาใช้ในการออกแบบแบบสัมภาษณ์หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครบทั้ง 9 ชั่วโมง เรียบร้อยแล้ว เนื่องจากเป็นเครื่องมือที่เข้ากับเนื้อหาที่เป็นรูปธรรม เป็นเนื้อหาที่มีรูปภาพค่อนข้างมาก และสอดคล้องกับการสอนตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A)

4.2 เกณฑ์การวัดและประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

Westbrook, & Marek (1991 อ้างถึงใน สวนีย์ เพ็ชรพงศ์, 2557) ได้เสนอเกณฑ์การวัดและประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยจัดเกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบวัดมโนทัศน์เป็นรายข้อ โดยจัดได้ 5 กลุ่ม ตามระดับความเข้าใจ ดังนี้

1. ความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์ (Complete Understanding: CU) หมายถึง คำตอบของนักเรียนถูก และให้เหตุผลถูกต้องสมบูรณ์ครบองค์ประกอบที่สำคัญ ให้ 3 คะแนน
2. ความเข้าใจที่ถูกต้องแต่ไม่สมบูรณ์ (Partial Understanding: PU) หมายถึง คำตอบของนักเรียนถูก และการให้เหตุผลถูกแต่ขาดองค์ประกอบที่สำคัญบางส่วน ให้ 2 คะแนน
3. ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน (Partial Understanding with Specific Alternative Conception: PS) หมายถึง คำตอบของนักเรียนถูกบางส่วน แต่บางส่วนแสดงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน ให้ 1 คะแนน
4. ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน (Alternative Conception: AC) หมายถึง คำตอบของนักเรียนแสดงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนทั้งหมด ให้ 0 คะแนน
5. ไม่เข้าใจ (No Understanding: NU) หมายถึง คำตอบของนักเรียนไม่ตรงกับคำถามหรือนักเรียนไม่ตอบคำถาม ให้ 0 คะแนน

Haidar, & Abraham (1991 อ้างถึงใน กฤษดา สงวนสิน, 2548) ได้ทำการศึกษาและใช้เกณฑ์การวัดและประเมินมโนทัศน์ โดยใช้ในการจัดกลุ่มในแบบสัมภาษณ์ ผังมโนทัศน์ ซึ่งจัดเป็นประเภทแนวคิดของนักเรียนตามระดับความเข้าใจ แบ่งออกเป็น 4 ระดับไว้ดังตารางต่อไปนี้

ตาราง 7 แสดงระดับความเข้าใจประเภทแนวคิดของนักเรียน

ระดับความเข้าใจ	เกณฑ์ที่ใช้ในการจัดประเภท
ไม่มีแนวคิด (no understanding)	- ไม่ตอบ / ตอบว่า “ไม่รู้” หรือ “ไม่เข้าใจ” - ตอบทวนคำถาม - อธิบายเหตุผลไม่ชัดเจนและไม่เกี่ยวข้อง
แนวคิดที่คลาดเคลื่อน (alternative conceptions)	พยายามที่จะอธิบายปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้น แต่สิ่งที่อธิบายไม่สอดคล้องกับแนวคิดทางวิทยาศาสตร์
แนวคิดที่ถูกต้องแต่ไม่สมบูรณ์ (partial understanding)	อธิบายแนวคิดทางวิทยาศาสตร์ได้ถูกต้องอย่างน้อย 1 องค์ประกอบจากทั้งหมด
แนวคิดที่ถูกต้อง (sound understanding)	อธิบายแนวคิดทางวิทยาศาสตร์ได้ถูกต้องและครบถ้วนทุกองค์ประกอบ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) ได้กล่าวถึงเกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อพิจารณาความถูกต้องของคำตอบในแต่ละตอน ที่เป็นการตอบแบบต่อเนื่องสองขั้นตอน ในแบบทดสอบ โดยกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบเกณฑ์รวมและกำหนดเกณฑ์การให้คะแนนแบบเกณฑ์ย่อย ไว้ดังตารางต่อไปนี้

ตาราง 8 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนแบบเกณฑ์รวม

ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
2	ตอบตัวเลือกในตอนที่ 1 และให้เหตุผลประกอบถูกต้อง
1	ตอบตัวเลือกในตอนที่ 1 ถูกต้อง แต่ไม่เขียนเหตุผลหรือให้เหตุผลประกอบไม่ถูกต้อง หรือตอบตัวเลือกในตอนที่ 1 ไม่ถูกต้อง แต่ให้เหตุผลได้สอดคล้องกับคำตอบที่เลือก

ตาราง 9 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนแบบเกณฑ์ย่อย

คะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
1	ตอบตัวเลือกในตอนที่ 1 ได้ถูกต้อง
1	ให้เหตุผลประกอบคำตอบได้สอดคล้องกับคำตอบที่เลือกในตอนที่ 1
	รวม 2 คะแนน

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) ได้กล่าวถึงเกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อพิจารณาความถูกต้องของคำตอบของข้อสอบแบบเลือกตอบไว้ว่า การให้คะแนนแบบทดสอบแบบเลือกตอบ พิจารณาได้จากการเลือกตัวเลือกที่ถูกต้องและให้คะแนนตามที่กำหนดไว้ เช่น เลือกถูกต้องได้ 1 คะแนน

สิรินภา กิจเกื้อกูล (2557) ได้กล่าวถึง ตัวอย่างรหัสข้อมูลด้านมโนทัศน์เพื่อใช้ในการแบ่งประเภทและจัดกลุ่มนักเรียนในแบบสัมภาษณ์ บันทึก หรือแบบวัดมโนทัศน์ ไว้ดังตารางต่อไปนี้

ตาราง 10 แสดงตัวอย่างรหัสข้อมูลด้านมโนทัศน์ทางวิทยาศาสตร์

รหัส	ความหมาย
SU	Scientific Understanding คือ มีมโนทัศน์ที่สอดคล้องกับมโนทัศน์ของนักวิทยาศาสตร์ปัจจุบันครบทุกแนวคิดและสามารถเชื่อมโยงมโนทัศน์นั้นๆ ได้
PU	Partial Understanding คือ มีมโนทัศน์ที่สอดคล้องกับนักวิทยาศาสตร์ปัจจุบันอย่างน้อย 1 มโนทัศน์
PU+MU	Partial Understanding with Misunderstanding คือ มีมโนทัศน์บางส่วนที่สอดคล้องกับนักวิทยาศาสตร์และมีบางส่วนที่ไม่สอดคล้องกับนักวิทยาศาสตร์ปัจจุบัน
NU	Non- Scientific Understanding คือ ไม่มีมโนทัศน์ใดสอดคล้องกับนักวิทยาศาสตร์ปัจจุบัน
NO	No Answer คือ ไม่ตอบคำถามหรือไม่เขียนอธิบายเหตุผล

จากการวิเคราะห์ ผู้วิจัยได้ประยุกต์ใช้เกณฑ์การวัดและประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของ Westbrook, & Marek (1991 อ้างถึงใน สวนีย์ เพ็ชรพงศ์, 2557) มาใช้วิเคราะห์ผลที่ได้จากการทำใบกิจกรรมในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และแบบสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่างหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครบทั้ง 9 ชั่วโมง เรียบร้อยแล้ว โดยแบ่งเป็น 5 กลุ่มตามระดับความเข้าใจ ดังนี้

1. ความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์ (Complete Understanding: CU) หมายถึง คำตอบของนักเรียนถูก และให้เหตุผลถูกต้องสมบูรณ์ครบองค์ประกอบที่สำคัญ

2. ความเข้าใจที่ถูกต้องแต่ไม่สมบูรณ์ (Partial Understanding: PU) หมายถึง คำตอบของนักเรียนถูก และการให้เหตุผลถูกแต่ขาดองค์ประกอบที่สำคัญบางส่วน

3. ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน (Partial Understanding with Specific Alternative Conception: PS) หมายถึง คำตอบของนักเรียนถูกบางส่วน แต่บางส่วนแสดงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน

4. ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน (Alternative Conception: AC) หมายถึง คำตอบของนักเรียนแสดงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนทั้งหมด

5. ไม่เข้าใจ (No Understanding: NU) หมายถึง คำตอบของนักเรียนไม่ตรงกับคำถามหรือนักเรียนไม่ตอบคำถาม

และนอกจากนี้ ผู้วิจัยยังใช้เกณฑ์การให้คะแนนมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จากคำตอบของข้อสอบแบบเลือกตอบของ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) ในการให้คะแนน เพื่อวิเคราะห์และสรุปผลมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครบทั้ง 9 ชั่วโมง เรียบร้อยแล้ว จากนั้น นำคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ มาวิเคราะห์หาค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และหาค่าร้อยละว่าสูงกว่าร้อยละ 70 หรือไม่ ซึ่งการกำหนดค่าร้อยละ 70 มาจากการประเมินของสำนักงานรับรองมาตรฐานและประเมินคุณภาพการศึกษา (องค์การมหาชน) โดยทางโรงเรียนมีประชุมร่วมกันว่าควรยกระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนให้มีค่าเฉลี่ยไม่ต่ำกว่าร้อยละ 70

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับเรขาคณิต

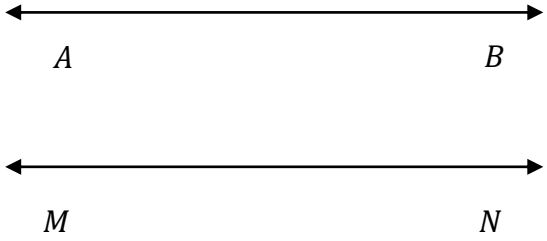
มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับเรขาคณิต เกิดจากสาเหตุหลายประการ ทั้งสาเหตุจากการขาดความเข้าใจที่แท้จริงเกี่ยวกับความหมายและลักษณะของมโนทัศน์ สาเหตุจากการละเลยในเงื่อนไขของทฤษฎีบท กฎ สูตร หรือบทนิยาม เป็นต้น ซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับเรขาคณิต ไว้ดังต่อไปนี้

อัมพร ม้าคนอง (2557, น. 117) ได้กล่าวถึง มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับเรขาคณิต ไว้ดังต่อไปนี้

เส้นตรงกับความยาว

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

เส้นตรงที่วัดความยาวได้เท่ากัน เป็นเส้นตรงที่เท่ากัน เช่น เส้นตรง AB เท่ากับ เส้นตรง MN ดังภาพต่อไปนี้



ความคลาดเคลื่อนนี้ เกิดจากความเข้าใจผิดที่คิดว่าเส้นตรงมีความยาวจำกัด จึงสามารถวัดความยาวของเส้นตรงเป็นค่าคงตัวได้ ทำให้มีการนำค่าคงตัวเหล่านี้มาใช้ในการเปรียบเทียบความยาวของเส้นตรง

มโนทัศน์ที่ถูกต้อง

เส้นตรงมีความยาวไม่จำกัด เราสามารถต่อเส้นตรงออกไปได้เรื่อยๆ อย่างไม่สิ้นสุดทั้งสองข้าง จึงไม่สามารถวัดความยาวของเส้นตรงเป็นค่าใดค่าหนึ่งได้ ด้วยเหตุผลดังกล่าว จึงไม่มีการเปรียบเทียบความยาวของเส้นตรง ซึ่งแตกต่างจากส่วนของเส้นตรงที่เป็นส่วนหนึ่งของเส้นตรงที่มีจุดปลายสองข้าง จึงสามารถวัดความยาวของส่วนของเส้นตรงและนำมาเปรียบเทียบกันได้ เช่น ความยาวของส่วนของเส้นตรง CD เท่ากับ 5 เซนติเมตร ความยาวของส่วนของเส้นตรง EF เท่ากับ 5 เซนติเมตร ส่วนของเส้นตรง CD จึงยาวเท่ากับส่วนของเส้นตรง EF

มุมที่เท่ากัน

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

มุมบางคู่ที่เขนของมุมทับกันสนิทจะเป็นมุมเดียวกัน เช่น มุมที่มีขนาด 0 องศา กับมุมที่มีขนาด 360 องศา หรือมุมที่มีขนาด 60 องศา กับมุมที่มีขนาด 300 องศา

ความคลาดเคลื่อนนี้ เกิดจากการพิจารณาว่าแขนทั้งสองของมุมขนาด 0 องศา กับแขนทั้งสองของมุมขนาด 360 องศา อยู่ในตำแหน่งเดียวกันและทับกันสนิท เช่นเดียวกับแขนทั้งสองคู่ของมุมที่มีขนาด 60 องศา กับมุมที่มีขนาด 300 องศา ที่ทับกันสนิท ซึ่งแสดงถึงความไม่เข้าใจเกี่ยวกับมุมที่เท่ากัน บางครั้ง ความคลาดเคลื่อนนี้ ยังเกิดจากการนำความรู้เรื่องฟังก์ชันตรีโกนมิติมาใช้ในการให้เหตุผลอย่างไม่ถูกต้อง เช่น $\sin 0^\circ$ เท่ากับ $\sin 360^\circ$ ดังนั้น มุมที่มีขนาด 0 องศา

กับมุมที่มีขนาด 360 องศา เป็นมุมเดียวกัน และ $\cos 60^\circ$ เท่ากับ $\cos 300^\circ$ ดังนั้น มุมที่มีขนาด 60 องศา กับมุมที่มีขนาด 300 องศา จึงเป็นมุมเดียวกัน

มโนทัศน์ที่ถูกต้อง

มุมที่มีขนาด 0 องศา กับมุมที่มีขนาด 360 องศาไม่ใช่มุมเดียวกัน เพราะแขนทั้งสองของมุมที่มีขนาด 0 องศา ทำมุมกัน 0 องศา ในขณะที่แขนทั้งสองของมุมที่มีขนาด 360 องศา ทำมุมกัน 360 องศา หรืออาจอธิบายโดยใช้ภาษาอย่างไม่เป็นทางการได้ว่า มุมที่มีขนาด 0 องศา แขนทั้งสองอยู่ในตำแหน่งเดียวกันโดยไม่มีการหมุน แต่มุมที่มีขนาด 360 องศา มีแขนหนึ่งแขนหมุนรอบจุดศูนย์กลางไปหนึ่งรอบ แล้วจึงมาอยู่ในตำแหน่งเดียวกับแขนที่เหลือ

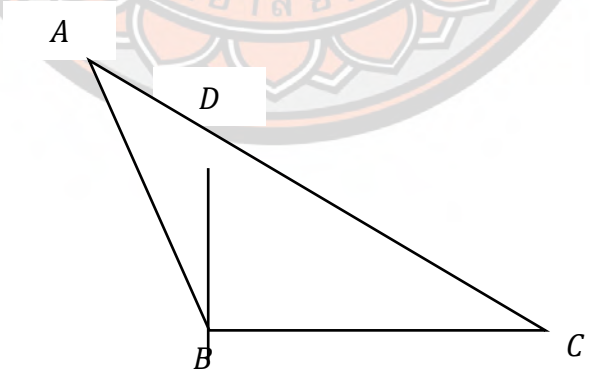
สำหรับความคลาดเคลื่อนที่อธิบายว่า $\sin 0^\circ$ เท่ากับ $\sin 360^\circ$ ดังนั้น มุมที่มีขนาด 0 องศา กับมุมที่มีขนาด 360 องศา เป็นมุมเดียวกันนั้น อาจอธิบายได้ว่า ฟังก์ชันไซน์ไม่ใช่ฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง ดังนั้น อาจมีมุมอื่นอีกมากมายที่ไม่เท่ากับ 0 องศา แต่มีค่าของฟังก์ชันไซน์เท่ากับค่าของ $\sin 0^\circ$ เช่น มุมที่มีขนาด 180 องศา มุมที่มีขนาด 540 องศา

มโนทัศน์ดังกล่าวข้างต้น สามารถใช้อธิบายในทำนองเดียวกันได้ว่า มุมที่มีขนาด 60 องศา กับมุมที่มีขนาด 300 องศา ไม่ใช่มุมเดียวกัน

ส่วนสูงของรูปสามเหลี่ยม

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

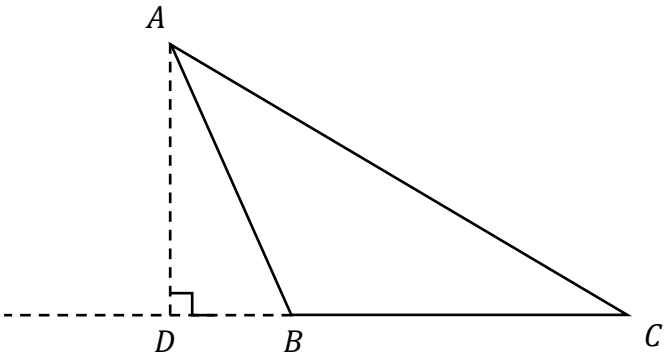
ส่วนสูงของรูปสามเหลี่ยม ABC คือ BD ดังภาพต่อไปนี้



ความคลาดเคลื่อนนี้ เกิดจากความคุ้นเคยกับรูปสามเหลี่ยมที่มักมีส่วนสูงอยู่ภายในรูปโดยไม่จำเป็นต้องมีการสร้างเพิ่มเติม

มโนทัศน์ที่ถูกต้อง

ส่วนสูงของรูปสามเหลี่ยมต้องตั้งฉากกับฐาน จากรูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้ สร้างส่วนของเส้นตรง AD ให้ตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่ต่อจากฐาน BC ที่จุด D จะได้ AD เป็นส่วนสูงของรูปสามเหลี่ยม ABC

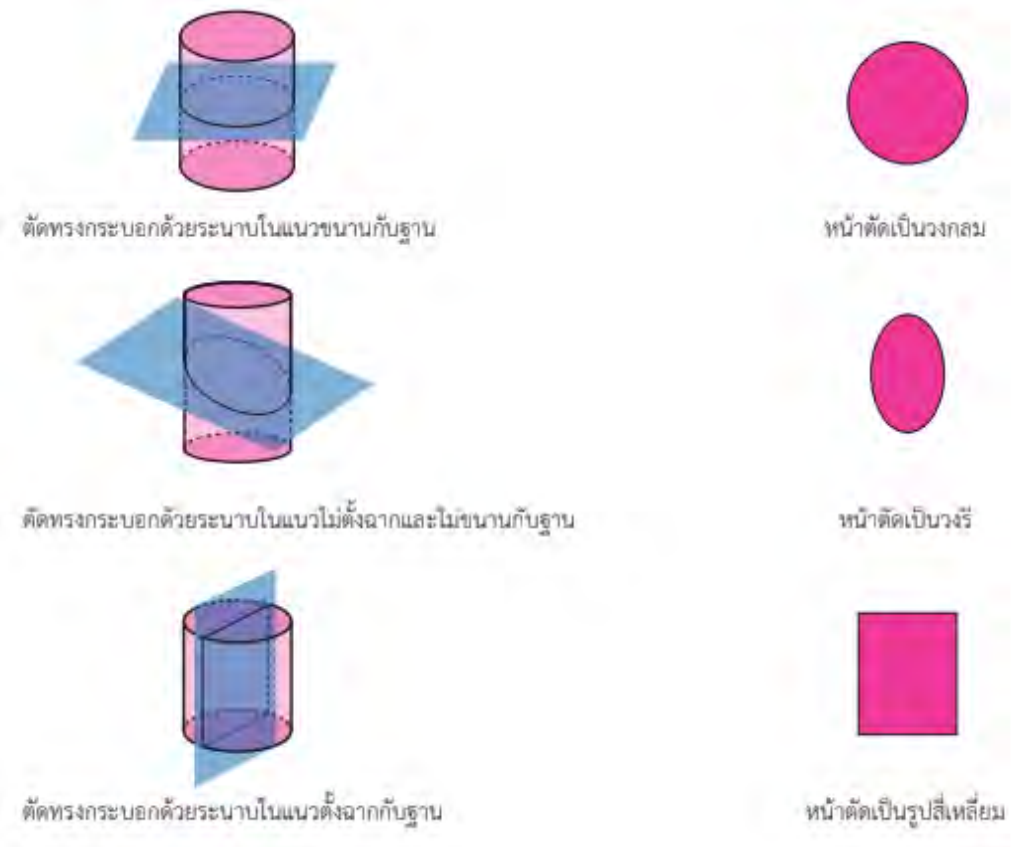


สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2560, น. 266) ได้กล่าวถึง มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับเรขาคณิต ไว้ว่า

หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ

มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน

นักเรียนอาจพิจารณาหน้าตัดที่เกิดจากการตัดรูปเรขาคณิตสามมิติด้วยระนาบโดยเปรียบเทียบกับส่วนต่างๆ ของรูปเรขาคณิตสามมิตินั้น เช่น นักเรียนอาจคิดว่าหน้าตัดของการตัดทรงกระบอกจะเป็นหน้าตัดที่มีลักษณะเดียวกับฐานของทรงกระบอกเสมอ



ภาพ 11 หน้าตัดทรงกระบอก

มโนทัศน์ที่ถูกต้อง

หน้าตัดของทรงกระบอกอาจมีหลายลักษณะ เช่น วงกลม วงรีหรือรูปสี่เหลี่ยม ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับแนวการตัดของระนาบ

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องภายในประเทศ

ชยานันต์ จิรสินกุลโรจน์, กิจติ รอดเทศ, และวนินทร สุภาพ (2559) ได้พัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแปลงของเลขด้วยตัวต่อเลโก้ (LEGO) เพื่อเสริมสร้างมโนทัศน์และความคงทนในการเรียนรู้ เรื่อง เศษส่วน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้โมเดลการแปลงของเลขด้วยตัวต่อเลโก้ (LEGO) กลุ่มตัวอย่าง คือ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 35 คน ปีการศึกษา 2558 จำนวน 1 ห้องเรียน โดยวิธีการเลือกสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) โดยใช้ห้องเรียนเป็นหน่วยในการสุ่ม เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ 1) แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแปลงของเลขด้วยตัวต่อเลโก้ (LEGO) เรื่อง เศษส่วน 2) แบบวัดมโนทัศน์แบบต่อเนื่องสองขั้นตอน เรื่อง เศษส่วน ชั้นประถม ศึกษาปีที่ 4 ก่อนทำการทดลองมีการทดสอบก่อนเรียน (Pretest) โดยใช้แบบวัดมโนทัศน์ เรื่อง เศษส่วน เป็นแบบวัดมโนทัศน์แบบต่อเนื่องสองขั้นตอน จำนวน 20 ข้อ ผลการวิจัย พบว่า 1) การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้โมเดลการแปลงของเลขด้วยตัวต่อเลโก้ (LEGO) มีความเหมาะสมในระดับมาก และมีประสิทธิภาพ 77.78/79.44 ซึ่งสูงกว่าเกณฑ์ที่ตั้งไว้ 75/75 2) นักเรียนมีมโนทัศน์ เรื่อง เศษส่วน หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้โมเดลการแปลงของเลขด้วยตัวต่อเลโก้ (LEGO) สูงกว่าก่อนเรียน และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) ความคงทนในการเรียนรู้ เรื่อง เศษส่วน ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้โมเดลการแปลงของเลขด้วยตัวต่อเลโก้ (LEGO) กับหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ไปแล้ว 3 สัปดาห์ไม่แตกต่างกัน จากนั้น สรุปผลการทดลองจากการเปรียบเทียบผลการทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียนและนำผลการทดสอบหลังเรียนไปเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 75 ที่ตั้งไว้ก่อนการทดลอง

จิตรานุช วันทมาตย์, และวนินทร สุภาพ (2557) ได้การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้โดยปฏิบัติจริง (Hands-on activities) ร่วมกับการใช้รูปจำลองสี่เหลี่ยมมุมฉากเพื่อเสริมสร้างความคิดรวบยอด เรื่อง การบวก ลบ คูณ หารเศษส่วน สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 มีจุดมุ่งหมาย คือ 1) เพื่อสร้างและหาประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนรู้โดยปฏิบัติจริงร่วมกับการใช้รูปจำลองสี่เหลี่ยมมุมฉาก เรื่อง การบวก ลบ คูณ หารเศษส่วน สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ตามเกณฑ์ 80/80 2) เพื่อศึกษาผลการใช้กิจกรรมการเรียนรู้โดยปฏิบัติจริง (Hands-on activities) ร่วมกับการใช้รูป

จำลองสี่เหลี่ยมมุมฉาก โดย 2.1) เปรียบเทียบความคิดรวบยอด เรื่อง การบวก ลบ คูณ หารเศษส่วน ระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้โดยปฏิบัติจริงร่วมกับการใช้รูปจำลองรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก 2.2) เปรียบเทียบความคิดรวบยอด เรื่อง การบวก ลบ คูณ หารเศษส่วน หลังเรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยปฏิบัติจริงร่วมกับการใช้รูปจำลองรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก เทียบเกณฑ์ร้อยละ 80 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า ได้แก่ นักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ของโรงเรียนแห่งหนึ่งในจังหวัดเชียงใหม่ ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2557 จำนวน 40 คน เครื่องมือที่ใช้ในการศึกษาค้นคว้า คือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยปฏิบัติจริง ร่วมกับการใช้รูปจำลองสี่เหลี่ยมมุมฉาก และแบบวัดความคิดรวบยอด เรื่อง การบวก ลบ คูณ หารเศษส่วน สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ได้แก่ ค่าเฉลี่ย ($\bar{X}$) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และค่าสถิติทดสอบทีแบบไม่อิสระ (t-test Dependent) กับค่าสถิติทดสอบทีแบบกลุ่มเดียว (t-test one sample) ผลการศึกษาค้นคว้า พบว่า 1) กิจกรรมการเรียนรู้โดยปฏิบัติจริงร่วมกับการใช้รูปจำลองสี่เหลี่ยมมุมฉาก เรื่อง การบวก ลบ คูณ หารเศษส่วน มีประสิทธิภาพเท่ากับ86.61/82.96 ซึ่งเป็นไปตามเกณฑ์ 80/80 2) นักเรียนมีความคิดรวบยอด เรื่อง การบวก ลบ คูณ หารเศษส่วน หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้โดยปฏิบัติจริงร่วมกับการใช้รูปจำลองสี่เหลี่ยมมุมฉาก สูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 3) นักเรียนมีความคิดรวบยอด เรื่อง การบวก ลบ คูณ หารเศษส่วน หลังเรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้โดยปฏิบัติจริงร่วมกับการใช้รูปจำลองสี่เหลี่ยมมุมฉาก สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 80 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 โดยสรุป การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยปฏิบัติจริงร่วมกับการใช้รูปจำลองสี่เหลี่ยมมุมฉาก ทำให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมต่างๆ จากสื่อรูปธรรม สามารถมองเห็นภาพได้ชัดเจน ส่งผลให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอด เรื่อง การบวก ลบ คูณ หารเศษส่วน

2. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องในต่างประเทศ

Putri (2015) ได้ศึกษาผลของการใช้ Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) ที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ของการแสดงแทนทางคณิตศาสตร์ของครูโรงเรียนประถม ซึ่งการวิจัยครั้งนี้ใช้แบบกึ่งทดลองกับการทดสอบก่อนและหลังการทดลอง การวิจัยครั้งนี้ได้ถูกจัดทำโดยใช้กลุ่มศึกษา 2 กลุ่มแบบเจาะจง กลุ่มศึกษากับ C-P-A เป็นกลุ่มทดลอง และกลุ่มการเรียนการสอนแบบเดิมเป็นกลุ่มควบคุม และใช้ขั้นตอนของ Cooper (2012) ในการจัดการเรียนรู้ ซึ่งได้แบ่งขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ C-P-A ออกเป็น 3 ขั้นตอน ดังนี้ ขั้นตอนที่ 1 เกี่ยวข้องกับนักเรียนมีปฏิกิริยาทางกายกับการจัดการกับวัตถุที่เป็นรูปธรรม ขั้นตอนที่ 2 เกี่ยวข้องกับการทำงานกับการแสดงรูปธรรมของรูปแบบซึ่งโดยปกติจะเป็นรูปวงกลม เช่น จุด นับ หรือรูปทรงเรขาคณิต และขั้นตอนที่ 3 เป็นนามธรรมโดยใช้แนวคิดแบบจำลองสัญลักษณ์ของตัวเลข ตัวแปรและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์อื่นๆ ผลการวิจัยแสดงให้เห็นว่า วิธีการเรียนการสอน C-P-A ทำให้นักเรียนมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนดีกว่า การเรียน

การสอนแบบเดิมๆ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ถ้าสังเกตโดยทั่วไปหรือสังเกตได้จากความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่ระดับสูง ระดับกลาง และระดับต่ำ ไม่มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติกับความสำเร็จของวิธี C-P-A และการเรียนการสอนตามปกติ

Sharma, & Connor (2017) ได้พัฒนาการคำนวณจำนวนลบ ด้วยแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) ผลการวิจัยและผลการประเมินยืนยันว่า การคำนวณจำนวนลบเป็นหัวข้อที่ก่อให้เกิดความท้าทายต่อนักเรียนอย่างต่อเนื่อง การศึกษานี้มีวัตถุประสงค์เพื่อสร้างการวิจัยเพื่อพัฒนากรอบความคิดที่มีอยู่ 4 กรอบ ที่เกี่ยวข้องกับการคำนวณจำนวนลบ ได้แก่ เลขฐานหนึ่ง เลขฐานสอง การสมมาตร และปริมาณ โดยใช้แนวคิด C-P-A และใช้ขั้นตอนของ DFE (2012) ในการจัดการเรียนรู้ ซึ่งได้แบ่งขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้ C-P-A ออกเป็น 3 ขั้นตอน ดังนี้ ขั้นตอนที่ 1 สำรวจแนวคิดผ่านการใช้รูปธรรม ขั้นตอนที่ 2 แสดงแนวคิดออกมาเป็นรูปภาพ และขั้นตอนที่ 3 ใช้สัญลักษณ์แทนแนวคิดนั้น ผลที่ได้จากการศึกษา พบว่า กลุ่มทดลองจำนวน 7 คน ที่ได้รับการสอนโดยการใช้ C-P-A พบว่า มีคะแนนเพิ่มขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ซึ่งการเพิ่มขึ้นของคะแนนการประเมินได้เทียบกับกลุ่มควบคุม ที่ได้รับการสอนโดยวิธีการที่ไม่ใช่ C-P-A การวิเคราะห์ผลของการวิจัย พบว่า กลุ่มทดลองมีคะแนนหลังเรียนเพิ่มขึ้นอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติในเรื่องของการคำนวณจำนวนลบ

จากการที่ผู้วิจัยได้ทำการศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยงข้องทั้งในและต่างประเทศ เกี่ยวกับการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ทำให้ทราบว่าการใช้หลักการสอนที่เน้นให้ผู้เรียนได้ปฏิบัติจริงจากสื่อรูปธรรมสามารถนำไปสู่ความคิดที่เป็นนามธรรมได้ และการเรียนการสอนที่เน้นนักเรียนเป็นสำคัญสามารถทำให้นักเรียนมีความรู้ ความเข้าใจในมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้ดี ดังนั้นผู้วิจัย จึงสนใจที่จะใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) เพื่อเสริมสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ใน เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ต่อไป

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัย เรื่อง การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีวิธีการดำเนินการดังต่อไปนี้

กลุ่มเป้าหมาย

ผู้เข้าร่วมวิจัยที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนขยายโอกาสแห่งหนึ่ง ในจังหวัดพิษณุโลก จำนวน 36 คน ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 เป็นนักเรียนชาย จำนวน 20 คน และนักเรียนหญิงจำนวน 16 คน

ตัวแปรที่ศึกษา

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A)
2. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

บริบทของโรงเรียน

ผู้วิจัยได้เริ่มทำการวิจัยในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 ณ โรงเรียนขยายโอกาสแห่งหนึ่ง ในจังหวัดพิษณุโลก เปิดสอนนักเรียนตั้งแต่ระดับชั้นอนุบาล 1 ถึงระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เป็นโรงเรียนที่มีอุปกรณ์ และสื่อการเรียนรู้ที่อย่างครบครัน ได้แก่ คอมพิวเตอร์ โปรเจคเตอร์ ผู้วิจัยได้เก็บข้อมูลกับกลุ่มนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 บริบทของห้องเรียนเป็นห้องเรียนที่ครูไม่สามารถใช้เทคนิคการสอนที่เอื้ออำนวยต่อการเรียนรู้ แต่สามารถที่จะมีการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในทางปฏิบัติได้ตามความเหมาะสม

วิธีการศึกษา

การวิจัยครั้งนี้ใช้กระบวนการวิจัยแบบผสมผสานวิธี (Mixed Methodology) ที่มีทั้งวิธีการเชิงคุณภาพและวิธีการเชิงปริมาณ โดยประยุกต์ใช้แบบแผนการทดลองแบบกลุ่มตัวอย่างเดียว มีการทดสอบหลังเรียนโดยวิธี the one-group posttest only design ซึ่งข้อมูลเชิงคุณภาพได้จากใบกิจกรรมในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และแบบสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่างหลังการจัด

กิจกรรมการเรียนรู้ครบ 9 ชั่วโมง เรียบร้อยแล้ว โดยครูจะเป็นผู้บันทึก เพื่อดูมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน และข้อมูลเชิงปริมาณ ได้จาก แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แบบข้อสอบแบบเลือกตอบหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครบ 9 ชั่วโมง เรียบร้อยแล้ว เพื่อดูมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

เครื่องมือและการพัฒนาเครื่องมือ

1. **เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย**

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยนี้แบ่งออกเป็น 2 ส่วนคือ

1.1 **เครื่องมือที่ใช้ในการเรียนการสอน**

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 3 แผนการจัดการเรียนรู้ ใช้เวลาทั้งหมด 9 ชั่วโมง

1.2 **เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล**

1.2.1 ใบกิจกรรม

1.2.2 แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

1.2.3 แบบสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่าง

2. **การสร้างเครื่องมือและการพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย**

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย เป็นไปตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

2.1 **แผนการจัดการเรียนรู้** การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีขั้นตอนการสร้างดังต่อไปนี้

2.1.1 ศึกษาและวิเคราะห์หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน ฉบับปรับปรุง พุทธศักราช 2560 โดยศึกษาคำอธิบายรายวิชาคณิตศาสตร์ เนื้อหา สาระการเรียนรู้ และผลการเรียนรู้ในเรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ดังตาราง 11

ตาราง 11 แสดงการวิเคราะห์หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน ฉบับปรับปรุง พุทธศักราช 2560 เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

ชั้น	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้แกนกลาง
สาระที่ 2 การวัดและเรขาคณิต		
มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้		
ม. 1	2. เข้าใจและใช้ความรู้ทางเรขาคณิตในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและรูปเรขาคณิตสามมิติ	มิติสัมพันธ์ของรูปเรขาคณิต - หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ - ภาพได้จากการมองด้านหน้า ด้านข้าง ด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์

2.1.2 ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องเกี่ยวกับความหมายมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

2.1.3 ศึกษาลักษณะและขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้โดยใช้ Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) รวมถึงเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A)

2.1.4 สร้างแผนการจัดการเรียนรู้ การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 3 แผนการจัดการเรียนรู้ ใช้เวลาทั้งหมด 9 ชั่วโมง

ตาราง 12 แสดงรายละเอียดของแผนการจัดการเรียนรู้

แผนที่	เรื่อง	ชื่อกิจกรรม	จำนวน (ชั่วโมง)
1	หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ	เด็กปั๊ม	3
2	ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ	มองด้านไหนดี	3
3	ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์	ก่อร่างสร้างตึก	3
	รวม		9

แผนการจัดการเรียนรู้ การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 แผนจะต้องสามารถพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ได้ประกอบด้วยหัวข้อ ดังนี้

1) ชื่อแผนการเรียนรู้

2) มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด

3) จุดประสงค์การเรียนรู้

4) สาระสำคัญ

5) สาระการเรียนรู้

6) กิจกรรมการเรียนรู้ที่ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) ได้แก่ 6.1) แนะนำการขยายความ 6.2) สร้างความคุ้นเคย 6.3) จำแนกความรู้ และ 6.4) แนวคิดรูปธรรม

7) สื่อการเรียนรู้

8) การวัดและประเมินผล

2.1.5 นำแผนการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่สร้างขึ้นนำเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาเพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไข

2.1.6 นำแผนการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มาปรับปรุงแก้ไข จากนั้นนำไปให้ผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง โดยมีผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน ได้แก่

ผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์ศึกษา 1 ท่าน

ผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์ 1 ท่าน

ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ 1 ท่าน

เพื่อตรวจสอบหาความถูกต้อง และเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยผู้วิจัยได้ใช้แบบประเมินแบบมาตราส่วนประมาณค่า (Rating Scale) 5 ระดับ (บุญชม ศรีสะอาด, 2545, น. 103)

ค่าเฉลี่ย 4.51 - 5.00 หมายถึง มีคุณภาพและเหมาะสมมากที่สุด

ค่าเฉลี่ย 3.51 - 4.50 หมายถึง มีคุณภาพและเหมาะสมมาก

ค่าเฉลี่ย 2.51 - 3.50 หมายถึง มีคุณภาพและเหมาะสมปานกลาง

ค่าเฉลี่ย 1.51 - 2.50 หมายถึง มีคุณภาพและเหมาะสมน้อย

ค่าเฉลี่ย 1.00 - 1.50 หมายถึง มีคุณภาพและเหมาะสมน้อยที่สุด

เกณฑ์เพื่อตัดสินผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญว่าแผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมหรือไม่ โดยใช้เกณฑ์ค่าเฉลี่ยไม่ต่ำกว่า 3.50 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานไม่เกิน 1.00

ผลการพิจารณาความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้จากผู้เชี่ยวชาญแสดงไว้ในภาคผนวก ข โดยภาพรวมของแผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมอยู่ในระดับมาก โดยมีค่าเฉลี่ยของแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้อยู่ระหว่าง 3.67-5.00 และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานอยู่ระหว่าง 0.00-0.58 ซึ่งผู้เชี่ยวชาญได้ให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม ดังนี้

1) ใช้ภาษาที่เข้าใจง่ายในการบรรยายลักษณะการตัด

2) ใช้ภาษาที่มีความกระชับ และเป็นภาษาที่เห็นภาพในการกระทำที่ชัดเจน

3) เขียนระบุทิศทางในการมองภาพให้ชัดเจน

2.1.7 ปรับปรุงแก้ไขแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ

2.1.8 จัดทำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

2.1.9 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ไปทดลองใช้กับนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่าง และบริบทโรงเรียนใกล้เคียงกับโรงเรียนที่เก็บข้อมูลในงานวิจัยนี้ ซึ่งสิ่งที่ต้องปรับปรุงแก้ไขคือ ปรับกิจกรรมตอนที่ 3 ในชั่วโมงที่ 1 มาอยู่ในชั่วโมงที่ 2 เนื่องจากเวลาในชั่วโมงที่ 1 ไม่เพียงพอ

2.1.10 ปรับปรุงแก้ไขแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

2.1.11 จัดทำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ฉบับสมบูรณ์ แสดงไว้ในภาคผนวก ฌ

2.2 ใบกิจกรรม

ใบกิจกรรมที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อใช้ประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เพื่อเป็นเครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยให้นักเรียนเขียนตอบคำถามในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใบกิจกรรมของนักเรียนจะเป็นส่วนหนึ่งของแผนการจัดการเรียนรู้

ซึ่งใบกิจกรรมการเรียนรู้มีขั้นตอนการสร้างดังต่อไปนี้

2.2.1 ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการสร้างใบกิจกรรมของนักเรียน

2.2.2 ศึกษาเนื้อหารายวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

2.2.3 กำหนดขอบข่ายของการตอบคำถามของนักเรียน เกี่ยวกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และใช้เกณฑ์ในการวัดและประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยประยุกต์ใช้เกณฑ์ที่ใช้จัดกลุ่มตามลำดับความเข้าใจของนักเรียน จากแนวคิดของ Westbrook, & Marek (1991 อ้างถึงในสวนีย์ เพ็ชรพงศ์, 2557) มาเป็นเกณฑ์ในการจัดกลุ่ม เพื่อจัดกลุ่มตามระดับความเข้าใจของนักเรียน

2.2.4 สร้างใบกิจกรรมของนักเรียน

2.2.5 นำใบกิจกรรมที่สร้างขึ้นนำเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาเพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไข ซึ่งอาจารย์ที่ปรึกษาได้ให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม ดังนี้

1) เพิ่มคำถามที่มีการวาดภาพ การระบุตำแหน่งตัดเพื่อเชื่อมโยงระหว่างการกระทำและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

2) เพิ่มคำถามในใบกิจกรรมให้นักเรียนเขียนเชื่อมความสัมพันธ์ระหว่างสองมิติ และสามมิติ

3) เลือกใช้ผัก และผลไม้ ที่เหมาะสมในการทำกิจกรรม

4) เขียนระบุทิศทางในการมองภาพให้ชัดเจน

2.2.6 ปรับปรุงแก้ไขใบกิจกรรมตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษา

2.2.7 จัดทำใบกิจกรรมฉบับสมบูรณ์ แสดงไว้ในภาคผนวก ฌ

2.3 แบบสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่าง

แบบสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่าง เป็นการเก็บรวบรวมข้อมูลผ่านการสนทนาระหว่างครูกับนักเรียน เพื่อใช้เป็นเครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในเรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ซึ่งมีขั้นตอนการสร้างดังต่อไปนี้

2.3.1 ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่าง

2.3.2 กำหนดจุดประสงค์และประเด็นที่จะสัมภาษณ์นักเรียนในเรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ตามเนื้อหาทั้ง 3 เรื่อง ได้แก่ 1) หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ 2) ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ 3) ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ และคำตอบที่ได้จากการสัมภาษณ์นักเรียนที่จะแสดงให้เห็นถึงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยใช้ภาพ จำนวน 8 ภาพต่อเนื้อหา 1 เรื่อง ซึ่งเป็นภาพแสดงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูก จำนวน 3 ภาพ ภาพแสดงมโนทัศน์

ทางคณิตศาสตร์ที่ผิด จำนวน 3 ภาพ และภาพแสดงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่มีความคลุมเครือยากแก่การตัดสินใจว่าเป็นมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกหรือผิด จำนวน 2 ภาพ ซึ่งทั้ง 2 ภาพนี้เป็นมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ผิด และใช้เกณฑ์ในการวัดและประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์โดยประยุกต์ใช้เกณฑ์ที่ใช้จัดกลุ่มตามระดับความเข้าใจของนักเรียน จากแนวคิดของ Westbrook, & Marek (1991 อ้างถึงใน สวนีย์ เพ็ชรพงศ์, 2557) มาเป็นเกณฑ์ในการจัดกลุ่ม เพื่อจัดกลุ่มตามระดับความเข้าใจของนักเรียน

2.3.3 สร้างแบบสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่าง เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ตามเนื้อหาทั้ง 3 เรื่อง ได้แก่ 1) หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ 2) ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ 3) ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ เรื่องละ 8 ภาพ รวมทั้งสิ้น 24 ภาพ

2.3.4 นำแบบสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่าง ที่สร้างขึ้นนำเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาเพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไข

2.3.5 นำแบบสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่าง เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน ได้แก่

ผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์ศึกษา 1 ท่าน

ผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์ 1 ท่าน

ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ 1 ท่าน

เพื่อตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา และตรวจสอบความเหมาะสมโดยวิเคราะห์หาค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of Congruence: IOC) และใช้เกณฑ์ค่า (IOC) ที่มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ 0.5 ขึ้นไปถือว่ามีความสอดคล้องกัน ซึ่งความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่มีต่อคำถามในแต่ละหัวข้อ พิจารณาตามเกณฑ์ ดังนี้ (ไพศาล วรคำ, 2552)

คะแนน 1 เห็นด้วยว่าแบบสะท้อนคิดมีความเหมาะสม

คะแนน 0 ไม่แน่ใจว่าแบบสะท้อนคิดมีความเหมาะสม

คะแนน -1 ไม่เห็นด้วยว่าแบบสะท้อนคิดมีความเหมาะสม

ผลการประเมินหาค่าดัชนีระหว่างข้อคำถามกับวัตถุประสงค์ (IOC) ของข้อคำถามมีค่าเฉลี่ย IOC ของแต่ละข้อ อยู่ระหว่าง 0.67-1.00 ดังแสดงในภาคผนวก ง โดยมีข้อเสนอแนะเพิ่มเติมของผู้เชี่ยวชาญ คือ ใช้ภาพเด็กยืนแสดงแทนมุมมองของการมองโดยกำหนดให้เป็นการมองภาพด้านหน้า

2.3.6 ปรับปรุงแก้ไขแบบสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่าง

2.3.7 จัดทำแบบสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่าง ฉบับสมบูรณ์ แสดงไว้ในภาคผนวก ฌ

2.4 แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อใช้เป็นเครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับความเข้าใจในเนื้อหา โดยนักเรียนจะได้ทำแบบทดสอบในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และเมื่อสิ้นสุดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ทั้งหมด 9 ชั่วโมงแล้ว ซึ่งมีขั้นตอนการสร้างดังต่อไปนี้

2.4.1 ศึกษาและวิเคราะห์หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน ฉบับปรับปรุง พุทธศักราช 2560 โดยศึกษาคำอธิบายรายวิชา คณิตศาสตร์ สาระการเรียนรู้ และและหนังสือเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ เพื่อวิเคราะห์ความคิดพื้นฐาน และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำมาเป็นข้อมูลในการสร้างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แบบข้อสอบแบบเลือกตอบ ที่ครอบคลุมในเรื่องของ รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

ตาราง 13 แสดงวิเคราะห์หลักสูตรตามเนื้อหาและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์กับจุดประสงค์การเรียนรู้ และอัตราส่วนจำนวนแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ จำนวนข้อ และจำนวนนาที

แผนการปฏิบัติกิจกรรม	มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนข้อ	จำนวน (นาที)
1. หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ	เมื่อตัดรูปเรขาคณิตสามมิติด้วยระนาบ จะเกิดหน้าตัดหรือภาคตัดที่เป็นรูปเรขาคณิตสองมิติบนรูปเรขาคณิตสามมิตินั้น ซึ่งหน้าตัดที่ได้จะเป็นรูปเรขาคณิตสองมิติชนิดใด ขึ้นอยู่กับชนิดของรูปเรขาคณิตสามมิติ แนวการตัดของระนาบ และตำแหน่งที่ตัด	นักเรียนสามารถอธิบายลักษณะของหน้าตัดที่ได้จากการตัดรูปเรขาคณิตสามมิติด้วยระนาบในทิศทางที่กำหนดให้	10	30

ตาราง 13 (ต่อ)

แผนการปฏิบัติกิจกรรม	มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	จุดประสงค์การเรียนรู้	จำนวนข้อ	จำนวน (นาที)
2. ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ	ภาพได้จากการมองรูปเรขาคณิตสามมิติด้านหน้า (front view) ด้านข้าง (side view) และด้านบน (top view) เป็นรูปเรขาคณิตสองมิติจากการมองในแนวสายตาที่ตั้งฉากกับด้านที่มองโดยแนวสายตาของการมองด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนจะทำมุมฉากกัน	นักเรียนสามารถระบุภาพได้จากการมองภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ	10	30
3. ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์	ภาพได้จากการมองรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ด้านหน้า (front view) ด้านข้าง (side view) และด้านบน (top view) เป็นรูปเรขาคณิตสองมิติจากการมองในแนวสายตาที่ตั้งฉากกับด้านที่มองโดยแนวสายตาของการมองด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนจะทำมุมฉากกัน	นักเรียนสามารถเขียนภาพได้จากการมองด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์	10	30
	รวม		30	90

2.4.2 สร้างแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์เป็นข้อสอบแบบเลือกตอบจำนวน 54 ข้อ และใช้แบบทดสอบจำนวน 30 ข้อ ซึ่งใช้เกณฑ์การให้คะแนนข้อสอบแบบเลือกตอบคือ ตอบถูกให้ 1 คะแนน ถ้าผู้เรียนตอบผิดหรือผู้เรียนไม่ตอบให้ 0 คะแนนโดยข้อคำถามจะอ้างอิงตามระดับขั้นพฤติกรรมพุทธิพิสัย ตามกรอบแนวคิดของ Wilson (1971 อ้างถึงใน พิริยพงศ์

เตชะศิริยืนยง, 2552) โดยจะออกแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แบบข้อสอบแบบเลือกตอบที่สอดคล้องกับระดับความรู้ความจำ และระดับความเข้าใจ จำนวน 18 ข้อ เนื่องจากความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เป็นพฤติกรรมที่อยู่ในสองระดับนี้ และออกแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์แบบข้อสอบแบบเลือกตอบที่สอดคล้องกับระดับการนำไปใช้และระดับการวิเคราะห์ จำนวน 12 ข้อ เนื่องจากแบบทดสอบในระดับนี้จะทำให้ทราบว่า นักเรียนจะนำมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาได้หรือไม่ ซึ่งมีรายละเอียดดังตาราง 14

ตาราง 14 แสดงการวิเคราะห์ออกแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ตามระดับชั้นพฤติกรรมพุทธิพิสัย ตามกรอบแนวคิดของ Wilson

เรื่อง	**ระดับความรู้ความจำ**		**ระดับความเข้าใจ**		**ระดับการนำไปใช้**		**ระดับการวิเคราะห์**		**รวม**	
	สร้าง (ข้อ)	ใช้ (ข้อ)	สร้าง (ข้อ)	ใช้ (ข้อ)	สร้าง (ข้อ)	ใช้ (ข้อ)	สร้าง (ข้อ)	ใช้ (ข้อ)	สร้าง (ข้อ)	ใช้ (ข้อ)
1. หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ	5	3	5	3	4	2	4	2	18	10
2. ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ	5	3	5	3	4	2	4	2	18	10
3. ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์	5	3	5	3	4	2	4	2	18	10
รวม	**15**	**9**	**15**	**9**	**12**	**6**	**12**	**6**	**54**	**30**

ที่มา: Wilson, 1971 อ้างถึงใน พิริยพงศ์ เตชะศิริยืนยง, 2552

2.4.3 นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ที่สร้างขึ้น 54 ข้อนำเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาเพื่อนำมาปรับปรุงแก้ไข

2.4.4 นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน ได้แก่

ผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์ศึกษา 1 ท่าน

ผู้เชี่ยวชาญด้านคณิตศาสตร์ 1 ท่าน

ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ 1 ท่าน

เพื่อตรวจสอบความตรงเชิงเนื้อหา และตรวจสอบความเหมาะสมโดยวิเคราะห์หาค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of Congruence: IOC) และใช้เกณฑ์ค่า (IOC) ที่มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ 0.5 ขึ้นไปถือว่ามีความสอดคล้องกัน ซึ่งความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่มีต่อคำถามในแต่ละหัวข้อ พิจารณาตามเกณฑ์ ดังนี้ (ไพศาล วรคำ, 2552)

คะแนน 1 เห็นด้วยว่าแบบสะท้อนคิดมีความเหมาะสม

คะแนน 0 ไม่แน่ใจว่าแบบสะท้อนคิดมีความเหมาะสม

คะแนน -1 ไม่เห็นด้วยว่าแบบสะท้อนคิดมีความเหมาะสม

ผลการประเมินหาค่าดัชนีระหว่างข้อคำถามกับวัตถุประสงค์ (IOC) ของข้อคำถามมีค่าเฉลี่ย IOC ของแต่ละข้อ อยู่ระหว่าง 0.67-1.00 ดังแสดงในภาคผนวก ฉ โดยมีข้อเสนอแนะเพิ่มเติมของผู้เชี่ยวชาญในแต่ละเรื่อง ดังนี้

1) หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ

1.1) ใช้รูปที่มีความชัดเจนในการถามคำถามข้อที่ 2 ควรเพิ่มขอบให้หักมากขึ้น

1.2) ปรับคำถามข้อที่ 6 จาก “เมื่อใช้ระนาบตัดสิ่งใดต่อไปนี้ตามแนวขนานกับฐาน หน้าตัดที่ได้คล้ายรูปวงกลม” เป็น “หากวัตถุถูกวางไว้บนพื้นดังภาพ วัตถุใดเมื่อตัดด้วยระนาบในแนวขนานกับพื้นแล้วจะได้หน้าตัดคล้ายรูปวงกลม”

1.3) ปรับคำถามข้อที่ 11 ให้อยู่ในภาษาของชีวิตจริงจาก “คู่ใดต่อไปนี้เมื่อตัดตามแนวเฉียงที่ไม่ตั้งฉาก และไม่ขนานกับเขียง แล้วหน้าตัดที่ได้เป็นรูปเดียวกัน” เป็น “ใช้มีดหั่นผลไม้ดังต่อไปนี้บนเขียงในแนวเฉียงที่ไม่ตั้งฉาก และไม่ขนานกับเขียง การหั่นผลไม้คู่ใดจะได้หน้าตัดเป็นรูปเดียวกัน”

1.4) เปลี่ยนตัวอย่างข้อที่ 12 ให้มีความแตกต่างที่ชัดเจน จาก เมล่อนกับมะนาว เป็น แตงโมกับมะนาว

1.5) ข้อที่ 17 ใช้ภาษาที่มีความกระชับ

2) ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ

2.1) ใช้ภาพเด็กเพื่อเป็นสัญลักษณ์ในการบอกภาพด้านหน้า

2.2) เพิ่มตัวเลือกลวงข้อที่ 6, 9, 10, 13, 14, 18

2.3) เปลี่ยนตัวเลือกให้มีความหลากหลายในแต่ละข้อไม่ใช้ตัวเลือกซ้ำ

3) ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์

3.1) ใช้ภาพเด็กเพื่อเป็นสัญลักษณ์ในการบอกภาพด้านหน้า

2.4.5 ปรับแก้แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ตามคำแนะนำ และข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ

2.4.6 นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ที่ปรับแก้ตามคำแนะนำและข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ ไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบอีกครั้งก่อนนำไปทดลองใช้

2.4.7 นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนขยายโอกาสแห่งหนึ่ง ในจังหวัดพิษณุโลก ที่เรียนเรื่องรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ แล้ว

2.4.8 นำคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์มาวิเคราะห์เป็นรายข้อ เพื่อหาค่าความยาก และค่าอำนาจจำแนก ของแบบทดสอบ โดยใช้เกณฑ์ในการเลือกข้อที่มีค่าความยากอยู่ระหว่าง 0.2-0.8 และค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.2 ขึ้นไป (ปกรณ์ประจัญบาน, 2552)

2.4.9 คัดเลือกแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 30 ข้อ ที่มีค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกสูงที่สุด ผลปรากฏว่า ค่าความยากอยู่ระหว่าง 0.2-0.8 และค่าอำนาจจำแนกอยู่ระหว่าง 0.25-0.88 ดังแสดงในภาคผนวก ซ

2.4.10 นำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ที่คัดเลือกแล้วไปหาค่าความเชื่อมั่น (Reliability) โดยใช้สัมประสิทธิ์ของ Kuder-Richardson (1937 อ้างถึงใน ปกรณ์ประจันบาน, 2552) ซึ่งเกณฑ์ค่าความเชื่อมั่นที่ใช้ได้ต้องมีค่าตั้งแต่ 0.7 ขึ้นไป ผลปรากฏว่า ค่าความเชื่อมั่นอยู่ระหว่าง 0.71-0.72

2.4.11 จัดพิมพ์แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ฉบับสมบูรณ์เพื่อนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างต่อไป แสดงไว้ในภาคผนวก ฌ

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ในการดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลมีขั้นตอนการดำเนินการดังนี้

1. ปฐมนิเทศและชี้แจงจุดประสงค์การจัดการเรียนรู้ให้กับนักเรียนที่เป็นผู้เข้าร่วมวิจัย

2. ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ตามชั่วโมงปกติของโรงเรียน โดยใช้เวลาในการจัดการเรียนรู้ทั้งหมด 9 ชั่วโมง

3. ในระหว่างที่ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (C-P-A) เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยให้นักเรียนทำกิจกรรมเป็นกลุ่ม และทำใบกิจกรรมเป็นรายบุคคล

4. เมื่อดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครบทั้ง 9 ชั่วโมง ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ 90 นาที จำนวน 30 ข้อ

5. ผู้วิจัยสัมภาษณ์นักเรียนโดยใช้แบบสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่าง จำนวน 3 ชุด ชุดละ 8 ภาพ ตามเนื้อหาย่อย เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งทำการสัมภาษณ์นักเรียนจำนวน 6 คน โดยคัดเลือกนักเรียนจากคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ โดยนำคะแนนมาเรียงจากมากที่สุดไปน้อยที่สุด และเลือกนักเรียนที่มีคะแนนอยู่ในช่วงสูง อันดับที่ 1 และ 2 อย่างละ 1 คน นักเรียนที่มีคะแนนอยู่ในช่วงกลาง จำนวน 2 คน และนักเรียนที่มีคะแนนอยู่ในช่วงต่ำ อันดับรองสุดท้ายและอันดับสุดท้าย อย่างละ 1 คน ซึ่งใช้เวลาในการสัมภาษณ์คนละ 15 นาที

6. นำผลที่ได้จากการเก็บรวบรวมทั้งหมดไปทำการวิเคราะห์ข้อมูล

วิธีวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยนำข้อมูลที่เก็บรวบรวมจากใบกิจกรรม แบบทดสอบ แบบสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่างและเหตุการณ์ มาวิเคราะห์ ตามวัตถุประสงค์ คือ 1) เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) 2) เพื่อเปรียบเทียบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) เทียบเกณฑ์ร้อยละ 70 ซึ่งมีรายละเอียดการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

การวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อศึกษาผลการจัดการเรียนรู้ การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) **เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่** 1

ในการวิเคราะห์ข้อมูลนั้น ผู้วิจัยได้ใช้เครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูล คือ ใบกิจกรรมแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ แบบสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่าง ซึ่งจะทำการวิเคราะห์เมื่อสิ้นสุดการจัดการเรียนรู้ทั้ง 3 แผนแล้ว จากนั้น นำผลการวิเคราะห์ข้อมูลมาตรวจสอบความสอดคล้องของผลการวิเคราะห์ข้อมูล โดยมีรายละเอียดการวิเคราะห์ ดังนี้

1. การวิเคราะห์ข้อมูลจากใบกิจกรรม

1.1 ผู้วิจัยจัดระเบียบเนื้อหาของข้อมูลตามประเด็นที่ผู้วิจัยต้องการวิเคราะห์ ได้แก่ 1) หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ 2) ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ 3) ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์

1.2 นำข้อมูลที่ได้มาทำการวิเคราะห์เชิงเนื้อหา (Content analysis) เพื่อจัดกลุ่มโดยใช้เกณฑ์การวัดและประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ของ Westbrook, & Marek (1991 อ้างถึงในสวนีย์ เพ็ชรพงศ์, 2557) โดยแบ่งเป็น 5 กลุ่ม ตามระดับความเข้าใจ ดังนี้

1.2.1 ความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์ (Complete Understanding: CU) หมายถึง คำตอบของนักเรียนถูก และให้เหตุผลถูกต้องสมบูรณ์ครบองค์ประกอบที่สำคัญ

1.2.2 ความเข้าใจที่ถูกต้องแต่ไม่สมบูรณ์ (Partial Understanding: PU) หมายถึง คำตอบของนักเรียนถูก และการให้เหตุผลถูกแต่ขาดองค์ประกอบที่สำคัญบางส่วน

1.2.3 ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน (Partial Understanding with Specific Alternative Conception: PS) หมายถึง คำตอบของนักเรียนถูกบางส่วน แต่บางส่วนแสดงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน

1.2.4 ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน (Alternative Conception: AC) หมายถึง คำตอบของนักเรียนแสดงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนทั้งหมด

1.2.5 ไม่เข้าใจ (No Understanding: NU) หมายถึง คำตอบของนักเรียนไม่ตรงกับคำถามหรือนักเรียนไม่ตอบคำถาม

1.3 คำนวณค่าร้อยละของแต่ละระดับความเข้าใจที่จำแนกได้

1.4 รายงานผลในรูปแบบของร้อยละและความเรียง

2. การวิเคราะห์ข้อมูลจากแบบสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่าง

2.1 ผู้วิจัยรวบรวมข้อมูลจากแบบสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่างของนักเรียน ทั้ง 3 เรื่อง จำนวน 3 ชุด ได้แก่ 1) หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ 2) ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ 3) ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์

2.2 ผู้วิจัยทำการถอดเทปจากการสัมภาษณ์นักเรียน

2.3 นำข้อมูลที่ได้จากการถอดเทปมาทำการวิเคราะห์เชิงเนื้อหา (Content analysis) เพื่อจัดกลุ่มโดยใช้เกณฑ์การวัดและประเมินมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ของ Westbrook, & Marek (1991 อ้างถึงใน สวนีย์ เพ็ชรพงศ์, 2557) โดยแบ่งเป็น 5 กลุ่ม ตามระดับความเข้าใจ ดังนี้

2.3.1 ความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์ (Complete Understanding: CU) หมายถึง คำตอบของนักเรียนถูก และให้เหตุผลถูกต้องสมบูรณ์ครบองค์ประกอบที่สำคัญ

2.3.2 ความเข้าใจที่ถูกต้องแต่ไม่สมบูรณ์ (Partial Understanding: PU) หมายถึง คำตอบของนักเรียนถูก และการให้เหตุผลถูกแต่ขาดองค์ประกอบที่สำคัญบางส่วน

2.3.3 ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน (Partial Understanding with Specific Alternative Conception: PS) หมายถึง คำตอบของนักเรียนถูกบางส่วน แต่บางส่วนแสดงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน

2.3.4 ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน (Alternative Conception: AC) หมายถึง คำตอบของนักเรียนแสดงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนทั้งหมด

2.3.5 ไม่เข้าใจ (No Understanding: NU) หมายถึง คำตอบของนักเรียนไม่ตรงกับคำถามหรือนักเรียนไม่ตอบคำถาม

2.4 คำนวณค่าร้อยละของลำดับความเข้าใจที่จำแนกได้

2.5 รายงานผลในรูปแบบของร้อยละและความเรียง

การตรวจสอบข้อมูลเชิงคุณภาพด้วยวิธีการสามเส้า (Triangulation) แบบใช้เครื่องมือวิจัยมากกว่าหนึ่งชนิด (Method triangulation) (สิรินภา กิจเกื้อกูล, 2557, น. 180) โดยเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ ใบกิจกรรม แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และแบบสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่าง เพื่อพิจารณาความสอดคล้องของข้อมูลในประเด็นเดียวกันจากเครื่องมือวิจัยที่แตกต่างกัน

3. การวิเคราะห์ข้อมูลจากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

3.1 ผู้วิจัยรวบรวมข้อมูลจากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้ง 3 เรื่อง จำนวน 30 ข้อ ได้แก่ 1) หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ 2) ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ 3) ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ โดยใช้เกณฑ์การตรวจตามรูปแบบข้อสอบแบบเลือกตอบคือ ถ้าผู้เรียนตอบถูกให้ 1 คะแนน และถ้าผู้เรียนตอบผิดหรือผู้เรียนไม่ตอบให้ 0 คะแนน

3.2 นำคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มาวิเคราะห์หาค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และหาค่าร้อยละว่าสูงกว่าร้อยละ 70 หรือไม่

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

คำนวณโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปคอมพิวเตอร์ในการคำนวณค่าสถิติการตรวจสอบคุณภาพ เครื่องมือ ค่าสถิติพื้นฐาน และค่าสถิติทดสอบสมมติฐาน ดังนี้

1. สถิติพื้นฐานในการวิเคราะห์ข้อมูล

1.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (บุญชม ศรีสะอาด, 2545, น. 95) ดังนี้

$$\mu = \frac{\sum X}{N}$$

เมื่อ μ แทน ค่าค่าเฉลี่ย

$\sum X$ แทน ผลรวมของคะแนน

N แทน จำนวนข้อมูลทั้งหมด

1.2 ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (บุญชม ศรีสะอาด, 2545, น. 109) ดังนี้

$$\sigma = \frac{\sqrt{N\sum X^2 - (\sum X^2)}}{N^2}$$

เมื่อ X แทน ค่าคะแนนของนักเรียนแต่ละคน

σ แทน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$\sum X^2$ แทน ผลรวมของคะแนนยกกำลังสอง

$(\sum X^2)$ แทน กำลังสองของคะแนนรวม

N แทน จำนวนข้อมูลทั้งหมด

1.3 การหาค่าร้อยละ (มนสิช สิทธิสมบูรณ์, 2554, น. 140) ดังนี้

$$P = \frac{f}{N} \times 100$$

เมื่อ P หมายถึง ค่าร้อยละ

f หมายถึง ความถี่ที่ต้องการแปลงเป็นค่าร้อยละ

N หมายถึง จำนวนความถี่ทั้งหมด

2. สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือ

2.1 การหาค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) (Rovinelli, & Hambleton, 1997 อ้างถึงในล้วน สายยศ, และอังคณา สายยศ, 2543, น. 249)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับจุดประสงค์การเรียนรู้

$\sum R$ แทน ผลรวมของคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญที่ประเมินความสอดคล้องในข้อนั้น

การแปลความหมายค่าดัชนีความสอดคล้อง (IOC) ค่า IOC มากกว่าหรือเท่ากับ 0.5 ขึ้นไป ถือว่าสอดคล้องกัน

2.2 การหาค่าความยาก (ปกรณ์ ประจันบาน, 2552, น. 166)

$$P = \frac{R}{N}$$

เมื่อ P แทน ค่าความยากของคำถามแต่ละข้อ

R แทน จำนวนผู้ตอบถูกในแต่ละข้อ

N แทน จำนวนผู้เข้าสอบทั้งหมด

2.3 การหาค่าอำนาจจำแนก (ปกรณ์ ประจันบาน, 2552, น. 167)

$$D = \frac{U}{n_U} - \frac{L}{n_L}$$

เมื่อ D แทน ดัชนีค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบ

U แทน จำนวนผู้เข้าสอบที่ตอบถูกในกลุ่มคะแนนสูง

L แทน จำนวนผู้เข้าสอบที่ตอบถูกในกลุ่มคะแนนต่ำ

n_U แทน จำนวนผู้เข้าสอบทั้งหมดในกลุ่มคะแนนสูง

n_L แทน จำนวนผู้เข้าสอบทั้งหมดในกลุ่มคะแนนต่ำ

2.4 การหาค่าความเชื่อมั่น (Reliability) (Kuder-Richardson, 1937 อ้างถึงใน ปกรณ์ ประจัญบาน, 2552, น. 170)

$$r_{tt} = \frac{n}{(n-1)}\left[1 - \frac{\sum pq}{S^2}\right]$$

เมื่อ r_{tt} แทน ค่าความเชื่อมั่น

n แทน จำนวนข้อคำถาม

S^2 แทน ความแปรปรวนของคะแนนรวมทั้งฉบับ

p แทน สัดส่วนของคนทำถูกแต่ละข้อ

q แทน สัดส่วนของคนทำผิดแต่ละข้อ

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เป็นนักเรียนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนขยายโอกาสแห่งหนึ่ง ในจังหวัดพิษณุโลก ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2561 จำนวน 36 คน เป็นนักเรียนชาย 20 คน นักเรียนหญิง 16 คน โดยผู้วิจัยได้เสนอผลการวิจัยเป็นเป็น 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A)

ตอนที่ 2 ผลการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A)

ตอนที่ 1 ผลการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A)

ผู้วิจัยวิเคราะห์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ จากการเขียนตอบในใบกิจกรรม ซึ่งแบ่งเนื้อหาเป็น 3 เรื่อง ได้แก่

1. หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ
2. ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ
3. ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์

ผู้วิจัยวิเคราะห์คำตอบของนักเรียนและจัดกลุ่มคำตอบเป็น 5 ระดับความเข้าใจ และนำเสนอโดยการแสดงร้อยละของนักเรียนที่เขียนตอบลงในใบกิจกรรม ผลแสดงดังตาราง 15

ตาราง 15 แสดงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน แบ่งเป็น 5 กลุ่ม ตามระดับความเข้าใจ เรื่องรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ (N = 36)

ใบกิจกรรม	ระดับความเข้าใจ				
	ความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์ (CU)	ความเข้าใจที่ถูกต้องแต่ไม่สมบูรณ์ (PU)	ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน (PS)	ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน (AC)	ไม่เข้าใจ (NU)
	จำนวนคน (ร้อยละ)	จำนวนคน (ร้อยละ)	จำนวนคน (ร้อยละ)	จำนวนคน (ร้อยละ)	จำนวนคน (ร้อยละ)
เรื่องที่ 1	20 (55.55)	0 (0)	16 (44.44)	0 (0)	0 (0)
เรื่องที่ 2	34 (94.44)	0 (0)	2 (5.56)	0 (0)	0 (0)
เรื่องที่ 3	22 (61.11)	0 (0)	14 (38.89)	0 (0)	0 (0)

จากตาราง 15 ผลการทดสอบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในเนื้อหาทั้ง 3 เรื่อง ได้แก่ 1) หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ 2) ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ 3) ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในกลุ่มความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์ (CU) มากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 55.55, 94.44 และ 61.11 ตามลำดับ รองลงมา คือ มีนักเรียนที่อยู่ในกลุ่มความเข้าใจคลาดเคลื่อนบางส่วน (PS) คิดเป็นร้อยละ 44.44, 5.56 และ 38.89 ตามลำดับ และไม่มีนักเรียนที่อยู่ในกลุ่มความเข้าใจที่ถูกต้องแต่ไม่สมบูรณ์ (PU) ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน (AC) และไม่เข้าใจ (NU) ซึ่งหากจะพิจารณาตามเนื้อหาในแต่ละเรื่อง ผลแสดงดังต่อไปนี้

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ วิเคราะห์ข้อมูลจากการเขียนตอบในใบกิจกรรม ซึ่งประกอบด้วย ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง เด็กปั๊ม ตอนที่ 1 และตอนที่ 3 และใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง ชวนคิดอีกนิด ผลแสดงดังตาราง 16

ตาราง 16 แสดงร้อยละของนักเรียน แบ่งเป็น 5 กลุ่ม ตามระดับความเข้าใจ เรื่อง หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ (N = 36)

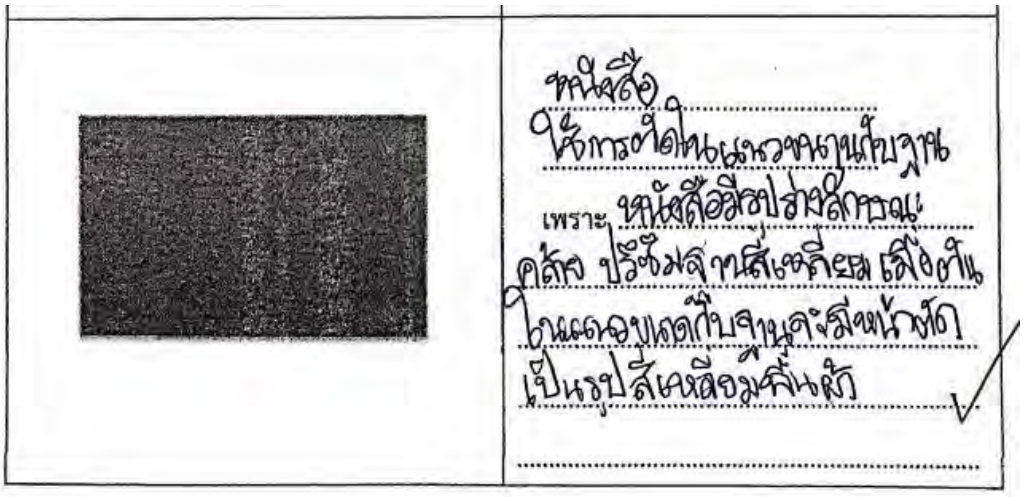
ใบกิจกรรม	ระดับความเข้าใจ				
	ความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์ (CU)	ความเข้าใจที่ถูกต้องแต่ไม่สมบูรณ์ (PU)	ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน (PS)	ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน (AC)	ไม่เข้าใจ (NU)
	จำนวนคน (ร้อยละ)	จำนวนคน (ร้อยละ)	จำนวนคน (ร้อยละ)	จำนวนคน (ร้อยละ)	จำนวนคน (ร้อยละ)
เรื่องที่ 1	20 (55.55)	0 (0)	16 (44.44)	0 (0)	0 (0)

จากตาราง 16 ผลการทดสอบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่อง หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ ส่วนใหญ่อยู่ในระดับความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์ (CU) โดยมีจำนวนนักเรียนคิดเป็นร้อยละ 55.55 นอกจากนี้ยังมีนักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน (PS) โดยมีจำนวนนักเรียนคิดเป็นร้อยละ 44.44 และไม่มีนักเรียนที่อยู่ในระดับความเข้าใจที่ถูกต้องแต่ไม่สมบูรณ์ (PU) ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน (AC) และไม่เข้าใจ (NU)

ตัวอย่างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ

ตัวอย่างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความเข้าใจอยู่ในระดับความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์ (Complete Understanding: CU)

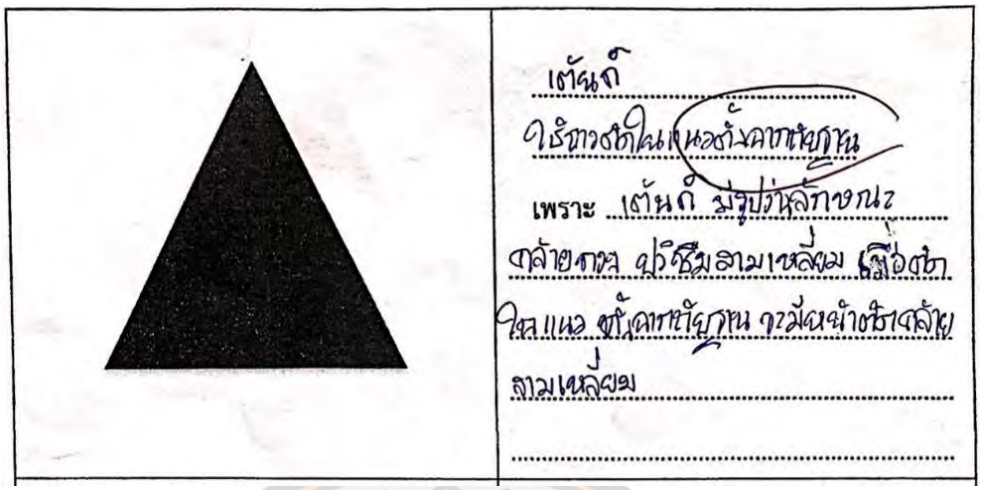
ตัวอย่างของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความเข้าใจอยู่ในระดับความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์ (Complete Understanding: CU) เนื่องจากคำตอบของนักเรียนถูกต้อง สามารถยกตัวอย่างสิ่งที่ใช้ระนาบตัดแล้วหน้าตัดเป็นรูปตามที่กำหนดให้ พร้อมบอกแนวการตัดที่ถูกต้อง และให้เหตุผลถูกต้องสมบูรณ์ครบองค์ประกอบที่สำคัญ เช่น จากโจทย์ให้นักเรียนยกตัวอย่างสิ่งที่ใช้ระนาบตัดแล้วหน้าตัดคล้ายรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า สิ่งที่นักเรียนยกตัวอย่าง คือ หนังสือ ใช้การตัดในแนวขนานกับฐาน เหตุผล คือ หนังสือมีรูปร่างลักษณะคล้ายบริซึมฐานสี่เหลี่ยม เมื่อตัดในแนวขนานกับฐานจะมีหน้าตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ซึ่งเป็นคำตอบที่ถูกต้อง ดังภาพ 12



ภาพ 12 ตัวอย่างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความเข้าใจอยู่ในระดับความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์ (CU)

ตัวอย่างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความเข้าใจอยู่ในระดับความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน (Partial Understanding with Specific Alternative Conception: PS)

ตัวอย่างของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความเข้าใจอยู่ในระดับความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน (Partial Understanding with Specific Alternative Conception: PS) เนื่องจากคำตอบของนักเรียนถูกบางส่วน แต่บางส่วนแสดงถึงความเข้าใจคลาดเคลื่อน เช่น นักเรียนตอบเต้นท์ตัดในแนวตั้งฉากกับฐานจะมีหน้าตัดคล้ายรูปสามเหลี่ยม นั่นแสดงถึงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับฐาน ซึ่งนักเรียนอาจคิดว่าฐาน คือ ส่วนที่คล้ายรูปสี่เหลี่ยม (ซึ่งอาจมองจากลักษณะของการวางเต้นท์) แต่ฐานที่ถูกต้องคือส่วนที่คล้ายรูปสามเหลี่ยม เพราะจากบทเรียนจะยึดฐานจากรูปร่างลักษณะของรูปสามมิตินั้นๆ ซึ่งเต้นท์มีรูปร่างลักษณะคล้ายปริซึมฐานสามเหลี่ยม ฐานของเต้นท์จะต้องคล้ายรูปสามเหลี่ยม ดังนั้นคำตอบที่ถูกต้องคือ เต้นท์มีรูปร่างลักษณะคล้ายปริซึมฐานสามเหลี่ยม เมื่อตัดในแนวขนานกับฐานจะมีหน้าตัดคล้ายรูปสามเหลี่ยม ถ้าตัดในแนวตั้งฉากกับฐานจะมีหน้าตัดคล้ายรูปสี่เหลี่ยม และถ้าตัดในแนวเฉียงที่ไม่ตั้งฉากและไม่ขนานกับฐานจะมีหน้าตัดคล้ายรูปสามเหลี่ยม ดังภาพ 13



ภาพ 13 ตัวอย่างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความเข้าใจอยู่ในระดับความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน (PS)

2. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ วิเคราะห์ข้อมูลจากการเขียนตอบในใบกิจกรรม ซึ่งประกอบด้วย ใบกิจกรรมที่ 3 เรื่อง มองด้านไหนดี และใบกิจกรรมที่ 4 เรื่อง ฉันเป็นอย่างไร ผลแสดงดังตาราง 17

ตาราง 17 แสดงร้อยละของนักเรียน แบ่งเป็น 5 กลุ่ม ตามระดับความเข้าใจ เรื่อง ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ (N = 36)

ใบกิจกรรม	**ระดับความเข้าใจ**				
	ความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์ (CU)	ความเข้าใจที่ถูกต้องแต่ไม่สมบูรณ์ (PU)	ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน (PS)	ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน (AC)	ไม่เข้าใจ (NU)
	จำนวนคน (ร้อยละ)	จำนวนคน (ร้อยละ)	จำนวนคน (ร้อยละ)	จำนวนคน (ร้อยละ)	จำนวนคน (ร้อยละ)
เรื่องที่ 2	34 (94.44)	0 (0)	2 (5.56)	0 (0)	0 (0)

จากตาราง 17 ผลการทดสอบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่อง ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ ส่วนใหญ่อยู่ในระดับความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์ (CU) โดยมีจำนวนนักเรียนคิดเป็นร้อยละ 94.44 นอกจากนี้ ยังมีนักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน (PS) โดยมีจำนวนนักเรียนคิดเป็นร้อยละ 5.56 และไม่มีนักเรียนที่อยู่ในระดับความเข้าใจที่ถูกต้องแต่ไม่สมบูรณ์ (PU) ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน (AC) และไม่เข้าใจ (NU)

ตัวอย่างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ

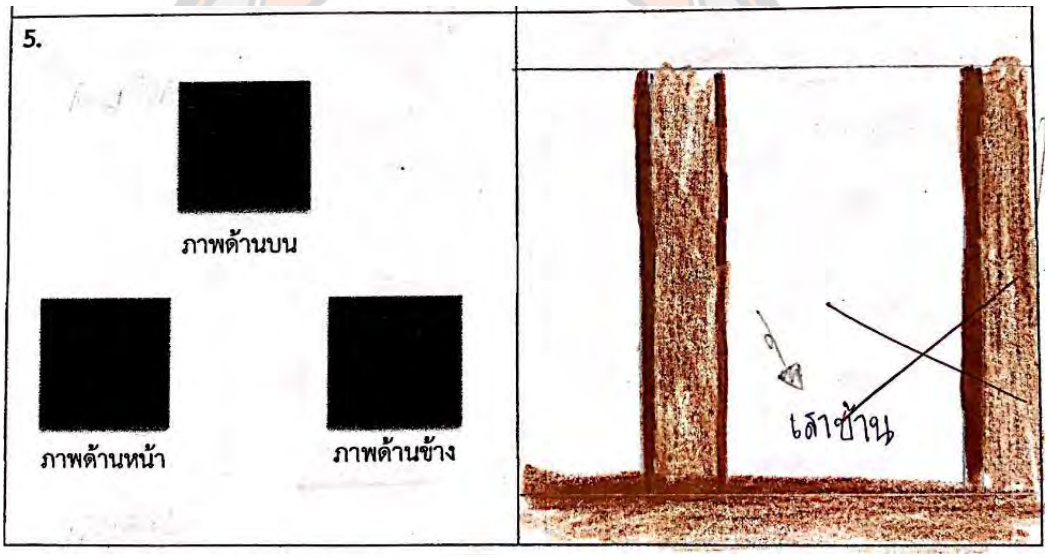
ตัวอย่างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความเข้าใจอยู่ในระดับความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์ (Complete Understanding: CU)

ตัวอย่างของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความเข้าใจอยู่ในระดับความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์ (Complete Understanding: CU) เนื่องจากคำตอบของนักเรียนถูกต้อง สามารถวาดสิ่งที่มี ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนจากโจทย์ที่นักเรียนได้รับ ได้สมบูรณ์ครบองค์ประกอบที่สำคัญ เช่น โจทย์กำหนดให้วาดภาพด้านหน้าเป็นรูปสี่เหลี่ยม ภาพด้านข้างเป็นรูปสี่เหลี่ยม และภาพด้านบนเป็นรูปสี่เหลี่ยม สิ่งที่นักเรียนวาด คือ กล่องจดหมาย ซึ่งเป็นคำตอบที่ถูกต้อง ดังภาพ 14

ภาพ 14 ตัวอย่างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความเข้าใจอยู่ในระดับความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์ (CU)

ตัวอย่างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความเข้าใจอยู่ในระดับความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน (Partial Understanding with Specific Alternative Conception: PS)

ตัวอย่างของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความเข้าใจอยู่ในระดับความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน (Partial Understanding with Specific Alternative Conception: PS) เนื่องจากคำตอบของนักเรียนถูกบางส่วน แต่บางส่วนแสดงถึงความเข้าใจคลาดเคลื่อน เช่น นักเรียนวาดเสาบ้าน ซึ่งมีภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง คล้ายรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า แต่ภาพด้านบนคล้ายรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส นั่นแสดงถึงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน ซึ่งโจทย์ที่นักเรียนได้รับ คือ ให้นักเรียนวาดสิ่งที่มีภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ดังภาพ 15



ภาพ 15 ตัวอย่างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความเข้าใจอยู่ในระดับความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน (PS)

3. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ วิเคราะห์ข้อมูลจากการเขียนตอบในใบกิจกรรม ซึ่งประกอบด้วย ใบกิจกรรมที่ 5 เรื่อง ก่อร่างสร้างรูปเรขาคณิตสามมิติ ผลแสดง ดังตาราง 18

ตาราง 18 แสดงร้อยละของนักเรียน แบ่งเป็น 5 กลุ่ม ตามระดับความเข้าใจ เรื่อง ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ (N = 36)

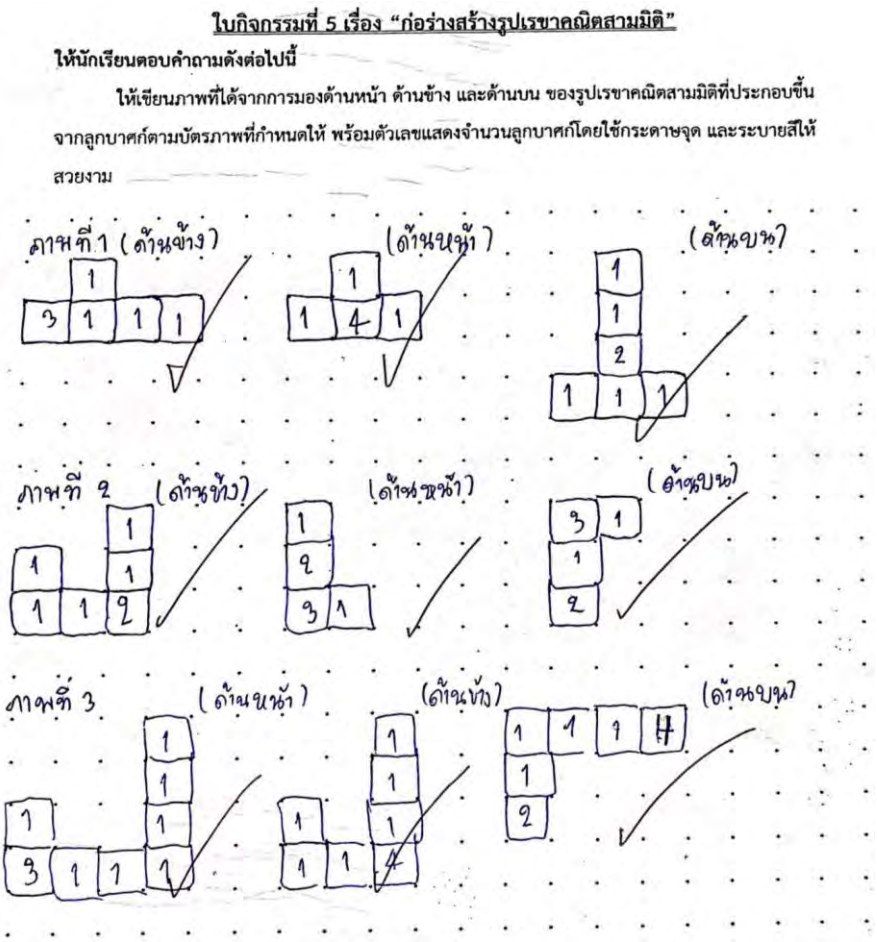
ใบกิจกรรม	ระดับความเข้าใจ				
	ความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์ (CU)	ความเข้าใจที่ถูกต้องแต่ไม่สมบูรณ์ (PU)	ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน (PS)	ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน (AC)	ไม่เข้าใจ (NU)
	จำนวนคน (ร้อยละ)	จำนวนคน (ร้อยละ)	จำนวนคน (ร้อยละ)	จำนวนคน (ร้อยละ)	จำนวนคน (ร้อยละ)
เรื่องที่ 3	22 (61.11)	0 (0)	14 (38.89)	0 (0)	0 (0)

จากตาราง 18 ผลการทดสอบมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่อง ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ ส่วนใหญ่อยู่ในระดับความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์ (CU) โดยมีจำนวนนักเรียน คิดเป็นร้อยละ 61.11 นอกจากนี้ยังมีนักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน (PS) ร้อยละ 38.89 และไม่มีนักเรียนที่อยู่ในระดับความเข้าใจที่ถูกต้องแต่ไม่สมบูรณ์ (PU) ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน (AC) และไม่เข้าใจ (NU)

ตัวอย่างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์

ตัวอย่างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความเข้าใจอยู่ในระดับความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์ (Complete Understanding: CU)

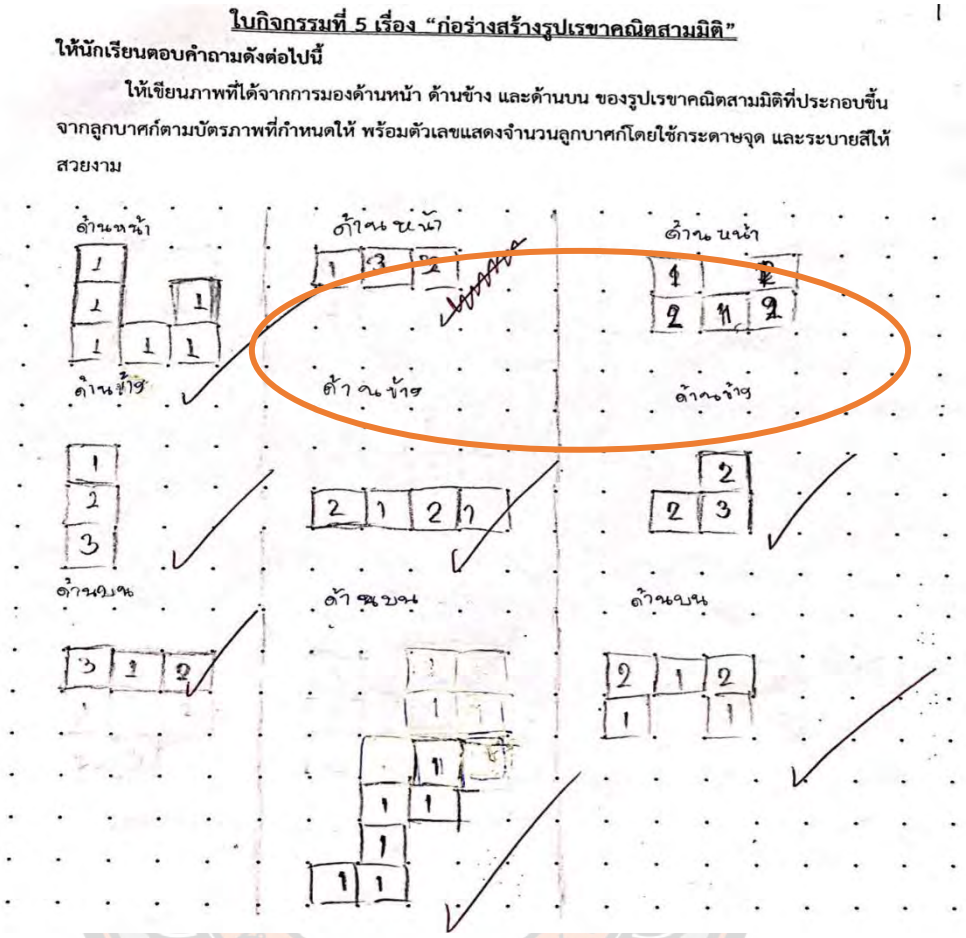
ตัวอย่างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความเข้าใจอยู่ในระดับความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์ (Complete Understanding: CU) เนื่องจากคำตอบของนักเรียนถูกต้อง สามารถเขียนภาพได้จากการมองภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ พร้อมทั้งเขียนตัวเลขแสดงจำนวนลูกบาศก์โดยใช้กระดาษจุดได้อย่างสมบูรณ์ครบองค์ประกอบที่สำคัญ ดังภาพ 16



ภาพ 16 ตัวอย่างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความเข้าใจอยู่ในระดับความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์ (CU)

ตัวอย่างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความเข้าใจอยู่ในระดับความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน (Partial Understanding with Specific Alternative Conception: PS)

ตัวอย่างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความเข้าใจอยู่ในระดับความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน (Partial Understanding with Specific Alternative Conception: PS)เนื่องจากคำตอบของนักเรียนถูกบางส่วน แต่บางส่วนแสดงถึงความเข้าใจคลาดเคลื่อน เช่น นักเรียนสามารถเขียนภาพได้ถูกต้อง แต่เขียนตัวเลขผิด หรือเขียนตัวเลขสลับตำแหน่งกัน ยกตัวอย่าง นักเรียนเขียนตัวเลข 3, 2 นั่นแสดงถึง ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน ซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง คือ 2, 3 และเขียนตัวเลขแถวบนเป็น 2, 2 และแถวล่างเป็น 1, 1, 1 ซึ่งคำตอบที่ถูกต้องคือ ตัวเลขแถวบนเป็น 1, 1 และแถวล่างเป็น 2, 1, 2 ดังภาพ 17



ภาพ 17 ตัวอย่างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่มีความเข้าใจอยู่ในระดับความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน (PS)

ตอนที่ 2 ผลการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A)

1. ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลจากแบบทดสอบ เรื่อง มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียน โดยรูปแบบของแบบทดสอบเป็นแบบข้อสอบแบบเลือกตอบ ทั้ง 3 เรื่อง จำนวน 30 ข้อ ได้แก่ 1) หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ 2) ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ 3) ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ โดยใช้เกณฑ์การตรวจตามรูปแบบข้อสอบแบบเลือกตอบ คือ ถ้าผู้เรียนตอบถูกให้ 1 คะแนน และถ้าผู้เรียนตอบผิดหรือผู้เรียนไม่ตอบให้ 0 คะแนน นำเสนอโดยการแสดงค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และหาค่าร้อยละว่าสูงกว่าร้อยละ 70 หรือไม่ ของการทดสอบ ผลปรากฏดังตาราง 19

ตาราง 19 แสดงค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และหาค่าร้อยละ หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) **เพื่อพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่** 1 (N = 36)

การทดสอบ	N	คะแนนเต็ม	μ	σ	% of Mean
หลังเรียน	36	30	22.08	3.54	73.60

จากตาราง พบว่า การทดสอบหลังเรียน การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีคะแนนเฉลี่ย เท่ากับ 22.08 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 73.60 ซึ่งสูงกว่าร้อยละ 70

2. ผลการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A)

ผู้วิจัยวิเคราะห์มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) โดยวิเคราะห์ข้อมูลจากแบบสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่าง เพื่อวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งการสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่าง มีจำนวน 3 เรื่อง ได้แก่

1. หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ
2. ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ
3. ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์

ผู้วิจัยได้ทำการสัมภาษณ์นักเรียนเรื่องละ 6 คน รวมทั้งสิ้น 18 คน โดยแต่ละเรื่องแบ่งเป็นนักเรียนที่ได้คะแนนช่วงสูงในการทำแบบทดสอบ จำนวน 2 คน นักเรียนที่ได้คะแนนช่วงกลางในการทำแบบทดสอบ จำนวน 2 คน และนักเรียนที่ได้คะแนนช่วงต่ำในการทำแบบทดสอบ จำนวน 2 คน เมื่อวิเคราะห์ผลการสัมภาษณ์และจัดกลุ่มตามระดับความเข้าใจ โดยแบ่งเป็น 5 กลุ่มตามระดับความเข้าใจ ผลการสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่าง เป็นดังนี้

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ

ข้อมูลผู้สัมภาษณ์ นักเรียนที่ได้คะแนนช่วงสูงในการทำแบบทดสอบ จำนวน 2 คน

ผลการสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่างของนักเรียนทั้ง 2 คน อยู่ในระดับความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์ (CU) เนื่องจากคำตอบของนักเรียนถูกครบถ้วนครบทั้ง 3 ภาพ คือ แอปเปิ้ลเขียว แตงโม และส้ม พร้อมให้เหตุผลถูกต้องสมบูรณ์ครบองค์ประกอบที่สำคัญ แสดงได้จากตัวอย่างต่อไปนี้

...ครู: ครูมีภาพให้นักเรียน 8 ภาพ จากภาพทั้ง 8 ภาพนี้ เมื่อตัดในแนวตั้งฉากกับพื้นภาพใดมีหน้าตัดคล้ายรูปวงกลมคะ

นักเรียน: แอปเปิ้ลเขียวครับ

ครู: แอปเปิ้ลเขียว แล้วมีอีกไหมคะ

นักเรียน: แตงโมครับ

ครู: แตงโม

นักเรียน: ส้มครับ

ครู: ส้ม มีอีกไหมคะ

นักเรียน: ไม่มีแล้วครับ

ครู: ทำไมนักเรียนถึงคิดว่าทั้ง 3 ภาพเลือก เมื่อตัดในแนวตั้งฉากกับพื้นแล้วหน้าตัดที่ได้ถึงคล้ายรูปวงกลมคะ

นักเรียน: เพราะลักษณะภายนอกเป็นทรงกลมครับ

ครู: ถ้าหากสมมุติว่า ไม่ตัดในแนวตั้งฉากกับพื้น แต่ตัดในแนวไม่ตั้งฉากและไม่ขนานกับพื้น หน้าตัดจะเป็นรูปอะไรคะ

นักเรียน: วงกลมครับ

ครู: หากตัดในแนวขนานกับพื้น หน้าตัดจะเป็นรูปอะไรคะ

นักเรียน: วงกลมครับ

ครู: แล้วทำไมนักเรียนไม่เลือกเค้กคะ เพราะข้างบนก็เป็นวงกลมเหมือนกัน

นักเรียน: เพราะถ้าตัดแนวตั้งฉากกับพื้น หน้าตัดจะเป็นรูปสี่เหลี่ยมครับ

ครู: แล้วอโวคาโด ข้างล่างก็มีลักษณะคล้ายวงกลมนะคะ ทำไมนักเรียนถึงไม่เลือกโวคาโดคะ

นักเรียน: เพราะตัดแนวตั้งฉากกับพื้นหน้าตัดจะเป็นรูปวงรีครับ

(นักเรียนคนที่ 1 และ 2, ผู้ให้สัมภาษณ์, 18 กุมภาพันธ์ 2562)

ข้อมูลผู้สัมภาษณ์ นักเรียนที่ได้คะแนนช่วงกลางในการทำแบบทดสอบ จำนวน 2 คน

ผลการสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่างของนักเรียนทั้ง 2 คน อยู่ในระดับความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน (PS) เช่น คำตอบของนักเรียนคือ แตงโม ส้ม แอปเปิ้ลเขียว และอโวคาโด ซึ่งถูกแค่บางส่วน ส่วนที่ถูกคือ แตงโม ส้ม และแอปเปิ้ลเขียว และที่ผิด คือ อโวคาโด นั้นแสดงถึงความเข้าใจคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการมองรูปทรงของอโวคาโด นักเรียนอาจมองเห็นว่าอโวคาโดมีรูปทรงคล้ายวงกลม แต่ที่ถูกต้องคือ อโวคาโดมีรูปทรงคล้ายวงรี แสดงได้จากตัวอย่างต่อไปนี้

...ครู: ครูมีภาพให้นักเรียนทั้งหมด 8 ภาพ จากภาพเมื่อตัดในแนวตั้งฉากกับพื้นภาพใดมีหน้าตัดคล้ายรูปวงกลมคะ

นักเรียน: แตงโมครับ

ครู: แตงโม มีอะไรอีกไหมคะ

นักเรียน: ส้ม

ครู: ส้ม มีอีกไหมคะ

นักเรียน: แอปเปิ้ลเขียว

ครู: แอปเปิ้ลเขียว มีอีกไหมคะ

นักเรียน: อโวคาโดครับ

ครู: อโวคาโด มีอีกไหมคะ

นักเรียน: หมดแล้วครับ

ครู: ทำไมนักเรียนถึงคิดว่า 4 ภาพนักเรียนเลือก เมื่อตัดในแนวตั้งฉากกับพื้นแล้วหน้าตัดที่ได้คล้ายวงกลมคะ เพราะอะไร

นักเรียน: รูปร่างคล้ายทรงกลมครับ

(นักเรียนคนที่ 3 และ 4, ผู้ให้สัมภาษณ์, 18 กุมภาพันธ์ 2562)

ข้อมูลผู้สัมภาษณ์ นักเรียนที่ได้คะแนนช่วงต่ำในการทำแบบทดสอบ จำนวน 2 คน

ผลการสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่างของนักเรียนทั้ง 2 คน อยู่ในระดับความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน (PS) เช่น คำตอบของนักเรียน คือ แอปเปิ้ลเขียว แตงโม ส้ม และอโวคาโด ซึ่งถูกบางส่วน ส่วนที่ถูก คือ แอปเปิ้ลเขียว แตงโม และส้ม ส่วนที่ผิด คือ อโวคาโด นั้นแสดงถึงความเข้าใจคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการมองรูปทรงของอโวคาโด นักเรียนอาจมองเห็นว่าอโวคาโดมีรูปทรงคล้ายวงกลม แต่ที่ถูกต้อง คือ อโวคาโดมีรูปทรงคล้ายวงรี นอกจากนี้นักเรียนยังมีส่วนที่แสดงถึงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับแนวการตัด คือ นักเรียนตอบแนวการตัดเค้กผิด เนื่องจาก

การตัดเค้กให้ได้หน้าตัดคล้ายรูปวงกลมนั้นสามารถทำได้ หากแต่ต้องตัดตัดในแนวขนานกับพื้น ซึ่งนักเรียนตอบตัดในแนวตั้งฉากกับพื้นซึ่งหน้าตัดที่ได้นั้นจะคล้ายรูปสี่เหลี่ยม และตอบอีกครั้งเป็นแนวไม่ขนานซึ่งยังคงเป็นคำตอบที่ผิด แสดงได้จากตัวอย่างต่อไปนี้

...ครู: ครูมีภาพให้นักเรียนทั้งหมด 8 ภาพ จากภาพหากตัดในแนวตั้งฉากกับพื้น ภาพใดมีหน้าตัดคล้ายรูปวงกลมคะ

นักเรียน: แอปเปิ้ลเขียวค่ะ

ครู: แอปเปิ้ลเขียว

นักเรียน: แตงโมค่ะ

ครู: แตงโม

นักเรียน: ส้มและอโวคาโดค่ะ

ครู: ส้ม อโวคาโด มีอีกไหมคะ

นักเรียน: ไม่มีแล้วค่ะ

ครู: ทำไมนักเรียนถึงคิดว่า 4 ภาพนี้มีหน้าตัดคล้ายรูปวงกลมคะ

นักเรียน: ลักษณะภายนอกเหมือนรูปวงกลมค่ะ

ส่วนที่แสดงถึงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนเกี่ยวกับแนวการตัด

ครู: หากตัดเค้กหน้าตัดที่ได้จะเป็นรูปอะไรคะ

นักเรียน: สี่เหลี่ยมค่ะ

ครู: แล้วโอกาสที่จะตัดเค้กออกมาแล้วได้หน้าตัดเป็นรูปวงกลมมีไหมคะ

นักเรียน: มีค่ะ

ครู: ต้องตัดอย่างไรคะ

นักเรียน: ตัดตั้งฉากกับพื้นค่ะ

ครู: ในคำถามข้างต้นครูถามว่า ภาพใดตัดตั้งฉากกับพื้นแล้วหน้าตัดที่ได้คล้ายรูปวงกลม แสดงว่าคำตอบต้องมีเค้กด้วยใช่ไหมคะ สรุปตอบเค้กด้วยไหมคะ

นักเรียน: ไม่ค่ะ

ครู: ตอบไม่ แล้วสรุปหากต้องตัดเค้กให้ได้หน้าตัดคล้ายวงกลม ต้องตัดเค้กแนวไหนคะ

นักเรียน: แนวไม่ขนานค่ะ

(นักเรียนคนที่ 5 และ 6, ผู้ให้สัมภาษณ์, 18 กุมภาพันธ์ 2562)

2. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ

ข้อมูลผู้สัมภาษณ์ นักเรียนที่ได้คะแนนช่วงสูงในการทำแบบทดสอบ จำนวน 2 คน

ผลการสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่างของนักเรียนทั้ง 2 คน อยู่ในระดับความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์ (CU) เนื่องจากคำตอบของนักเรียนถูกครบถ้วนครบทั้ง 3 ภาพ คือ กระป๋องน้ำอัดลม ลูกเต๋า และ ตู้เย็น พร้อมให้เหตุผลถูกต้องสมบูรณ์ครบองค์ประกอบที่สำคัญ แสดงได้จากตัวอย่างต่อไปนี้

...ครู: ครูมีภาพทั้งหมด 8 ภาพ จากภาพ ภาพใดมีภาพด้านหน้าเหมือนกับภาพด้านข้างคะ

นักเรียน: ภาพ 1 กระป๋องน้ำอัดลมครับ

ครู: ค่ะ

นักเรียน: ภาพ 4 ลูกเต๋า ภาพ 5 ตู้เย็นครับ

ครู: มีอีกไหมคะ

นักเรียน: หมดแล้วครับ

ครู: ทำไมนักเรียนถึงคิดว่าทั้ง 3 ภาพ มีภาพด้านหน้าเหมือนกับภาพด้านข้างเป็นรูปอะไรที่เหมือนกันคะ

นักเรียน: ภาพกระป๋องน้ำอัดลม เป็นทรงกระบอกครับ หากมองด้านหน้าจะเป็นรูปสี่เหลี่ยม และมองด้านข้างก็เป็นรูปสี่เหลี่ยมเหมือนกันครับ

ครู: แล้วด้านบนของทรงกระบอก เป็นรูปอะไรคะ

นักเรียน: รูปวงกลมครับ

ครู: แล้วภาพ 4 ลูกเต๋า มีลักษณะเป็นอย่างไรคะ

นักเรียน: เป็นลูกบาศก์ครับ

ครู: เป็นลูกบาศก์ แล้วด้านหน้ากับด้านข้างเหมือนกันเพราะอะไร และเป็นรูปอะไรคะ

นักเรียน: รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสครับ ทุกด้านของลูกบาศก์เป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัสครับ

ครู: แล้วด้านบนเป็นรูปอะไรคะ

นักเรียน: รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเหมือนกันครับ

ครู: แสดงว่าทั้งสามด้าน เหมือนกันหมดเลยใช่ไหมคะ

นักเรียน: เหมือนกันหมดเลยครับ

ครู: แล้วตู้เย็นแต่ละด้านเหมือนกันไหมคะ

นักเรียน: ตู้เย็นเป็นปริซึมฐานสี่เหลี่ยม ด้านหน้าเป็นรูปสี่เหลียมผืนผ้า แล้วด้านข้างก็เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าเหมือนกันครับ

ครู: แล้วด้านบนเป็นรูปอะไรคะ

นักเรียน: ด้านบนเป็นรูปสี่เหลี่ยมครับ

(นักเรียนคนที่ 7 และ 8, ผู้ให้สัมภาษณ์, 18 กุมภาพันธ์ 2562)

ข้อมูลผู้สัมภาษณ์ นักเรียนที่ได้คะแนนในช่วงกลางในการทำแบบทดสอบ จำนวน 2 คน

ผลการสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่างของนักเรียนทั้ง 2 คน อยู่ในระดับความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน (PS) เนื่องจากคำตอบของนักเรียนในตอนแรกคือ ลูกเต๋า เพียงอย่างเดียวเท่านั้น ซึ่งเป็นคำตอบที่ถูกแค่บางส่วน จากนั้น เมื่อเกิดการถามตอบกับครู นักเรียนจึงเปลี่ยนคำตอบเป็น ลูกเต๋า ตู้เย็น หมี กระป๋องน้ำอัดลม ซึ่งยังคงถูกบางส่วน ส่วนที่ถูกคือ ลูกเต๋า ตู้เย็น และกระป๋องน้ำอัดลม ส่วนที่ผิด คือ หมี นั้นแสดงถึงความเข้าใจคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการมองภาพ นักเรียนอาจมองเห็นแค่ช่วงหัวที่เหมือนกัน แต่ไม่ได้มองถึงรายละเอียดช่วงตัวที่ไม่เหมือนกัน แสดงได้จากตัวอย่างต่อไปนี้

...ครู: ครูมีภาพให้นักเรียน 8 ภาพ จากภาพ ภาพใดมีภาพด้านหน้าเหมือนกับภาพด้านข้างบ้างคะ

นักเรียน: ลูกเต๋า

ครู: มีภาพเดียวใช่ไหมคะ

นักเรียน: ค่ะ

ครู: ทำไมหนูถึงคิดว่าลูกเต๋าถึงมีภาพด้านหน้ากับภาพด้านข้างเหมือนกันคะ

นักเรียน: เป็นรูปสี่เหลี่ยมทั้งด้านหน้า ด้านบน แล้วก็ด้านข้างค่ะ

ครู: แล้วกระป๋องน้ำอัดลม มีภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง เป็นรูปอะไรคะ

นักเรียน: ด้านหน้าเป็นสี่เหลี่ยมค่ะ

ครู: แล้วด้านข้างเป็นรูปอะไรคะ

นักเรียน: สี่เหลี่ยมค่ะ

ครู: สรุปเหมือนกันไหมคะด้านหน้า และด้านข้าง

นักเรียน: เหมือนกันค่ะ

ครู: แล้วด้านบนเป็นรูปอะไรคะ

นักเรียน: วงกลมค่ะ

ครู: แล้วตุ๊กตาหมีเหมือนกันไหมคะ ด้านหน้า ด้านข้าง

นักเรียน: ไม่เหมือนค่ะ

ครู: ทำไมถึงไม่เหมือนคะ

นักเรียน: ด้านหน้าเป็นวงกลมค่ะ

ครู: ด้านข้างเป็นรูปอะไรคะ

นักเรียน: ด้านข้างเป็นวงกลมคะ

ครู: แสดงว่าเหมือนกันใช่ไหมคะ สรุปเหมือนกันไหมคะ

นักเรียน: เหมือนค่ะ

ครู: เหมือน แล้วเต้นท์แต่ละด้านเป็นรูปอะไรคะ

นักเรียน: เต้นท์ด้านหน้าเป็นสามเหลี่ยมค่ะ

ครู: ด้านข้างเป็นรูปอะไรคะ

นักเรียน: สี่เหลี่ยมค่ะ

ครู: ตู้เย็นแต่ละด้านเป็นรูปอะไรคะ

นักเรียน: ตู้เย็นสี่เหลี่ยมค่ะ

ครู: ด้านหน้าเป็นรูปอะไรคะ

นักเรียน: ตู้เย็นด้านหน้าสี่เหลี่ยมผืนผ้า ด้านข้างสี่เหลี่ยมผืนผ้า ด้านบนสี่เหลี่ยมค่ะ

ครู: สรุปเหมือนกันไหมคะ ด้านหน้า ด้านข้าง

นักเรียน: เหมือนกันค่ะ

ครู: หมอนอิงแต่ละด้านเป็นรูปอะไรคะ

นักเรียน: ด้านหน้าสามเหลี่ยม ด้านข้างสี่เหลี่ยมค่ะ

ครู: นาฬิกาปลุกแต่ละด้านเป็นรูปอะไรคะ

นักเรียน: ด้านหน้าวงกลม

ครู: ด้านข้างเป็นรูปอะไรคะ

นักเรียน: สี่เหลี่ยมค่ะ

ครู: กระทะแต่ละด้านเป็นรูปอะไรคะ

นักเรียน: ด้านหน้าวงกลมค่ะ

ครู: ด้านข้างเป็นรูปอะไรคะ

นักเรียน: สี่เหลี่ยมค่ะ

ครู: สรุปแล้วมีอันไหนบ้างที่เหมือนกันคะ ภาพด้านหน้ากับภาพด้านข้าง

นักเรียน: ลูกเต๋า ตู้เย็น หมี กระป๋องน้ำอัดลม

(นักเรียนคนที่ 9 และ 10, ผู้ให้สัมภาษณ์, 18 กุมภาพันธ์ 2562)

ข้อมูลผู้สัมภาษณ์ นักเรียนที่ได้คะแนนช่วงต่ำในการทำแบบทดสอบ จำนวน 2 คน

ผลการสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่างของนักเรียนทั้ง 2 คน อยู่ในระดับความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน (PS) เนื่องจากคำตอบของนักเรียน คือ กระป๋องน้ำอัดลม ลูกเต๋า ตู้เย็น และกระทะ ซึ่งถูกบางส่วน ส่วนที่ถูก คือ กระป๋องน้ำอัดลม ลูกเต๋า และตู้เย็น ส่วนที่ผิด คือ กระทะ นั้นแสดงถึงความเข้าใจคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับรูปทรงของสิ่งนั้น นักเรียนอาจคิดว่ารูปทรงของกระทะในภาพเป็นทรงกลมทำให้ภาพได้จากการมองเหมือนกันทุกด้าน คือ เป็นวงกลมเหมือนกัน แต่ที่ถูก คือ รูปทรงของกระทะด้านหน้าจะเป็นวงกลม ด้านข้างจะเป็นสี่เหลี่ยม ทำให้ภาพได้จากการมองด้านหน้าคล้ายรูปวงกลม แต่ภาพได้จากการมองด้านข้างคล้ายรูปสี่เหลี่ยม ซึ่งไม่เหมือนกัน แสดงได้จากตัวอย่างต่อไปนี้

...ครู: ครูมีภาพให้นักเรียนทั้งหมด 8 ภาพ อยากทราบว่าจากภาพครูให้ ภาพใดมีภาพด้านหน้า เหมือนกับภาพด้านข้างบ้างคะ

นักเรียน: กระป๋องน้ำอัดลม ลูกเต๋า ตู้เย็น และกระทะค่ะ

ครู: ทำไมทั้ง 4 ภาพนี้ถึงมีภาพด้านหน้าเหมือนกับภาพด้านข้างคะ ภาพกระป๋องน้ำอัดลม มันเหมือนกันอย่างไรคะ เป็นรูปอะไรคะ

นักเรียน: เป็นรูปทรงกระบอกค่ะ

ครู: เป็นรูปทรงกระบอก ด้านหน้ากับด้านข้างใช่ไหมคะ

นักเรียน: ด้านหน้าเป็นวงกลมค่ะ

ครู: ด้านหน้ากับด้านข้างเป็นวงกลมเหมือนกันใช่ไหมคะ

นักเรียน: ใช่ค่ะ

ครู: ลูกเต๋าด้านหน้ากับด้านข้างเป็นอย่างไรคะ

นักเรียน: เป็นสี่เหลี่ยมจัตุรัสเหมือนกันทุกด้านค่ะ

ครู: ตู้เย็นด้านหน้ากับด้านข้างเป็นอย่างไรคะ

นักเรียน: มีความยาวเท่ากัน และมีขนาดที่เท่ากันค่ะ

ครู: กระทะด้านหน้ากับด้านข้างเป็นอย่างไรคะ

นักเรียน: เป็นวงกลมค่ะ

ครู: วงกลมทุกด้านใช่ไหมคะ

นักเรียน: ค่ะ

(นักเรียนคนที่ 11 และ 12, ผู้ให้สัมภาษณ์, 18 กุมภาพันธ์ 2562)

3. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์

ข้อมูลผู้สัมภาษณ์ นักเรียนที่ได้คะแนนช่วงสูงในการทำแบบทดสอบ จำนวน 2 คน

ผลการสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่างของนักเรียนทั้ง 2 คน อยู่ในระดับความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์ (CU) เนื่องจากคำตอบของนักเรียนถูกครบถ้วนครบทั้ง 3 ภาพ คือ ภาพ 2 เป็นภาพด้านบน ภาพ 3 เป็นภาพด้านหน้า และภาพ 5 เป็นภาพด้านข้าง พร้อมให้เหตุผลถูกต้องสมบูรณ์ครบองค์ประกอบที่สำคัญ แสดงได้จากตัวอย่างต่อไปนี้

…ครู: ครูมีภาพให้นักเรียนทั้งหมด 8 ภาพ ครูอยากทราบว่าภาพใด คือ ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบน ของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ ที่ครูกำหนดให้ต่อไปนี้คะ

นักเรียน: ภาพ 2 เป็นภาพด้านบนค่ะ

ครู: ภาพ 2 เป็นภาพด้านบน แล้วด้านหน้า ด้านข้างคือภาพไหนคะ

นักเรียน: ด้านหน้าคือภาพ 3 ค่ะ

ครู: ภาพ 3 แล้วด้านข้างคือภาพไหนคะ

นักเรียน: ภาพ 5 ค่ะ

ครู: มีภาพอื่นอีกไหมคะ

นักเรียน: ไม่มีค่ะ

ครู: ภาพ 2 ภาพ 3 และภาพ 5 ใช่ไหมคะ แล้วทำไมภาพ 6 ไม่เป็นภาพด้านหน้าด้วยคะ มันดูคล้ายๆ ภาพ 3 เลยค่ะ

นักเรียน: เพราะมันไม่เหมือนตรงมุมนี้ค่ะ

ครู: ต่างกันตรงมุม 2 กับมุม 1 ใช่ไหมคะ

นักเรียน: ใช่ค่ะ

ครู: มันมี 1 ลูก ไม่ได้มี 2 ลูกใช่ไหมคะ

นักเรียน: มี 1 ลูกค่ะ

ครู: แล้วภาพ 2 กับภาพ 1 ตรงนี้มันไม่มีใช่ไหมคะ ตรงอื่นเหมือนกันหมดเลย ต่างกันแค่มุมที่มี 4 ลูก มันไม่มีใช่ไหมคะ

นักเรียน: ไม่มีค่ะ

ครู: แล้วภาพ 7 ทำไมนักเรียนถึงคิดว่ามันไม่เป็นภาพด้านใดด้านหนึ่งคะ

นักเรียน: เพราะมันมีด้านบนไม่ถึง 4

ครู: แสดงว่ามันไม่มีโอกาสเป็นภาพด้านบน แล้วมันมีโอกาสเป็นภาพด้านหน้าไหมคะ

นักเรียน: ไม่มีค่ะ

ครู: เป็นภาพด้านข้างได้ไหมคะ

นักเรียน: ไม่ได้ค่ะ

ครู: ภาพ 8 มีโอกาสเป็นภาพใดภาพหนึ่งบ้างไหมคะ

นักเรียน: ไม่มีค่ะ

ครู: ภาพ 4 มีโอกาสเป็นภาพใดภาพหนึ่งบ้างไหมคะ

นักเรียน: ไม่มีค่ะ

(นักเรียนคนที่ 13 และ 14, ผู้ให้สัมภาษณ์, 18 กุมภาพันธ์ 2562)

ข้อมูลผู้สัมภาษณ์ นักเรียนที่ได้คะแนนในช่วงกลางในการทำแบบทดสอบ จำนวน 2 คน

ผลการสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่างของนักเรียนทั้ง 2 คน อยู่ในระดับความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน (PS) เนื่องจากคำตอบของนักเรียน คือ ภาพ 3 เป็นภาพด้านหน้า ภาพ 4 เป็นภาพด้านบน และภาพ 5 เป็นด้านภาพข้าง ซึ่งถูกบางส่วน ส่วนที่ถูก คือ ภาพ 3 เป็นภาพด้านหน้า และภาพ 5 เป็นด้านภาพข้าง ส่วนที่ผิด คือ ภาพ 4 เป็นภาพด้านบน นั้นแสดงถึงความเข้าใจคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการมองภาพผิด ซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง คือ ภาพ 2 เป็นภาพด้านบน แสดงได้จากตัวอย่างต่อไปนี้

...ครู: ครูมีภาพให้นักเรียนทั้งหมด 8 ภาพ อยากทราบว่า ภาพใดเป็นภาพด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบน ของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ที่ครูกำหนดให้ค่ะ

นักเรียน: ภาพ 3 เป็นด้านหน้า ภาพ 4 เป็นด้านบน ภาพ 5 เป็นด้านข้างค่ะ

ครู: ทำไมถึงคิดว่าภาพ 3 เป็นด้านหน้า ทำไมถึงไม่คิดว่าเป็นภาพ 6 ทั้งๆ ที่มันคล้ายกัน

นักเรียน: เพราะว่าอันบนมันมีอันเดียวค่ะ

ครู: แล้วอันนี้มันมีกี่อันคะ

นักเรียน: 2 กับ 1 ค่ะ

ครู: แล้วทำไม ถึงคิดว่า ภาพ 4 เป็นภาพด้านบน แล้วภาพ 7 มีโอกาสเป็นไปได้ด้วยไหมคะ

นักเรียน: ไม่ค่ะ เพราะว่ามันกลับกัน

ครู: แน่ใจใช่ไหมคะ

นักเรียน: แน่ใจค่ะ

ครู: อันนี้ภาพ 5 นักเรียนคิดว่าเป็นภาพด้านข้าง แน่ใจหรือไม่คะ

นักเรียน: ค่ะ

ครู: แล้วภาพ 1 มีโอกาสจะเป็นภาพด้านใด ด้านหนึ่งได้ไหมคะ

นักเรียน: ไม่ได้ค่ะ

ครู: ภาพ 2 มีโอกาสจะเป็นภาพด้านใด ด้านหนึ่งได้ไหมคะ

นักเรียน: ไม่ค่ะ

ครู: ภาพ 8 มีโอกาสจะเป็นภาพด้านใด ด้านหนึ่งได้ไหมคะ

นักเรียน: ไม่ค่ะ

ครู: สรุปตอบเป็น ภาพ 4 เป็นภาพด้านบน ภาพ 3 เป็นภาพด้านหน้า ภาพ 5 เป็นภาพด้านข้าง มั่นใจไหมคะ

นักเรียน: มั่นใจค่ะ

ครู: ขอบคุณค่ะ

(นักเรียนคนที่ 15 และ 16, ผู้ให้สัมภาษณ์, 18 กุมภาพันธ์ 2562)

ข้อมูลผู้สัมภาษณ์ นักเรียนที่ได้คะแนนช่วงต่ำในการทำแบบทดสอบ จำนวน 2 คน

ผลการสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่างของนักเรียนทั้ง 2 คน อยู่ในระดับความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน (PS) เนื่องจากคำตอบของนักเรียนในตอนแรก คือ ภาพ 1 เป็นภาพด้านบน ภาพ 3 เป็นภาพด้านหน้า และภาพ 5 เป็นด้านภาพข้าง ซึ่งเป็นคำตอบที่ถูกแค่บางส่วน จากนั้นเมื่อเกิดการถามตอบกับครู นักเรียนจึงเปลี่ยนคำตอบเป็น ภาพ 2 เป็นภาพด้านบน ภาพ 5 เป็นด้านภาพข้าง และภาพ 6 เป็นภาพด้านหน้า ซึ่งยังคงถูกบางส่วน ส่วนที่ถูก คือ ภาพ 2 เป็นภาพด้านบน และภาพ 5 เป็นด้านภาพข้าง ส่วนที่ผิด คือ ภาพ 6 เป็นภาพด้านหน้า นั้นแสดงถึงความเข้าใจคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับการมองภาพ นักเรียนอาจมองภาพแล้วคิดว่ามีลูกบาศก์ซ่อนอยู่ข้างหลังอีก 1 ลูก

แต่แท้จริงแล้ว คือ ไม่มี ซึ่งคำตอบที่ถูกต้อง คือ ภาพ 3 เป็นภาพด้านหน้า แสดงได้จากตัวอย่างต่อไปนี้

...ครู: ครูมีภาพให้นักเรียนทั้งหมด 8 ภาพ อยากทราบว่า จากภาพ 8 ภาพนี้ ภาพใดคือ ภาพด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบน ของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ที่ครูกำหนดให้คะ

นักเรียน: ภาพ 1 เป็นภาพด้านบน

ครู: ด้านบน

นักเรียน: ภาพ 3 เป็นด้านหน้า

ครู: ด้านหน้า

นักเรียน: ภาพ 5 เป็นด้านข้าง

ครู: ทำไมถึงคิดว่าภาพ 1 เป็นภาพด้านบนคะ ทำไมถึงไม่เลือกภาพ 2 ทั้งๆ ที่มันใกล้เคียงกัน มันต่างกันตรงไหนคะ

นักเรียน: มันต่างกันตรงที่ข้างบนตรงนี้มันมี 4

ครู: แล้วตรงไหนไม่มี 4 คะ

นักเรียน: ตรงนี้ค่ะ (ชี้ไปตรงที่ไม่มี 4 ที่ว่างของภาพ 2)

ครู: ทำไมถึงคิดว่าภาพ 3 เป็นภาพด้านหน้าคะ ทำไมถึงไม่เลือกภาพ 6 เพราะมันใกล้เคียงกัน

นักเรียน: เพราะว่าเห็นจากข้างล่างตรงนี้มี 3

ครู: ตรงนี้ก็มี 3 มันต่างกันตรงไหนคะ ภาพ 3 กับภาพ 6

นักเรียน: ต่างกันตรง 1 ค่ะ เอาภาพ 6 ค่ะ

ครู: สรุปเอาภาพไหนคะ เอาภาพ 6 ใช่ไหมคะ ไม่เอาภาพ 3 แล้วใช่ไหมคะ

นักเรียน: ภาพ 2, 5, 6 ค่ะ

ครู: 2 เป็นภาพด้านไหนคะ

นักเรียน: 2 เป็นภาพด้านบน

ครู: 5 เป็นภาพด้านไหนคะ

นักเรียน: 5 เป็นภาพด้านข้าง

ครู: 6 เป็นภาพด้านไหนคะ

นักเรียน: เป็นภาพด้านหน้า

ครู: ทำไมหนูถึงเปลี่ยนมาเป็นภาพ 6 คะ

นักเรียน: เพราะว่าตรงบล็อกด้านหลังของตรงนี้ มันมีแค่ 1 (ชี้ไปที่ภาพโจทย์)

ครู: ถ้าตรงนี้มันมี 1 นักเรียนเลือกภาพ 3 ถูกแล้วสิคะ สรุปมันมี 2 หรือมันมี 1 คะ

นักเรียน: 2 ค่ะ

ครู: มี 2

นักเรียน: เพราะว่าเห็นตรงนี้มี 2 ค่ะ (ชี้ไปที่ 4 บล็อคของภาพโจทย์)

ครู: ตรงนี้มี 2 บล็อกใช่ไหมคะ แล้วภาพ 5 ทำไมคิดว่าเป็นภาพด้านข้างคะ

นักเรียน: เพราะว่าตรงที่มันมี 2 บล็อก (ชี้ไปที่ 2 บล็อกของภาพโจทย์)

ครู: แล้วภาพ 2 ล่ะ ทำไมคิดว่าเป็นด้านบน ทำไมเปลี่ยนมาจากภาพ 1

นักเรียน: เพราะว่าด้านบนตรงนี้มันไม่มี 4 บล็อกนี้

ครู: แล้วทำไมนักเรียนถึงไม่เลือกภาพ 4, 7, 8 เลยค่ะ ทำไมไม่พูดถึงเลย

นักเรียน: เพราะว่ามันไม่มีค่ะ

ครู: มันไม่ใช่เลยใช่ไหมคะ

นักเรียน: ค่ะ

ครู: ไม่มีแนวโน้มว่าจะเป็นภาพใดภาพนึงเลยใช่ไหมคะ

นักเรียน: ใช่ค่ะ

(นักเรียนคนที่ 17 และ 18, ผู้ให้สัมภาษณ์, 20 กุมภาพันธ์ 2562)

ซึ่งผลการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ในระหว่างและหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ แสดงผลดังตาราง 20

ตาราง 20 แสดงผลการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ในระหว่างและหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

เนื้อหาเรื่อง	แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	ใบกิจกรรม	แบบสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่าง
1. หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ	ช่วงสูง	CU	CU
		CU	CU
	ช่วงกลาง	PS	PS
		PS	PS
	ช่วงต่ำ	PS	PS
		PS	PS

ตาราง 20 (ต่อ)

เนื้อหาเรื่อง	แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	ใบกิจกรรม	แบบสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่าง
2. ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ	ช่วงสูง	CU	CU
		CU	CU
	ช่วงกลาง	PS	PS
		PS	PS
	ช่วงต่ำ	PS	PS
		PS	PS
3. ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์	ช่วงสูง	CU	CU
		CU	CU
	ช่วงกลาง	PS	PS
		PS	PS
	ช่วงต่ำ	PS	PS
		PS	PS

จากตาราง พบว่า การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ในระหว่างและหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ มีนักเรียนจำนวน 2 คน ที่มีคะแนนในแบบทดสอบอยู่ในช่วงสูง มีผลในใบกิจกรรมอยู่ในระดับความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์ (CU) และมีผลการสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่างอยู่ในระดับความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์ (CU) ส่วนนักเรียนจำนวน 2 คน ที่มีคะแนนในแบบทดสอบอยู่ในช่วงกลาง มีผลในใบกิจกรรมอยู่ในระดับความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน (PS) และมีผลการสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่างอยู่ในระดับความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน (PS) และนักเรียน จำนวน 2 คน ที่มีคะแนนในแบบทดสอบอยู่ในช่วงต่ำ มีผลในใบกิจกรรมอยู่ในระดับความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน (PS) และมีผลการสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่างอยู่ในระดับความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน (PS) ทั้ง 3 เรื่อง

บทที่ 5

บทสรุป

การวิจัยครั้งนี้เป็นการศึกษา เรื่อง การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ซึ่งมีรายละเอียดเกี่ยวกับ จุดมุ่งหมายของการวิจัย สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ ดังนี้

จุดมุ่งหมายของการวิจัย

เพื่อศึกษาผลการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A)

สรุปผลการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้สรุปผลการวิจัยเป็น 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A)

ตอนที่ 2 ผลการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A)

ตอนที่ 1 ผลการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A)

นักเรียนมีการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ซึ่งแบ่งเป็นเนื้อหา 3 เรื่อง ได้แก่

1. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ ส่วนใหญ่อยู่ในระดับความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์ (CU) โดยมีจำนวนนักเรียนคิดเป็นร้อยละ 55.55 นอกจากนี้ ยังมีนักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน (PS) โดยมีจำนวน

นักเรียนคิดเป็นร้อยละ 44.44 และไม่มีนักเรียนที่อยู่ในระดับความเข้าใจที่ถูกต้องแต่ไม่สมบูรณ์ (PU) ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน (AC) และไม่เข้าใจ (NU)

2. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ ส่วนใหญ่อยู่ในระดับความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์ (CU) โดยมีจำนวนนักเรียนคิดเป็นร้อยละ 94.44 นอกจากนี้ยังมีนักเรียนที่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน (PS) โดยมีจำนวนนักเรียนคิดเป็นร้อยละ 5.56 และไม่มีนักเรียนที่อยู่ในระดับความเข้าใจที่ถูกต้องแต่ไม่สมบูรณ์ (PU) ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน (AC) และไม่เข้าใจ (NU)

3. มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ ส่วนใหญ่อยู่ในระดับความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์ (CU) โดยมีจำนวนนักเรียน คิดเป็นร้อยละ 61.11 นอกจากนี้ยังมีนักเรียนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน (PS) ร้อยละ 38.89 และไม่มีนักเรียนที่อยู่ในระดับความเข้าใจที่ถูกต้องแต่ไม่สมบูรณ์ (PU) ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน (AC) และไม่เข้าใจ (NU)

ตอนที่ 2 ผลการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A)

1. การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 มีคะแนนเฉลี่ย เท่ากับ 22.08 คะแนน คิดเป็นร้อยละ 73.60 ซึ่งสูงกว่าร้อยละ 70

2. ผลการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติวิเคราะห์ข้อมูลจากแบบสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่าง ทั้ง 3 เรื่อง ผลการสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่างเป็นดังนี้

2.1 มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ

ผลการสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่างของนักเรียนที่ได้คะแนนช่วงสูงในการทำแบบทดสอบจำนวน 2 คน อยู่ในระดับความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์ (CU) ส่วนนักเรียนที่ได้คะแนนช่วงกลางและต่ำ อย่างละ 2 คน อยู่ในระดับความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน (PS)

2.2 มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ

ผลการสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่างของนักเรียนที่ได้คะแนนช่วงสูงในการทำแบบทดสอบ จำนวน 2 คน อยู่ในระดับความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์ (CU) ส่วนนักเรียนที่ได้คะแนนช่วงกลางและต่ำ อย่างละ 2 คน อยู่ในระดับความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน (PS)

2.3 มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์

ผลการสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่างของนักเรียนที่ได้คะแนนช่วงสูงในการทำแบบทดสอบจำนวน 2 คน อยู่ในระดับความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์ (CU) ส่วนนักเรียนที่ได้คะแนนช่วงกลางและต่ำ อย่างละ 2 คน อยู่ในระดับความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน (PS)

ซึ่งผลการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติในระหว่างและหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เป็นดังนี้ นักเรียนจำนวน 2 คน มีผลในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อยู่ในระดับความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์ (CU) มีคะแนนในแบบทดสอบอยู่ในช่วงสูง และมีผลการสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่างอยู่ในระดับความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์ (CU) ส่วนนักเรียนจำนวน 2 คน ที่มีผลในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อยู่ในระดับความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน (PS) มีคะแนนในแบบทดสอบอยู่ในช่วงกลาง และมีผลการสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่างอยู่ในระดับความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน (PS) และนักเรียน จำนวน 2 คน ที่มีผลในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อยู่ในระดับความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน (PS) มีคะแนนในแบบทดสอบอยู่ในช่วงต่ำ มีผลการสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่างอยู่ในระดับความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน (PS) ทั้ง 3 เรื่อง

อภิปรายผลการวิจัย

จากผลการวิจัย พบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) ทำให้นักเรียนส่วนใหญ่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์ และมีผลคะแนนในแบบทดสอบ สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทั้งนี้เนื่องจาก ในขั้นปฏิบัติกิจกรรมนักเรียนได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมโดยอาศัยสิ่งที่เป็นรูปธรรมช่วยทำให้เข้าใจเนื้อหาได้ชัดเจนยิ่งขึ้น ได้ลงมือกระทำกับวัตถุในรูปแบบต่างๆ และสัมผัสสื่อต่างๆ ด้วยตนเอง รวมทั้งใบกิจกรรมในระหว่างการเรียนรู้ที่นักเรียนได้ลงมือทำ อาจเป็นส่วนหนึ่งในการเน้นย้ำความเข้าใจของนักเรียนให้มากขึ้นได้ ทำให้นักเรียนสามารถเขียนสรุปอธิบายหลักการได้ด้วยตนเอง จึงทำให้เกิดความสนใจในกิจกรรมที่จะเรียนรู้ ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงเข้าสู่สิ่งที่เป็นนามธรรมได้ ทำให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และทำให้นักเรียนสามารถพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ได้ ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ มาโนช บุญคุ้ม (2553) ได้ศึกษาการพัฒนาความคิดรวบยอดเรื่องรูปสี่เหลี่ยมและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้กิจกรรมปฏิบัติ โรงเรียนชุมชนบ้านร้องเข็ม อำเภอร้องกวาง จังหวัดแพร่ ผลการวิจัย

พบว่า นักเรียน จำนวน 22 คน สามารถให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปสี่เหลี่ยม คิดเป็นร้อยละ 73.33 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ผลที่ได้จากการใช้กิจกรรมปฏิบัติ ทำให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอด เรื่อง รูปสี่เหลี่ยม โดยนักเรียนส่วนใหญ่สามารถใช้ความคิดรวบยอดที่ได้จากการปฏิบัติกิจกรรมด้วยตนเอง ในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ สอดคล้องกับ ศรีสุข ชีพพานิชย์ (2553) ได้ทำการวิจัย เรื่อง การใช้รูปจำลองสี่เหลี่ยมจัตุรัสเพื่อสร้างความคิดรวบยอด เรื่อง การคูณ และการหารเศษส่วน ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ผลการวิจัย พบว่า นักเรียนมีความคิดรวบยอดในเรื่องการคูณ และการหารเศษส่วน และผลจากการทำแบบทดสอบวัดความคิดรวบยอดในการเรียน คิดเป็นร้อยละ 87.50

เมื่อพิจารณาในเนื้อหาทั้ง 3 เรื่อง ผู้วิจัยยังพบอีกว่าในใบกิจกรรม เรื่อง หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ เน้นให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมจากสิ่งของที่ครูกำหนดให้ โดยให้นักเรียนได้ทดลองตัดสิ่งของนั้นจริง ทำให้มองเห็นภาพหน้าตัดที่เกิดขึ้นได้อย่างชัดเจน และสามารถเชื่อมโยงเข้ากับสิ่งของอื่นๆ นอกจากสิ่งที่ครูกำหนดให้ได้ นอกจากนี้ นักเรียนสามารถตอบคำถาม และอธิบายเกี่ยวกับหน้าตัดจากสิ่งที่ได้รับได้อย่างถูกต้อง ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์ แต่ยังคงมีนักเรียนที่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน อาจเนื่องมาจากนักเรียนยังไม่เข้าใจถึงลักษณะสิ่งของที่เป็นรูปธรรมที่ตัวเองได้รับ ซึ่งเป็นรูปเรขาคณิตสามมิติได้เป็นอย่างดี ทำให้ไม่สามารถบอกได้ว่าเมื่อตัดรูปเรขาคณิตสามมิติด้วยระนาบแล้วหน้าตัดที่ได้จะเป็นรูปเรขาคณิตสองมิติแบบใดได้อย่างสมบูรณ์ ส่งผลให้การตอบคำถามของนักเรียนเกิดความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน

สำหรับใบกิจกรรมเรื่อง ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ เน้นให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมจากสิ่งของที่ครูกำหนดให้ โดยให้นักเรียนได้มองสิ่งของนั้นจริง ทำให้มองภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนที่เกิดขึ้นจากสิ่งของนั้นๆ ได้อย่างชัดเจน และสามารถมองสิ่งของอื่นๆ นอกจากสิ่งที่ครูกำหนดให้ได้ ทำให้นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์ ซึ่งนักเรียนสามารถบอกและอธิบายภาพได้จากการมอง ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบน เป็นรูปเรขาคณิตสองมิติได้ ซึ่งเนื้อหาในส่วนนี้เป็นเนื้อหาที่ค่อนข้างตรงตัว และไม่ซับซ้อนจึงง่ายต่อการทำความเข้าใจ แต่ยังคงมีนักเรียนที่มีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน ซึ่งอาจเกิดจากนักเรียนมองคนละแนวกับทิศทางการมองที่กำหนดให้ ทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน

ในส่วนของใบกิจกรรม เรื่อง ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ เน้นให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมจากกล่องลูกบาศก์ที่นักเรียนร่วมกันประดิษฐ์ขึ้น และได้ทดลองประกอบลูกบาศก์จากภาพครูกำหนดให้ จากนั้น ให้นักเรียนมองภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบน จากลูกบาศก์ที่ประกอบขึ้น ซึ่งจะช่วยทำให้นักเรียนมองภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนที่เกิดขึ้นได้อย่างชัดเจน ทำให้นักเรียนส่วนใหญ่อยู่ในระดับความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์ ซึ่งนักเรียนสามารถเขียนภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบน ที่ได้จากการมองรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์เป็นรูปเรขาคณิตสองมิติโดยใช้กระดาษไอโซเมตริกได้อย่างสมบูรณ์ ซึ่งเนื้อหาในส่วนนี้จะคล้ายกับเนื้อหาในเรื่อง ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ ซึ่งเป็นเนื้อหาค่อนข้างตรงตัว แต่มีบางส่วนที่มีความซับซ้อนและมีรายละเอียดค่อนข้างมากกว่า จึงส่งผลให้มีนักเรียนบางส่วนมีมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน นั่นคือนักเรียนอาจเขียนภาพได้ถูกต้อง แต่เขียนตัวเลขผิด หรือเขียนตัวเลขสลับตำแหน่งกัน ซึ่งอาจเกิดจากความสับสนของการมองจำนวนลูกบาศก์ในแต่ละแถว หรือมองคนละแนวกับทิศทางการมองที่กำหนดให้ นั่นจะส่งผลทำให้ภาพเขียนออกมานั้นเกิดความคลาดเคลื่อน ทั้งนี้ สังเกตได้ว่า จำนวนร้อยละของนักเรียนที่อยู่ในระดับความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วนในเรื่อง ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ มีค่ามากกว่า เรื่อง ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ

จากที่ได้วิเคราะห์ใบกิจกรรมของเนื้อหาทั้ง 3 เรื่อง พบว่า นักเรียนยังไม่เข้าใจถึงลักษณะสิ่งของที่เป็นรูปธรรมที่ตัวเองได้รับ และนักเรียนมองคนละแนวกับทิศทางการมองที่กำหนดให้ แสดงถึงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่คลาดเคลื่อนในด้านการตีความจากโจทย์ ส่วนนักเรียนที่เขียนภาพได้ถูกต้อง แต่เขียนตัวเลขผิด หรือเขียนตัวเลขสลับตำแหน่งกัน แสดงถึงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่คลาดเคลื่อนในด้านการคิดคำนวณ ซึ่งสอดคล้องกับการศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ของ เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร (2551) กล่าวว่า มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนนั้นเกิดจาก 4 ด้าน ด้วยกัน ได้แก่ ด้านการตีความจากโจทย์ ด้านการใช้ทฤษฎีบท สูตร กฎ บทนิยาม และสมบัติ ด้านการคิดคำนวณ และด้านการตรวจสอบการแก้ปัญหา

นอกจากนี้ ผลจากการสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่าง เรื่อง หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ พบว่า นักเรียนสามารถตอบคำถามเกี่ยวกับหน้าตัดได้อย่างถูกต้องจากคำถามที่ครูถาม แต่ยังคงมีนักเรียนบางส่วนที่แสดงถึงความเข้าใจคลาดเคลื่อน อาจเนื่องมาจากนักเรียนยังไม่เข้าใจถึงลักษณะของภาพกำหนดให้ได้เป็นอย่างดี ทำให้ไม่สามารถบอกได้ว่าจากภาพนั้น เมื่อตัดด้วย

ระนาบแล้วหน้าตัดที่ได้จะเป็นรูปเรขาคณิตสองมิติแบบใดได้อย่างสมบูรณ์ ส่งผลให้การตอบคำถามของนักเรียนเกิดความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน ส่วนผลจากการสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่าง เรื่อง ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ พบว่า นักเรียนสามารถบอกและอธิบายภาพได้จากการมอง ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบน เป็นรูปเรขาคณิตสองมิติได้ถูกต้องจากคำถามที่ครูถาม ซึ่งเนื้อหาในส่วนนี้เป็นเนื้อหาที่ค่อนข้างตรงตัวและไม่ซับซ้อนจึงง่ายต่อการทำความเข้าใจ นอกจากนี้ ยังมีนักเรียนบางส่วนที่แสดงถึงความเข้าใจคลาดเคลื่อน นั่นอาจเกิดจากนักเรียนมองคนละแนวกับทิศทางการมองที่กำหนดให้ ทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนส่งผลให้นักเรียนตอบคำถามไม่ถูกต้อง และจากการสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่าง เรื่อง ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ นักเรียนสามารถบอกและอธิบายได้ว่าภาพใด คือ ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบน จากคำถามที่ครูถามได้อย่างสมบูรณ์ ซึ่งเนื้อหาในส่วนนี้จะคล้ายกับเนื้อหาในเรื่อง ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ แต่มีบางส่วนที่มีความซับซ้อนของลูกบาศก์ จึงมีรายละเอียดค่อนข้างมากกว่า จึงส่งผลให้มีนักเรียนบางส่วนอธิบายภาพได้ไม่ถูกต้อง ซึ่งนักเรียนอาจเกิดความสับสนของการมองจำนวนลูกบาศก์ในแต่ละแถว หรือมองคนละแนวกับทิศทางการมองที่กำหนดให้

อย่างไรก็ตาม จากที่กล่าวมาข้างต้นจะเห็นได้ว่าการสอนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) ช่วยให้นักเรียนได้เรียนรู้จากประสบการณ์จริงโดยใช้สื่อที่เป็นรูปธรรมที่ช่วยทำให้เข้าใจเนื้อหาได้ชัดเจนยิ่งขึ้น เมื่อนักเรียนได้ลงมือกระทำกับวัตถุนั้นๆ จึงทำให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ทำให้นักเรียนสามารถพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ได้ ซึ่งตรงกับแนวคิดของ Santoro (2004 อ้างถึงใน ภัทรพล เมฆอากาศ, 2554, น. 11) ได้กล่าวถึง กิจกรรมปฏิบัติ (Hands-on activities) เป็นกิจกรรมที่เน้นให้ผู้เรียนได้ ลงมือปฏิบัติ ได้สัมผัส และเรียนรู้จากการทดลองทำจริง ทำให้นักเรียนเข้าใจจากรูปธรรมไปสู่นามธรรม ทั้งนี้ การใช้กิจกรรมปฏิบัติยังช่วยให้นักเรียนเข้าใจเนื้อหาที่ลึกซึ้ง มากกว่าการสอนแบบเดิม นอกจากนี้ นักเรียนยังให้ความสนใจในการมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนการสอนมากขึ้นอีกด้วย ด้วยเหตุนี้ ผลการศึกษาค้นคว้านี้จึงสอดคล้องกับผลการวิจัยของ จิตรานุช วันทมาตย์, และวนินทร สุภาพ (2557) ได้การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้โดยปฏิบัติจริง (Hands-on activities) ร่วมกับการใช้รูปจำลองสี่เหลี่ยมมุมฉากเพื่อเสริมสร้างความคิดรวบยอด เรื่อง การบวก ลบ คูณ หารเศษส่วน สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ผลการวิจัย พบว่า การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยปฏิบัติจริงร่วมกับการใช้รูปจำลอง

สี่เหลี่ยมมุมฉาก ทำให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติกิจกรรมต่างๆ จากสื่อรูปธรรม สามารถมองเห็นภาพได้ชัดเจน ส่งผลให้นักเรียนเกิดความคิดรวบยอด เรื่อง การบวก ลบ คูณ หารเศษส่วน

ข้อเสนอแนะ

1. **ข้อเสนอแนะทั่วไป**

1.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) ในการปฏิบัติกิจกรรมต้องอาศัยระยะเวลาในการจัดกิจกรรมเพื่อให้ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ควรมีการยืดหยุ่นเวลาในการทำกิจกรรมเนื่องจากผู้เรียนแต่ละคนมีทักษะการเรียนรู้ที่แตกต่างกัน

1.2 ในขณะที่ปฏิบัติกิจกรรมอาจมีนักเรียนบางส่วนไม่เข้าใจในคำชี้แจงในการปฏิบัติกิจกรรมต่างๆ ผู้สอนควรอธิบายขั้นตอนและวิธีการปฏิบัติให้นักเรียนได้เข้าใจตรงกันก่อนลงมือปฏิบัติของแต่ละกิจกรรม

1.3 ผู้สอนควรเน้นคำสำคัญของเรื่องนั้นๆ ก่อนการทำกิจกรรม เพื่อไม่ทำให้นักเรียนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่คลาดเคลื่อน

2. **ข้อเสนอแนะในการศึกษาครั้งต่อไป**

2.1 ควรศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) เพื่อพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ การเชื่อมโยง และความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

2.2 ควรมีการศึกษาถึงความคงทนในการเรียนรู้ที่เกิดขึ้นจากการสอนโดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract

2.3 ควรมีการพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน โดยหาสื่อการสอนอื่นๆ มาร่วมด้วย

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

กระทรวงศึกษาธิการ. (2545). *สาระมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: คุรุสภาลาดพร้าว.

กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). *หลักสูตรแกนกลางขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551.* กรุงเทพฯ: ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

กฤษดา สงวนสิน. (2548). *แนวคิดเกี่ยวกับสถานะและการเปลี่ยนสถานะของสารของนักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาตอนปลาย* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.

เกรียงศักดิ์ เจริญวงศ์. (2546). *การคิดเชิงมโนทัศน์.* กรุงเทพฯ: ซัคเซสมีเดีย.

จิตรานุช วันทมาตย์, และวนินทร สุภาพ. (2557). *การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้โดยปฏิบัติจริง (Hands-on activities) ร่วมกับการใช้รูปจำลองสี่เหลี่ยมมุมฉากเพื่อเสริมสร้างความคิดรวบยอด เรื่อง การบวก ลบ คูณแป หารเศษส่วน สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). พิษณุโลก: มหาวิทยาลัยนเรศวร.

ชยานันต์ จิรสินกุลโรจน์, กิจติ รอดเทศ, และวนินทร สุภาพ. (2016). การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้โมเดลการแปลงของเลขด้วยตัวต่อเลโก้ (LEGO) เพื่อเสริมสร้างมโนทัศน์และความคงทนในการเรียนรู้ เรื่อง เศษส่วน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 4. *วารสารมนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์ บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยราชภัฏพิบูลสงคราม, 10*(2), 122-135.

ชลกานต์ ชมภู. (2559). *ผลของการจัดกิจกรรมโดยใช้รูปแบบการเรียนการสอน 4E x 2 ที่มีต่อมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). ชลบุรี: มหาวิทยาลัยบูรพา.

ชัยศักดิ์ ลีลาจรัสกุล. (2542). *ชุดกิจกรรมค่ายคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการจัดค่ายคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: เดอะมาสเตอร์กรุ๊ป แมเนจเม้นท์.

นวลจิตต์ เชาวกีรติพงศ์. (2551). *การสอนเพื่อพัฒนาทักษะปฏิบัติในประมวลสาระชุดวิชาวิทยาการจัดการเรียนรู้.* นนทบุรี: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

บุญชม ศรีสะอาด. (2545). *การวิจัยเบื้องต้น* (พิมพ์ครั้งที่ 7). กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.

ปกรณ์ ประจันบาน. (2552). *ระเบียบวิธีวิจัยทางสังคมศาสตร์.* พิษณุโลก: รัตนสุวรรณการพิมพ์.

พรรณี ชูทัย เจนจิต. (2545). *จิตวิทยาการเรียนการสอน* (พิมพ์ครั้งที่ 5). กรุงเทพฯ: เสริมสิน พรี เพรสิสเท็ม.

พร้อมพรรณ อุดมสิน. (2544). *การวัดและประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

พิมพันธ์ เดชะคุปต์. (2544). *เอกสารประกอบการประชุมปฏิบัติการวิจัยในชั้นเรียนหลักการ.* ม.ป.ท.: ม.ป.พ.

พิริยพงศ์ เตชะศิริยืนยง. (2552). *การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการสอนแบบสืบสวนสอบสวนโดยใช้เกมส์คณิตศาสตร์ เรื่อง การให้เหตุผล* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

ไพศาล วรคำ. (2558). *การวิจัยทางการศึกษา (พิมพ์ครั้งที่ 8).* มหาสารคาม: ตักสิลาการพิมพ์.

ภัทรพล เมฆอากาศ. (2554). *การใช้กิจกรรมปฏิบัติเพื่อพัฒนาการให้เหตุผลเชิงความน่าจะเป็นของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนพัฒนาประชาอุปถัมภ์ จังหวัดแพร่* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). เชียงใหม่: มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.

มนสิช สิทธิสมบูรณ์. (2554). *ระเบียบวิธีวิจัย*. พิษณุโลก: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร.

มาโนช บุญคุ้ม. (2554). *การพัฒนาความคิดรวบยอด เรื่อง รูปสี่เหลี่ยมและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาที่ 6 โดยใช้กิจกรรมปฏิบัติ โรงเรียนชุมชนบ้านร้องเข็ม อำเภอร้องกวาง จังหวัดแพร่* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). เชียงใหม่: มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.

ราชบัณฑิตยสถาน. (2557). *พจนานุกรมศัพท์สังคมวิทยา อังกฤษ-ไทย ฉบับราชบัณฑิตยสถาน.* กรุงเทพฯ: ราชบัณฑิตยสถาน.

ล้วน สายยศ, และอังคณา สายยศ. (2543). *เทคนิคการวัดผลการเรียนรู้ (พิมพ์ครั้งที่ 2).* กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.

วนินทร สุภาพ. (2561). ผังมโนทัศน์: เครื่องมือสำคัญสำหรับการจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ในศตวรรษที่ 21. *วารสารวิชาการ เครือข่ายบัณฑิตศึกษามหาวิทยาลัยราชภัฏภาคเหนือ, 8*(14), 3-5.

วรรณจรีย์ มังสิงห์. (2541). *ปรัชญาการสร้างสรรค์ความรู้.* ขอนแก่น: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น.

วัฒนาพร ระงับทุกข์. (2545). *เทคนิคและกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2544.* กรุงเทพฯ: สุวีริยสาส์น.

เวชฤทธิ์ อังกนะภัทรขจร. (2551). *การศึกษามโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนสาธิต "พิบูลบำเพ็ญ"*. ชลบุรี: มหาวิทยาลัยบูรพา.

ศรีสุข ชีพพานิชย์. (2553). *การใช้รูปจำลองสี่เหลี่ยมจัตุรัสเพื่อสร้างความคิดรวบยอด เรื่อง การคูณและการหารเศษส่วน ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5* (การค้นคว้าแบบอิสระปริญญามหาบัณฑิต). เชียงใหม่: มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.

สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. (2559). *NIETS News*. สืบค้น 10 ตุลาคม 2562, จาก http://www.niets.or.th/th/catalog/view/470/12

สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. (2560ก). *รายงานผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET): ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2559*. กรุงเทพฯ: สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ.

สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. (2560ง). *แบบทดสอบเพื่อวัดผลสัมฤทธิ์ทางการศึกษากลุ่มสาระคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3*. สืบค้น 10 ตุลาคม 2562, จาก https://www.niets.or.th

สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. (2561ข). *รายงานผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET): ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2560*. กรุงเทพฯ: สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ.

สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. (2561ค). *รายงานผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET): ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2560 ฉบับที่ 5-ค่าสถิติแยกตามสาระสำหรับโรงเรียน*. กรุงเทพฯ: สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2552). *เอกสารพัฒนาวิชาชีพครูครูคณิตศาสตร์มืออาชีพ*. กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). *การวัดและประเมินผล คณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: ซีเอ็ด ยูเคชั่น.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2557). *แนวคิดของการวัดผลประเมินผลวิทยาศาสตร์*. กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2560). *คู่มือครูรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์*. กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.

สมนึก ภัททิยธนี, และปาหนัน ภัททิยธนี. (2556). *เทคนิคการสอนคณิตศาสตร์ระดับชั้นประถมศึกษา*. กาฬสินธุ์: ประสานการพิมพ์.

สวนีย์ เพ็ชรพงศ์. (2557). *ผลการจัดการเรียนรู้วิทยาศาสตร์ที่เน้นกระบวนการสืบเสาะหาความรู้ 7 ขั้น 7E ร่วมกับการสร้างผังมโนทัศน์ เรื่อง แสง ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). พิษณุโลก: มหาวิทยาลัยนเรศวร.

สิรินภา กิจเกื้อกูล. (2557). *การจัดการเรียนรู้วิทยาศาสตร์: ทิศทางสำหรับครูศตวรรษที่ 21.* พิษณุโลก: คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร.

สุรชัย ขวัญเมือง. (2552). *วิธีการสอนและการวัดผลวิชาคณิตศาสตร์ในชั้นประถมศึกษา.* กรุงเทพฯ: เทพนิมิตการพิมพ์.

สุวัฒนา อุทัยรัตน์. (2546). *วิธีและเทคนิคการสอนคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการคิด* (พิมพ์ครั้งที่ 21). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สุวัฒนา เอี่ยมอรพรรณ. (2549). *วิธีและเทคนิคการสอนคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการคิดสำหรับครูในยุคปฏิรูปการศึกษา.* กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สุวิทย์ มูลคำ. (2546). *ครบเครื่องเรื่องการคิด* (พิมพ์ครั้งที่ 10). กรุงเทพฯ: ภาพพิมพ์.

โสภณ บำรุงสงฆ์, และสมหวัง ไตรต้นวงศ์. (2520). *เทคนิคและวิธีการสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่.* กรุงเทพฯ: พราว เพรส.

อัมพร ม้าคนอง. (2546). *คณิตศาสตร์: การสอนและการเรียนรู้.* กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคนอง. (2547). *เอกสารประกอบการสอนรายวิชา ทฤษฎีและการประยุกต์ทางการศึกษาคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคนอง. (2554). *ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์.* กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคนอง. (2557). *คณิตศาสตร์สำหรับครูมัธยม.* กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

Cooney, T.J., Davis, Edward, J., & Henderson, K.B. (1975). *Dynamics of teaching secondary school mathematics.* Boston: Houghton Mifflin.

De Cecco, J.P. (1968). *The psychology of learning and instruction.* New York: Prentice Hall.

Good, C.V. (1959). *Dictionary of education.* United States of America: McGraw-Hill Book.

Hui, Hoe, Lee. (2017). *Teaching and learning with concrete-pictorial-abstract sequence-a proposed model.* N.P.: n.p.

Hulse, S.N., Egeth, H., & Deese, J. (1980). *The psychology of learning.* New York: McGraw - Hill Book.

Hoong, Kin, Pien. (2015). *Concrete-pictorial-abstract: Surveying its origins and charting its future.* N.P.: n.p.

Novak, J.D., Gowin, D.B. (1984). *Learning how to jearn.* London: Cambridge University.

Novak, J.D., Gowin, D.B., & Johansen, G.T. (1983). The use of concept mapping and knowledge vee mapping with junior high school science. *Science Education,* 60.

Putri. (2015). *The influence of concrete pictorial abstract (CPA) approach to the Mathematical representation ability achievement of the preservice teachers at elementary school.* N.P.: n.p.

Russell, D.H. (1956). *Children's thinking.* New York: Oinn.

Sharma, & Connor. (2017*). Developing a concrete-pictorial-abstract model for negative number arithmetic.* UK.: n.d.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก รายนามผู้เชี่ยวชาญตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือ

รายนามผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบความเหมาะสมของเครื่องมือวิจัย

1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุภาพร สุขเจริญ
   อาจารย์สังกัดภาควิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร
2. อาจารย์สุภารัตน์ เชื้อโชติ
   อาจารย์สังกัดภาควิชาการศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร
3. นางอุมากร เกตุอ่างทอง
   ครูชำนาญการพิเศษ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนวัดยางเอน (ประชานุเคราะห์)

ภาคผนวก ข ผลประเมินแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

ตาราง 21 แสดงผลประเมินแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ

ข้อ	รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ (คนที่)			$\overline{X}$	S.D.	แปลผลคุณภาพและความเหมาะสม
		1	2	3			
1.	**จุดประสงค์การเรียนรู้**						
1.1	สอดคล้องกับตัวชี้วัด	5	4	5	4.67	0.58	มากที่สุด
1.2	ครอบคลุมด้านความรู้ เจตคติ ทักษะ และพฤติกรรม	4	4	5	4.33	0.58	มาก
1.3	มีความชัดเจน เข้าใจง่าย	5	4	5	4.67	0.58	มากที่สุด
2.	**สาระสำคัญ**						
2.1	สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
2.2	มีความกระชับและถูกต้อง	5	4	5	4.67	0.58	มากที่สุด
3.	**กิจกรรมการเรียนรู้**						
3.1	เหมาะสมกับวัยของผู้เรียน และสามารถนำไปปฏิบัติได้จริง	4	5	4	4.33	0.58	มาก
3.2	สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	4	5	5	4.67	0.58	มากที่สุด
3.3	สอดคล้องและเหมาะสมกับเนื้อหา	5	5	4	4.67	0.58	มากที่สุด
3.4	สอดคล้องและเหมาะสมกับเวลาที่กำหนด	4	4	5	4.33	0.58	มาก
3.5	เน้นให้ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	4	4	5	4.33	0.58	มาก
4.	**<u>สื่อการเรียนรู้</u>**						
4.1	สอดคล้องกับเนื้อหา	5	4	5	4.67	0.58	มากที่สุด
4.2	มีความหลากหลาย	4	4	5	4.33	0.58	มาก
4.3	ช่วยให้ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	4	4	5	4.33	0.58	มาก
5.	**<u>การวัดและประเมินผล</u>**						
5.1	สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	5	4	5	4.67	0.58	มากที่สุด
5.2	วัดได้ครอบคลุมเนื้อหา	5	4	5	4.67	0.58	มากที่สุด
5.3	เครื่องมือที่ใช้มีความหลายหลาย	4	3	4	3.67	0.58	มากที่สุด
	รวม				**4.50**	**0.54**	**มาก**

ตาราง 22 แสดงผลประเมินแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ

ข้อ	รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ (คนที่)			$\overline{X}$	S.D.	แปลผลคุณภาพและความเหมาะสม
		1	2	3			
1.	**จุดประสงค์การเรียนรู้**						
1.1	สอดคล้องกับตัวชี้วัด	5	4	5	4.67	0.58	มากที่สุด
1.2	ครอบคลุมด้านความรู้ เจตคติ ทักษะ และพฤติกรรม	4	4	4	4.00	0.00	มาก
1.3	มีความชัดเจน เข้าใจง่าย	5	4	4	4.33	0.58	มาก
2.	**สาระสำคัญ**						
2.1	สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
2.2	มีความกระชับและถูกต้อง	4	5	4	4.33	0.58	มาก
3.	**กิจกรรมการเรียนรู้**						
3.1	เหมาะสมกับวัยของผู้เรียน และสามารถนำไปปฏิบัติได้จริง	4	5	4	4.33	0.58	มาก
3.2	สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
3.3	สอดคล้องและเหมาะสมกับเนื้อหา	5	4	5	4.67	0.58	มากที่สุด
3.4	สอดคล้องและเหมาะสมกับเวลาที่กำหนด	4	4	4	4.00	0.00	มาก
3.5	เน้นให้ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	4	4	5	4.33	0.58	มาก
4.	**สื่อการเรียนรู้**						
4.1	สอดคล้องกับเนื้อหา	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
4.2	มีความหลากหลาย	4	4	4	4.00	0.00	มาก
4.3	ช่วยให้ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	4	4	5	4.33	0.58	มาก
5.	**การวัดและประเมินผล**						
5.1	สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	5	4	4	4.33	0.58	มาก
5.2	วัดได้ครอบคลุมเนื้อหา	4	3	4	3.67	0.58	มาก
5.3	เครื่องมือที่ใช้มีความหลายหลาย	4	4	4	4.00	0.00	มาก
	รวม				**4.38**	**0.32**	**มาก**

ตาราง 23 แสดงผลประเมินแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์

ข้อ	รายการประเมิน	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ (คนที่)			$\overline{X}$	S.D.	แปลผลคุณภาพและความเหมาะสม
		1	2	3			
1.	**จุดประสงค์การเรียนรู้**						
1.1	สอดคล้องกับตัวชี้วัด	5	4	5	4.67	0.58	มากที่สุด
1.2	ครอบคลุมด้านความรู้ เจตคติ ทักษะ และพฤติกรรม	4	4	5	4.33	0.58	มาก
1.3	มีความชัดเจน เข้าใจง่าย	4	5	4	4.33	0.58	มาก
2.	**สาระสำคัญ**						
2.1	สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	5	4	5	4.67	0.58	มากที่สุด
2.2	มีความกระชับและถูกต้อง	5	5	4	4.67	0.58	มากที่สุด
3.	**กิจกรรมการเรียนรู้**						
3.1	เหมาะสมกับวัยของผู้เรียน และสามารถนำไปปฏิบัติได้จริง	4	5	4	4.33	0.58	มาก
3.2	สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	5	4	5	4.67	0.58	มากที่สุด
3.3	สอดคล้องและเหมาะสมกับเนื้อหา	5	4	5	4.67	0.58	มากที่สุด
3.4	สอดคล้องและเหมาะสมกับเวลาที่กำหนด	4	4	4	4.00	0.00	มาก
3.5	เน้นให้ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	4	4	5	4.33	0.58	มาก
4.	**สื่อการเรียนรู้**						
4.1	สอดคล้องกับเนื้อหา	5	4	5	4.67	0.58	มากที่สุด
4.2	มีความหลากหลาย	4	4	4	4.00	0.00	มาก
4.3	ช่วยให้ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์	4	4	5	4.33	0.58	มาก
5.	**การวัดและประเมินผล**						
5.1	สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้	5	5	5	5.00	0.00	มากที่สุด
5.2	วัดได้ครอบคลุมเนื้อหา	5	4	5	4.67	0.58	มากที่สุด
5.3	เครื่องมือที่ใช้มีความหลายหลาย	4	4	4	4.00	0.00	มาก
	รวม				**4.46**	**0.43**	**มาก**

ภาคผนวก ค ตัวอย่างแบบแบบประเมินแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

แบบประเมินแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ

คำชี้แจง

ขอให้ท่านผู้เชี่ยวชาญกรุณาแสดงความคิดเห็นของท่านที่มีต่อแผนการจัดการเรียนรู้ โดยใส่เครื่องหมาย (✓) ลงในช่องความพึงพอใจของท่าน ดังนี้

5 หมายถึง มีความถูกต้อง และเหมาะสมในระดับมากที่สุด

4 หมายถึง มีความถูกต้อง และเหมาะสมในระดับมาก

3 หมายถึง มีความถูกต้อง และเหมาะสมในระดับปานกลาง

2 หมายถึง มีความถูกต้อง และเหมาะสมในระดับน้อย

1 หมายถึง มีความถูกต้อง และเหมาะสมในระดับน้อยที่สุด

ถ้าหากท่านมีข้อเสนอแนะโปรดระบุด้วยเพื่อเป็นประโยชน์ในการปรับแก้

ข้อ	รายการประเมิน	ความถูกต้อง และเหมาะสม					ข้อเสนอแนะ
		5	4	3	2	1	
1.	**จุดประสงค์การเรียนรู้**						
1.1	สอดคล้องกับตัวชี้วัด						
1.2	ครอบคลุมด้านความรู้ เจตคติ ทักษะ และพฤติกรรม						
1.3	มีความชัดเจน เข้าใจง่าย						
2.	**สาระสำคัญ**						
2.1	สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้						
2.2	มีความกระชับและถูกต้อง						
3.	**กิจกรรมการเรียนรู้**						
3.1	เหมาะสมกับวัยของผู้เรียน และสามารถนำไปปฏิบัติได้จริง						
3.2	สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้						
3.3	สอดคล้องและเหมาะสมกับเนื้อหา						
3.4	สอดคล้องและเหมาะสมกับเวลาที่กำหนด						

ข้อ	รายการประเมิน	ความถูกต้อง และเหมาะสม					ข้อเสนอแนะ
		5	4	3	2	1	
3.5	เน้นให้ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์						
4.	**สื่อการเรียนรู้**						
4.1	สอดคล้องกับเนื้อหา						
4.2	มีความหลากหลาย						
4.3	ช่วยให้ผู้เรียนเกิดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์						
5.	**การวัดและประเมินผล**						
5.1	สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้						
5.2	วัดได้ครอบคลุมเนื้อหา						
5.3	เครื่องมือที่ใช้มีความหลายหลาย						

ข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....

.....

(ลงชื่อ) ..... ผู้ประเมิน

(.....)

ภาคผนวก ง ผลการประเมินความเหมาะสมของแบบประเมินความเหมาะสมของแบบสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่างและเหตุการณ์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ กับจุดประสงค์การวิจัย จำนวน 8 ภาพ ของผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน

ตาราง 24 แสดงผลการประเมินความเหมาะสมของแบบประเมินความเหมาะสมของแบบสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่างและเหตุการณ์ เรื่อง หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติกับจุดประสงค์การวิจัย จำนวน 8 ภาพ ของผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน

ภาพที่	ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ คนที่			IOC	แปลผล
	1	2	3		
1	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
2	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
3	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
4	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
5	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
6	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
7	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
8	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง

ตาราง 25 แสดงผลการประเมินความเหมาะสมของแบบประเมินความเหมาะสมของแบบสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่างและเหตุการณ์ เรื่อง ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติกับจุดประสงค์การวิจัย จำนวน 8 ภาพ ของผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน

ภาพที่	ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ คนที่			IOC	แปลผล
	1	2	3		
1	+1	0	+1	0.67	สอดคล้อง
2	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
3	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
4	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
5	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
6	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
7	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
8	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง

ตาราง 26 แสดงผลการประเมินความเหมาะสมของแบบประเมินความเหมาะสมของแบบสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่างและเหตุการณ์ เรื่อง ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์กับจุดประสงค์การวิจัย จำนวน 8 ภาพ ของผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน

ภาพที่	ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ คนที่			IOC	แปลผล
	1	2	3		
1	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
2	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
3	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
4	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
5	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
6	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
7	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
8	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง

ภาคผนวก จ ตัวอย่างแบบประเมินความเหมาะสมของแบบสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่างและเหตุการณ์ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

แบบประเมินความเหมาะสมของแบบสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่างและเหตุการณ์ เรื่อง หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ

จุดประสงค์ของการสัมภาษณ์

เพื่อศึกษามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่อง หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) เรียบร้อยแล้ว

คำชี้แจง

ขอให้ท่านผู้เชี่ยวชาญกรุณาตรวจสอบความสอดคล้องของรูปภาพที่ใช้ในการสัมภาษณ์กับจุดประสงค์การเรียนรู้ เรื่อง หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ ซึ่งแต่ละข้อคำถาม ประกอบด้วย

- ภาพที่เป็นคำตอบที่ถูกจำนวน 3 ภาพ
- ภาพที่เป็นคำตอบที่ผิดจำนวน 3 ภาพ
- ภาพที่เป็นคำตอบที่คลุมเครือยากแก่การตัดสินใจว่าเป็นคำตอบที่ถูกหรือผิด จำนวน 2 ภาพ ซึ่งทั้ง 2 ภาพนี้เป็นคำตอบที่ผิด

โดยใส่เครื่องหมาย (✓) ลงในช่องความคิดเห็นของท่าน และโปรดระบุข้อเสนอแนะที่เพื่อเป็นประโยชน์ในการปรับแก้ต่อไป

เกณฑ์ประเมินความสอดคล้องระหว่างเครื่องมือกับจุดประสงค์การวิจัย

ให้คะแนน +1 ถ้าแน่ใจว่ารูปภาพวัดได้ตรงตามจุดประสงค์

ให้คะแนน 0 ถ้าไม่แน่ใจว่ารูปภาพวัดได้ตรงตามจุดประสงค์

ให้คะแนน -1 ถ้าแน่ใจว่ารูปภาพวัดได้ไม่ตรงตามจุดประสงค์

ข้อคำถาม จากภาพเมื่อตัดในแนวตั้งฉากกับฐาน ภาพใดมีหน้าตัดเป็นรูปวงกลม

จุดประสงค์	ภาพ	คะแนนการพิจารณา			ข้อเสนอแนะ
		+1	0	-1	
1. นักเรียนสามารถอธิบายลักษณะของหน้าตัดที่ได้จากการตัดรูปเรขาคณิตสามมิติด้วยระนาบในทิศทางที่กำหนดให้	**ภาพที่เป็นคำตอบที่ถูก** ภาพที่ 2 แอปเปิ้ลเขียว ภาพที่ 5 แตงโม ภาพที่ 6 ส้ม				

จุดประสงค์	ภาพ	คะแนนการพิจารณา			ข้อเสนอแนะ
		+1	0	-1	
	ภาพที่เป็นคำตอบที่ผิด ภาพที่ 3 มะเฟือง ภาพที่ 7 ขนมปัง ภาพที่ 8 ขนมเวเฟอร์				

จุดประสงค์	ภาพ	คะแนนการพิจารณา			ข้อเสนอแนะ
		+1	0	-1	
	ภาพที่เป็นคำตอบที่คลุมเครือยากแก่การตัดสินใจ ภาพที่ 1 เค้ก ภาพที่ 4 อโวคาโด				

มหาวิทยาลัยนเรศวร

ภาคผนวก ฉ ผลการประเมินความเหมาะสมของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ข้อสอบแบบเลือกตอบ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ กับจุดประสงค์การวิจัย จำนวน 18 ข้อ ของผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน

ตาราง 27 แสดงผลการประเมินความเหมาะสมของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ข้อสอบแบบเลือกตอบ เรื่อง หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ กับจุดประสงค์การวิจัย จำนวน 18 ข้อ ของผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน

ข้อที่	ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ คนที่			IOC	แปลผล
	1	2	3		
1	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
2	+1	0	+1	0.67	สอดคล้อง
3	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
4	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
5	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
6	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
7	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
8	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
9	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
10	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
11	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
12	+1	0	+1	0.67	สอดคล้อง
13	+1	0	+1	0.67	สอดคล้อง
14	+1	0	+1	0.67	สอดคล้อง
15	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
16	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
17	+1	0	+1	0.67	สอดคล้อง
18	+1	0	+1	0.67	สอดคล้อง

ตาราง 28 แสดงผลการประเมินความเหมาะสมของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ข้อสอบแบบเลือกตอบ เรื่อง ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติกับจุดประสงค์การวิจัย จำนวน 18 ข้อ ของผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน

ข้อที่	ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ คนที่			IOC	แปลผล
	1	2	3		
1	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
2	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
3	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
4	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
5	0	+1	+1	0.67	สอดคล้อง
6	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
7	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
8	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
9	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
10	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
11	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
12	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
13	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
14	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
15	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
16	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
17	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
18	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง

ตาราง 29 แสดงผลการประเมินความเหมาะสมของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ข้อสอบแบบเลือกตอบ เรื่อง ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์กับจุดประสงค์การวิจัย จำนวน 18 ข้อ ของผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน

ข้อที่	ผลการพิจารณาของผู้เชี่ยวชาญ คนที่			IOC	แปลผล
	1	2	3		
1	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
2	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
3	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
4	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
5	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
6	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
7	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
8	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
9	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
10	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
11	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
12	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
13	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
14	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
15	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
16	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
17	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง
18	+1	+1	+1	1	สอดคล้อง

ภาคผนวก ช ตัวอย่างแบบประเมินความเหมาะสมของแบบทดสอบ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

แบบประเมินความเหมาะสมของแบบทดสอบ
เรื่อง หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ

คำชี้แจง

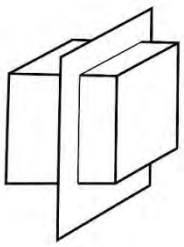
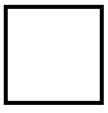
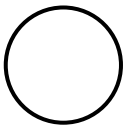
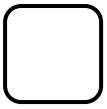
ขอให้ท่านผู้เชี่ยวชาญกรุณาแสดงความคิดเห็นของท่านที่มีต่อแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ข้อสอบแบบเลือกตอบ เรื่อง หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ โดยใส่เครื่องหมาย (✓) ลงในช่องความคิดเห็นของท่าน และโปรดระบุข้อเสนอแนะที่เพื่อเป็นประโยชน์ในการปรับแก้ต่อไป

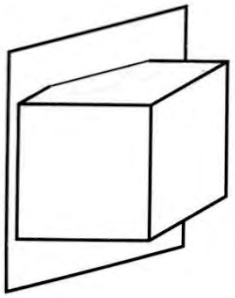
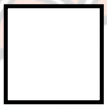
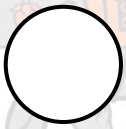
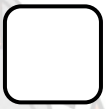
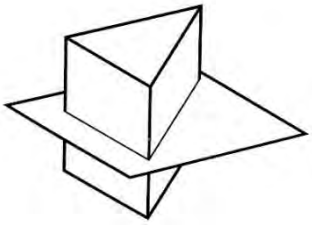
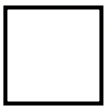
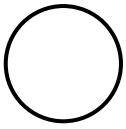
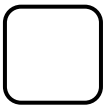
เกณฑ์ประเมินความสอดคล้องระหว่างเครื่องมือกับจุดประสงค์การวิจัย

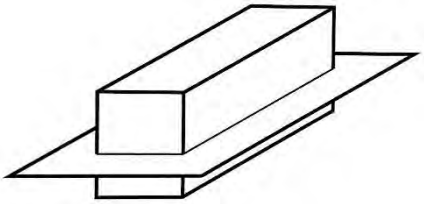
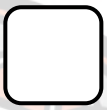
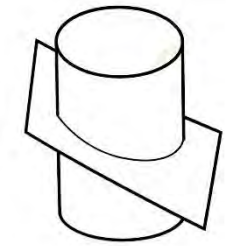
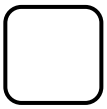
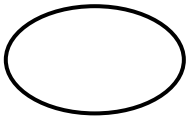
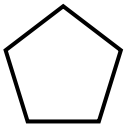
ให้คะแนน +1 ถ้าแน่ใจว่าข้อคำถามวัดได้ตรงตามจุดประสงค์

ให้คะแนน 0 ถ้าไม่แน่ใจว่าข้อคำถามวัดได้ตรงตามจุดประสงค์

ให้คะแนน -1 ถ้าแน่ใจว่าข้อคำถามวัดได้ไม่ตรงตามจุดประสงค์

จุดประสงค์	ระดับขั้นพฤติกรรมพุทธิพิสัย	ข้อคำถาม	คะแนนการพิจารณา			ข้อเสนอแนะ
			+1	0	-1	
1. นักเรียนสามารถอธิบายลักษณะของหน้าตัดที่ได้จากการตัดรูปเรขาคณิตสามมิติด้วยระนาบในทิศทางที่กำหนดให้	ระดับความรู้ความจำ	ภาพใดคือภาพหน้าตัดที่เกิดจากการนำระนาบมาตัดรูปเรขาคณิตสามมิติที่กำหนดให้ต่อไปนี้ 1.  ก.  ข. ค.  ง. 				

จุดประสงค์	ระดับขั้นพฤติกรรมพุทธิพิสัย	ข้อคำถาม	คะแนนการพิจารณา			ข้อเสนอแนะ
			+1	0	-1	
		2.  ก.  ข. ค.  ง. 				
		3.  ก.  ข. ค.  ง. 				

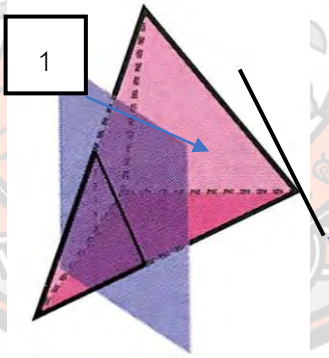
จุดประสงค์	ระดับขั้นพฤติกรรมพุทธิพิสัย	ข้อคำถาม	คะแนนการพิจารณา			ข้อเสนอแนะ
			+1	0	-1	
		4.  ก. ข.  ค. ง.				
		5.  ก. ข  ค.  ง. 				

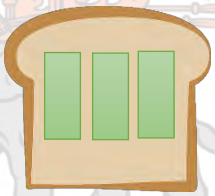
จุดประสงค์	ระดับขั้นพฤติกรรมพุทธิพิสัย	ข้อคำถาม	คะแนนการพิจารณา			ข้อเสนอแนะ
			+1	0	-1	
	ระดับความเข้าใจ	6. หากวัตถุถูกวางไว้บนพื้นดังภาพ วัตถุใดเมื่อตัดด้วยระนาบในแนวขนานกับพื้นแล้วจะได้หน้าตัดคล้ายรูปวงกลม ก. พุดดิ้ง ข. เวเฟอร์ ค. มะขามอ่อน ง. ขนมปัง				
		7. เมื่อใช้ระนาบตัดเค้กตามแนวตั้งฉากกับฐาน หน้าตัดที่ได้คล้ายรูปอะไร ก. รูปวงกลม ข. รูปวงรี ค. รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ง. รูปสามเหลี่ยม				

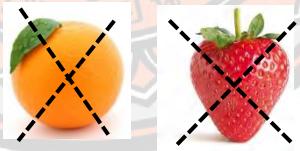
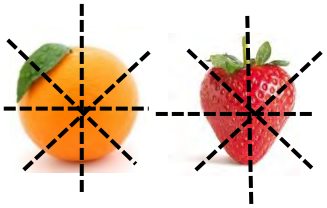
จุดประสงค์	ระดับขั้นพฤติกรรมพุทธิพิสัย	ข้อคำถาม	คะแนนการพิจารณา			ข้อเสนอแนะ
			+1	0	-1	
		8. เมื่อใช้ระนาบตัดสิ่งใดต่อไปนี้ตามแนวเฉียงที่ไม่ตั้งฉาก และไม่ขนานกับฐาน แล้วหน้าตัดคล้ายรูปวงรี ก. ขนมปัง ข. เทียนหอม ค. เวเฟอร์ ง. มะขามอ่อน				
		9. การเลื่อยไม้ของช่างไม้ให้ได้หน้าตัดที่มีลักษณะคล้ายรูปวงกลม ช่างไม้ต้องเลือกวิธีการเลื่อยไม้ตามแนวใด ก. เลื่อยไม้ตามแนวตั้งฉากกับพื้น ข. เลื่อยไม้ตามแนวขนานกับพื้น ค. เลื่อยไม้ตามแนวเฉียงที่ไม่ตั้งฉากทางด้านขวา และไม่ขนานกับพื้น ง. เลื่อยไม้ตามแนวเฉียงที่ไม่ตั้งฉากทางด้านซ้าย และไม่ขนานกับพื้น				

จุดประสงค์	ระดับขั้นพฤติกรรมพุทธิพิสัย	ข้อคำถาม	คะแนนการพิจารณา			ข้อเสนอแนะ
			+1	0	-1	
		10. หากนักเรียนตัดยางลบที่มีลักษณะเป็นทรงกระบอก ตามแนวที่กำหนดให้จากรูปภาพด้านล่างต่อไปนี้ หน้าตัดที่ได้จะคล้ายรูปอะไร ก. รูปสามเหลี่ยม ข. รูปวงกลม ค. รูปวงรี ง. รูปสี่เหลี่ยม				
	ระดับการนำไปใช้	11. ใช้มีดหั่นผลไม้ดังต่อไปนี้บนเขียงในแนวเฉียงที่ไม่ตั้งฉาก และไม่ขนานกับเขียง การหั่นผลไม้คู่ใดจะได้หน้าตัดเป็นรูปเดียวกัน ก. มะนาว เมล่อน ข มะขามอ่อน สับปะรด ค. มะละกอ มะเฟือง ง. มังคุด มะขามอ่อน				

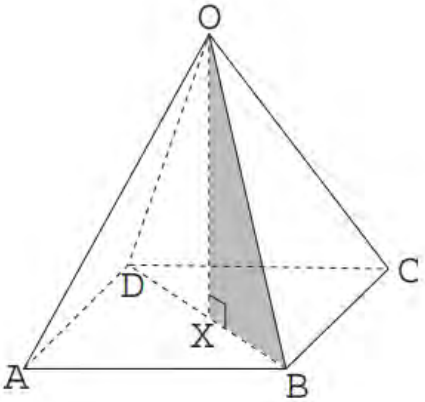
จุดประสงค์	ระดับขั้นพฤติกรรมพุทธิพิสัย	ข้อคำถาม	คะแนนการพิจารณา			ข้อเสนอแนะ
			+1	0	-1	
		12. ถ้าเรานำแตงโมและมะนาวที่มีขนาดต่างกันมาหั่นแบ่งครึ่ง หน้าตัดของแตงโมและมะนาวจะเหมือนหรือต่างกันอย่างไร ก. หน้าตัดของแตงโมและมะนาวจะมีลักษณะคล้ายรูปวงกลมเหมือนกัน สิ่งที่ต่างกันคือขนาด เนื่องจาก แตงโมมีขนาดใหญ่กว่า ดังนั้น หน้าตัดของแตงโมจึงมีลักษณะคล้ายรูปวงกลมที่มีขนาดใหญ่กว่าหน้าตัดของมะนาว ข. หน้าตัดของแตงโมและมะนาวจะมีลักษณะคล้ายรูปวงกลมเหมือนกัน และมีขนาดเท่ากัน ดังนั้น หน้าตัดของแตงโมและมะนาวจึงมีลักษณะเหมือนกันและเท่ากัน ค. หน้าตัดของแตงโมและมะนาวจะมีลักษณะต่างกัน เนื่องจากหน้าตัดของแตงโมมีขนาดใหญ่กว่าหน้าตัดของมะนาว หน้าตัดของแตงโมจึงเป็นรูปวงรี แต่หน้าตัดของมะนาวจะเป็นรูปคล้ายวงกลม ง. หน้าตัดของแตงโมและมะนาวจะมีลักษณะต่างกัน เนื่องจากเปลือกของเมล่อนหนากว่าเปลือกของมะนาว ดังนั้น หน้าตัดของแตงโมจึงเป็นรูปวงรี แต่หน้าตัดของมะนาวจะเป็นรูปคล้ายวงกลม				
		13. ถ้าเราหั่นเมล่อนในแนวตั้งฉากกับเขียงและแนวขนานกับเขียง แต่หั่นในตำแหน่งที่ต่างกัน หน้าตัดที่ได้จะเหมือนหรือต่างกันอย่างไร ก. หน้าตัดที่ได้จะมีลักษณะเป็นรูปวงรีเหมือนกัน แต่มีขนาดต่างกัน ข. หน้าตัดที่ได้จะมีลักษณะคล้ายวงกลมเหมือนกัน แต่มีขนาดต่างกัน				

จุดประสงค์	ระดับขั้นพฤติกรรมพุทธิพิสัย	ข้อคำถาม	คะแนนการพิจารณา			ข้อเสนอแนะ
			+1	0	-1	
		ค. หน้าตัดที่ได้จะมีลักษณะต่างกัน ซึ่งหน้าตัดที่หั่นในแนวตั้งฉากกับเขียงจะเป็นรูปวงรี แต่หน้าตัดที่หั่นในแนวขนานกับเขียงจะเป็นรูปคล้ายวงกลม แต่ทั้งสองมีขนาดต่างกัน ง. หน้าตัดที่ได้จะมีลักษณะต่างกัน ซึ่งหน้าตัดที่หั่นในแนวตั้งฉากกับเขียงจะเป็นรูปวงกลม แต่หน้าตัดที่หั่นในแนวขนานกับเขียงจะเป็นรูปวงรี แต่ทั้งสองมีขนาดเท่ากัน				
		14. หากเราใช้ระนาบตัดพีระมิดฐานสามเหลี่ยม ในแนวตั้งฉากกับฐานในส่วนที่ 1 และส่วนที่ 2 ตามภาพด้านล่างต่อไปนี้ หน้าตัดที่ได้จะเหมือนหรือต่างกันอย่างไร  ก. หน้าตัดที่ได้จะมีลักษณะต่างกัน ซึ่งหน้าตัดในส่วนที่ 1 จะเป็นรูปสามเหลี่ยม แต่หน้าตัดส่วนที่ 2 จะเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ข. หน้าตัดที่ได้จะมีลักษณะต่างกัน ซึ่งหน้าตัดในส่วนที่ 1 จะเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก แต่หน้าตัดส่วนที่ 2 จะเป็นรูปสามเหลี่ยม ค. หน้าตัดที่ได้จะมีลักษณะเป็นรูปสี่เหลี่ยมเหมือนกัน แต่มีขนาดต่างกัน ง. หน้าตัดที่ได้จะมีลักษณะเป็นรูปสามเหลี่ยมเหมือนกัน แต่มีขนาดต่างกัน				

จุดประสงค์	ระดับขั้นพฤติกรรมพุทธิพิสัย	ข้อคำถาม	คะแนนการพิจารณา			ข้อเสนอแนะ
			+1	0	-1	
	ระดับการวิเคราะห์	15. ในการประกอบอาหารบางประเภทมีการตัดอาหารออกเป็นชิ้นๆ แล้วจะปรากฏลวดลายบนหน้าตัดที่สวยงาม เพื่อทำให้อาหารมีมูลค่าเพิ่มขึ้น ถ้าลลินต้องการทำขนมปังที่เมื่อตัดเป็นชิ้นแล้ว แต่ละแผ่นจะมีลวดลายดังภาพด้านล่าง จงช่วยลลินวางแผนว่า ลลินจะต้องทำไส้ขนมปังแต่ละสีให้มีลักษณะคล้ายรูปเรขาคณิตสามมิติแบบใด จึงจะตัดขนมปังออกมาเป็นแผ่นแล้วได้ลวดลายตามที่ลลินต้องการ  ก. หน้าตัดที่คล้ายรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า 3 รูป เกิดจากรูปเรขาคณิตสามมิติที่มีลักษณะคล้ายปริซึมสี่เหลี่ยมมุมฉาก ข. หน้าตัดที่คล้ายรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า 3 รูป เกิดจากรูปเรขาคณิตสามมิติที่มีลักษณะคล้ายปริซึมสามเหลี่ยมมุมฉาก ค. หน้าตัดที่คล้ายรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า 3 รูป เกิดจากรูปเรขาคณิตสามมิติที่มีลักษณะคล้ายกรวย ง. หน้าตัดที่คล้ายรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า 3 รูป เกิดจากรูปเรขาคณิตสามมิติที่มีลักษณะคล้ายพีระมิดฐานห้าเหลี่ยม				

จุดประสงค์	ระดับขั้นพฤติกรรมพุทธิพิสัย	ข้อคำถาม	คะแนนการพิจารณา			ข้อเสนอแนะ
			+1	0	-1	
		16. จากภาพแม่หั่นผลไม้ 2 ชนิด คือ สตรอเบอรี่ และส้ม เพื่อให้ผลไม้ดูน่ารับประทาน อยากทราบว่าแม่ใช้วิธีการหั่นแบบใด ลักษณะหน้าตัดของผลไม้จึงออกมาเป็นดังภาพ ก. ข.  ค. ง. 				

จุดประสงค์	ระดับขั้นพฤติกรรมพุทธิพิสัย	ข้อคำถาม	คะแนนการพิจารณา			ข้อเสนอแนะ
			+1	0	-1	
		17. คุณแม่ต้องการต้มน้ำซุป โดยมีหัวไชเท้าเป็นส่วนประกอบ ซึ่งคุณแม่ต้องการตัดแต่งหัวไชเท้าให้มีหลากหลายรูปแบบ เพื่อทำให้น้ำซุปดูน่ารับประทานมากยิ่งขึ้น โดยมีการตัดหน้าตัดคล้ายรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก และรูปสามเหลี่ยม อยากทราบว่าก่อนที่คุณแม่จะสามารถตัดหัวไชเท้าให้มีหน้าตัดเป็นรูปดังกล่าวได้ คุณแม่ต้องทำอย่างไร ก. หน้าตัดคล้ายรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก → คุณแม่ต้องตัดแต่งหัวไชเท้าให้มีลักษณะคล้ายปริซึมฐานสามเหลี่ยม หน้าตัดคล้ายรูปสามเหลี่ยม → คุณแม่ต้องตัดแต่งหัวไชเท้าให้มีลักษณะคล้ายปริซึมสี่เหลี่ยมมุมฉาก ข. หน้าตัดคล้ายรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก → คุณแม่ต้องตัดแต่งหัวไชเท้าให้มีลักษณะคล้ายพีระมิดฐานสี่เหลี่ยม หน้าตัดคล้ายรูปสามเหลี่ยม → คุณแม่ต้องตัดแต่งหัวไชเท้าให้มีลักษณะคล้ายทรงกระบอก ค. หน้าตัดคล้ายรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก → คุณแม่ต้องตัดแต่งหัวไชเท้าให้มีลักษณะคล้ายปริซึมสี่เหลี่ยมมุมฉาก หน้าตัดคล้ายรูปสามเหลี่ยม → คุณแม่ต้องตัดแต่งหัวไชเท้าให้มีลักษณะคล้ายปริซึมฐานสามเหลี่ยม ง. หน้าตัดคล้ายรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก → คุณแม่ต้องตัดแต่งหัวไชเท้าให้มีลักษณะคล้ายทรงกระบอก หน้าตัดคล้ายรูปสามเหลี่ยม → คุณแม่ต้องตัดแต่งหัวไชเท้าให้มีลักษณะคล้ายพีระมิดฐานสี่เหลี่ยม				

จุดประสงค์	ระดับขั้นพฤติกรรมพุทธิพิสัย	ข้อคำถาม	คะแนนการพิจารณา			ข้อเสนอแนะ
			+1	0	-1	
		18. กำหนดพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มี $\overline{OA}$,$\overline{OB}$,$\overline{OC}$ และ $\overline{OD}$ ยาวเท่ากันมี $\overline{OX}$ เป็นส่วนสูงของพีระมิด ดังรูป หากต้องการตัดพีระมิดโดยใช้ระนาบให้ได้หน้าตัดเป็นรูปสามเหลี่ยม จะต้องตัดตามแนวใดและผ่านจุดใดบ้าง  ก. ตัดตามแนวไม่ตั้งฉาก และไม่ขนานกับฐานตรงตำแหน่ง ΔOBC และตัดตามแนวไม่ตั้งฉาก และไม่ขนานกับฐานผ่านส่วนของเส้นตรง $\overline{OC}$ ข. ตัดตามแนวไม่ตั้งฉาก และไม่ขนานกับฐานตรงตำแหน่ง ΔODA และตัดตามแนวไม่ตั้งฉาก และไม่ขนานกับฐานผ่านส่วนของเส้นตรง $\overline{OA}$ ค. ตัดตามแนวตั้งฉากกับฐานตรงตำแหน่ง ΔODB และตัดตามแนวตั้งฉากกับฐานผ่านส่วนของเส้นตรง $\overline{OX}$ ง. ตัดตามแนวตั้งฉากกับฐานตรงตำแหน่ง ΔOAB และตัดตามแนวไม่ตั้งฉาก และไม่ขนานกับฐานผ่านส่วนของเส้นตรง $\overline{OB}$				

ภาคผนวก ซ ผลการวิเคราะห์ค่าความยาก อำนาจจำแนกและค่าความเชื่อมั่น ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ข้อสอบแบบเลือกตอบ เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ จำนวน 18 ข้อ

ตาราง 30 แสดงค่าความยาก อำนาจจำแนกและค่าความเชื่อมั่น ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ข้อสอบแบบเลือกตอบ เรื่อง หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ จำนวน 18 ข้อ

ข้อที่	ค่าความยาก (P)	แปลผล	ค่าอำนาจจำแนก (B)	แปลผล	แปลผลคุณภาพของข้อสอบ
1	0.8	ใช้ได้	0.63	ใช้ได้	ใช้ได้
2	0.6	ใช้ได้	0.25	ใช้ได้	ใช้ได้
3	0.8	ใช้ได้	0.63	ใช้ได้	ใช้ได้
4	0.96	ใช้ไม่ได้	0.13	ใช้ไม่ได้	ใช้ไม่ได้
5	1	ใช้ไม่ได้	0	ใช้ไม่ได้	ใช้ไม่ได้
6	0.84	ใช้ไม่ได้	0.25	ใช้ได้	ใช้ไม่ได้
7	0.4	ใช้ได้	0.75	ใช้ได้	ใช้ได้
8	0.88	ใช้ไม่ได้	0.25	ใช้ได้	ใช้ไม่ได้
9	0.48	ใช้ได้	0.88	ใช้ได้	ใช้ได้
10	0.68	ใช้ได้	0.75	ใช้ได้	ใช้ได้
11	0.92	ใช้ไม่ได้	0.13	ใช้ไม่ได้	ใช้ไม่ได้
12	0.44	ใช้ได้	0.38	ใช้ได้	ใช้ได้
13	0.16	ใช้ไม่ได้	0.38	ใช้ได้	ใช้ไม่ได้
14	0.44	ใช้ได้	0.88	ใช้ได้	ใช้ได้
15	0.56	ใช้ได้	0.63	ใช้ได้	ใช้ได้
16	0.92	ใช้ไม่ได้	0	ใช้ไม่ได้	ใช้ไม่ได้
17	0.36	ใช้ได้	0.25	ใช้ได้	ใช้ได้
18	0.32	ใช้ได้	0.13	ใช้ไม่ได้	ใช้ไม่ได้

ค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.72

ผลการตรวจสอบค่าความยากและอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ข้อสอบแบบเลือกตอบ เรื่อง หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ จำนวน 18 ข้อ พบว่าแบบทดสอบใช้ได้มี 10 ข้อ และคัดเลือกแบบทดสอบจำนวน 10 ข้อ ตามจุดประสงค์การวิจัย

ตาราง 31 แสดงค่าความยาก อำนาจจำแนกและค่าความเชื่อมั่น ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ข้อสอบแบบเลือกตอบ เรื่อง ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ จำนวน 18 ข้อ

ข้อที่	ค่าความยาก (P)	แปลผล	ค่าอำนาจจำแนก (B)	แปลผล	แปลผลคุณภาพของข้อสอบ
1	0.92	ใช้ไม่ได้	0	ใช้ไม่ได้	ใช้ไม่ได้
2	0.36	ใช้ได้	0.88	ใช้ได้	ใช้ได้
3	0.6	ใช้ได้	0.63	ใช้ได้	ใช้ได้
4	0.68	ใช้ได้	0.38	ใช้ได้	ใช้ได้
5	0.84	ใช้ไม่ได้	0.25	ใช้ได้	ใช้ไม่ได้
6	0.2	ใช้ได้	0.63	ใช้ได้	ใช้ได้
7	1	ใช้ไม่ได้	0	ใช้ไม่ได้	ใช้ไม่ได้
8	0.8	ใช้ได้	0.5	ใช้ได้	ใช้ได้
9	0.8	ใช้ได้	0.63	ใช้ได้	ใช้ได้
10	0.96	ใช้ไม่ได้	0	ใช้ไม่ได้	ใช้ไม่ได้
11	1	ใช้ไม่ได้	0	ใช้ไม่ได้	ใช้ไม่ได้
12	0.76	ใช้ได้	0.25	ใช้ได้	ใช้ได้
13	1	ใช้ไม่ได้	0	ใช้ไม่ได้	ใช้ไม่ได้
14	0.76	ใช้ได้	0.75	ใช้ได้	ใช้ได้
15	0.76	ใช้ได้	0.5	ใช้ได้	ใช้ได้
16	0.92	ใช้ไม่ได้	0.25	ใช้ได้	ใช้ไม่ได้
17	0.92	ใช้ไม่ได้	0.25	ใช้ได้	ใช้ไม่ได้
18	0.8	ใช้ได้	0.5	ใช้ได้	ใช้ได้

ค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.72

ผลการตรวจสอบค่าความยากและอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ข้อสอบแบบเลือกตอบ เรื่อง ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ จำนวน 18 ข้อ พบว่า แบบทดสอบใช้ได้มี 10 ข้อ และคัดเลือกแบบทดสอบจำนวน 10 ข้อ ตามจุดประสงค์การวิจัย

ตาราง 32 แสดงค่าความยาก อำนาจจำแนกและค่าความเชื่อมั่น ของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ข้อสอบแบบเลือกตอบ เรื่อง ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ จำนวน 18 ข้อ

ข้อที่	ค่าความยาก (P)	แปลผล	ค่าอำนาจจำแนก (B)	แปลผล	แปลผลคุณภาพของข้อสอบ
1	0.32	ใช้ได้	0.63	ใช้ได้	ใช้ได้
2	0.8	ใช้ได้	0.5	ใช้ได้	ใช้ได้
3	0.52	ใช้ได้	0.88	ใช้ได้	ใช้ได้
4	0.48	ใช้ได้	0.75	ใช้ได้	ใช้ได้
5	0.72	ใช้ได้	0.25	ใช้ได้	ใช้ได้
6	0.92	ใช้ไม่ได้	0.13	ใช้ไม่ได้	ใช้ไม่ได้
7	0.88	ใช้ไม่ได้	0.25	ใช้ได้	ใช้ไม่ได้
8	0.52	ใช้ได้	0.75	ใช้ได้	ใช้ได้
9	0.76	ใช้ได้	0.38	ใช้ได้	ใช้ได้
10	0.52	ใช้ได้	0.75	ใช้ได้	ใช้ได้
11	0.24	ใช้ได้	0.25	ใช้ได้	ใช้ได้
12	0.48	ใช้ได้	0	ใช้ไม่ได้	ใช้ไม่ได้
13	0.32	ใช้ได้	0.5	ใช้ได้	ใช้ได้
14	0.32	ใช้ได้	0.38	ใช้ได้	ใช้ได้
15	0.52	ใช้ได้	0.13	ใช้ไม่ได้	ใช้ไม่ได้
16	0.44	ใช้ได้	0.25	ใช้ได้	ใช้ได้
17	0.32	ใช้ได้	0.5	ใช้ได้	ใช้ได้
18	0.68	ใช้ได้	0.25	ใช้ได้	ใช้ได้

ค่าความเชื่อมั่นเท่ากับ 0.71

ผลการตรวจสอบค่าความยากและอำนาจจำแนกของแบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ข้อสอบแบบเลือกตอบ เรื่อง ภาพด้านหน้า ภาพด้านข้าง และภาพด้านบนของรูปเรขาคณิตสามมิติ จำนวน 18 ข้อ พบว่า แบบทดสอบใช้ได้มี 14 ข้อ และคัดเลือกแบบทดสอบจำนวน 10 ข้อ ตามจุดประสงค์การวิจัย นั่นคือ ข้อที่ 1, 3, 4, 8, 9, 10, 13, 14, 16, 17 เนื่องจากมีค่าอำนาจจำแนกสูงกว่าข้อที่ 2, 5, 11,18

ภาคผนวก ฌ ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้การพัฒนามโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด Concrete-Pictorial-Abstract (C-P-A) **เรื่อง รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่** 1

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ **ค** 21101 **คณิตศาสตร์พื้นฐาน**
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 **ภาคเรียนที่** 2 **ปีการศึกษา** 2560
หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 **ชื่อหน่วย รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ** **เวลา** 9 **ชั่วโมง**
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 **เรื่อง หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ** **เวลา** 3 **ชั่วโมง**

---

1. **มาตรฐานการเรียนรู้**

สาระที่ 1 การวัดและเรขาคณิต

มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตและทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

2. **ตัวชี้วัด**

ค 2.2 ม.1/2 เข้าใจและใช้ความรู้ทางเรขาคณิตในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและรูปเรขาคณิตสามมิติ

3. **จุดประสงค์การเรียนรู้**

3.1 ด้านความรู้ (K): นักเรียนสามารถ

อธิบายลักษณะของหน้าตัดที่ได้จากการตัดรูปเรขาคณิตสามมิติด้วยระนาบในทิศทางที่กำหนดให้

3.2 ด้านทักษะและกระบวนการ (P): นักเรียนสามารถ

3.2.1 เขียนภาพสื่อสารและสื่อความหมายเกี่ยวกับหน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ

3.2.2 เชื่อมโยงรูปเรขาคณิตสามมิติกับสิ่งต่างๆ รอบตัว

3.2.3 พูดนำเสนอเกี่ยวกับรูปเรขาคณิตสามมิติ

3.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A): นักเรียนมี

3.3.1 ความสามารถในการทำงานร่วมกับผู้อื่น

3.3.2 ความรับผิดชอบและความเพียรพยายาม

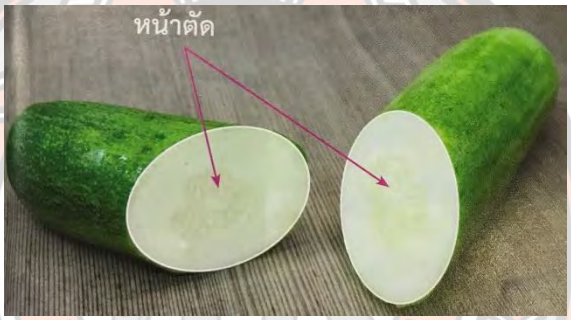
4.สาระสำคัญ

เมื่อตัดรูปเรขาคณิตสามมิติด้วยระนาบ จะเกิดหน้าตัดหรือภาคตัดที่เป็นรูปเรขาคณิตสองมิติบนรูปเรขาคณิตสามมิตินั้น ซึ่งหน้าตัดที่ได้จะเป็นรูปเรขาคณิตสองมิติชนิดใด ขึ้นอยู่กับชนิดของรูปเรขาคณิตสามมิติแนวการตัดของระนาบ และตำแหน่งที่ตัด

5. สาระการเรียนรู้

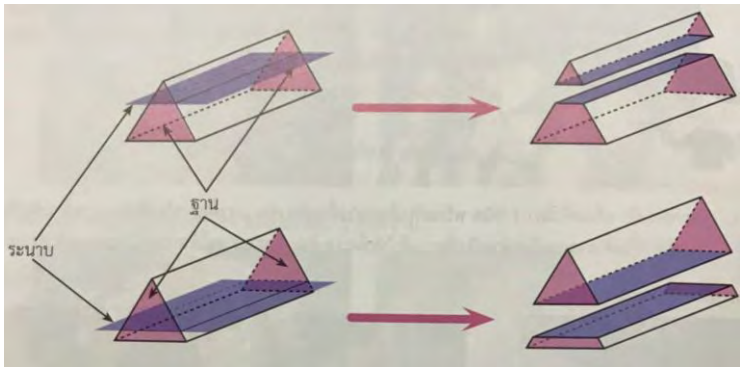
หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ

เมื่อใช้ของมีคมตัดผ่านวัตถุให้ขาดออกจากกัน ดังรูป บริเวณของเนื้อวัตถุที่ของมีคมตัดผ่านเรียกว่า หน้าตัด

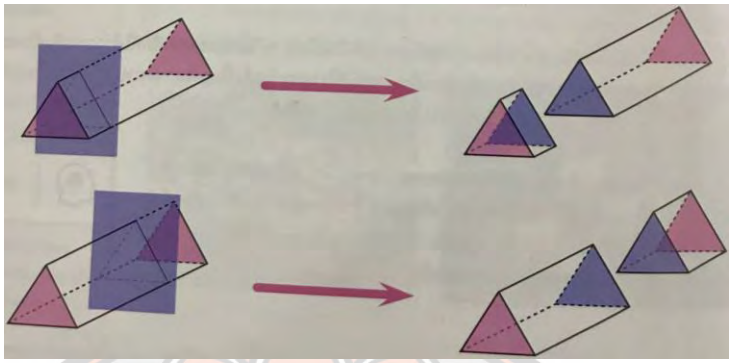


เมื่อมีรูปเรขาคณิตสามมิติ และใช้ระนาบ (plane) ตัดรูปเรขาคณิตสามมิติจะได้ หน้าตัด หรือในทางคณิตศาสตร์เรียกว่า ภาคตัด (section) ซึ่งหน้าตัดที่ได้จากการตัดจะเป็นรูปเรขาคณิตสองมิติชนิดใด ขึ้นอยู่กับแนวการตัดของระนาบ ตำแหน่งที่ตัด และชนิดของรูปเรขาคณิตสามมิตินั้น เช่น

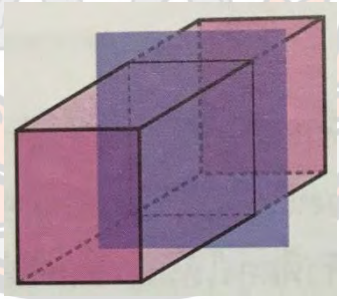
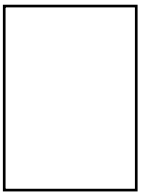
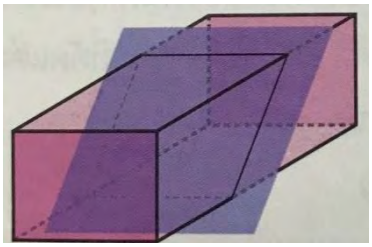
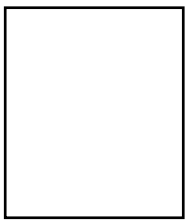
ถ้าใช้ระนาบตัดปริซึมสามเหลี่ยมในแนวตั้งฉาก กับฐานของปริซึมที่ตำแหน่งต่างๆ ของปริซึม จะได้หน้าตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมที่มีขนาดแตกต่างกัน ดังรูป

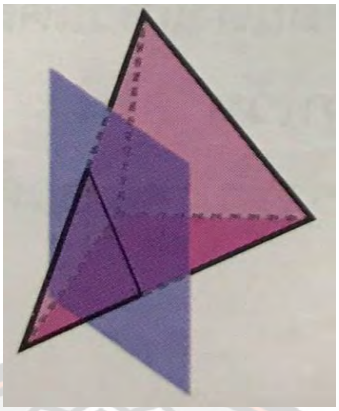
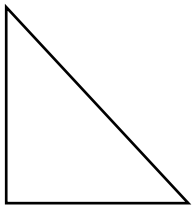
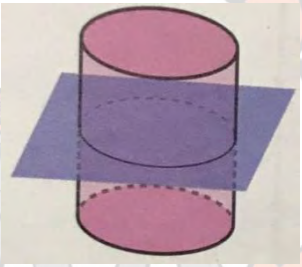
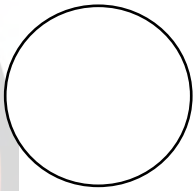
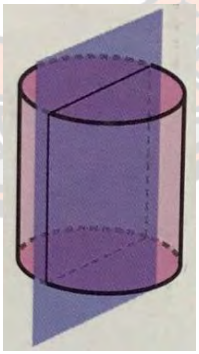
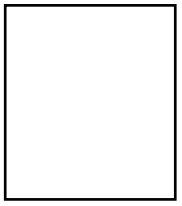
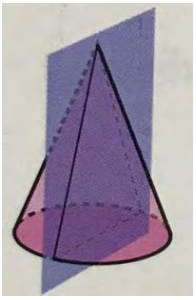
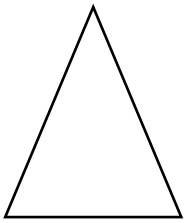


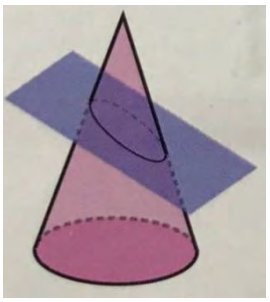
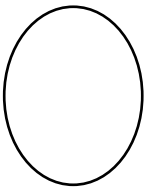
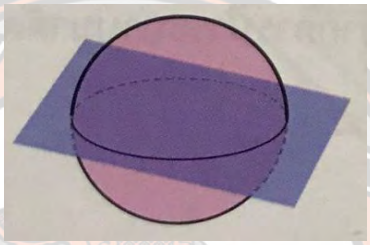
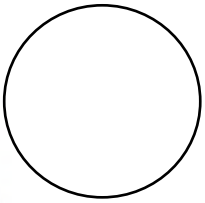
ถ้าใช้ระนาบตัดปริซึมสามเหลี่ยมในแนวขนานกับฐานของปริซึมที่ตำแหน่งต่างๆ ของปริซึม จะได้หน้าตัดเป็นรูปสามเหลี่ยมเช่นเดียวกับฐานของปริซึม ดังรูป



ตารางต่อไปนี้ แสดงการใช้ระนาบตัดรูปเรขาคณิตสามมิติ และภาพหน้าตัดที่เกิดจากการมองในแนวตั้งฉากกับระนาบที่ตัด

ข้อความ	ภาพการตัด	ภาพหน้าตัด
ถ้าใช้ระนาบตัดปริซึมสี่เหลี่ยมมุมฉากในแนวขนานกับฐานของปริซึม จะได้หน้าตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก		
ถ้าใช้ระนาบตัดปริซึมสี่เหลี่ยมมุมฉากในแนวเฉียงที่ไม่ขนานและไม่ตั้งฉากกับฐานของปริซึม จะได้หน้าตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก		

ข้อความ	ภาพการตัด	ภาพหน้าตัด
ถ้าใช้ระนาบตัดพีระมิดฐานสามเหลี่ยมในแนวตั้งฉากกับฐานของพีระมิด จะได้หน้าตัดเป็นรูปสามเหลี่ยม		
ถ้าใช้ระนาบตัดทรงกระบอกในแนวขนานกับฐานของทรงกระบอก จะได้หน้าตัดเป็นวงกลม		
ถ้าใช้ระนาบตัดทรงกระบอกในแนวตั้งฉากกับฐานของทรงกระบอก จะได้หน้าตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก		
ถ้าใช้ระนาบตัดกรวยในแนวตั้งฉากกับฐานของกรวยผ่านจุดยอด จะได้หน้าตัดเป็นรูปสามเหลี่ยม		

ข้อความ	ภาพการตัด	ภาพหน้าตัด
ถ้าใช้ระนาบตัดกรวยในแนวเฉียงที่ไม่ขนานและไม่ตั้งฉากกับฐานของกรวย โดยไม่ผ่านจุดยอด จะได้หน้าตัดเป็นวงรี		
ถ้าใช้ระนาบตัดทรงกลมในแนวใดๆ ก็ตาม จะได้หน้าตัดเป็นวงกลม		

6. **กิจกรรมการเรียนรู้**

ขั้นที่ 1 แนะนำการขยายความ (15 นาที)

1. ครูนำเสนอตัวอย่างสิ่งของที่เป็นรูปเรขาคณิตสองมิติ ได้แก่ ภาพรูปวงกลม ภาพรูปสี่เหลี่ยม ภาพวาด และรูปเรขาคณิตสามมิติ ได้แก่ ลูกบอล กล่องนม แก้วกรวยดื่มน้ำ

2. ครูและนักเรียนร่วมกันอธิบายเกี่ยวกับความแตกต่างระหว่าง รูปเรขาคณิตสองมิติและรูปเรขาคณิตสามมิติ ว่า

รูปเรขาคณิตสองมิติ	รูปเรขาคณิตสามมิติ
เป็นเพียงผิวหน้าหนึ่งของรูปทรง	มีความหนา เช่น ทรงสี่เหลี่ยม ปริซึม ทรงกลม ทรงกรวย ทรงกระบอก พีระมิด
ยกตัวอย่างเช่น	
รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก เป็นรูปเรขาคณิตสองมิติไม่มีความหนา โดยจะมีส่วนกว้างและส่วนยาว	ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก เป็นรูปเรขาคณิตสามมิติที่มีความหนา โดยจะมีส่วนสูง ส่วนกว้าง และส่วนยาว
รูปวงกลม เป็นรูปเรขาคณิตสองมิติไม่มีความหนา	ทรงกลม เป็นรูปเรขาคณิตสามมิติที่มีความหนา

3. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปว่า ลักษณะรูปเรขาคณิตสามมิติ เป็นดังนี้

3.1 ทรงกลม มีผิวเรียบที่ทุกๆ จุดบนผิวห่างจากจุดศูนย์กลางเท่ากัน

3.2 ทรงกระบอก มีหน้าตัด หรือฐานทั้งสองเป็นรูปวงกลมที่เท่ากันทุกประการ และอยู่บนระนาบที่ขนานกัน

3.3 ทรงกรวย มีฐานเป็นรูปวงกลมและมียอดแหลม ซึ่งไม่อยู่บนระนาบเดียวกันกับฐาน

3.3 พีระมิด มีฐานเป็นรูปหลายเหลี่ยม มียอดแหลม ซึ่งไม่อยู่บนระนาบเดียวกันกับฐาน มีหน้าข้างเป็นรูปสามเหลี่ยม การเรียกชื่อพีระมิด เรียกตามลักษณะของรูปหลายเหลี่ยมที่เป็นฐาน เช่น พีระมิฐานสามเหลี่ยม พีระมิดฐานสี่เหลี่ยม เป็นต้น

3.4 ปริซึม มีหน้าตัดหรือบานทั้งสองเป็นรูปหลายเหลี่ยมที่เท่ากันทุกประการ และอยู่บนระนาบที่ขนานกัน มีหน้าข้างเป็นรูปสี่เหลี่ยม การเรียกชื่อปริซึม เรียกตามลักษณะของรูปหลายเหลี่ยมที่เป็นหน้าตัดฐาน เช่น ปริซึมสามเหลี่ยม ปริซึมสี่เหลี่ยม เป็นต้น

3.5 ปริซึมสี่เหลี่ยมหรือทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีหน้าทุกหน้าเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส เรียกว่า ลูกบาศก์

3.6 ครูยกตัวอย่างสิ่งต่างๆ ที่เป็นรูปเรขาคณิตสามมิติ ที่อยู่รอบตัวนักเรียน และเปิดโอกาสให้นักเรียนยกตัวอย่างรูปเรขาคณิตสามมิติ ที่อยู่รอบตัวนักเรียน เช่น ส้ม กระป๋องน้ำอัดลม กรวยจราจร กล่องยาสีฟันเป็นต้น

ขั้นที่ 2 การสร้างความคุ้นเคย (45 นาที)

1. ครูแบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4-5 คน

2. ครูยกตัวอย่างโดยใช้แตงกวา และถามนักเรียนว่า “หากใช้ระนาบตัดแตงกวาตามแนวการตัดซึ่งมีอยู่ทั้งหมด 3 แบบ คือ

2.1 แนวตั้งฉากกับฐาน

2.2 แนวขนานกับฐาน

2.3 แนวเฉียงที่ไม่ตั้งฉากและไม่ขนานกับฐาน

นักเรียนคิดว่าหน้าตัดที่ได้ในแต่ละแนวการตัดนั้นจะเป็นรูปอะไร” จากนั้นครูสาธิตการตัดแตงกวาให้นักเรียนดูทีละแนวการตัด และจุ่มส่วนที่เป็นหน้าตัดลงในจานสีแล้วปั๊มลงในกระดาษ พร้อมร่วมกันตอบคำถามกับนักเรียนว่า “หากเราตัดในแนวตั้งฉากกับฐาน หน้าตัดที่ได้จะเป็นรูปสี่เหลี่ยม

หากเราตัดในแนวขนานกับฐาน หน้าตัดที่ได้จะเป็นรูปวงกลม

หากเราตัดในแนวเฉียงที่ไม่ตั้งฉากและไม่ขนานกับฐาน หน้าตัดที่ได้จะเป็นรูปวงรี”

จากนั้น ครูสรุปว่า “แตงกวาเป็นรูปเรขาคณิตสามมิติ แต่ภาพหน้าตัดที่ตัดออกมาแล้วนำไปปั๊มลงในกระดาษนั้นเป็นรูปเรขาคณิตสองมิติ”

3. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มออกมาเลือกผักหรือผลไม้ที่ครูนำมาให้กลุ่มละ 1 ชนิด โดยที่ผักและผลไม้ที่มีให้คือ หัวไชเท้า และหัวไชเท้าทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก (ตัดแต่งเป็นปริซึมสี่เหลี่ยมมุมฉาก) แครอท และแครททรงปริซึมสามเหลี่ยม (ตัดแต่งเป็นปริซึมสามเหลี่ยม) และแตงโมอ่อน ซึ่งในแต่ละกลุ่มจะต้องทำการตัดทั้งหมด 3 แนวการตัด คือ

3.1 แนวตั้งฉากกับฐาน

3.2 แนวขนานกับฐาน

3.3 แนวเฉียงที่ไม่ตั้งฉากและไม่ขนานกับฐาน

4. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง “เด็กปั๊ม” และชี้แจงนักเรียนถึงใบกิจกรรมที่ 1 คือ ให้นักเรียนตัดผักหรือผลไม้ที่ได้เลือกไป แล้วบันทึกผล และตอบคำถามลงในใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง “เด็กปั๊ม” ดังนี้ (30 นาที)

ตอนที่ 1 ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. ให้วาดรูปร่างหรือลักษณะของผักหรือผลไม้ที่นักเรียนเลือกจากครู ลงในช่องว่างที่กำหนดให้ด้านล่าง พร้อมระบายสีให้สวยงาม

2. หากนักเรียนตัดในแนวตั้งฉากกับฐาน นักเรียนคิดว่าหน้าตัดจะเป็นรูป .....ให้วาดลงในช่องว่างที่กำหนดให้ด้านล่าง พร้อมระบายสีให้สวยงาม

3. หากนักเรียนตัดในแนวขนานกับฐาน นักเรียนคิดว่าหน้าตัดจะเป็นรูป .....ให้วาดลงในช่องว่างที่กำหนดให้ด้านล่าง พร้อมระบายสีให้สวยงาม

4. หากนักเรียนตัดในแนวเฉียงที่ไม่ตั้งฉากและไม่ขนานกับฐาน นักเรียนคิดว่าหน้าตัดจะเป็นรูป.....ให้วาดลงในช่องว่างที่กำหนดให้ด้านล่าง พร้อมระบายสีให้สวยงาม

ตอนที่ 2 ให้นักเรียนทำตามคำสั่งต่อไปนี้ และตอบคำถาม

ให้นักเรียนตัดผักหรือผลไม้ที่นักเรียนเลือก จากนั้นให้ตรวจสอบความถูกต้องโดยการจุ่มส่วนที่เป็นหน้าตัดลงในจานสี แล้วปั๊มลงในช่องว่างที่กำหนดให้ด้านล่าง

1. ปั๊มผักหรือผลไม้ที่ตัดในแนวตั้งฉากกับฐาน

2. ปั๊มผักหรือผลไม้ที่ตัดในแนวขนานกับฐาน

3. ปั๊มผักหรือผลไม้ที่ตัดในแนวเฉียงที่ไม่ตั้งฉากและไม่ขนานกับฐาน

4. เมื่อตรวจคำตอบแล้วตรงกับสิ่งที่นักเรียนตอบในตอนที่ 1 ข้อ 1, 2 และ 3 หรือไม่ให้นักเรียนเลือกกากบาท

ขั้นที่ 3 การจำแนกความรู้ (60 นาที)

1. ครูให้นักเรียนทำใบกิจกรรม **ตอนที่ 3** ให้นักเรียนยกตัวอย่างสิ่งที่ใช้ระนาบตัดแล้วหน้าตัดเป็นรูปตามที่กำหนดให้ พร้อมบอกแนวการตัด และเหตุผลที่เลือกสิ่งนั้น

2. ครูสรุปกิจกรรมที่ทำมาร่วมกับนักเรียนว่า ลักษณะของหน้าตัดจะเป็นอย่างไรนั้นขึ้นอยู่กับปัจจัยดังต่อไปนี้

2.1 รูปร่างหรือลักษณะของผัก หรือผลไม้

2.2 แนวการตัด

2.3 ตำแหน่งที่ตัด

3. เฉลยใบกิจกรรมที่ 1

4. ครูถามนักเรียนว่า หากเราลองใช้ระนาบตัดผัก ผลไม้ หรือสิ่งของวัตถุอื่นๆ ที่ไม่ใช่สิ่งที่นักเรียนลองตัดไปเมื่อคาบที่แล้ว หน้าตัดของสิ่งที่นักเรียนตัดสิ่งนั้นจะมีหน้าตัดเป็นรูปอะไร

5. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง “ชวนคิดอีกนิด” และชี้แจงนักเรียนถึงใบกิจกรรมที่ 2 และให้นักเรียนตอบคำถามในใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง “ชวนคิดอีกนิด” ดังนี้

5.1 ให้นักเรียนวาดสิ่งที่นักเรียนต้องการตัดมา 1 อย่าง ลงในช่องว่างที่กำหนดให้ด้านล่าง พร้อมระบายสีให้สวยงาม

5.2 หากนักเรียนตัดในแนวตั้งฉากกับฐาน นักเรียนคิดว่าหน้าตัดจะเป็นรูป ..... ให้วาดลงในช่องว่างที่กำหนดให้ด้านล่าง พร้อมระบายสีให้สวยงาม

5.3 หากนักเรียนตัดในแนวขนานกับฐาน นักเรียนคิดว่าหน้าตัดจะเป็นรูป .....ให้วาดลงในช่องว่างที่กำหนดให้ด้านล่าง พร้อมระบายสีให้สวยงาม

5.4 หากนักเรียนตัดในแนวเฉียงที่ไม่ตั้งฉากและไม่ขนานกับฐาน นักเรียนคิดว่าหน้าตัดจะเป็นรูป.....ให้วาดลงในช่องว่างที่กำหนดให้ด้านล่าง พร้อมระบายสีให้สวยงาม

6. เก็บชิ้นงานนักเรียน

ขั้นที่ 4 แนวคิดรูปธรรม (60 นาที)

1. นักเรียนนำเสนอ ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง “ชวนคิดอีกนิด”

2. นักเรียนแต่ละคน ประเมินเพื่อนที่ออกมานำเสนอ ในประเด็น

2.1 ความถูกต้อง

2.2 ความน่าสนใจ

3. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปถึงหน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ ว่า หากเราใช้ระนาบตัดรูปเรขาคณิตสามมิติแล้ว ภาพหน้าตัดที่เกิดจากการมองเห็นในแนวตั้งฉากกับระนาบที่ตัดจะเป็นดังนี้

3.1 ถ้าใช้ระนาบตัดปริซึมสี่เหลี่ยมมุมฉากในแนวขนานกับฐานของปริซึม จะได้หน้าตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

3.2 ถ้าใช้ระนาบตัดปริซึมใดๆ ในแนวขนานกับฐานของปริซึม จะได้หน้าตัดเป็นรูปเดียวกันกับฐานของปริซึมนั้น

3.3 ถ้าใช้ระนาบตัดปริซึมสี่เหลี่ยมมุมฉากในแนวเฉียงที่ไม่ขนานและไม่ตั้งฉากกับฐานของปริซึม จะได้หน้าตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

3.4 ถ้าใช้ระนาบตัดพีระมิดฐานสามเหลี่ยมในแนวตั้งฉากกับฐานของพีระมิด จะได้หน้าตัดเป็นรูปสามเหลี่ยม

3.5 ถ้าใช้ระนาบตัดพีระมิดฐานใดๆ ในแนวขนานกับฐานของพีระมิด จะได้หน้าตัดเป็นรูปเดียวกันกับฐานของพีระมิดนั้น

3.6 ถ้าใช้ระนาบตัดทรงกระบอกในแนวขนานกับฐานของทรงกระบอก จะได้หน้าตัดเป็นวงกลม

3.7 ถ้าใช้ระนาบตัดทรงกระบอกในแนวตั้งฉากกับฐานของทรงกระบอก จะได้หน้าตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

3.8 ถ้าใช้ระนาบตัดกรวยในแนวตั้งฉากกับฐานของกรวยผ่านจุดยอด จะได้หน้าตัดเป็นรูปสามเหลี่ยม

3.9 ถ้าใช้ระนาบตัดกรวยในแนวเฉียงที่ไม่ขนานและไม่ตั้งฉากกับฐานของกรวยโดยไม่ผ่านจุดยอด จะได้หน้าตัดเป็นวงรี

3.10 ถ้าใช้ระนาบตัดทรงกลมในแนวใดๆ ก็ตาม จะได้หน้าตัดเป็นวงกลม

4. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 5.1 ในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เล่ม 1 และส่งในชั่วโมงถัดไป

7. สื่อการเรียนรู้

7.1 หนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เล่ม 1

7.2 หัวไชเท้า และหัวไชเท้า (ตัดแต่งเป็นปริซึมสี่เหลี่ยมมุมฉาก)

7.3 แครอท และแครอท (ตัดแต่งเป็นปริซึมสามเหลี่ยม)

7.4 เมล่อน

7.5 ภาพรูปวงกลม

7.6 ภาพรูปสี่เหลี่ยม

7.7 ภาพวาด

7.8 ลูกบอล

7.9 กล่องนม

7.10 แก้วกรวยดื่มน้ำ

8. การวัดและประเมินผล

ด้านความรู้ (K)

จุดประสงค์	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
อธิบายลักษณะของหน้าตัดที่ได้จากการตัดรูปเรขาคณิตสามมิติด้วยระนาบในทิศทางที่กำหนดให้	ตรวจใบกิจกรรมที่ 1 และใบกิจกรรมที่ 2	ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง เด็กปั๊ม และใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง ชวนคิดอีกนิด	ผ่าน = PS ขึ้นไป

ด้านทักษะและกระบวนการ (P)

จุดประสงค์	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
1. เขียนภาพสื่อสารและสื่อความหมายเกี่ยวกับหน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ 2. เชื่อมโยงรูปเรขาคณิตสามมิติกับสิ่งต่างๆ รอบตัว 3. พูดนำเสนอเกี่ยวกับรูปเรขาคณิตสามมิติ	ตรวจใบกิจกรรมที่ 1 ตรวจใบกิจกรรมที่ 2 ตรวจใบกิจกรรมที่ 3	ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง เด็กปั๊ม ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง ชวนคิดอีกนิด ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง ชวนคิดอีกนิด	ผ่าน = ระดับพอใช้ขึ้นไป

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A)

จุดประสงค์	วิธีการ	เครื่องมือที่ใช้	เกณฑ์
1. มีทักษะในการทำงานร่วมกับผู้อื่น 2. มีความรับผิดชอบในการทำงาน	สังเกตพฤติกรรม	แบบสังเกตพฤติกรรมระหว่างการจัดการเรียนรู้	ผ่าน = ระดับดีขึ้นไป

บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

ผลการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

.....

.....

ข้อเสนอแนะ/แนวทางแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....

ผู้จัดการเรียนรู้

ใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง “เด็กปั๊ม”

ตอนที่ 1 ให้นักเรียนตอบคำถามดังต่อไปนี้

1. ให้วาดรูปร่างหรือลักษณะของผักหรือผลไม้ที่นักเรียนเลือกจากครู ลงในช่องว่างที่กำหนดให้ด้านล่าง พร้อมระบายสีให้สวยงาม

2. หากนักเรียนตัดในแนวตั้งฉากกับฐาน นักเรียนคิดว่าหน้าตัดจะเป็นรูป .....ให้วาดลงในช่องว่างที่กำหนดให้ด้านล่าง พร้อมระบายสีให้สวยงาม

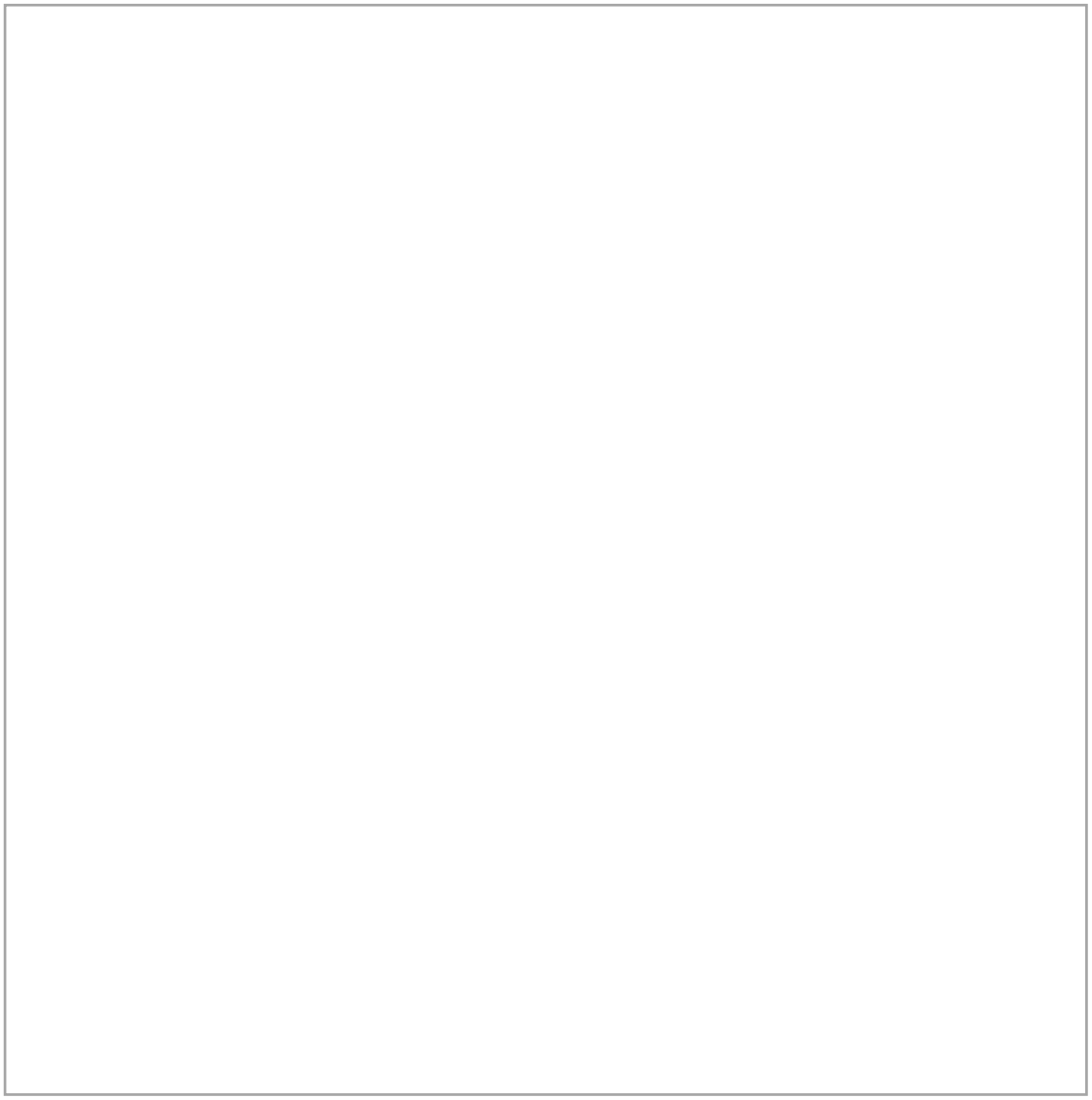
3. หากนักเรียนตัดในแนวขนานกับฐาน นักเรียนคิดว่าหน้าตัดจะเป็นรูป .....ให้วาดลงในช่องว่างที่กำหนดให้ด้านล่าง พร้อมระบายสีให้สวยงาม

4. หากนักเรียนตัดในแนวเฉียงที่ไม่ตั้งฉากและไม่ขนานกับฐาน นักเรียนคิดว่าหน้าตัดจะเป็นรูป .....ให้วาดลงในช่องว่างที่กำหนดให้ด้านล่าง พร้อมระบายสีให้สวยงาม

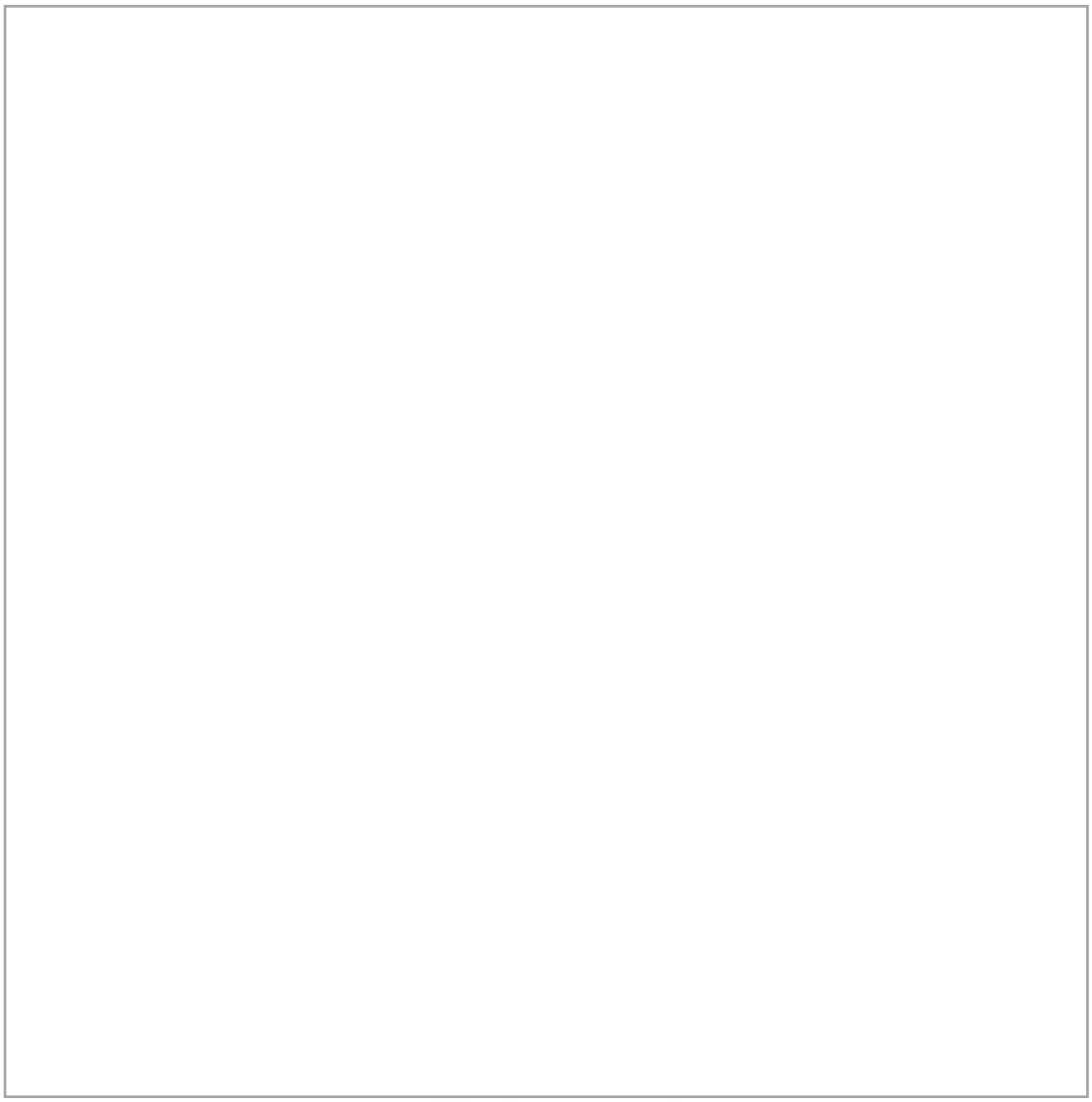
ตอนที่ 2 ให้นักเรียนทำตามคำสั่งต่อไปนี้ และตอบคำถาม

ให้นักเรียนตัดผักหรือผลไม้ที่นักเรียนเลือก จากนั้นให้ตรวจสอบความถูกต้องโดยการจุ่มส่วนที่เป็นหน้าตัดลงในจานสี แล้วปั๊มลงในช่องว่างที่กำหนดให้ด้านล่าง

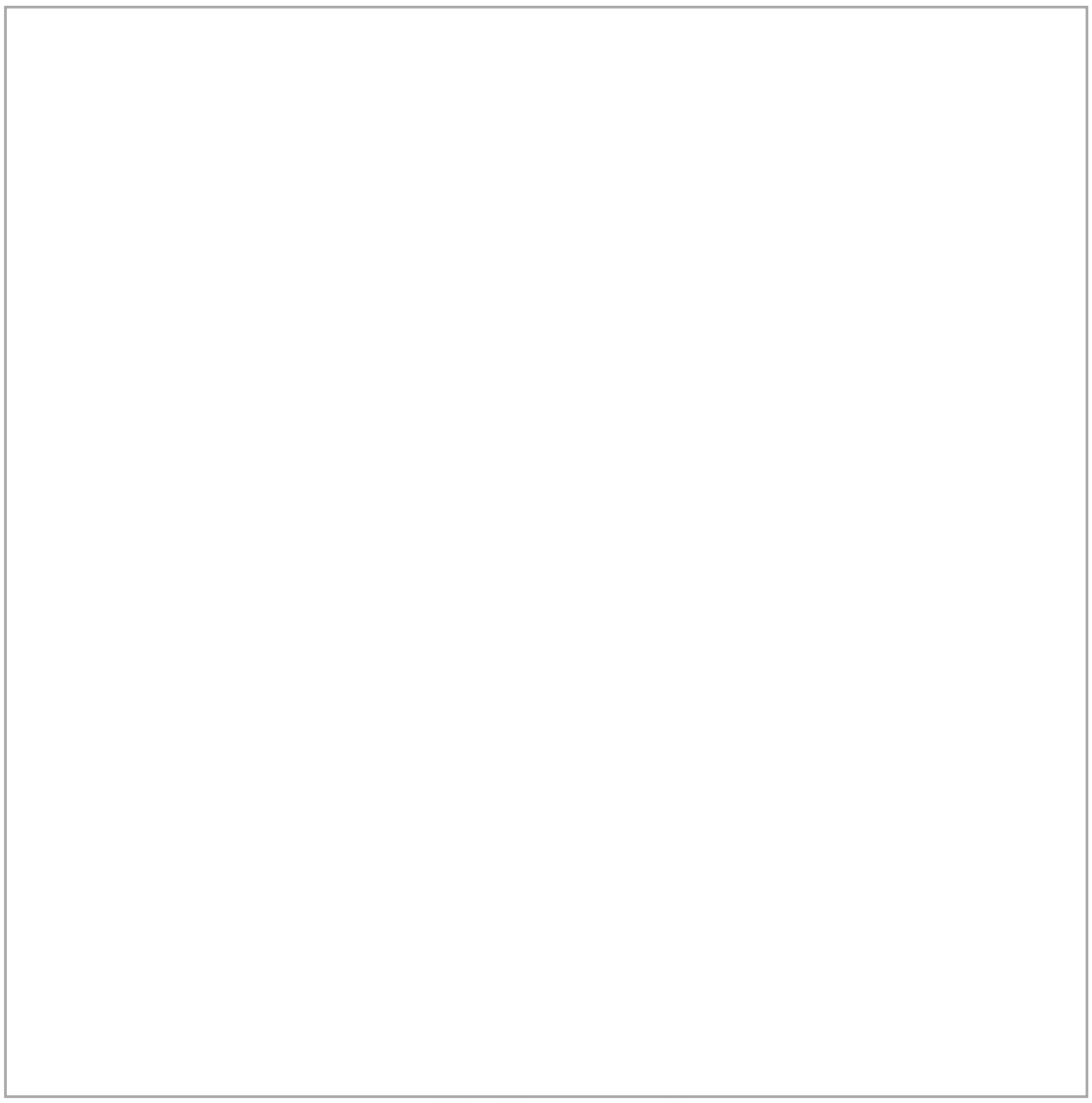
1. ปั๊มผักหรือผลไม้ที่ตัดในแนวตั้งฉากกับฐาน



2. ปั๊มผักหรือผลไม้ที่ตัดในแนวขนานกับฐาน



3. ปั๊มผักหรือผลไม้ที่ตัดในแนวเฉียงที่ไม่ตั้งฉากและไม่ขนานกับฐาน

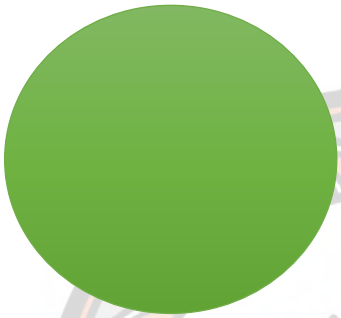


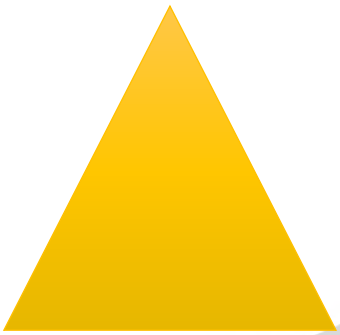
4. เมื่อตรวจคำตอบแล้วตรงกับสิ่งที่นักเรียนตอบในตอนที่ 1 ข้อ 1, 2 และ 3 หรือไม่ ให้นักเรียนเลือกกากบาท

ก. ตรง

ข. ไม่ตรง ข้อที่ .....

ตอนที่ 3 ให้นักเรียนยกตัวอย่างสิ่งที่ใช้ระนาบตัดแล้วหน้าตัดเป็นรูปตามที่กำหนดให้ พร้อมบอกแนวการตัด และเหตุผลที่เลือกสิ่งนั้น

รูปหน้าตัด	**คำตอบ**
ตัวอย่าง 	มะนาว ใช้การตัดในแนวตั้งฉากกับฐาน เพราะ มะนาวมีรูปร่างลักษณะคล้ายทรงกลม เมื่อตัดในแนวตั้งฉากกับฐานจะมีหน้าตัดคล้ายวงกลม
	.... เพราะ ....
	.... เพราะ ....

รูปหน้าตัด	คำตอบ
	.... เพราะ ....
	.... เพราะ ....

ชื่อ..... เลขที่ ..... ชั้น ม.1/.....

ใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง “ชวนคิดอีกนิด”

ชื่อ..... เลขที่ ..... ชั้น ม.1/.....

ให้นักเรียนตอบคำถามดังต่อไปนี้

1. ให้นักเรียนวาดสิ่งของมา 1 อย่าง ลงในช่องว่างที่กำหนดให้ด้านล่าง พร้อมระบายสีให้สวยงาม

2. หากนักเรียนตัดในแนวตั้งฉากกับฐาน นักเรียนคิดว่าหน้าตัดจะเป็นรูป .....ให้วาดลงในช่องว่าง ที่กำหนดให้ด้านล่าง พร้อมระบายสีให้สวยงาม

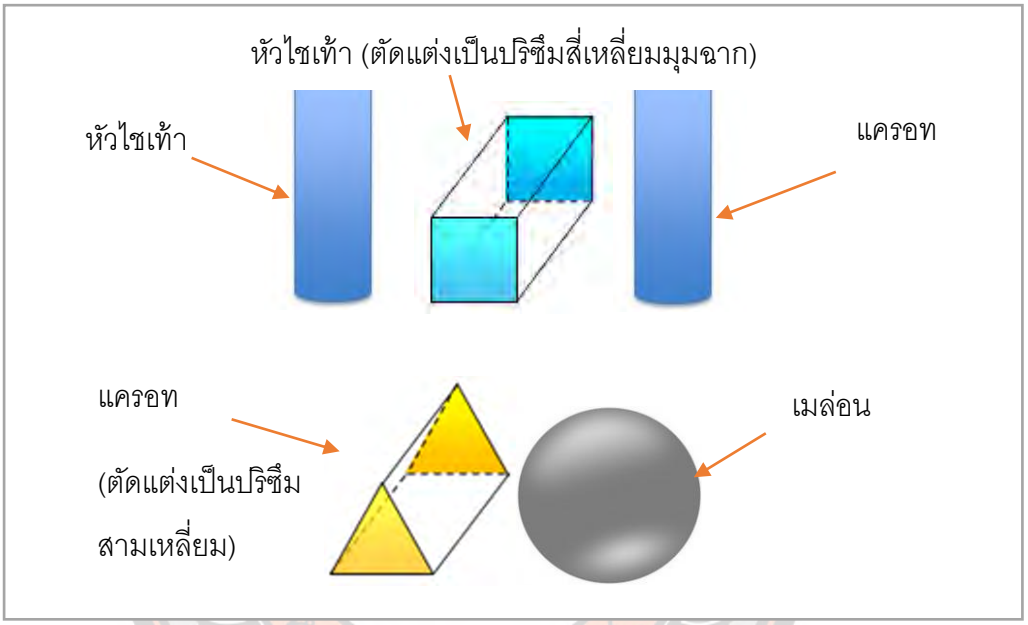
3. หากนักเรียนตัดในแนวขนานกับฐาน นักเรียนคิดว่าหน้าตัดจะเป็นรูป .....ให้วาดลงในช่องว่างที่กำหนดให้ด้านล่าง พร้อมระบายสีให้สวยงาม

4. หากนักเรียนตัดในแนวเฉียงที่ไม่ตั้งฉากและไม่ขนานกับฐาน นักเรียนคิดว่าหน้าตัดจะเป็นรูป.....ให้วาดลงในช่องว่างที่กำหนดให้ด้านล่าง พร้อมระบายสีให้สวยงาม

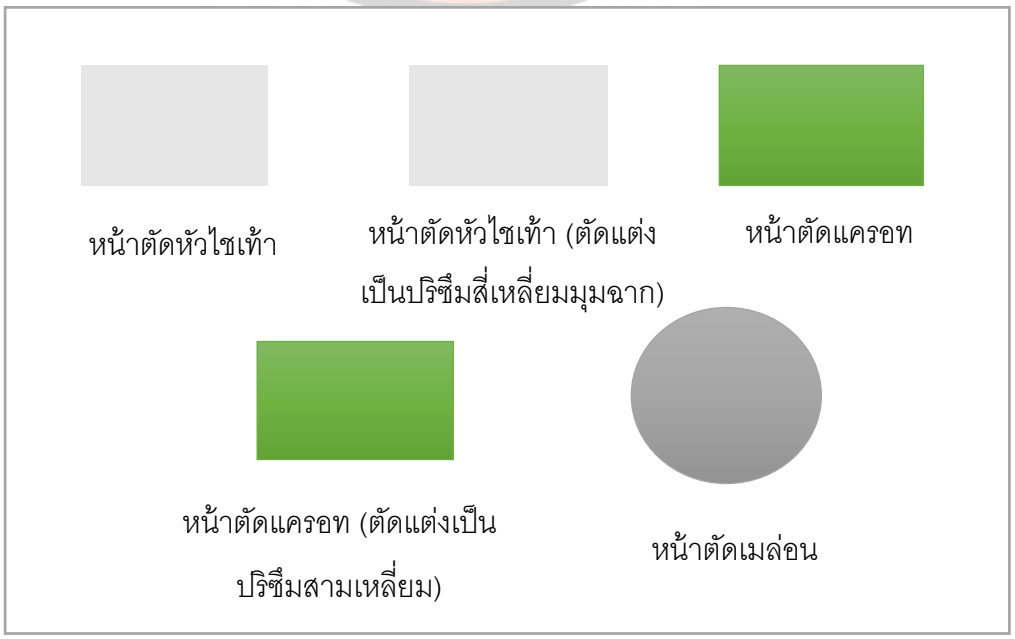
เฉลยใบกิจกรรมที่ 1 เรื่อง “เด็กปั๊ม”

ตอนที่ 1 ให้นักเรียนตอบคำถามดังต่อไปนี้

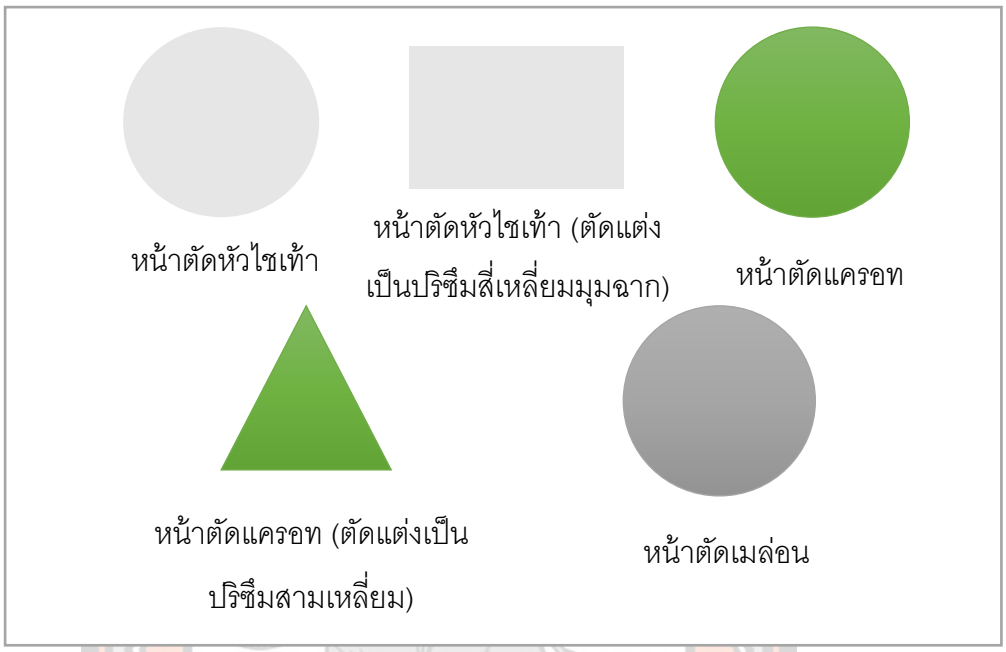
1. ให้วาดรูปร่างหรือลักษณะของผักหรือผลไม้ที่นักเรียนเลือกจากครู ลงในช่องว่างที่กำหนดให้ด้านล่าง พร้อมระบายสีให้สวยงาม



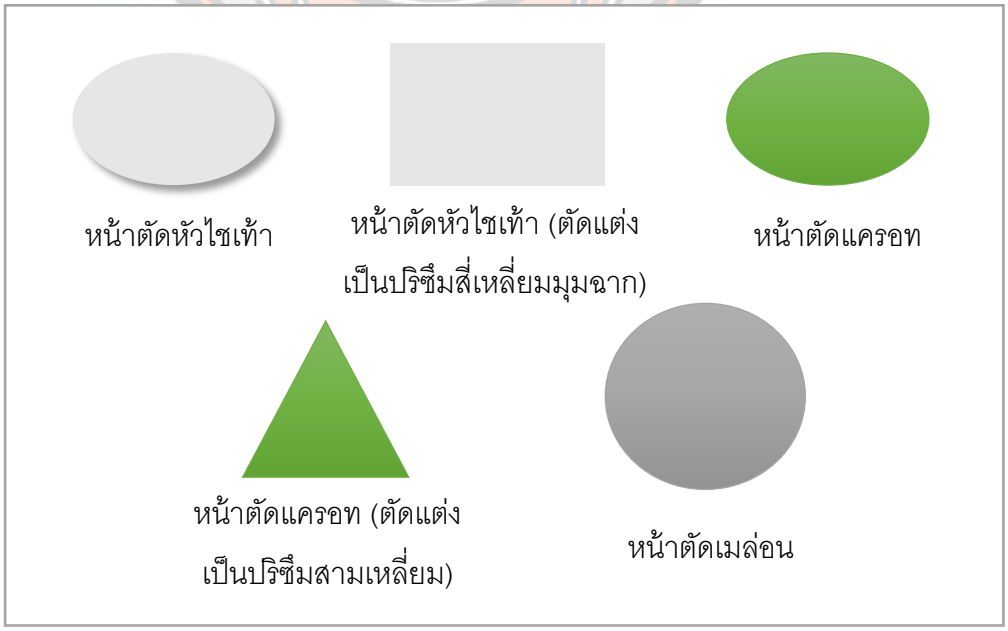
2. หากนักเรียนตัดในแนวตั้งฉากกับฐาน นักเรียนคิดว่าหน้าตัดจะเป็นรูป เฉลยตามภาพวาดในกรอบ ให้วาดลงในช่องว่างที่กำหนดให้ด้านล่าง พร้อมระบายสีให้สวยงาม



3. หากนักเรียนตัดในแนวขนานกับฐาน นักเรียนคิดว่าหน้าตัดจะเป็นรูป เฉลยตามภาพวาดในกรอบ ให้วาดลงในช่องว่างที่กำหนดให้ด้านล่าง พร้อมระบายสีให้สวยงาม



4. หากนักเรียนตัดในแนวเฉียงที่ไม่ตั้งฉากและไม่ขนานกับฐาน นักเรียนคิดว่าหน้าตัดจะเป็นรูปเฉลยตามภาพวาดในกรอบ ให้วาดลงในช่องว่างที่กำหนดให้ด้านล่าง พร้อมระบายสีให้สวยงาม



ตอนที่ 2 ให้นักเรียนทำตามคำสั่งต่อไปนี้ และตอบคำถาม

ให้นักเรียนตัดผักหรือผลไม้ที่นักเรียนเลือก จากนั้นให้ตรวจสอบความถูกต้องโดยการจุ่มส่วนที่เป็นหน้าตัดลงในจานสี แล้วปั๊มลงในช่องว่างที่กำหนดให้ด้านล่าง

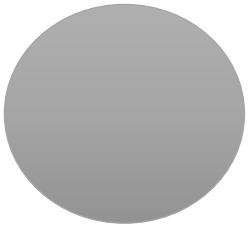
1. ปั๊มผักหรือผลไม้ที่ตัดในแนวตั้งฉากกับฐาน

หน้าตัดหัวไชเท้า

หน้าตัดหัวไชเท้า (ตัดแต่งเป็นปริซึมสี่เหลี่ยมมุมฉาก)

หน้าตัดแครอท

หน้าตัดแครอท (ตัดแต่งเป็นปริซึมสามเหลี่ยม)

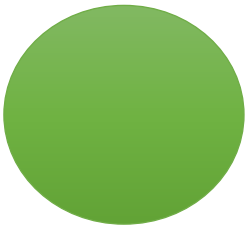


หน้าตัดเมล่อน

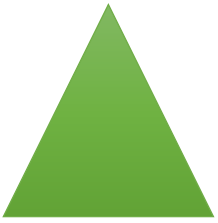
2. ปั๊มผักหรือผลไม้ที่ตัดในแนวขนานกับฐาน

หน้าตัดหัวไชเท้า

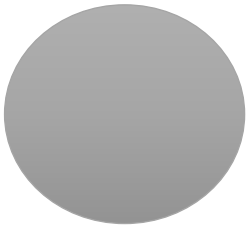
หน้าตัดหัวไชเท้า (ตัดแต่งเป็นปริซึมสี่เหลี่ยมมุมฉาก)



หน้าตัดแครอท

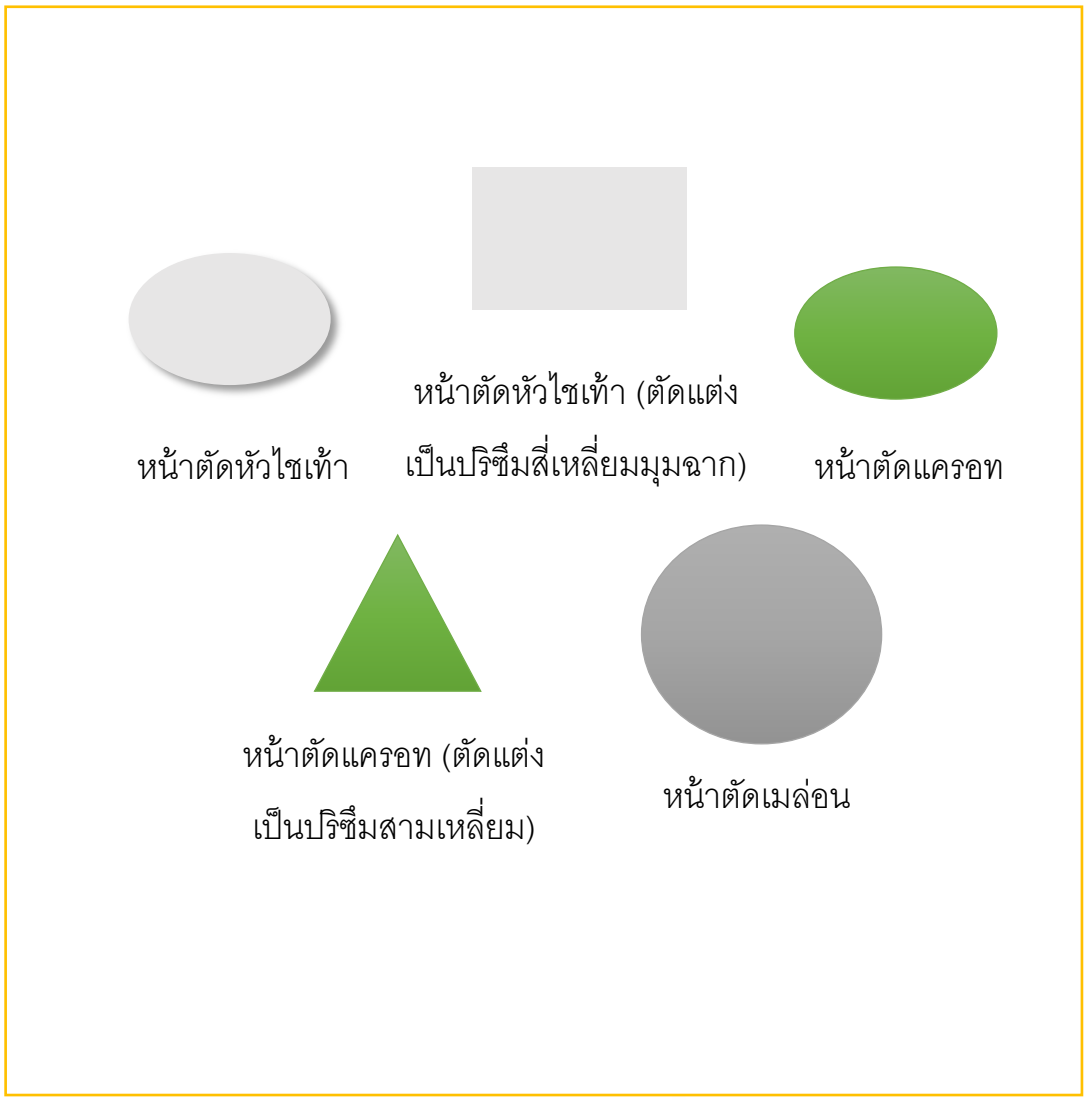


หน้าตัดแครอท (ตัดแต่งเป็นปริซึมสามเหลี่ยม)



หน้าตัดเมล่อน

3. ปั๊มผักหรือผลไม้ที่ตัดในแนวเฉียงที่ไม่ตั้งฉากและไม่ขนานกับฐาน

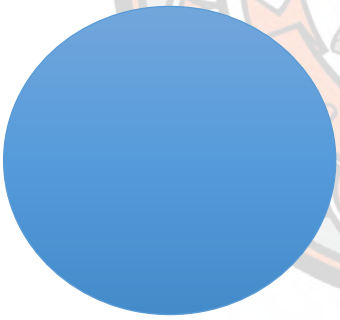


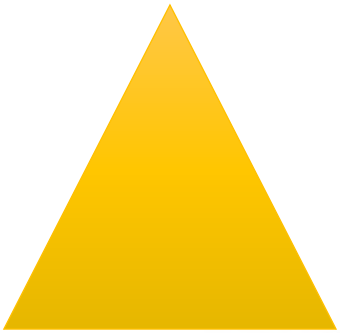
4. เมื่อตรวจคำตอบแล้วตรงกับสิ่งที่นักเรียนตอบในตอนที่ 1 ข้อ 1, 2 และ 3 หรือไม่ ให้นักเรียนเลือกกากบาท

ก. ตรง

ข. ไม่ตรง ข้อที่ .....

ตอนที่ 3 ให้นักเรียนยกตัวอย่างสิ่งที่ใช้ระนาบตัดแล้วหน้าตัดเป็นรูปตามที่กำหนดให้ พร้อมบอกแนวการตัด และเหตุผลที่เลือกสิ่งนั้น

รูปหน้าตัด	คำตอบ
ตัวอย่าง 	มะนาว ใช้การตัดในแนวตั้งฉากกับฐาน เพราะ มะนาวมีรูปร่างลักษณะคล้ายทรงกลมเมื่อตัดในแนวตั้งฉากกับฐานจะมีหน้าตัดคล้ายรูปวงกลม
	นักเรียนยกตัวอย่างสิ่งที่มีรูปร่างลักษณะคล้ายทรงกลม หรือทรงกระบอก หากนักเรียนเลือกใช้ - แนวการตัดแบบตั้งฉากกับฐานจะมีหน้าตัดคล้ายรูปวงกลม (ยกเว้นทรงกระบอก) - แนวการตัดแบบขนานกับฐานจะมีหน้าตัดคล้ายรูปวงกลม - แนวการตัดแบบเฉียงที่ไม่ตั้งฉากและไม่ขนานกับฐานจะมีหน้าตัดคล้ายรูปวงกลม (ยกเว้นทรงกระบอก)
	นักเรียนยกตัวอย่างสิ่งที่มีรูปร่างลักษณะคล้ายปริซึมสี่เหลี่ยม หรือทรงกระบอก หากนักเรียนเลือกใช้ - แนวการตัดแบบตั้งฉากกับฐานจะมีหน้าตัดคล้ายรูปสี่เหลี่ยม - แนวการตัดแบบขนานกับฐานจะมีหน้าตัดคล้ายรูปสี่เหลี่ยม (ยกเว้นทรงกระบอก) - แนวการตัดแบบเฉียงที่ไม่ตั้งฉากและไม่ขนานกับฐานจะมีหน้าตัดคล้ายรูปสี่เหลี่ยม (ยกเว้นทรงกระบอก)

รูปหน้าตัด	คำตอบ
	นักเรียนยกตัวอย่างสิ่งที่มีรูปร่างลักษณะคล้ายทรงกรวย หรือพีระมิด หากนักเรียนเลือกใช้ - แนวการตัดแบบตั้งฉากกับฐานจะมีหน้าตัดคล้ายรูปสามเหลี่ยม - แนวการตัดแบบขนานกับฐานจะมีหน้าตัดคล้ายรูปสามเหลี่ยม (เฉพาะพีระมิดฐานสามเหลี่ยม) - แนวการตัดแบบเฉียงที่ไม่ตั้งฉากและไม่ขนานกับฐานจะมีหน้าตัดคล้ายรูปสามเหลี่ยม (เฉพาะพีระมิดฐานสามเหลี่ยม)
	นักเรียนยกตัวอย่างสิ่งที่มีรูปร่างลักษณะคล้ายวงรี หรือทรงกระบอก หากนักเรียนเลือกใช้ - แนวการตัดแบบตั้งฉากกับฐานจะมีหน้าตัดคล้ายรูปวงรี (ยกเว้นทรงกระบอก) - แนวการตัดแบบขนานกับฐานจะมีหน้าตัดคล้ายรูปวงรี (ยกเว้นทรงกระบอก) - แนวการตัดแบบเฉียงที่ไม่ตั้งฉากและไม่ขนานกับฐานจะมีหน้าตัดคล้ายรูปวงรี

ชื่อ..... เลขที่ ..... ชั้น ม.1/.....

เฉลยใบกิจกรรมที่ 2 เรื่อง “ชวนคิดอีกนิด”

ชื่อ..... เลขที่ ..... ชั้น ม.1/.....

ให้นักเรียนตอบคำถามดังต่อไปนี้

1. ให้นักเรียนวาดสิ่งที่นักเรียนต้องการตัดมา 1 อย่าง ลงในช่องว่างที่กำหนดให้ด้านล่าง พร้อมระบายสีให้สวยงาม

นักเรียนวาดสิ่งที่มีลักษณะคล้ายปริซึม

นักเรียนวาดสิ่งที่มีลักษณะคล้ายพีระมิด

นักเรียนวาดสิ่งที่มีลักษณะคล้ายทรงกระบอก

นักเรียนวาดสิ่งที่มีลักษณะคล้ายทรงกรวย

นักเรียนวาดสิ่งที่มีลักษณะคล้ายทรงกลม

2. หากนักเรียนตัดในแนวตั้งฉากกับฐาน นักเรียนคิดว่าหน้าตัดจะเป็นรูป เฉลยตามภาพวาดในกรอบ ให้วาดลงในช่องว่างที่กำหนดให้ด้านล่าง พร้อมระบายสีให้สวยงาม

- นักเรียนวาดสิ่งที่มีลักษณะคล้ายปริซึม หน้าตัดที่ได้จะคล้ายรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก
- นักเรียนวาดสิ่งที่มีลักษณะคล้ายพีระมิด หน้าตัดที่ได้จะคล้ายรูปสามเหลี่ยม
- นักเรียนวาดสิ่งที่มีลักษณะคล้ายทรงกระบอก หน้าตัดที่ได้จะคล้ายรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก
- นักเรียนวาดสิ่งที่มีลักษณะคล้ายทรงกรวย หน้าตัดที่ได้จะคล้ายรูปสามเหลี่ยม
- นักเรียนวาดสิ่งที่มีลักษณะคล้ายทรงกลม หน้าตัดที่ได้จะคล้ายรูปวงกลม

3. หากนักเรียนตัดในแนวขนานกับฐาน นักเรียนคิดว่าหน้าตัดจะเป็นรูป เฉลยตามภาพวาดในกรอบ ให้วาดลงในช่องว่างที่กำหนดให้ด้านล่าง พร้อมระบายสีให้สวยงาม

- นักเรียนวาดสิ่งที่มีลักษณะคล้ายปริซึม หน้าตัดที่ได้จะคล้ายรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก
- นักเรียนวาดสิ่งที่มีลักษณะคล้ายพีระมิด หน้าตัดที่ได้จะคล้ายรูปสี่เหลี่ยม
- นักเรียนวาดสิ่งที่มีลักษณะคล้ายทรงกระบอก หน้าตัดที่ได้จะคล้ายรูปวงกลม
- นักเรียนวาดสิ่งที่มีลักษณะคล้ายทรงกรวย หน้าตัดที่ได้จะคล้ายรูปวงกลม
- นักเรียนวาดสิ่งที่มีลักษณะคล้ายทรงกลม หน้าตัดที่ได้จะคล้ายรูปวงกลม

4. หากนักเรียนตัดในแนวเฉียงที่ไม่ตั้งฉากและไม่ขนานกับฐาน นักเรียนคิดว่าหน้าตัดจะเป็นรูปเฉลยตามภาพวาดในกรอบ

ให้วาดลงในช่องว่างที่กำหนดให้ด้านล่าง พร้อมระบายสีให้สวยงาม

- นักเรียนวาดสิ่งที่มีลักษณะคล้ายปริซึม หน้าตัดที่ได้จะคล้ายรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก
- นักเรียนวาดสิ่งที่มีลักษณะคล้ายพีระมิด หน้าตัดที่ได้จะคล้ายรูปสี่เหลี่ยม
- นักเรียนวาดสิ่งที่มีลักษณะคล้ายทรงกระบอก หน้าตัดที่ได้จะคล้ายรูปวงรี
- นักเรียนวาดสิ่งที่มีลักษณะคล้ายทรงกรวย หน้าตัดที่ได้จะคล้ายรูปวงรี
- นักเรียนวาดสิ่งที่มีลักษณะคล้ายทรงกลม หน้าตัดที่ได้จะคล้ายรูปวงกลม

เกณฑ์การวัดและประเมินผล
แบบประเมินทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์
รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 ชื่อหน่วย รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ
เรื่อง หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ

รายการประเมิน	**คะแนน (ระดับคุณภาพ)**	**เกณฑ์การให้คะแนน**
1. ความสามารถในการสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์	3 (ดี) 2 (พอใช้) 1 (ต้องปรับปรุง)	- ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอข้อมูลตามลำดับขั้นตอนชัดเจน และมีรายละเอียดครบถ้วนสมบูรณ์ - ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง นำเสนอข้อมูลได้ชัดเจนบางประเด็น และยังรายละเอียดในบางประเด็น - ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ไม่ถูกต้อง
2. ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และการเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ	3 (ดี) 2 (พอใช้) 1 (ต้องปรับปรุง)	- นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์มาใช้เชื่อมโยงได้อย่างเหมาะสม - นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์มาใช้เชื่อมโยงได้ในบางส่วน - นำความรู้ หลักการ และวิธีการทางคณิตศาสตร์มาใช้เชื่อมโยงไม่เหมาะสม หรือไม่มีการเชื่อมโยง
3. การนำเสนอ	3 (ดี) 2 (พอใช้) 1 (ต้องปรับปรุง)	- อธิบายความคิดหรือการทำงานของตนเองให้ผู้อื่นเข้าใจได้อย่างชัดเจน - อธิบายความคิดหรือการทำงานของตนเองให้ผู้อื่นเข้าใจได้ในบางส่วน - อธิบายความคิดหรือการทำงานของตนเองให้ผู้อื่นเข้าใจได้ไม่ชัดเจน

แบบประเมินทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์
รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 ชื่อหน่วย รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ
เรื่อง หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ

คำชี้แจง ให้ผู้ประเมินเขียนคะแนนในช่องรายการประเมิน ตามสิ่งที่สังเกตพบ

เลขที่	ชื่อ-นามสกุล	คะแนนที่ได้			ผลการประเมิน	
		การสื่อสาร	การเชื่อมโยง	การนำเสนอ	ผ่าน	ไม่ผ่าน

เลขที่	ชื่อ-นามสกุล	คะแนนที่ได้			ผลการประเมิน	
		การสื่อสาร	การเชื่อมโยง	การนำเสนอ	ผ่าน	ไม่ผ่าน

ลงชื่อ.....ผู้ประเมิน

(.....)

...../...../.....

เกณฑ์การตัดสิน

คะแนน 7-9 หมายถึง ดี

คะแนน 4-6 หมายถึง พอใช้

คะแนน 1-3 หมายถึง ปรับปรุง

การผ่านเกณฑ์ : ตั้งแต่ระดับพอใช้ ขึ้นไป

แบบสังเกตพฤติกรรมระหว่างการจัดการเรียนรู้
รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1
หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 ชื่อหน่วย รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ
เรื่อง หน้าตัดของรูปเรขาคณิตสามมิติ

พฤติกรรมตามคุณลักษณะ	ระดับของพฤติกรรมที่แสดงออก			
	มาก (4)	ปานกลาง (3)	น้อย (2)	ไม่มีการแสดงออก (1)
1. **ความสามารถในการทำงานร่วมกับผู้อื่น**				
1.1 ประพฤติและปฏิบัติตามข้อตกลงของกลุ่ม				
1.2 ปฏิบัติตามบทบาทและหน้าที่ที่ได้รับมอบหมาย				
1.3 ให้ความร่วมมือในการทำงานร่วมกับผู้อื่น				
1.4 ให้การยกย่องบุคคลอื่นตามความเหมาะสม				
1.5 รับฟังความคิดเห็นของผู้อื่น				
2. **ความรับผิดชอบและความเพียรพยายาม**				
2.1 ทำงานอย่างเต็มความสามารถ				
2.2 ทำงานที่ได้รับมอบหมายให้เสร็จสมบูรณ์ตามกำหนดและตรงเวลา				
2.3 ไม่ท้อถอยในการแก้ปัญหาเมื่อพบอุปสรรค				
2.4 มีความอดทนในการทำงานที่ต้องใช้กระบวนการที่ซับซ้อนหรือระยะเวลาที่ยาวนาน				
2.5 ละเว้นการกระทำอื่นที่เป็นผลเสียหายต่อส่วนรวม				

เกณฑ์การตัดสิน

คะแนน 34 - 40 หมายถึง ดีมาก

คะแนน 26 - 33 หมายถึง ดี

คะแนน 18 - 25 หมายถึง พอใช้

คะแนน 10 - 17 หมายถึง ปรับปรุง

การผ่านเกณฑ์: ตั้งแต่ระดับดี ขึ้นไป

เกณฑ์การให้คะแนนจากการสังเกตพฤติกรรม

- เกณฑ์การให้คะแนน 4 คะแนน เมื่อนักเรียนแสดงพฤติกรรมที่ต้องการเป็นประจำสม่ำเสมอ
- เกณฑ์การให้คะแนน 3 คะแนน เมื่อนักเรียนแสดงพฤติกรรมที่ต้องการค่อนข้างจะสม่ำเสมอ
- เกณฑ์การให้คะแนน 2 คะแนน เมื่อนักเรียนแสดงพฤติกรรมที่ต้องการน้อย
- เกณฑ์การให้คะแนน 1 คะแนน เมื่อนักเรียนไม่มีการแสดงพฤติกรรมที่ต้องการ

เกณฑ์การให้คะแนนในใบกิจกรรมและแบบสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่าง

ใช้เกณฑ์ในการจัดกลุ่มตามลำดับความเข้าใจของนักเรียน โดยแบ่งเป็น 5 กลุ่ม ตามลำดับความเข้าใจ ดังนี้

1. ความเข้าใจที่ถูกต้องสมบูรณ์ (Complete Understanding: CU) หมายถึง คำตอบของนักเรียนถูก และให้เหตุผลถูกต้องสมบูรณ์ครบองค์ประกอบที่สำคัญ

2. ความเข้าใจที่ถูกต้องแต่ไม่สมบูรณ์ (Partial Understanding: PU) หมายถึง คำตอบของนักเรียนถูก และการให้เหตุผลถูกแต่ขาดองค์ประกอบที่สำคัญบางส่วน

3. ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนบางส่วน (Partial Understanding with Specific Alternative Conception: PS) หมายถึง คำตอบของนักเรียนถูกบางส่วน แต่บางส่วนแสดงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน

4. ความเข้าใจที่คลาดเคลื่อน (Alternative Conception: AC) หมายถึง คำตอบของนักเรียนแสดงความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนทั้งหมด

5. ไม่เข้าใจ (No Understanding: NU) หมายถึง คำตอบของนักเรียนไม่ตรงกับคำถาม หรือนักเรียนไม่ตอบคำถาม

แบบสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่างและเหตุการณ์

จากภาพเมื่อตัดในแนวตั้งฉากกับฐาน ภาพใดมีหน้าตัดคล้ายรูปวงกลม

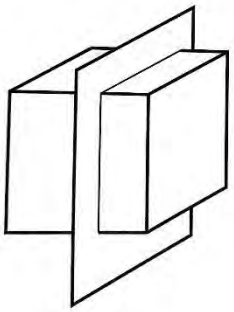
<table>
<tr>
<td>
ภาพที่ 1 เค้ก</td>
<td>
ภาพที่ 2 แอปเปิ้ลเขียว</td>
</tr>
<tr>
<td>
ภาพที่ 3 มะเฟือง</td>
<td>
ภาพที่ 4 อโวคาโด</td>
</tr>
<tr>
<td>
ภาพที่ 5 แตงโม</td>
<td>
ภาพที่ 6 ส้ม</td>
</tr>
<tr>
<td>
ภาพที่ 7 ขนมปัง</td>
<td>
ภาพที่ 8 ขนมเวเฟอร์</td>
</tr>
</table>

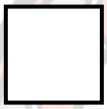
เฉลยแบบสัมภาษณ์ประกอบภาพตัวอย่างและเหตุการณ์

ภาพที่	คำอธิบาย
วงกลม คือ รูปร่างทางเรขาคณิตรูปแบบหนึ่ง เป็นรูปปิด ไม่มีมุม สามารถวาดได้โดยกำหนดจุดศูนย์กลางขึ้นมา 1 จุด จากนั้นจึงลากเส้นให้มีระยะห่างจากจุดนี้เท่ากันโดยตลอดวนรอบจุดศูนย์กลางจนกลับมาถึงจุดเริ่มต้น โดยระยะห่างจากจุดศูนย์กลางนี้มีชื่อเรียกว่า“รัศมี”	
1 ✘	เค้ก มีลักษณะคล้ายทรงกลมแบน ด้านข้างคล้ายสี่เหลี่ยม เมื่อตัดในแนวตั้งฉากกับฐานภาพที่ได้จะคล้ายรูปสี่เหลี่ยม
2 ✓	แอปเปิ้ลเขียว มีลักษณะคล้ายทรงกลม เมื่อตัดในแนวตั้งฉากกับฐานภาพที่ได้จะคล้ายรูปวงกลม
3 ✘	มะเฟือง มีลักษณะเป็นแฉก 5 แฉกคล้ายดาว เมื่อตัดในแนวตั้งฉากกับฐานภาพที่ได้จะคล้ายรูปดาว
4 ✘	อโวคาโด มีลักษณะคล้ายวงรี เมื่อตัดในแนวตั้งฉากกับฐานภาพที่ได้จะคล้ายรูปวงรี
5 ✓	แตงโม มีลักษณะคล้ายทรงกลม เมื่อตัดในแนวตั้งฉากกับฐานภาพที่ได้จะคล้ายรูปวงกลม
6 ✓	ส้ม มีลักษณะคล้ายทรงกลม เมื่อตัดในแนวตั้งฉากกับฐานภาพที่ได้จะคล้ายรูปวงกลม
7 ✘	ขนมปัง มีลักษณะคล้ายปริซึมสี่เหลี่ยม เมื่อตัดในแนวตั้งฉากกับฐานภาพที่ได้จะคล้ายรูปสี่เหลี่ยม
8 ✘	เวเฟอร์ มีลักษณะคล้ายปริซึมสี่เหลี่ยม เมื่อตัดในแนวตั้งฉากกับฐานภาพที่ได้จะคล้ายรูปสี่เหลี่ยม

แบบทดสอบวัดมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ข้อสอบแบบเลือกตอบ

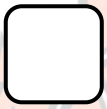
ภาพใดคือภาพหน้าตัดที่เกิดจากการนำระนาบมาตัดรูปเรขาคณิตสามมิติที่กำหนดให้ต่อไปนี้

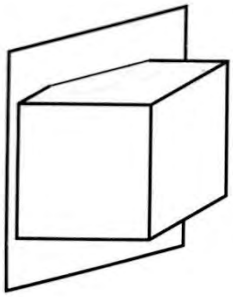
1. 

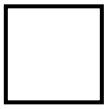
ก. 

ข.

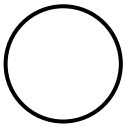
ค.

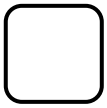
ง. 

2. 

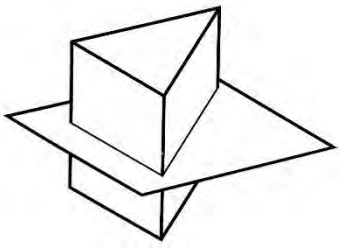
ก. 

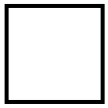
ข.

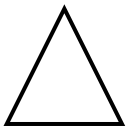
ค. 

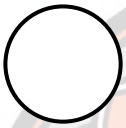
ง. 

3.



ก. 

ข. 

ค. 

ง.

4. เมื่อใช้ระนาบตัดเค้กตามแนวตั้งฉากกับฐาน หน้าตัดที่ได้คล้ายรูปอะไร

ก. รูปวงกลม ข. รูปวงรี

ค. รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ง. รูปสามเหลี่ยม

5. การเลื่อยไม้ของช่างไม้ให้ได้หน้าตัดที่มีลักษณะคล้ายรูปวงกลม ช่างไม้ต้องเลือกวิธีการเลื่อยไม้ตามแนวใด

ก. เลื่อยไม้ตามแนวตั้งฉากกับพื้น

ข. เลื่อยไม้ตามแนวขนานกับพื้น

ค. เลื่อยไม้ตามแนวเฉียงที่ไม่ตั้งฉากทางด้านขวา และไม่ขนานกับพื้น

ง. เลื่อยไม้ตามแนวเฉียงที่ไม่ตั้งฉากทางด้านซ้าย และไม่ขนานกับพื้น

6. หากนักเรียนตัดยางลบที่มีลักษณะเป็นทรงกระบอก ตามแนวที่กำหนดให้จากรูปภาพด้านล่างต่อไปนี้ หน้าตัดที่ได้จะคล้ายรูปอะไร

ก. รูปสามเหลี่ยม

ข. รูปวงกลม

ค. รูปวงรี

ง. รูปสี่เหลี่ยม

7. ถ้าเรานำแตงโมและมะนาวที่มีขนาดต่างกันมาหั่นแบ่งครึ่ง หน้าตัดของแตงโมและมะนาวจะเหมือนหรือต่างกันอย่างไร

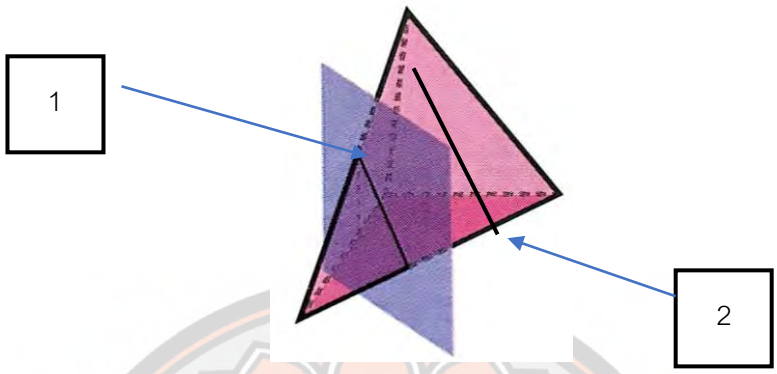
ก. หน้าตัดของแตงโมและมะนาวจะมีลักษณะคล้ายรูปวงกลมเหมือนกัน สิ่งที่ต่างกันคือขนาด เนื่องจาก แตงโมมีขนาดใหญ่กว่า ดังนั้น หน้าตัดของแตงโมจึงมีลักษณะคล้ายรูปวงกลมที่มีขนาดใหญ่กว่าหน้าตัดของมะนาว

ข. หน้าตัดของแตงโมและมะนาวจะมีลักษณะคล้ายรูปวงกลมเหมือนกัน และมีขนาดเท่ากัน ดังนั้น หน้าตัดของแตงโมและมะนาวจึงมีลักษณะเหมือนกันและเท่ากัน

ค. หน้าตัดของแตงโมและมะนาวจะมีลักษณะต่างกัน เนื่องจากหน้าตัดของแตงโมมีขนาดใหญ่กว่าหน้าตัดของมะนาว หน้าตัดของแตงโมจึงเป็นรูปวงรี แต่หน้าตัดของมะนาวจะเป็นรูปคล้ายวงกลม

ง. หน้าตัดของแตงโมและมะนาวจะมีลักษณะต่างกัน เนื่องจากเปลือกของแตงโมหนากว่าเปลือกของมะนาว ดังนั้นหน้าตัดของแตงโมจึงเป็นรูปวงรี แต่หน้าตัดของมะนาวจะเป็นรูปคล้ายวงกลม

8. หากเราใช้ระนาบตัดพีระมิดฐานสามเหลี่ยม ในแนวตั้งฉากกับฐานในส่วนที่ 1 และส่วนที่ 2 ตามภาพด้านล่างต่อไปนี้ หน้าตัดที่ได้จะเหมือนหรือต่างกันอย่างไร



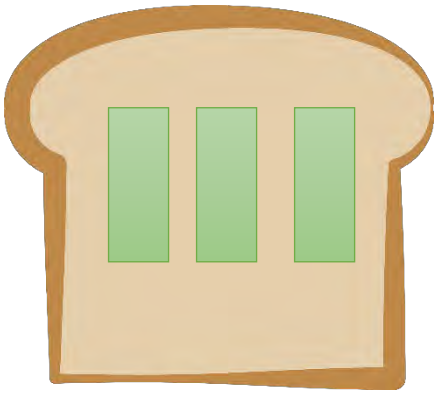
ก. หน้าตัดที่ได้จะมีลักษณะต่างกัน ซึ่งหน้าตัดในส่วนที่ 1 จะเป็นรูปสามเหลี่ยม แต่หน้าตัดส่วนที่ 2 จะเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก

ข. หน้าตัดที่ได้จะมีลักษณะต่างกัน ซึ่งหน้าตัดในส่วนที่ 1 จะเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก แต่หน้าตัดส่วนที่ 2 จะเป็นรูปสามเหลี่ยม

ค. หน้าตัดที่ได้จะมีลักษณะเป็นรูปสี่เหลี่ยมเหมือนกัน แต่มีขนาดต่างกัน

ง. หน้าตัดที่ได้จะมีลักษณะเป็นรูปสามเหลี่ยมเหมือนกัน แต่มีขนาดต่างกัน

9. ในการประกอบอาหารบางประเภทมีการตัดอาหารออกเป็นชิ้นๆ แล้วจะปรากฏลวดลายบนหน้าตัดที่สวยงาม เพื่อทำให้อาหารมีมูลค่าเพิ่มขึ้น ถ้าลลินต้องการทำขนมปังที่เมื่อตัดเป็นชิ้นแล้ว แต่ละแผ่นจะมีลวดลายดังภาพด้านล่าง จงช่วยลลินวางแผนว่า ลลินจะต้องทำไส้ขนมปังแต่ละสีให้มีลักษณะคล้ายรูปเรขาคณิตสามมิติแบบใด จึงจะตัดขนมปังออกมาเป็นแผ่นแล้วได้ลวดลายตามที่ลลินต้องการ



ก. หน้าตัดที่คล้ายรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า 3 รูป เกิดจากรูปเรขาคณิตสามมิติที่มีลักษณะคล้ายปริซึมสี่เหลี่ยมมุมฉาก

ข. หน้าตัดที่คล้ายรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า 3 รูป เกิดจากรูปเรขาคณิตสามมิติที่มีลักษณะคล้ายปริซึมสามเหลี่ยมมุมฉาก

ค. หน้าตัดที่คล้ายรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า 3 รูป เกิดจากรูปเรขาคณิตสามมิติที่มีลักษณะคล้ายกรวย

ง. หน้าตัดที่คล้ายรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า 3 รูป เกิดจากรูปเรขาคณิตสามมิติที่มีลักษณะคล้ายพีระมิดฐานห้าเหลี่ยม

10. คุณแม่ต้องการต้มน้ำซุป โดยมีหัวไชเท้าเป็นส่วนประกอบ ซึ่งคุณแม่ต้องการตัดแต่งหัวไชเท้าให้มีหลากหลายรูปแบบ เพื่อทำให้น้ำซุปดูน่ารับประทานมากยิ่งขึ้น โดยมีการตัดหน้าตัดคล้ายรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก และรูปสามเหลี่ยม อยากทราบว่าก่อนที่คุณแม่จะสามารถตัดหัวไชเท้าให้มีหน้าตัดเป็นรูปดังกล่าวได้ คุณแม่ต้องทำอย่างไร

ก. หน้าตัดคล้ายรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ⟶ คุณแม่ต้องตัดแต่งหัวไชเท้าให้มีลักษณะคล้ายปริซึมฐานสามเหลี่ยม

หน้าตัดคล้ายรูปสามเหลี่ยม ⟶ คุณแม่ต้องตัดแต่งหัวไชเท้าให้มีลักษณะคล้ายปริซึมสี่เหลี่ยมมุมฉาก

ข. หน้าตัดคล้ายรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ⟶ คุณแม่ต้องตัดแต่งหัวไชเท้าให้มีลักษณะคล้ายพีระมิดฐานสี่เหลี่ยม

หน้าตัดคล้ายรูปสามเหลี่ยม ⟶ คุณแม่ต้องตัดแต่งหัวไชเท้าให้มีลักษณะคล้ายทรงกระบอก

ค. หน้าตัดคล้ายรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ⟶ คุณแม่ต้องตัดแต่งหัวไชเท้าให้มีลักษณะคล้ายปริซึมสี่เหลี่ยมมุมฉาก

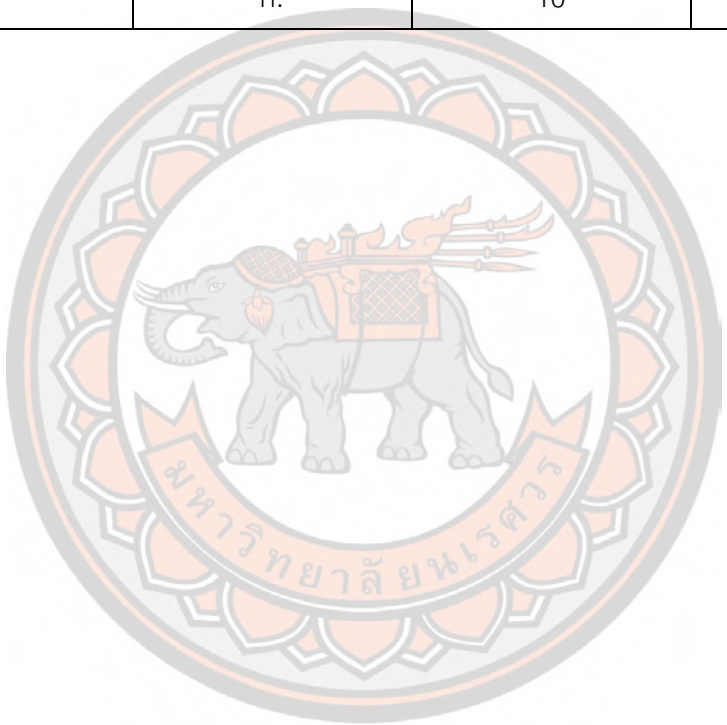
หน้าตัดคล้ายรูปสามเหลี่ยม ⟶ คุณแม่ต้องตัดแต่งหัวไชเท้าให้มีลักษณะคล้ายปริซึมฐานสามเหลี่ยม

ง. หน้าตัดคล้ายรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ⟶ คุณแม่ต้องตัดแต่งหัวไชเท้าให้มีลักษณะคล้ายทรงกระบอก

หน้าตัดคล้ายรูปสามเหลี่ยม ⟶ คุณแม่ต้องตัดแต่งหัวไชเท้าให้มีลักษณะคล้ายพีระมิดฐานสี่เหลี่ยม

เฉลยแบบทดสอบ

ข้อที่	คำตอบ	ข้อที่	คำตอบ
1	ก.	6	ง.
2	ข.	7	ก.
3	ข.	8	ง.
4	ค.	9	ก.
5	ก.	10	ค.



ประวัติผู้วิจัย

ประวัติผู้วิจัย

ชื่อ – ชื่อสกุล เพชรชนก จันทร์หอม

วัน เดือน ปี เกิด 7 พฤศจิกายน 2537

ที่อยู่ปัจจุบัน 13 ถนนนายาง ตำบลนาสาร อำเภอบ้านนาสาร
จังหวัดสุราษฎร์ธานี 84120

ประวัติการศึกษา

พ.ศ. 2559 วท.บ. (คณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยนเรศวร