

**การวิจัยปฏิบัติการเพื่อพัฒนาการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่
ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน
สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5**

นุชิดา ต้นทา

**การค้นคว้าอิสระ เสนอเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา
หลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต
สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา
พฤษภาคม 2563
ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยนเรศวร**

อาจารย์ที่ปรึกษาและหัวหน้าภาควิชาการศึกษา ได้พิจารณาการค้นคว้าอิสระ เรื่อง “การวิจัยปฏิบัติการเพื่อพัฒนาการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5” เห็นสมควรรับเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา ของมหาวิทยาลัยนเรศวร

อศ. น

.....
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วรินทร์ พูนไพบูลย์พัฒน์)
อาจารย์ที่ปรึกษา



.....
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อังคณา อ่อนธานี)
หัวหน้าภาควิชาการศึกษา
พฤษภาคม 2563

ประกาศคุณูปการ

การวิจัยฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดีด้วยความกรุณาอย่างยิ่งจาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วรินทร์ พูนไพบูลย์พิพัฒน์ อาจารย์ที่ปรึกษาการวิจัย ที่ได้ให้ความรู้ คำปรึกษา แนะนำ ให้ข้อคิดเห็น ตลอดจนเสนอแนะแนวทางในการวิจัยด้วยความเอาใจใส่อย่างยิ่งตลอดมา ผู้วิจัยขอขอบพระคุณเป็นอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

ขอขอบคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จักรกฤษ กลิ่นเอี่ยม และคณาจารย์ภาควิชาการศึกษาทุกท่านที่ได้ให้คำแนะนำและข้อคิดเห็นต่าง ๆ

ขอขอบคุณผู้เชี่ยวชาญทั้ง 3 ท่าน ได้แก่ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วรินทร์ พูนไพบูลย์พิพัฒน์ คุณครูเสนีย์ เวียงดาว และคุณครูวิไลพร ศรีนิต ได้กรุณาตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยโดยให้ข้อเสนอแนะต่าง ๆ เป็นอย่างดี และขอขอบพระคุณผู้บริหารโรงเรียนอัมผางวิทยาคม ตลอดจนครูอาจารย์และนักเรียนที่มีส่วนเกี่ยวข้องทุกท่านในการเก็บรวบรวมข้อมูลเป็นอย่างดีจึงจนทำให้การวิจัยครั้งนี้สมบูรณ์

เหนือสิ่งอื่นใดขอขอบพระคุณ บิดา มารดา และทุกคนในครอบครัวที่ห่วงใยและให้กำลังใจช่วยเหลือสนับสนุนการศึกษาแก่ผู้วิจัยมาด้วยดี

คุณประโยชน์ใด ๆ อันพึงมีจากการวิจัยฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบแต่บิดา มารดา ครูอาจารย์ และสถาบันการศึกษาที่ได้ให้การศึกษาที่ดีแก่ผู้วิจัยตลอดมา

นุชิดา ตันทา

ชื่อเรื่อง	การวิจัยปฏิบัติการเพื่อพัฒนาการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
ผู้ศึกษาค้นคว้า	นุชิตา ตันทา
ที่ปรึกษา	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วรินทร์ พูนไพบูลย์พิพัฒน์
ประเภทสารนิพนธ์	การค้นคว้าอิสระ กศ.ม. สาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา มหาวิทยาลัยนเรศวร, 2562
คำสำคัญ	การจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฟังก์ชัน

บทคัดย่อ

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเพื่อศึกษาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ โดยกลุ่มเป้าหมายที่ศึกษา ได้แก่ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 34 คน ของโรงเรียนมัธยมขนาดใหญ่แห่งหนึ่งในภาคเหนือตอนล่าง ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2562 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย คือ แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน จำนวน 3 แผน แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ ใบงาน และแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน วิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้การวิเคราะห์เชิงเนื้อหา ตรวจสอบความน่าเชื่อถือแบบสามเส้าโดยใช้แหล่งข้อมูลมากกว่าหนึ่งแหล่ง และใช้เกณฑ์การวิเคราะห์แบบแยกประเด็น

ผลการวิจัยพบว่า

1. แนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 มีประเด็นที่ควรเน้น ดังนี้ 1) ครูควรใช้สถานการณ์ปัญหาที่มีความน่าสนใจสอดคล้องกับชีวิตจริง และควรเป็นสถานการณ์ที่ทำให้นักเรียนสามารถสร้างแบบจำลองได้มากกว่าหนึ่งแบบ 2) ครูควรทบทวนเนื้อหาและความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหาเพื่อให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ในการสร้างความสัมพันธ์และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ 3) ครูควรอธิบายวิธีการและชี้ให้นักเรียนเห็นถึงความสำคัญของการแปลความหมายของผลลัพธ์และการตรวจ

คำตอบ 4) ครูควรสังเกตพฤติกรรมนักเรียนในขณะที่ทำใบงาน และใช้คำถามเพื่อประเมินหรือกระตุ้นนักเรียนระหว่างกระบวนการสร้างแบบจำลอง

2. ผลการวิจัยจากใบงานพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีพัฒนาการทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยรวมอยู่ในระดับดีเยี่ยม และผลจากแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์พบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยรวมอยู่ในระดับดี โดยภาพรวมนักเรียนมีพัฒนาการทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดีขึ้นหลังได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

Title	ACTION RESEARCH FOR THE DEVELOPMENT OF LEARNING IMPLEMENTATION USING MATHEMATICAL MODELS TO ENHANCE MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING SKILLS ON THE TOPIC OF FUNCTION FOR GRADE 11 STUDENTS
Author	Nuchida Tunta
Advisor	Assistant Professor Wanintorn Poonpaiboonpipat, Ph.D.
Academic Paper	Independent Study M.Ed. in Mathematics Education, Naresuan University, 2019
Keywords	Mathematical Models, Mathematical Problem Solving Skills, Function

Abstract

The purposes of this research were to study 1) the appropriate learning implementation using mathematical models to enhance mathematical problem solving skills and 2) the effect of learning implementation using mathematical models on mathematical problem solving skills on function topic of grade 11 students. This study conducted in first semester of academic year 2019 with 34 students in grade 11 of a large secondary school in the lower north of Thailand. The research instruments were three lesson plans, learning reflection form, worksheets, and mathematical problem solving skills test. The data were analyzed by content analysis then checked for trustworthiness by resource triangulation technique; and data were analyzed by analytic scoring.

The results revealed that

1. The learning implementation using mathematical models to promote mathematical problem solving skills on functions for grade 11 students should be emphasized as follows: 1) Teachers should use interesting problem situations that related to real life, and should be a situation that allows students to create more than one model.
- 2) Teachers should review prior mathematical knowledge that students can connect to new knowledge and mathematical models.
- 3) Teachers should explain methods and point out the importance of interpreting results and checking for answers.
- 4) Teachers should

observe student behavior while they are working on the worksheets and use guided questions to assess or encourage during the modeling process.

2. The research results showed that most students have developed mathematical problem solving skills in a high level from the worksheets and in a good level from the mathematical problem solving skills test. In general, students have improved mathematical problem solving skills after learning.

สารบัญ

บทที่	หน้า
1 บทนำ.....	1
ความเป็นมาของปัญหา.....	1
คำถามวิจัย.....	5
จุดมุ่งหมายของการวิจัย.....	5
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	5
ขอบเขตของงานวิจัย.....	6
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	6
2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	8
รายวิชาพื้นฐาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5	8
ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	10
การจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์.....	23
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	33
3 วิธีดำเนินการวิจัย.....	36
รูปแบบการวิจัย.....	36
ผู้เข้าร่วมวิจัย.....	36
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	36
การเก็บรวบรวมข้อมูล.....	44
การวิเคราะห์ข้อมูล.....	48

สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
4 ผลการวิจัย.....	50
ตอนที่ 1 ผลการศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทาง คณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5.....	50
ตอนที่ 2 ผลการศึกษาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์.....	64
5 บทสรุป.....	82
สรุปผลการวิจัย.....	82
อภิปรายผลการวิจัย.....	84
ข้อเสนอแนะ.....	87
บรรณานุกรม.....	88
ภาคผนวก.....	92
ประวัติผู้วิจัย.....	127

สารบัญตาราง

ตาราง	หน้า
1 แสดงจุดประสงค์ของการวิจัยและเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	37
2 แสดงลำดับวงจรปฏิบัติการ แผนการจัดการเรียนรู้ ชื่อแผนการจัดการเรียนรู้ และ เวลาที่ใช้ในการจัดกิจกรรม.....	38
3 การวิเคราะห์สาระและมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดของคณิตศาสตร์.....	38
4 แสดงผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลอง ทางคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน จากความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ.....	40
5 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนใบงานและแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	45
6 เกณฑ์ระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยรวม	48
7 สรุปประเด็นปัญหาที่พบในชั้นเรียนและแนวทางปรับปรุงในแต่ละขั้นตอนในการ จัดการเรียนรู้ของวงจรปฏิบัติการที่ 1.....	55
8 สรุปประเด็นปัญหาที่พบในชั้นเรียนและแนวทางปรับปรุงในแต่ละขั้นตอนในการ จัดการเรียนรู้ของวงจรปฏิบัติการที่ 2	59
9 สรุปประเด็นปัญหาที่พบในชั้นเรียนและแนวทางปรับปรุงในแต่ละขั้นตอนในการ จัดการเรียนรู้ของวงจรปฏิบัติการที่ 3	63
10 สรุปแนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะ การแก้ปัญหาเรื่อง ฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5	64
11 แสดงจำนวนนักเรียนตามระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากใบงานที่ 1 ค่าคอมมิชชั่นของวงจรปฏิบัติการที่ 1	65
12 แสดงจำนวนนักเรียนตามระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากใบงานที่ 2 แม่ค้าขายเสื้อของวงจรปฏิบัติการที่ 2	68
13 แสดงจำนวนนักเรียนตามระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากใบงานที่ 3 ดอกเบี้ยเงินฝากของวงจรปฏิบัติการที่ 3	71
14 แสดงจำนวนนักเรียนตามระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากแบบวัด ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน ข้อที่ 1.....	74

สารบัญตาราง

ตาราง	หน้า
15 แสดงจำนวนนักเรียนตามระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากแบบวัด ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน ข้อที่ 2	76
16 แสดงจำนวนนักเรียนตามระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากแบบวัด ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน ข้อที่ 3	78
17 เปรียบเทียบระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากแบบวัดทักษะการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน ข้อที่ 1-3	79
18 ระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จำแนกตามองค์ประกอบรายด้านจาก แบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน ข้อที่ 1-3	80
19 แสดงผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลอง ทางคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน.....	94
20 แสดงผลการประเมินความสอดคล้องของแบบแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน	98

สารบัญญภาพ

ภาพ	หน้า
1 แสดงการพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในลักษณะของการทำซ้ำเป็นวงจรของ Mayer (1985)	25
2 แสดงกระบวนการการศึกษาสถานการณ์จริงโดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Lovitt (1991)	26
3 แสดงกระบวนการการศึกษาสถานการณ์จริงโดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Swetz and Hartzler (1991)	27
4 แสดงกระบวนการการศึกษาสถานการณ์จริงโดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับใช้ในชั้นเรียนตามแนวคิดของ Marki and Kerr (1979)	29
5 แสดงกระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ตามแนวคิดของ Lesh and Doerr (2003)	30
6 แสดงกระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Blum (2011)	31
7 แสดงการเขียนตอบของนักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาอยู่ในระดับดี จากใบงานที่ 1	66
8 แสดงการเขียนตอบของนักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดีเยี่ยม 2 คน จากใบงานที่ 1	67
9 แสดงการเขียนตอบของนักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการดำเนินการแก้ปัญหาอยู่ในระดับดีเยี่ยม จากใบงานที่ 1	67
10 แสดงการเขียนตอบของนักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการตรวจสอบความถูกต้องอยู่ในระดับดีเยี่ยม จากใบงานที่ 1.....	68
11 แสดงการเขียนตอบของนักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาอยู่ในระดับดีเยี่ยม จากใบงานที่ 2	69
12 แสดงการเขียนตอบของนักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ด้านการดำเนินการแก้ปัญหาและด้านการตรวจสอบความถูกต้องอยู่ในระดับดีเยี่ยม จากใบงานที่ 2	70

สารบัญญภาพ

ภาพ	หน้า
13 แสดงการเขียนตอบของนักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการ ทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาอยู่ในระดับดีเยี่ยม จากใบงานที่ 3	72
14 แสดงการเขียนตอบของนักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านสร้าง แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ด้านการดำเนินการแก้ปัญหาและด้านการ ตรวจสอบความถูกต้องอยู่ในระดับดีเยี่ยม จากใบงานที่ 3	73
15 แสดงการเขียนตอบของนักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยรวมอยู่ ในระดับดีเยี่ยม จากแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ข้อที่ 1	75
16 แสดงการเขียนตอบของนักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยรวมอยู่ ในระดับดีเยี่ยม จากแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ข้อที่ 2	77
17 แสดงการเขียนตอบของนักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยรวมอยู่ ในระดับพอใช้ จากแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ข้อที่ 3	79

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาของปัญหา

ในปัจจุบันสภาพสังคมมีความเจริญและซับซ้อนมากขึ้น ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ หรือความสามารถทางคณิตศาสตร์ที่มนุษย์จำเป็นต้องมีจึงต้องมากขึ้นตามไปด้วย เนื่องจากเป็นพื้นฐานของการคิด การแก้ปัญหา และการทำงาน ด้วยเหตุผลดังกล่าวหลายประเทศในโลกจึงได้มีการกำหนดทักษะและกระบวนการหรือความสามารถทางคณิตศาสตร์ไว้ในหลักสูตรคณิตศาสตร์อย่างชัดเจน เช่น ประเทศสหรัฐอเมริกา อังกฤษ หรือแม้กระทั่งประเทศไทย เพื่อให้นักเรียนจะได้ใช้ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ เป็นพื้นฐานของทักษะการทำงานและทักษะชีวิตเมื่อสำเร็จการศึกษา ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์มีมากมายที่สำคัญและใช้มากในอดีตคือ การคิดเลขในใจ และการคำนวณ ซึ่งมักประกอบด้วย การบวก ลบ คูณ และหาร สำหรับในปัจจุบัน มนุษย์มีเครื่องมือที่ใช้คิดเลขหรือคำนวณ เช่น เครื่องคิดเลข โทรศัพท์มือถือ โปรแกรมคอมพิวเตอร์ ทักษะการคำนวณจึงถูกใช้น้อยลง แต่ยังมีอีกหลายทักษะนอกจากนี้ที่มีความจำเป็นมากกว่าและไม่สามารถใช้เทคโนโลยีทำแทนได้ในสังคมที่ซับซ้อนมากขึ้น เช่น ทักษะการแก้ปัญหา การให้เหตุผล เป็นต้น โดยทั่วไปทักษะทางคณิตศาสตร์ที่หลายประเทศในโลกมุ่งพัฒนาให้นักเรียนมักเป็นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย การแก้ปัญหา (Problem Solving) การให้เหตุผล (Reasoning) การสื่อสาร สื่อความหมาย และการนำเสนอ (Communications and presentations) การเชื่อมโยง (Connections) การคิดริเริ่มสร้างสรรค์ (Creativity) จากทักษะพื้นฐานข้างต้น จะเห็นว่าหลายทักษะเป็นทักษะที่อยู่ในทักษะชีวิต ได้แก่ การแก้ปัญหา การสื่อสาร การคิดสร้างสรรค์ และทักษะการทำงาน ได้แก่ เลขคณิต/คณิตศาสตร์ ต้องสามารถคำนวณและแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมเป็นส่วนหนึ่งของทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ประเทศต่าง ๆ ทั่วโลกตระหนักว่านักเรียนในทุกระดับจำเป็นต้องมีการพัฒนาทักษะทางคณิตศาสตร์จะทำให้นักเรียนมีทักษะชีวิตที่ดี และสามารถทำงานได้อย่างมีประสิทธิภาพ เพราะทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เกี่ยวข้องและจำเป็นสำหรับกิจกรรมต่าง ๆ ของมนุษย์ในแต่ละวัน เช่น การใช้เงิน การวัด การประมาณ การทำงานประมาณ การใช้สถิติ เป็นต้น (อัมพร ม้าคอง, 2554, หน้า 10-11)

การแก้ปัญหาเป็นทักษะที่มีความสำคัญยิ่ง และมักรวมทักษะอื่น ๆ ที่สำคัญเข้าไว้ด้วย เช่น การให้เหตุผล การสื่อสาร และการตัดสินใจ ผู้ที่มีทักษะการแก้ปัญหาที่ดีมักมีความรู้ ประสบการณ์ ระบบการคิด และการตัดสินใจที่ดีพอ เนื่องจากการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่ ซับซ้อนและเกี่ยวข้องกับความรู้ ทักษะ และความสามารถหลายอย่าง เช่น ความรู้ในเนื้อหา ความรู้ เกี่ยวกับขั้นตอนการทำงาน ความสามารถในการคิด และความสามารถในการประเมินการทำงาน ของตนเอง นอกจากนี้ ยังเกี่ยวข้องกับประสบการณ์ เจตคติ และความเชื่อของผู้แก้ปัญหาด้วย แม้ การแก้ปัญหาก็เป็นกระบวนการที่ซับซ้อน และดูยุ่งยาก แต่ก็มีประโยชน์ต่อการพัฒนานักเรียนใน หลาย ๆ ด้าน ดังนี้ 1. ช่วยพัฒนาทักษะและกระบวนการคิดของนักเรียนให้มีประสิทธิภาพมาก ยิ่งขึ้น 2. ช่วยพัฒนาความสามารถของนักเรียนในการเชื่อมโยงและใช้ความรู้ที่เรียนมาในการ แก้ปัญหาจริง 3. ช่วยพัฒนาทักษะของนักเรียนในการเลือกและใช้กลวิธีแก้ปัญหาอย่างเหมาะสม และมีประสิทธิภาพ 4. ช่วยเพิ่มพูนประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย (อัมพร ม้าคอง, 2554, หน้า 39) ทักษะการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการหนึ่งที่นักเรียนควรจะได้เรียนรู้ฝึกฝนและพัฒนา ให้เกิดทักษะขึ้นในตัวนักเรียน การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้เด็กเกิดแนวความคิดที่ หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้นไม่ย่อท้อและมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ภายในและ ภายนอกห้องเรียนตลอดจนเป็นทักษะพื้นฐานที่นักเรียนสามารถนำติดตัวไปใช้ในชีวิตรวันตลอด ชีวิต และเมื่อต้องแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นักเรียนไม่เพียงแต่จะอ่านเพื่อทำความเข้าใจ สถานการณ์ปัญหาและค้นหาคำตอบ แต่ยังคงพูดหรือเขียนเพื่ออธิบายความรู้ความเข้าใจ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ ผลการวิเคราะห์จากแบบรูป การนำเสนอข้อความคาดการณ์ ตลอดจน การแสดงวิธีทำและการให้เหตุผลโดยใช้ข้อความสัญลักษณ์ ตัวแปร สมการ ตาราง กราฟ ตัวแบบ หรือแบบจำลองหรือตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์อื่น ๆ มาช่วยในการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี : สสวท., 2555)

จากรายงานผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) รายวิชา คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2560 พบว่า ระดับประเทศมีคะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 24.53 คะแนน ซึ่งต่ำกว่ามาตรฐานคือ 50 คะแนน คะแนนเฉลี่ยของโรงเรียนเท่ากับ 17.27 คะแนน ต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยของระดับประเทศ สาเหตุที่โรงเรียนควรเร่งพัฒนาเนื่องจากคะแนน เฉลี่ยของโรงเรียนต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยระดับประเทศได้แก่ 1) ฟิชคณิต 2) บูรณาการ 3) การวัด 4) การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น 5) จำนวนและการดำเนินการ เมื่อพิจารณาคะแนน ระดับโรงเรียนสาระการเรียนรู้ที่ 4 ฟิชคณิต มีคะแนนเฉลี่ย เท่ากับ 16.49 และมาตรฐาน ค 4.1 มี คะแนนเฉลี่ย เท่ากับ 15.19 คะแนน จากคะแนนเต็ม 100 คะแนน (สถาบันทดสอบการศึกษา

แห่งชาติ (องค์การมหาชน) , 2561, หน้า 4) ซึ่งในสาระจำนวนและพีชคณิตมีตัวชี้วัดหนึ่ง คือ การใช้ฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชันอธิบายสถานการณ์ต่าง ๆ (กระทรวงศึกษาธิการ, 2560, หน้า 18) มีเนื้อหาเกี่ยวกับการประยุกต์ใช้ฟังก์ชันในการแก้ปัญหาหรือหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหาต่าง ๆ และการใช้กราฟของฟังก์ชันอธิบายแนวโน้มของสถานการณ์ได้ ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่มีปัญหาหรือมีข้อบกพร่องในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การทำความเข้าใจเกี่ยวกับปัญหา ซึ่งได้แก่ การอ่านโจทย์ปัญหา เพื่อวิเคราะห์ว่าอะไรคือสิ่งที่โจทย์ให้หา อะไรคือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ การวางแผนการแก้ปัญหา นักเรียนไม่ทราบว่าจะเริ่มแก้ปัญหาอย่างไรและจะใช้วิธีการใดจึงจะสามารถหาคำตอบนั้นได้ เช่น นักเรียนไม่ทราบว่าจะเริ่มสร้างตัวแทนในการแก้ปัญหาอย่างไร เป็นต้น การดำเนินการตามแผน นักเรียนไม่ทราบว่าจะต้องทำอะไรในดำเนินการทางคณิตศาสตร์เพื่อหาคำตอบ และการตรวจสอบคำตอบ เมื่อนักเรียนได้คำตอบแล้วไม่มีการตรวจสอบคำตอบตามเงื่อนไขของปัญหา และจากประสบการณ์การจัดการเรียนรู้เรื่อง ฟังก์ชัน ในชั้นเรียนของผู้วิจัย พบว่านักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาในสถานการณ์ปัญหาอื่นนอกจากที่ครูยกตัวอย่างได้ เนื่องจากนักเรียนไม่ทราบว่าสถานการณ์ปัญหาที่พบนั้นเป็นความสัมพันธ์ของสิ่งใดกับสิ่งใดและมีความสัมพันธ์กันอย่างไรจึงกำหนดตัวแปรและความสัมพันธ์ของตัวแปรที่ใช้ในการหาคำตอบของสถานการณ์ปัญหาไม่ถูกต้องเหมาะสม จึงทำให้นำมาเขียนในรูปของฟังก์ชันเพื่อแทนสถานการณ์ปัญหานั้นไม่ถูกต้อง และเมื่อได้คำตอบจากการดำเนินการทางคณิตศาสตร์กับฟังก์ชันที่สร้างขึ้น นักเรียนไม่มีการตรวจสอบความสอดคล้องของคำตอบกับสถานการณ์ปัญหาจึงทำให้ไม่ทราบว่าคำตอบที่ได้ถูกต้องสอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาหรือไม่ ทำให้นักเรียนไม่สามารถนำความรู้เรื่อง ฟังก์ชัน ไปใช้ในแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้

การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ในชั้นเรียนมุ่งให้นักเรียนได้รับความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เน้นเนื้อหาและการทำงานตามขั้นตอนหรือกระบวนการที่ครูยกตัวอย่างหรือทำให้ดู การสอนเพื่อให้นักเรียนเกิดทักษะทางคณิตศาสตร์สามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ใกล้ตัว เพื่อให้ นักเรียนเห็นคุณค่าและประโยชน์ของวิชาคณิตศาสตร์ยังมีไม่มากเท่าที่ควร ทั้งที่ประเด็นดังกล่าวได้รับการยอมรับว่ามีความสำคัญและควรพัฒนาให้กับนักเรียนทุกคน การจัดการเรียนรู้ที่ผ่านมา มักไม่ได้สอนกระบวนการคิดเพื่อแก้ปัญหาให้นักเรียน แต่มักสอนวิธีแก้ปัญหาจำแนกตามประเภทของปัญหา เช่น ปัญหาเกี่ยวกับระยะทาง ปัญหาเกี่ยวกับการโยนเหรียญ หรือสอนการแก้ปัญหาตามบริบทของแต่ละปัญหาจึงทำให้นักเรียนขาดทักษะในการวางแผนแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบ เมื่อพบปัญหาที่มีรูปแบบแตกต่างจากที่เคยพบหรือเคยทำจึงไม่สามารถแก้ปัญหาได้ (อัมพร ม้าคอง, 2554) ครูไม่ได้จัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้มีการวิเคราะห์สถานการณ์

ปัญหา กำหนดและหาความสัมพันธ์ของตัวแปร แล้วจึงดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ตรวจสอบและวิเคราะห์คำตอบที่ได้สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาหรือไม่ ซึ่งทำให้นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นอกเหนือจากตัวอย่างที่ครูยกมาได้

การจัดการเรียนรู้จึงควรมีขั้นตอน วิธีการที่เน้นให้นักเรียนได้ฝึกการแก้ปัญหาจากสถานการณ์ต่าง ๆ อย่างเป็นระบบ การจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Modelling) เป็นรูปแบบการสอนอีกรูปแบบหนึ่งที่มีการกำหนดสัญลักษณ์แทนคณิตศาสตร์ซึ่งมีลักษณะเป็นนามธรรม โดยมีการนิยามข้อตกลงต่าง ๆ เพื่อใช้ในการศึกษาระบบ และพิสูจน์ผลที่ได้เป็นกฎหรือทฤษฎีเพื่อนำไปใช้ การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เป็นยุทธวิธีหนึ่งในการแก้ปัญหา บางครั้งใช้เป็นตัวแทนของมโนทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์มีประโยชน์ในการแนะนำสาระใหม่ การแก้ปัญหาที่คุ้นเคยและไม่คุ้นเคย ดังนั้นการสร้างตัวแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จึงจัดว่าเป็นการจำลองสิ่งที่อยู่ในโลกแห่งความเป็นจริงให้เป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่อยู่ในรูปนามธรรม และใช้กฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์หาคำตอบของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อนำผลกลับไปประยุกต์ใช้กับโลกแห่งความเป็นจริง ซึ่งนักการศึกษาคณิตศาสตร์ได้กล่าวถึงกระบวนการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ไว้หลากหลาย อาทิเช่น กระบวนการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของ Blum (2011 อ้างอิงใน ศันสนีย์ เณรเทียน, 2560, หน้า 244-245) ได้เสนอขั้นตอนของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ 7 ขั้นตอน ดังนี้ ขั้นที่ 1 อ่านทำความเข้าใจปัญหา ขั้นที่ 2 ทำปัญหาให้ง่ายขึ้น ขั้นที่ 3 คิดให้เป็นคณิตศาสตร์ ขั้นที่ 4 ดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ขั้นที่ 5 แปลความหมาย ขั้นที่ 6 ตรวจสอบความเหมาะสม ขั้นที่ 7 นำเสนอ และกระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Lesh and Doerr (2003 อ้างอิงใน เทพสุตา เกตุทอง, 2551 หน้า 30) ได้นำเสนอกระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้ ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา ขั้นที่ 2 การจัดการเชิงคณิตศาสตร์ ขั้นที่ 3 การทำนายคำตอบ และขั้นที่ 4 การตรวจสอบ ซึ่งเป็นกระบวนการที่จะส่งเสริมให้นักเรียนสามารถวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา ระบุความสัมพันธ์ของตัวแปรได้ ส่งเสริมให้นักเรียนสามารถแทนสถานการณ์ปัญหาจากความสัมพันธ์ของตัวแปรด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ ส่งเสริมให้นักเรียนสามารถดำเนินการทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ได้ผลลัพธ์จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ ส่งเสริมให้นักเรียนสามารถแปลงผลลัพธ์ที่ได้ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์ปัญหา และส่งเสริมให้นักเรียนสามารถพิจารณาความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์ที่ได้ว่าสอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาหรือไม่ ซึ่งเป็นการส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สำหรับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลอง

ทางคณิตศาสตร์ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ประยุกต์จากขั้นตอนข้างต้นและรวมขั้นตอนการจัดการเรียนรู้บางขั้นเข้าด้วยกันเพื่อให้สะดวกในการจัดการเรียนรู้ และเพื่อให้สอดคล้องกับเนื้อหาเรื่องฟังก์ชันประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้ ขั้นตอนที่ 1 ทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา ขั้นตอนที่ 2 สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนที่ 3 หาผลลัพธ์ของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนที่ 4 แปลความหมายของผลลัพธ์ ขั้นตอนที่ 5 ตรวจสอบผลลัพธ์กับข้อมูลจริง

จากความสำคัญของปัญหา และปัญหา ดังกล่าวผู้วิจัยจึงสนใจที่จะศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้ที่นำกระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์มาใช้เพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เพื่อพัฒนาการจัดการเรียนรู้และส่งเสริมให้นักเรียนมีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้มีประสิทธิภาพยิ่งขึ้น

คำถามวิจัย

1. การจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ควรมีแนวทางอย่างไร
2. การจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ สามารถส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ได้อย่างไร

จุดมุ่งหมายของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
2. เพื่อศึกษาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. เป็นแนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย
2. เป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ขอบเขตของงานวิจัย

ผู้เข้าร่วมวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ของโรงเรียนมัธยมขนาดใหญ่แห่งหนึ่งในภาคเหนือตอนล่าง ที่เรียนในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2562 จำนวน 34 คน

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ เป็นเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง ฟังก์ชัน จำนวน 10 คาบ มีหัวข้อย่อยต่อไปนี้

1. ฟังก์ชันเชิงเส้น จำนวน 3 คาบ
2. ฟังก์ชันกำลังสอง จำนวน 4 คาบ
3. ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล จำนวน 3 คาบ

นิยามศัพท์เฉพาะ

1. การจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยเริ่มจากการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา แทนสถานการณ์ปัญหด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ตัวแปร สมการ อสมการ ฟังก์ชัน แล้วหาคำตอบทางคณิตศาสตร์จากแบบจำลองที่สร้างขึ้น แล้วนำคำตอบทางคณิตศาสตร์ไปอธิบายสถานการณ์ปัญหา โดยขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ทำเข้าใจสถานการณ์ปัญหา คือ การวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาระบุความสัมพันธ์ของตัวแปร

ขั้นตอนที่ 2 สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ คือ การแทนสถานการณ์ปัญหาจากความสัมพันธ์ของตัวแปรด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ซึ่งอยู่ในรูปของฟังก์ชันต่าง ๆ

ขั้นตอนที่ 3 หาผลลัพธ์ของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ คือ ดำเนินการทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ได้ผลลัพธ์จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

ขั้นตอนที่ 4 แปลความหมายของผลลัพธ์ คือ การแปลงผลลัพธ์ที่ได้ในขั้นตอนที่ 3 ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์ปัญหา

ขั้นตอนที่ 5 ตรวจสอบผลลัพธ์กับข้อมูลจริง คือ การพิจารณาความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์ที่ได้ว่าสอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาหรือไม่

2. ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง เป็นความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา วางแผนแก้ปัญหา และเลือกใช้วิธีการที่เหมาะสม โดยคำนึงถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบพร้อมทั้งตรวจสอบความถูกต้อง โดยมีองค์ประกอบย่อยดังนี้

1) ทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา คือ นักเรียนสามารถระบุประเด็นปัญหา กำหนดตัวแปรและความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร นักเรียนต้องวิเคราะห์ให้ทราบว่าปัญหาคืออะไร มีอะไรบ้างที่เกี่ยวข้องกับปัญหา กำหนดข้อมูลต่าง ๆ ในรูปตัวแปรและเขียนความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร

2) สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ คือ นักเรียนสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จากปัญหาที่ได้วิเคราะห์ แสดงตัวแปรแต่ละตัวด้วยสัญลักษณ์ที่เหมาะสมพร้อมทั้งกำหนดหน่วยเขียนความสัมพันธ์และสมการของตัวแปรในโจทย์ให้อยู่ในรูปของฟังก์ชัน (ฟังก์ชันเชิงเส้น ฟังก์ชันกำลังสอง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ฟังก์ชันขั้นบันได)

3) ดำเนินการแก้ปัญหา คือ นักเรียนดำเนินการทางคณิตศาสตร์โดยใช้หลักการทางคณิตศาสตร์หาผลลัพธ์จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ แล้วแสดงวิธีการหาผลลัพธ์ตามลำดับความคิดนั้น

4) ตรวจสอบความถูกต้อง คือ นักเรียนมีการตรวจสอบความถูกต้องของผลลัพธ์ โดยการมองย้อนกลับเพื่อตรวจสอบความถูกต้องของกระบวนการ และตรวจสอบความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์ โดยการอธิบายแปลความได้สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหา

ซึ่งในงานวิจัยนี้จะวัดและประเมินผลจาก แบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และใบงาน

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยปฏิบัติการเพื่อพัฒนาการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องซึ่งนำเสนอตามลำดับหัวข้อดังนี้

1. รายวิชาพื้นฐาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
2. ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
3. การจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์
4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

รายวิชาพื้นฐาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

รายวิชาพื้นฐาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนมัธยมขนาดใหญ่แห่งหนึ่งในภาคเหนือตอนล่าง มีคำอธิบายรายวิชาและโครงสร้างรายวิชา ดังนี้

1. คำอธิบายรายวิชา

ค32101 คณิตศาสตร์ 3

รายวิชาพื้นฐาน กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 1 เวลา 40 ชั่วโมง จำนวน 1.0 หน่วยกิต

ศึกษา ผูกทักษะการคิดคำนวณ และฝึกการแก้ปัญหาในเรื่อง เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ การใช้ความรู้เกี่ยวกับเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะในการแก้ปัญหาจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์ รากที่ n ของจำนวนจริง เมื่อ n เป็นจำนวนนับที่มากกว่า 1 การใช้ความรู้เกี่ยวกับจำนวนจริงที่อยู่ในรูปกรณฑ์ในการแก้ปัญหา ฟังก์ชัน คู่อันดับ โดเมน และเรนจ์ของฟังก์ชัน ความหมายของฟังก์ชัน กราฟของฟังก์ชัน ฟังก์ชันที่ควรรู้จัก ฟังก์ชันเชิงเส้น ฟังก์ชันกำลังสอง ฟังก์ชันขั้นบันได ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ใช้ฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชันอธิบายสถานการณ์และแก้ปัญหา การใช้ความรู้เกี่ยวกับดอกเบี้ยและมูลค่าของเงินในการแก้ปัญหา

โดยจัดประสบการณ์หรือสร้างสถานการณ์ที่ใกล้ตัวให้นักเรียนได้ศึกษา ค้นคว้า ปฏิบัติจริง ทดลอง สรุปรายงาน เพื่อพัฒนาทักษะ/กระบวนการในการคิดคำนวณ ใช้วิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหา ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้อง เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ รวมทั้งเห็นคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ สามารถทำงานอย่างเป็นระบบ ระเบียบ รอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณและเชื่อมั่นในตนเอง

การวัดผลและประเมินผลด้วยวิธีการหลากหลายตามสภาพความเป็นจริงของเนื้อหาและทักษะ/กระบวนการที่ต้องการวัด

ตัวชี้วัด ค 1.1 ม.5/1, ค 1.2 ม.5/1, ค 1.3 ม.5/1 รวม 3 ตัวชี้วัด

2. โครงสร้างรายวิชา

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

รายวิชาคณิตศาสตร์ 3

รหัสวิชา ค32101

จำนวน 1.0 หน่วยกิต

จำนวนเวลา 40 ชั่วโมง

หน่วยที่	ชื่อหน่วยการเรียนรู้	มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด	สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด	เวลา (ชั่วโมง)	น้ำหนักคะแนน
1	เลขยกกำลัง	ค 1.1 ม.5/1 ค 1.3 ม.5/1	รากที่ n ของจำนวนจริง เมื่อ n เป็นจำนวนนับที่มากกว่า 1 เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ ดอกเบี้ยว	18	30
2	ฟังก์ชัน	ค 1.2 ม.5/1	ฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชัน (ฟังก์ชันเชิงเส้น ฟังก์ชันกำลังสอง ฟังก์ชันชันบันได ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล)	18	30
รวมระหว่างภาค				36	60
กลางภาค				2	20
ปลายภาค				2	20
รวม				40	100

ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1. ความหมายการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537, หน้า 62) กล่าวว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นการหาวิธีการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งผู้แก้ปัญหามust ใช้ความรู้ ความคิด และประสบการณ์เดิมประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดในปัญหา

Polya (1980, p.1 อ้างอิงใน เทพสุตา เกตุทอง, 2551, หน้า 37-38) กล่าวว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นการหาวิธีทางที่จะหาสิ่งที่ไม่รู้ในปัญหา เป็นการหาวิธีการที่จะนำสิ่งที่ยุ่งยากออกไป หาวิธีการที่จะเอาชนะอุปสรรคที่เผชิญอยู่ เพื่อจะได้ข้อลงเอยหรือคำตอบที่มีความชัดเจน แต่ว่าสิ่งเหล่านี้ไม่ได้เกิดขึ้นในทันทีทันใด

ถสวท. (2555, หน้า 7) กล่าวว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีการแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

จากความหมายของทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ได้กล่าวมาข้างต้น อาจกล่าวโดยสรุปได้ว่า ทักษะการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา วางแผน แก้ปัญหา และเลือกใช้วิธีการที่เหมาะสม โดยคำนึงถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบพร้อมทั้งตรวจสอบความถูกต้อง

2. กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

Polya (1980 อ้างอิงใน เทพสุตา เกตุทอง, 2551, หน้า 37-38) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา สิ่งแรกที่จะต้องทำความเข้าใจ คือ สัญลักษณ์ ต่าง ๆ ในโจทย์ปัญหา ในขั้นนี้นักเรียนจะต้องสามารถสรุปปัญหาออกมาเป็นภาษาของตนเองได้ สามารถบอกได้ว่าประเด็นของปัญหาอยู่ที่ใด สามารถบอกได้ว่าโจทย์ถามอะไร อะไรเป็นสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ อะไรคือเงื่อนไข และถ้าจำเป็นจะต้องให้สื่อกับข้อมูลต่าง ๆ นักเรียนควรเลือกสัญลักษณ์ที่เหมาะสมได้นักเรียนจะต้องพิจารณาปัญหาอย่างตั้งใจซ้ำแล้วซ้ำอีกหลาย ๆ แง่มุมจนกระทั่งสามารถสรุปออกมาได้

2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา ในขั้นนี้นักเรียนจะต้องมองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ในปัญหาอย่างชัดเจนมาก่อน สิ่งที่ต้องการหาความสัมพันธ์กับข้อมูลที่กำหนดให้อย่างไร สิ่งนี้นักเรียนจะต้องทำในขั้นตอนนี้ก็คือ การนึกบททวนความรู้ที่มีมาว่ามีความรู้อะไรบ้างที่สัมพันธ์กับปัญหา เทคนิคอย่างหนึ่งในการวางแผนแก้ปัญหาได้แก่ การพยายามนึกบททวนสิ่งที่เคยแก้ปัญหา

มาก่อนซึ่งมีลักษณะใกล้เคียงกับปัญหาปัจจุบันเพราะอาจจะช่วยให้นักเรียนสามารถวางแผน แก้ปัญหาได้ใกล้เคียง ในการวางแผนนั้นควรแบ่งเป็นขั้น ๆ โดยแบ่งเป็นขั้นตอนใหญ่ ๆ และในแต่ละขั้นใหญ่ ๆ แต่ละขั้นก็แบ่งออกเป็นขั้นเล็ก ๆ อีกมากมาย นอกจากนี้ในขั้นนี้ นักเรียนจะต้องมองเห็นว่าถ้าเขาต้องการสิ่งหนึ่งเขาต้องให้เหตุผลหรือข้ออ้างอะไรเพื่อจะให้ได้สิ่งนั้นมาตามต้องการ

3. ขั้นดำเนินการตามแผน ขั้นนี้เป็นขั้นที่นักเรียนลงมือทำการคิดคำนวณตาม แผนที่วางไว้ในขั้นที่ 2 เพื่อที่จะให้ได้คำตอบของปัญหา สิ่งนี้นักเรียนจะต้องใช้ในขั้นนี้ คือ ทักษะการคำนวณ การรู้จักเลือกวิธีการคำนวณที่เหมาะสมมาใช้

4. ขั้นตรวจสอบวิธีการและคำตอบที่ได้ ตรวจสอบปัญหานั้น ๆ ว่าได้ผลเป็น อย่างไรเป็นขั้นการตรวจสอบเพื่อให้แน่ใจว่าได้คำตอบที่ถูกต้องสมบูรณ์ โดยพิจารณาและสำรวจดูผลว่ามีความถูกต้องและมีเหตุผลน่าเชื่อถือได้หรือไม่ตลอดจนกระบวนการในการแก้ปัญหา นักเรียนจะต้องรวบรวมความรู้และพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาเข้าด้วยกันทำความเข้าใจและปรับปรุงคำตอบให้ดีขึ้น

Troutman and Lichtenberg (1995, p. 4 – 7 อ้างอิงใน เทพสุดา เกตุทอง, 2551, หน้า 41-42) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหา ซึ่งใช้แนวคิดพื้นฐานจากกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของ Polya ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา ผู้แก้ปัญหาไม่เพียงแต่ต้องทำความเข้าใจสิ่งต่าง ๆ ที่ปรากฏในปัญหาเท่านั้น แต่ต้องมีความรู้เกี่ยวกับสิ่งต่าง ๆ ในปัญหานั้น สิ่งหนึ่งที่สำคัญในการทำความเข้าใจปัญหา คือการตั้งคำถามถามตัวเองเพื่อให้เข้าใจปัญหาได้อย่างลึกซึ้ง

ขั้นที่ 2 กำหนดแผนในการแก้ปัญหา โดยกำหนดอย่างน้อยที่สุดหนึ่งแผน การกำหนดแผนในการแก้ปัญหามากมาย ๆ แผน จะเป็นสิ่งที่มีประโยชน์เพราะสามารถเปรียบเทียบ และเลือกใช้แผนที่คิดว่าน่าจะมีประสิทธิภาพที่ดีที่สุด การกำหนดแผนเป็นการกำหนดยุทธวิธีที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาอย่างเหมาะสมที่สุด

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน เป็นขั้นตอนที่ผู้แก้ปัญหาลงมือทำตามแผนที่กำหนดไว้ ซึ่งมีข้อแนะนำให้ทำงานเป็นกลุ่ม เพราะถ้าแต่ละคนดำเนินการตามแผนของตน คำตอบที่ได้สามารถนำมาตรวจสอบเปรียบเทียบกัน และได้เรียนรู้สิ่งที่แปลกใหม่จากเพื่อน ๆ ถ้าทุกคนในกลุ่มใช้แผนการแก้ปัญหาเดียวกันทั้งกลุ่มก็จะได้มีโอกาสช่วยเหลือกันแก้ปัญหาอย่างรอบคอบในปัญหาที่

มีความซับซ้อน เมื่อสามารถวางแผนแบ่งงานได้เป็นส่วน ๆ ผู้แก้ปัญหาสามารถแบ่งกันทำงานตามแผนคนละส่วน แล้วนำมาประกอบกันจะทำให้งานกลุ่มลุล่วงเร็วและมีความสมบูรณ์

ขั้นที่ 4 ประเมินแผนและคำตอบ ในขั้นตอนนี้ดำเนินการโดยการพิจารณาว่าคำตอบมีความเป็นไปได้หรือมีความจริงหรือไม่ ตรวจสอบว่าคำตอบที่ได้มีความสอดคล้องกับเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหาหรือไม่ ลองแก้ปัญหาใหม่โดยวางแผนใช้วิธีการอื่นแล้วเปรียบเทียบผลที่ได้ เปรียบเทียบคำตอบของตนเองกับคำตอบของเพื่อน ๆ คนอื่น ๆ

ขั้นที่ 5 ขยายปัญหา ผู้แก้ปัญหาต้องค้นหารูปแบบทั่วไปของคำตอบของปัญหา ซึ่งต้องเข้าใจโครงสร้างของปัญหาอย่างชัดเจนจึงจะสามารถขยายปัญหาได้ การขยายปัญหาจะช่วยสร้างทักษะในการแก้ปัญหา การขยายปัญหาทำได้โดยเขียนปัญหาที่คล้ายกับปัญหาเดิม เสนอปัญหาใหม่เพื่อที่ผู้แก้ปัญหามาค้นหารูปแบบทั่วไป กฎ หรือสูตรในการหาคำตอบ

ขั้นที่ 6 บันทึกการแก้ปัญหา นักแก้ปัญหาคิดจะจดบันทึกการแก้ปัญหาของตนไว้ เพื่อที่จะได้สามารถรื้อฟื้นหรือทบทวนความพยายามของเขาได้ การจดบันทึกอาจเก็บข้อมูลจากการร่วมกันคิด ร่วมกันทำ ซึ่งจะเป็นประโยชน์ต่อการแก้ปัญหาครั้งต่อไป สิ่งที่ต้องจดบันทึกได้แก่ แหล่งของปัญหา ตัวปัญหาที่กำหนด แนวคิดในการแก้ปัญหา หรือแบบแผนการคิดอย่างคร่าว ๆ ยุทธวิธีที่นำมาใช้ หรือสามารถจะนำมาใช้ได้ และข้อแนะนำเกี่ยวกับการขยายผลการแก้ปัญหา

สทท. (2546, หน้า 191-192) ได้เสนอ ว่า ในการเริ่มต้นพัฒนานักเรียนให้ทักษะในกระบวนการแก้ปัญหา ครูจะต้องสร้างพื้นฐานให้นักเรียนเกิดความคุ้นเคยกับกระบวนการแก้ปัญหาซึ่งมีอยู่ 4 ขั้นตอนก่อนแล้วจึงฝึกทักษะในการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอน มีดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหาหรือวิเคราะห์ปัญหา ต้องอาศัยทักษะที่สำคัญและจำเป็นอีกหลายประการ เช่น ทักษะในการอ่านโจทย์ปัญหา ทักษะการแปลความหมาย ซึ่งนักเรียนควรแยกแยะได้ว่าโจทย์กำหนดอะไรให้และโจทย์ต้องการให้หาอะไร หรือพิสูจน์ข้อความใด

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่สำคัญที่สุดต้องอาศัยทักษะในการนำความรู้หลักการหรือทฤษฎีที่เรียนรู้มาแล้ว ทักษะในการเลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสม เช่น เลือกใช้การเขียนรูปหรือแผนภาพ ตาราง การสังเกตหาแบบรูปหรือความสัมพันธ์ เป็นต้น ในบางปัญหาอาจใช้ทักษะในการประมาณค่า คาดการณ์ หรือคาดเดาคำตอบมาประกอบด้วย ครูจะต้องหาวิธีฝึกวิเคราะห์แนวคิดในขั้นนี้ให้มาก

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา ต้องอาศัยทักษะในการคิดคำนวณ หรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ทักษะในการพิสูจน์หรือการอธิบายและแสดงเหตุผล

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบหรือมองย้อนกลับ ต้องอาศัยทักษะในการคำนวณการประมาณคำตอบ การตรวจสอบผลลัพธ์ที่หาได้โดยอาศัยความรู้สึกเชิงจำนวน หรือความรู้สึกเชิงปริภูมิในการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบที่สอดคล้องกับสถานการณ์หรือปัญหา

สวิตช์ มูลคำ (2547, หน้า 27) กล่าวว่า กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มี 6 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 กำหนดปัญหาเป็นการทบทวนปัญหาที่พบ เพื่อทำความเข้าใจให้ถ่องแท้ในประเด็นต่าง ๆ รวมทั้งการกำหนดขอบเขตของปัญหา

ขั้นที่ 2 ตั้งสมมติฐานหรือหาสาเหตุของปัญหา เป็นการคาดคะเนคำตอบของปัญหา โดยใช้ความรู้และประสบการณ์ช่วยในการคาดคะเนรวมทั้งการพิจารณาสาเหตุของปัญหาว่ามาจากสาเหตุอะไร หรือจะมีวิธีการแก้ปัญหาได้โดยวิธีใดบ้าง ซึ่งควรจะต้องตั้งสมมติฐานไว้หลาย ๆ อย่าง

ขั้นที่ 3 วางแผนแก้ปัญหา เป็นการคิดหาวิธีการเทคนิคเพื่อแก้ปัญหาและกำหนดขั้นตอนย่อยของการแก้ปัญหาไว้อย่างเหมาะสม

ขั้นที่ 4 เก็บรวบรวมข้อมูล เป็นการค้นคว้าหาความรู้จากแหล่งต่าง ๆ ตามแผนที่วางไว้ ซึ่งขั้นนี้จะเป็นขั้นของการทดลองและลงมือแก้ปัญหาด้วย

ขั้นที่ 5 วิเคราะห์ข้อมูลและทดสอบสมมติฐาน เป็นการนำข้อมูลที่รวบรวมได้มาทำการวิเคราะห์วินิจฉัยว่ามีความถูกต้องเที่ยงตรงและเชื่อถือได้มากน้อยเพียงใด และทดสอบสมมติฐานที่ตั้งไว้

ขั้นที่ 6 สรุปผล เป็นการประเมินผลวิธีการแก้ปัญหาหรือการตัดสินใจเลือกวิธีแก้ปัญหาที่ได้ผลดีที่สุด โดยสรุปในรูปของหลักการที่จะนำไปอธิบายเป็นคำตอบตลอดจนนำความรู้ไปใช้

จากกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้กล่าวมาข้างต้น อาจกล่าวโดยสรุปได้ว่า กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยขั้นตอนหลัก 4 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา คือ การวิเคราะห์ปัญหาคืออะไร ระบุประเด็นปัญหา มีข้อมูลอะไรบ้างที่รู้และที่ไม่รู้ อะไรคือเงื่อนไขของปัญหา ปัญหาต้องการให้หาอะไร คำตอบของปัญหาอยู่ในรูปแบบใด

ขั้นที่ 2 ขั้นวางแผนแก้ปัญหา คือ พิจารณาว่าจะแก้ปัญหาด้วยวิธีใด แก้อย่างไร ค้นหาความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลที่รู้กับที่ไม่รู้ และนำความรู้หลักการหรือทฤษฎีที่เรียนรูมาแล้วเลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสม เช่น เลือกใช้ การเขียนรูปหรือแผนภาพ ตาราง การสังเกตหาแบบรูปหรือ

ความสัมพันธ์ เป็นต้น ในบางปัญหา อาจใช้ทักษะในการประมาณค่า คาดการณ์ หรือคาดเดาคำตอบมาประกอบด้วย

ขั้นที่ 3 ขั้นดำเนินการแก้ปัญหา คือ เป็นขั้นลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ ใช้ทักษะในการคิดคำนวณ หรือการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ทักษะในการพิสูจน์หรือการอธิบายและแสดงผล

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบ คือ การตรวจการดำเนินการในแต่ละขั้นตอนเพื่อดูความถูกต้องของคำตอบ และวิธีการในการแก้ปัญหา พิจารณายังมีคำตอบอื่น หรือวิธีการแก้ปัญหาวิธีอื่น ๆ อีกหรือไม่ แล้วตรวจว่าผลลัพธ์ตรงกันหรือไม่ พิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบที่สอดคล้องกับสถานการณ์หรือปัญหา

3. ยุทธวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สสวท. (2555, หน้า 11 - 36) ในการแก้ปัญหาหนึ่ง ๆ นอกจากนักเรียนจะต้องมีความรู้พื้นฐานที่เพียงพอและเข้าใจกระบวนการแก้ปัญหาดีแล้ว การเลือกใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพสูงสุดก็เป็นอีกปัจจัยหนึ่งซึ่งช่วยในการแก้ปัญหา ถ้านักเรียนมีความคุ้นเคยกับยุทธวิธีแก้ปัญหาต่าง ๆ ที่เหมาะสมและหลากหลายแล้ว นักเรียนสามารถเลือกยุทธวิธีเหล่านั้นมาใช้ได้ทันที ยุทธวิธีแก้ปัญหาที่เป็นเครื่องมือสำคัญและสามารถนำมาใช้ในการแก้ปัญหาได้ดีที่พบบ่อยในคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. การค้นหาแบบรูป เป็นการวิเคราะห์ปัญหาและค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่มีลักษณะเป็นระบบหรือเป็นแบบรูปในสถานการณ์ปัญหานั้น ๆ แล้วคาดเดาคำตอบ ซึ่งคำตอบที่ได้จะยอมรับว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้องเมื่อผ่านการตรวจสอบยืนยัน ยุทธวิธีนี้มักจะใช้ในการแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับเรื่องจำนวนและเรขาคณิต การฝึกฝนการค้นหาแบบรูปในเรื่องดังกล่าวเป็นประจำจะช่วยนักเรียนในการพัฒนาความรู้สึกเชิงจำนวนและทักษะการสื่อสาร ซึ่งเป็นทักษะที่ช่วยให้นักเรียนสามารถประมาณและคาดคะเนจำนวนที่พิจารณาโดยยังไม่ต้องคิดคำนวณก่อน ตลอดจนสามารถสะท้อนความรู้ความเข้าใจในแนวคิดทางคณิตศาสตร์และกระบวนการคิดของตนได้

2. การสร้างตาราง เป็นการจัดระบบข้อมูลใส่ในตาราง ตารางที่สร้างขึ้นจะช่วยให้วิเคราะห์หาความสัมพันธ์อันจะนำไปสู่การค้นหาแบบรูปหรือข้อชี้แนะอื่น ๆ ตลอดจนทำให้ไม่หลงลืมหรือสับสนในกรณีใดกรณีหนึ่ง เมื่อต้องแสดงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา

3. การเขียนภาพหรือแผนภาพ เป็นการอธิบายสถานการณ์และแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ของปัญหาด้วยภาพหรือแผนภาพ ซึ่งการเขียนภาพหรือแผนภาพจะช่วยให้เข้าใจปัญหาได้ง่ายขึ้น และบางครั้งก็สามารถหาคำตอบของปัญหาได้โดยตรงจากภาพหรือแผนภาพนั้น

4. การแจกกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด เป็นการจัดระบบข้อมูลโดยแยกเป็นกรณี ๆ ที่เกิดขึ้นทั้งหมดในการแจกกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด นักเรียนอาจจัดกรณีที่ไม่ใช่ช้อกก่อน แล้วค่อยค้นหาระบบหรือแบบรูปของกรณีที่เหลืออยู่ ซึ่งถ้าไม่มีระบบในการแจกกรณีที่เหมาะสม ยุทธวิธีนี้ก็จะมีประสิทธิภาพ ยุทธวิธีนี้จะใช้ได้ดีถ้าปัญหานั้นมีจำนวนกรณีที่เป็นไปได้แน่นอน ซึ่งบางครั้งเราอาจใช้การค้นหาแบบรูปและการสร้างตารางมาช่วยในการแจกกรณีด้วยก็ได้

5. การคาดเดาและตรวจสอบ เป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่าง ๆ ที่ปัญหากำหนดผสมผสานกับประสบการณ์เดิมที่เกี่ยวข้อง มาสร้างข้อความคาดการณ์ แล้วตรวจสอบความถูกต้องของข้อความคาดการณ์นั้น ถ้าการคาดเดาไม่ถูกต้องก็คาดเดาใหม่โดยอาศัยประโยชน์จากความไม่ถูกต้องของการคาดเดาในครั้งแรก ๆ เป็นกรอบในการคาดเดาคำตอบของปัญหาครั้งต่อไป นักเรียนควรคาดเดาอย่างมีเหตุผลและมีทิศทาง เพื่อให้สิ่งที่คาดเดานั้นเข้าใกล้คำตอบที่ต้องการมากที่สุด

6. การทำงานแบบย้อนกลับ เป็นการวิเคราะห์ปัญหาที่พิจารณาจากผลย้อนกลับไปสู่เหตุ โดยเริ่มจากข้อมูลที่ได้ในขั้นตอนสุดท้าย แล้วคิดย้อนขึ้นตอนกลับมาสู่ข้อมูลที่ได้ในขั้นตอนเริ่มต้น การคิดแบบย้อนกลับใช้ได้ดีกับการแก้ปัญหาที่ต้องการอธิบายถึงขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบ

7. การเขียนสมการ เป็นการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดของปัญหาในรูปของสมการ ซึ่งบางครั้งอาจเป็นสมการก็ได้ในการแก้สมการนักเรียนต้องวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาเพื่อหาว่าข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดมามีอะไรบ้าง และสิ่งที่ต้องการหาคืออะไร หลังจากนั้นกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่ต้องการหาหรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลที่กำหนดมาให้

8. การเปลี่ยนมุมมอง เป็นการเปลี่ยนการคิดหรือมุมมองให้แตกต่างไปจากที่คุ้นเคยหรือที่ต้องทำตามขั้นตอนที่ละขั้น ทั้งนี้เพื่อให้แก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น ยุทธวิธีนี้มักใช้ในกรณีที่แก้ปัญหาด้วยยุทธวิธีอื่นไม่ได้ผล สิ่งสำคัญของยุทธวิธีนี้ก็คือ การเปลี่ยนมุมมองที่แตกต่างไปจากเดิม

9. การแบ่งเป็นปัญหาย่อย เป็นการแบ่งปัญหาใหญ่หรือปัญหาที่มีความซับซ้อนหลายขั้นตอนออกเป็นปัญหาย่อยหรือเป็นส่วน ๆ ซึ่งในการแบ่งเป็นปัญหาย่อยนั้นนักเรียนอาจลดจำนวน

ของข้อมูลลง หรือเปลี่ยนข้อมูลให้อยู่ในรูปที่คุ้นเคยและไม่ซับซ้อน หรือเปลี่ยนให้เป็นปัญหาที่คุ้นเคยหรือเคยแก้ปัญหามาก่อนหน้านี้

10. การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ เป็นการอธิบายข้อความหรือข้อมูลที่ปรากฏอยู่ในปัญหานั้นว่าเป็นจริง โดยใช้เหตุผลทางตรรกศาสตร์มาช่วยในการแก้ปัญหา บางปัญหาเราใช้การให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ร่วมกับการคาดเดาและตรวจสอบ หรือการเขียนภาพและแผนภาพ จนทำให้บางครั้งเราไม่สามารถแยกการให้เหตุผลทางตรรกศาสตร์ออกจากยุทธวิธีอื่นได้อย่างเด่นชัด ยุทธวิธีนี้มักใช้บ่อยในปัญหาทางเรขาคณิตและพีชคณิต

11. การให้เหตุผลทางอ้อม เป็นการแสดงหรืออธิบายข้อความหรือข้อมูลที่ปรากฏอยู่ในปัญหานั้นว่าเป็นจริง โดยการสมมติว่าข้อความที่ต้องการแสดงนั้นเป็นเท็จ แล้วหาข้อขัดแย้งยุทธวิธีนี้มักใช้กับการแก้ปัญหาที่ยากแก่การแก้ปัญหาโดยตรง และง่ายที่จะหาข้อขัดแย้งเมื่อกำหนดให้ข้อความที่จะแสดงเป็นเท็จ

จากยุทธวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น ในการวิจัยนี้มียุทธวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องได้แก่ การเขียนสมการ การแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดของปัญหาในรูปของสมการ นักเรียนต้องวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาเพื่อหาว่าข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดมามีอะไรบ้าง และสิ่งที่ต้องการหาคืออะไร หลังจากนั้นกำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่ต้องการหาหรือแทนสิ่งที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลที่กำหนดมาให้ และนำสมการมาสร้างในรูปของฟังก์ชันต่อไป

5. การพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000, p. 64 อ้างอิงใน คุณัญญา วนาลัย, 2558, หน้า 16-17) ได้เสนอยุทธวิธีการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. วิธีการแก้ปัญหา มีความน่าสนใจในเรื่องกิจกรรมการเรียนการสอน ซึ่งเป็นการพัฒนาวิธีการแก้ไขสิ่งที่ไม่รู้ ดังนั้นนักแก้ปัญหาที่ดีจะต้องมี "กระบวนการทางคณิตศาสตร์" ซึ่งจะต้องวิเคราะห์สถานการณ์ด้วยความระมัดระวังในรูปแบบทางคณิตศาสตร์ และใช้คุณสมบัติที่เหมาะสมในการกำหนดปัญหาบนสถานการณ์พื้นฐานที่เขพบ

2. การแก้ปัญหาที่ดีเพื่อให้นักเรียนได้ฝึกจะทำให้ความรู้ของเขามั่นคงและเพิ่มพูน โดยจะกระตุ้นให้เกิดความสนใจที่จะเรียนรู้สิ่งใหม่ ๆ ซึ่งความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ทั้งหลายนั้น

สามารถที่จะเกิดขึ้นได้โดยผ่านทางปัญหาพื้นฐาน และจากมวลประสบการณ์ชีวิตของนักเรียน หรือเนื้อหาทางคณิตศาสตร์

3. นักเรียนต้องการที่จะพัฒนากรอบของยุทธวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งอาจใช้แผนภาพ สังเกตหาแบบรูป หรือพยายามหาความหมายพิเศษ หรือเลือกใช้การตรวจสอบ ยุทธวิธีเหล่านี้ ต้องการที่แน่นอนอย่างยิ่ง เพื่อให้นักเรียนสามารถเรียนรู้ด้วยตนเอง อย่างไรก็ตามการใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหาควรต้องมีความสอดคล้องกับหลักสูตรด้วย ทั้งนี้เพื่อให้นักเรียนเกิดความสนใจที่จะเรียน ที่จะตรวจสอบและปรับปรุงยุทธวิธี ซึ่งทำให้นักเรียนสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม

4. การสอนของครูมีบทบาทที่สำคัญยิ่ง ในการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาของนักเรียน ครูต้องเลือกปัญหาที่ดึงดูดความสนใจของนักเรียน หาวิธีการ สถานการณ์แวดล้อมที่จะช่วย ส่งเสริมให้นักเรียนสำรวจ ลองผิดลองถูก แบ่งปันความล้มเหลว ความสำเร็จร่วมกัน ซึ่งครูควรใช้ คำถามนำเรื่อยไป ดังนั้นในสภาพแวดล้อมที่เหมาะสมจะทำให้นักเรียนสามารถพัฒนาความ เชื่อมั่นและต้องการที่จะสำรวจปัญหาต่าง ๆ สามารถพิจารณาและตัดสินใจภายใต้ยุทธวิธีการ แก้ปัญหาของตนเองได้

สสวท. (2546, หน้า 82) กล่าวว่า การพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ช่วย ส่งเสริมให้นักเรียนได้พัฒนาความสามารถด้านต่าง ๆ ดังนี้

1. ความสามารถในการเข้าใจปัญหา นักเรียนควรได้รับการฝึกฝนให้อ่านและทำความเข้าใจปัญหา โดยเริ่มจากการตั้งคำถามเพื่อเป็นแนวทางที่ใช้ระบุประเด็นปัญหา ตัวแปรสำคัญและความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร แล้วเพิ่มความซับซ้อนของปัญหาโดยปรับเปลี่ยนขนาดของปริมาณ ต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับคำถามที่อยู่ในปัญหา

2. ความสามารถในการวางแผนการแก้ปัญหา นักเรียนควรได้รับการฝึกฝนให้แก้ปัญหา ที่หลากหลายและแปลกใหม่ เพื่อกระตุ้นให้นักเรียนมีการคิดวางแผนด้วยตนเองก่อนลงมือ และควร ฝึกฝนการคิดวางแผนอย่างสม่ำเสมอ

3. ความสามารถในการดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ นักเรียนควรฝึกการแสดง วิธีหาคำตอบตามลำดับความคิดที่วางแผนไว้ ทั้งนี้ในขณะที่ดำเนินการแก้ปัญหาควรได้ บันทึก รายละเอียดของการแก้ปัญหาไว้ด้วย

4. ความสามารถในการตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบและวิธีการแก้ปัญหาด้วยการมองย้อนกลับเพื่อตรวจสอบความถูกต้องของกระบวนการ และการขยายมโนทัศน์เพื่อนำไปใช้

ประโยชน์ในการแก้ปัญหาอื่น ๆ ที่มีลักษณะเดียวกัน แนวทางการฝึกฝนนักเรียนให้มีความรู้ความสามารถในการแก้ปัญหามีดังนี้

4.1 กระตุ้นให้มองเห็นความสำคัญของการตรวจสอบคำตอบที่ได้

4.2 ฝึกฝนให้คาดคะเนคำตอบและตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ เพื่อพัฒนาความสามารถด้านความรู้สึกเชิงจำนวน

4.3 ฝึกให้สามารถตีความหมายของคำตอบ

4.4 ส่งเสริมให้ทำแบบฝึกหัดที่มีวิธีการหาคำตอบได้หลายวิธี

4.5 ฝึกให้สร้างโจทย์ที่เกี่ยวข้องกับสาระการเรียนรู้ด้วยตนเอง

4.6 ฝึกให้หาข้อสรุปทั่วไปจากการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

6. การวัดและการประเมินผลทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การวัดผลประเมินผล (สสวท., 2546, หน้า 11 - 15) เป็นกระบวนการที่ต้องทำควบคู่ไปกับการจัดการเรียนการสอน โดยมีจุดประสงค์ 3 ประการ ดังนี้

1. เพื่อการวินิจฉัยความรู้พื้นฐานและทักษะที่จำเป็นของนักเรียน ประเมิน 2 ขั้นตอน ดังนี้

1.1 ประเมินก่อนเรียน เป็นการประเมินความรู้พื้นฐานและทักษะจำเป็นที่นักเรียนควรมีก่อนการเรียนรายวิชาบทเรียนหรือหน่วยการเรียนรู้ใหม่ ข้อมูลที่ได้จากการวัดผลประเมินผลจะช่วยให้ครูนำไปใช้ เพื่อจัดกลุ่มนักเรียนและจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้ตรงตามความถนัด ความสนใจ และความสามารถของนักเรียน และเพื่อวางแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยครูพิจารณา เลือกผลการเรียนรู้ที่คาดหวังให้เหมาะสมกับความรู้ความสามารถของนักเรียน ด้วยการเลือกเนื้อหา สาระ กิจกรรม แบบฝึกหัด อุปกรณ์และสื่อการเรียนรู้ต่าง ๆ ที่เหมาะสม และตรงตามมาตรฐาน การเรียนรู้ที่กำหนดไว้

1.2 ประเมินระหว่างเรียนเป็นการประเมินเพื่อวินิจฉัยนักเรียนในระหว่างการเรียน ข้อมูลที่ได้จะช่วยให้ครูนำไปใช้ เพื่อศึกษาพัฒนาการเรียนรู้ของนักเรียนเป็นระยะ ๆ ว่านักเรียนมีพัฒนาการเพิ่มขึ้นเพียงใด ถ้าพบว่านักเรียนไม่มีพัฒนาการเพิ่มขึ้นครูจะได้หาทางแก้ไขได้ทันที่ และเพื่อปรับปรุงกระบวนการเรียนรู้ของนักเรียน ถ้าพบว่านักเรียนไม่เข้าใจบทเรียนใดก็จะจัดให้เรียนซ้ำหรือนักเรียนเรียนรับบทเรียนใดได้เร็วกว่าที่กำหนดไว้ก็จะได้ปรับเปลี่ยนวิธีการเรียนการสอน นอกจากนี้ยังช่วยให้ทราบจุดเด่นและจุดด้อยของนักเรียนแต่ละคนด้วย

2. เพื่อใช้ผลประเมินในการตัดสินผลการเรียนของนักเรียนเป็นการตรวจสอบผลการเรียนรู้ของนักเรียนตามสาระการเรียนรู้ และผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง และใช้ผลการทดสอบเพื่อตัดสินผลการเรียนและให้ระดับคะแนนของวิชาคณิตศาสตร์นั้น รวมทั้งนำผลการเรียนรู้นี้ไปใช้เพื่อแนะแนวทางการศึกษาต่อ

3. เพื่อใช้ผลการประเมินเป็นข้อมูลสารสนเทศ ในการวางแผนบริหารจัดการศึกษาของสถานศึกษาการกำหนดนโยบาย และการพัฒนาหลักสูตรต่าง ๆ

การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ มีหลักการสำคัญ ดังนี้

1. การวัดผลและประเมินผลต้องกระทำอย่างต่อเนื่อง ควบคู่ไปกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ครูควรใช้กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์เป็นสิ่งที่ส่งเสริมให้นักเรียนได้มีส่วนร่วมในการเรียนรู้ โดยอาจใช้คำถามเพื่อตรวจสอบและส่งเสริมความรู้ความเข้าใจด้านเนื้อหาส่งเสริมให้เกิดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ดังตัวอย่างคำถามต่อไปนี้ “นักเรียนแก้ปัญหานี้ได้อย่างไร” “ใครมีวิธีการนอกเหนือไปจากนี้บ้าง” “นักเรียนคิดอย่างไรกับวิธีการที่เพื่อนเสนอ” การกระตุ้นด้วยคำถามที่เน้นการคิดจะทำให้เกิดการปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนด้วยตนเอง และระหว่างนักเรียนกับครู นักเรียนได้มีโอกาสแสดงความคิดเห็น นอกจากนี้ครูยังสามารถใช้คำตอบของนักเรียนเป็นข้อมูลเพื่อตรวจสอบความรู้ ความเข้าใจ และพัฒนาการด้านทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้อีกด้วย

2. การวัดผลและประเมินผลต้องสอดคล้องกับคุณภาพของนักเรียนที่ระบุไว้ตามมาตรฐานการเรียนรู้และจะต้องสอดคล้องกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง ซึ่งกำหนดไว้ในหลักสูตรที่สถานศึกษาใช้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอน ทั้งนี้ครูจะต้องกำหนดวิธีการวัดผล การประเมินผล เพื่อใช้ตรวจสอบว่านักเรียนได้บรรลุผลการเรียนรู้ตามมาตรฐานที่กำหนดไว้ และต้องแจ้งผลการเรียนรู้ที่คาดหวังในแต่ละเรื่องให้นักเรียนทราบโดยตรงข้ามหรือทางอ้อม เพื่อให้ นักเรียนได้ ปรับปรุงตนเอง

3. การวัดผลและประเมินผลต้องครอบคลุมทั้งด้านความรู้ความคิด ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์และคุณลักษณะที่พึงประสงค์ตามสาระการเรียนรู้ ที่จัดไว้ในหลักสูตรของสถานศึกษา โดยเน้นการเรียนรู้ด้วยการทำงานหรือทำกิจกรรมที่ส่งเสริมให้เกิดสมรรถภาพทั้ง 3 ด้าน ดังกล่าว ควรมีลักษณะ ดังนี้

3.1 สาระในงานหรือกิจกรรมต้องใช้การเชื่อมโยงความรู้หลายเรื่อง

3.2 ทางเลือกในการดำเนินงานหรือการแก้ปัญหาที่หลากหลาย

3.3 เจ็อนไซหรือสถานการณ์ของปัญหาที่เป็นปลายเปิด เพื่อให้นักเรียนได้มีโอกาสแสดงความสามารถตามศักยภาพของตน

3.4 งานหรือกิจกรรมต้องเอื้ออำนวยให้นักเรียนใช้การสื่อสารการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอในรูปแบบต่าง ๆ เช่น การพูด การเขียน การวาดรูป

3.5 งานหรือกิจกรรมควรมีความใกล้เคียงกับสถานการณ์ที่เกิดขึ้นจริงเพื่อช่วยให้นักเรียนได้เห็นความเชื่อมโยงระหว่างคณิตศาสตร์กับชีวิตจริง ซึ่งจะก่อให้เกิดความตระหนักในคุณค่าของคณิตศาสตร์

4. การวัดผลและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ต้องช่วยให้ได้ข้อมูลสารสนเทศเกี่ยวกับนักเรียนที่บอกถึงผลการเรียนรู้หรือความสามารถของนักเรียนตามวัตถุประสงค์การเรียนรู้ซึ่งสามารถทำได้โดยใช้เครื่องมือและวิธีการที่เหมาะสมอย่างหลากหลาย เช่น การมอบหมายงานให้ทำเป็นการบ้าน การเขียนแบบบันทึกทางคณิตศาสตร์ (Math Note) การทดสอบ การสังเกตการสัมภาษณ์ การจัดทำแฟ้มสะสมงาน รวมทั้งการให้นักเรียนได้ประเมินตนเอง และนำผลที่ได้ไปตรวจสอบกับผลการเรียนรู้ที่คาดหวังตามที่กำหนดไว้ เพื่อช่วยให้ครูได้มีข้อเสนอแนะเกี่ยวกับนักเรียนอย่างครบถ้วน

5. การวัดผลและประเมินผลเป็นกระบวนการที่ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเกิดความกระตือรือร้นในการปรับปรุงความสามารถทางคณิตศาสตร์ โดยมีจุดประสงค์เพื่อนำผลการประเมินมาใช้ในการวางแผนการจัดการเรียนรู้ ปรับปรุงกระบวนการการเรียนรู้ของนักเรียนรวมทั้งปรับปรุงการสอนของครูให้มีประสิทธิภาพ จึงต้องวัดผลประเมินผลอย่างสม่ำเสมอและนำผลที่ได้มาใช้ในการพัฒนาการเรียนการสอน ซึ่งจะแบ่งการประเมินผลเป็น 3 ระยะ ดังนี้

5.1 การวัดผลและประเมินผลก่อนเรียน เป็นการประเมินผลที่กำหนดไว้ก่อนเริ่มการจัดการเรียนรู้ เพื่อวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

5.2 การวัดผลและประเมินผลระหว่างเรียน เป็นการวัดผลประเมินผลความรู้ความสามารถของนักเรียนตามผลการเรียนรู้ที่คาดหวังที่กำหนดไว้

5.3 การวัดผลและประเมินผลหลังเรียน เป็นการประเมินผลหลังการจัดการเรียนรู้เพื่อวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การประเมินผลที่คำนึงถึงทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (สสวท., 2555, หน้า 220 - 222) ในการประเมินผลเพื่อให้มีประสิทธิภาพและสอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ครูจะต้องบูรณาการการประเมินผลความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์และการประเมินผลที่คำนึงถึงทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์เข้าด้วยกัน ซึ่งก็คือการประเมินผลที่

คำนึงถึงทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในการประเมินผลที่คำนึงถึงทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ครูควรยึดหลักดังนี้

1) การประเมินผลจะต้องมีข้อสอบที่มีลักษณะคำถามแบบเจาะลึกแนวคิด ยุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียน ในการประเมินผลที่คำนึงถึงทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ครูไม่ควรมุ่งเน้นการหาคำตอบเพียงอย่างเดียว แต่ควรรวมไปถึงการคิดวิเคราะห์ การเลือกใช้ยุทธวิธีแก้ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียน โดยการเลือกใช้ข้อสอบที่มีลักษณะคำถามแบบเจาะลึกแนวคิด ยุทธวิธีแก้ปัญหาและกระบวนการแก้ปัญหาของนักเรียน เช่น ลักษณะคำถามที่ถามว่า เพราะเหตุใด ทำไม อย่างไร สัมพันธ์หรือเกี่ยวข้องกันอย่างไร ถ้า... (เปลี่ยนแปลงเงื่อนไขบางอย่าง) แล้ว... (จะเกิดอะไรขึ้น) หรือเหมือนกันหรือแตกต่างกันอย่างไร ซึ่งการใช้ลักษณะคำถามดังกล่าวนอกจากจะช่วยให้ครูทราบถึงความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนแล้ว ยังช่วยให้ครูทราบถึงยุทธวิธีและกระบวนการแก้ปัญหาที่ใช้การอธิบาย และการนำเสนอแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนการเชื่อมโยงแนวคิดต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนด้วย

2) การประเมินผลจะต้องใช้การสังเกตและการใช้คำถาม ควบคู่ไปกับกระบวนการเรียนการสอน การสังเกตและการใช้คำถาม เป็นการประเมินผลที่ต้องกระทำขณะที่นักเรียนกำลังลงมือแก้ปัญหาหรืออภิปรายภายในกลุ่ม ซึ่งข้อมูลที่ได้จะเป็นข้อมูลเชิงคุณภาพที่ไม่สามารถระบุเป็นคะแนนได้ ซึ่งได้แก่ พฤติกรรมการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ แนวคิดของนักเรียน ความเชื่อและเจตคติ ในการสังเกตครูจะต้องจดบันทึกสิ่งที่สังเกตไว้ เพราะการจำอย่างเดียวอาจทำให้หลงลืมได้ เนื่องจากครูมีเวลาจำกัดในการจดบันทึก ดังนั้นก่อนเข้าสู่บทเรียน ครูต้องเลือกประเด็นของสิ่งที่ต้องการประเมิน และเตรียมเครื่องมือการประเมินไว้ล่วงหน้า เช่น แบบตรวจสอบรายการ (checking list) แล้วจดบันทึกสิ่งที่สังเกตโดยการทำเป็นเครื่องหมายไว้ และต้องบันทึกทันทีทันใดภายหลังการสังเกต สำหรับการใช้คำถามดังที่กล่าวมาแล้วข้างต้นว่า ครูควรเพิ่มคำถามที่เน้นกระบวนการคิดของนักเรียน เพื่อตรวจสอบและส่งเสริมความรู้ความเข้าใจในแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เช่น คำถามในลักษณะ “นักเรียนแก้ปัญหานี้อย่างไร” “ใครสามารถคิดหายุทธวิธี หรือวิธีการนอกเหนือไปจากนี้ได้อีก” “นักเรียนคิดอย่างไรกับยุทธวิธีหรือกระบวนการแก้ปัญหาที่เพื่อนเสนอ” เป็นต้น

3) การประเมินผลจะต้องมีเกณฑ์การให้คะแนนที่เป็นระบบ และชัดเจน เพื่อช่วยให้ครูสามารถพิจารณาและตัดสินได้ว่า นักเรียนของตนมีความรู้ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ ทักษะและ

กระบวนการทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับใด เกณฑ์การให้คะแนนที่ยอมรับและนำมาใช้กันอย่างแพร่หลายในปัจจุบัน คือ การให้คะแนนโดยใช้เกณฑ์แบบรูบริก (Rubric scoring) ซึ่งเป็นการให้คะแนนที่ประเมินจากผลงานที่นักเรียนทำหรือพฤติกรรมที่นักเรียนแสดงออก มีการกำหนดระดับคะแนนพร้อมบรรยายละเอียดของผลงานหรือพฤติกรรมของนักเรียนไว้อย่างชัดเจนและเป็นรูปธรรม

ตัวอย่างพฤติกรรมที่แสดงออกในทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (สสวท., 2555, หน้า 82)

1. ทำความเข้าใจปัญหาโดยระบุประเด็นปัญหา กำหนดตัวแปรและความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร

2. สร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่เป็นไปได้
3. ดำเนินการวางแผนและลงมือแก้ปัญหา
4. ตรวจสอบความเหมาะสมของตัวแบบ
5. ตรวจสอบความถูกต้องและความเป็นไปได้ของการแก้ปัญหา
6. ตรวจสอบขั้นตอนการแก้ปัญหา
7. ตรวจสอบความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ

อัมพร ม้าคะนอง (2554, หน้า 173-174) กล่าวว่าความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนประกอบด้วยความสามารถหลายอย่างดังต่อไปนี้

1. การแก้ปัญหาได้ เป็นความสามารถของนักเรียนในการหาคำตอบ ผลเฉลย หรือแนวทางในการจัดการกับปัญหา

2. การสร้างโจทย์หรือประเด็นปัญหา เป็นความสามารถในการเชื่อมโยงข้อมูลที่มีอยู่เพื่อหาความสัมพันธ์ที่เป็นไปได้ อันจะนำไปสู่การสร้างโจทย์ปัญหา สถานการณ์ หรือคำถาม

3. การใช้วิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาโดยใช้วิธีการที่แตกต่างกัน

4. การตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ เป็นความสามารถในการพิจารณาคำตอบหรือการแก้ปัญหาที่ได้ว่าเหมาะสม สอดคล้อง และสมเหตุสมผลเพียงใด

5. การขยายความคิดจากผลการแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการนำผลจากการแก้ปัญหาไปคิดต่อ

การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาสามารถประเมินได้หลากหลายด้านตามความสามารถข้างต้น ในทางปฏิบัติครูมักใช้ปัญหาหนึ่ง ประเมินความสามารถหลาย ๆ อย่าง

ร่วมกันและสิ่งที่ประเมินได้มากคือ การแก้ปัญหาได้และการใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา แต่สิ่งที่ยังทำได้ไม่มากนักคือการประเมินการสร้างโจทย์หรือประเด็นปัญหาจากข้อมูลที่กำหนดให้ การตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ และการขยายความคิดจากผลการแก้ปัญหา

สำหรับงานวิจัยนี้การวัดและประเมินผลทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากใบงาน และแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาองค์ประกอบย่อยของทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 4 ด้าน คือ 1) ทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา คือ นักเรียนสามารถระบุประเด็นปัญหา กำหนดตัวแปรและความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร นักเรียนต้องวิเคราะห์ให้ทราบว่าปัญหาคืออะไร มีอะไรบ้างที่เกี่ยวข้องกับปัญหา กำหนดข้อมูลต่าง ๆ ในรูปตัวแปรและเขียนความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 2) สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ คือ นักเรียนสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จากปัญหาที่ได้วิเคราะห์ แสดงตัวแปรแต่ละตัวด้วยสัญลักษณ์ที่เหมาะสมพร้อมทั้งกำหนดหน่วย เขียนความสัมพันธ์และสมการของตัวแปรในโจทย์ให้อยู่ในรูปของฟังก์ชัน 3) ดำเนินการแก้ปัญหา คือ นักเรียนดำเนินการทางคณิตศาสตร์โดยใช้หลักการทางคณิตศาสตร์หาผลลัพธ์จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ แล้วแสดงวิธีการหาผลลัพธ์ตามลำดับความคิดนั้น 4) ตรวจสอบความถูกต้อง คือ นักเรียนมีการตรวจสอบความถูกต้องของผลลัพธ์ โดยการมองย้อนกลับเพื่อตรวจสอบความถูกต้องของกระบวนการ และตรวจสอบความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์ โดยการอธิบายแปลความได้สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหา

การจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

1. ความหมายของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

Mayer (1985, p.2 อ้างอิงใน เทพสุดา เกตุทอง, 2551, หน้า 14) กล่าวว่า แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ หมายถึง แบบจำลองที่มีส่วนประกอบบางส่วนอยู่ในรูปของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์อยู่ในรูปของค่าคงตัว ตัวแปร ฟังก์ชัน สมการ และอสมการ เป็นต้น

Edwaeds and Hamson (1989, p.1 อ้างอิงใน เทพสุดา เกตุทอง, 2551, หน้า 14) ให้ความหมายของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ว่า หมายถึง แบบจำลองที่สร้างขึ้นโดยอาศัยมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เช่น ฟังก์ชัน และสมการ โดยเมื่อทำการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์นั้นจะเป็นการย้ายจากโลกของความเป็นจริงไปสู่โลกที่เป็นนามธรรมของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์

McCown and Sequeire (1994 อ้างอิงใน เทพสุดา เกตุทอง, 2551, หน้า 14) กล่าวว่าแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการในการทำให้ได้คำตอบของปัญหาที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ โดยการค้นหาสมการและกราฟซึ่งใช้ในการอธิบายปัญหานั้น

Hodgon (1995, p. 351 อ้างอิงใน เทพสุตา เกตุทอง, 2551, หน้า 14) นิยามแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นการเชื่อมโยงระหว่างโลกความจริงกับโลกทางคณิตศาสตร์ ซึ่งใช้ในการประมาณลักษณะต่าง ๆ ของปรากฏการณ์ธรรมชาติ

Giordano et al. (2003, p. 17 อ้างอิงใน เทพสุตา เกตุทอง, 2551, หน้า 15) นิยามแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นการออกแบบและสร้างสิ่งที่เป็นจริง โดยสิ่งที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ดังกล่าว รวมถึงกราฟ สัญลักษณ์ สถานการณ์จำลอง และการทดลอง

สสวท. (2555) ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์หรือแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (mathematical model) เป็นโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ที่ใช้อธิบายลักษณะบางอย่างของสถานการณ์หรือปรากฏการณ์ที่สนใจศึกษา ซึ่งอาจกล่าวง่าย ๆ ว่าเป็นสื่อที่ใช้อธิบายสมมติฐานต่าง ๆ และผลที่ปรากฏในสถานการณ์หรือปรากฏการณ์ที่สนใจศึกษาในรูปแบบของคณิตศาสตร์แบบจำลองทางคณิตศาสตร์มีหลากหลาย เช่น สมการ อสมการ กราฟ รูปเรขาคณิต ชำยงาน และแผนภาพต้นไม้

Hernández et al. (2017, p. 337) นำเสนอว่าผู้เขียนรายงานของ GAIMME ระบุว่าแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เป็น "กระบวนการที่ใช้คณิตศาสตร์เพื่อ เป็นตัวแทน วิเคราะห์ หรือพยากรณ์ความเป็นจริงในโลกแห่งความเป็นจริง"

จากความหมายของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ได้กล่าวมาข้างต้น อาจกล่าวโดยสรุปได้ว่า แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การแทนสถานการณ์ปัญหาให้ง่ายต่อการแก้ปัญหาด้วย ตัวแปร สมการ อสมการ ฟังก์ชัน ตาราง กราฟ รูปเรขาคณิต สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ และแผนภาพต่าง ๆ

2. กระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

Mayer (1985, p. 18 อ้างอิงใน เทพสุตา เกตุทอง, 2551, หน้า 17) แบ่งกระบวนการของการศึกษาสถานการณ์จริง โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ออกเป็น 3 ขั้นตอน ดังนี้

3.1 การพัฒนาเพื่อให้ได้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

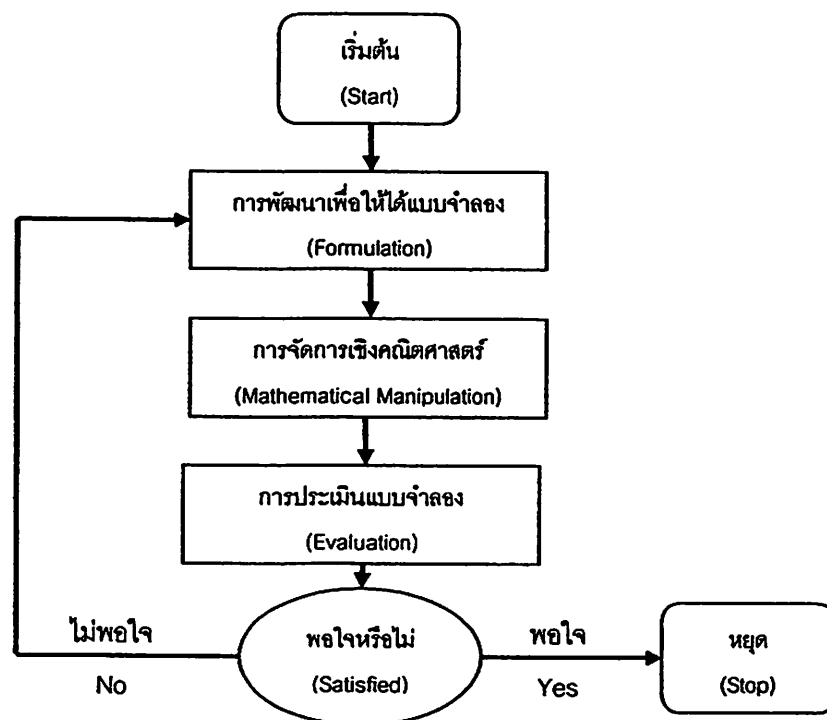
3.1.1 เริ่มต้นด้วยการถามคำถามเกี่ยวกับพฤติกรรมที่สนใจในสถานการณ์จริง คำถามดังกล่าวนี้ถ้ายังไม่ชัดเจนทำให้ชัด ถ้ากว้างเกินไปแบ่งให้แคบลงแต่ต้องสามารถหาคำตอบได้

3.1.2 ระบุองค์ประกอบต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาได้แก่ปริมาณต่าง ๆ ตลอดจนความสัมพันธ์ทั้งที่สำคัญและไม่สำคัญ

3.1.3 ให้นิยามเชิงคณิตศาสตร์โดยการแทนปริมาณที่สำคัญด้วยตัวแปร ฟังก์ชัน รูปเรขาคณิต ฯลฯ ที่เหมาะสม และแทนความสัมพันธ์ด้วยสมการ อสมการ หรือข้อตกลง เชิงคณิตศาสตร์อื่น ๆ ที่เหมาะสม

3.2 การจัดการเชิงคณิตศาสตร์ น้อยครั้งมากที่สถานการณ์จริงที่เรานำมาศึกษาจะให้แบบจำลองมาโดยตรง ดังนั้น การศึกษาสถานการณ์จริงโดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ จึงต้องมีการลงมือทำคณิตศาสตร์ ได้แก่ การคำนวณ การแก้สมการ การพิสูจน์ทฤษฎีบท ฯลฯ

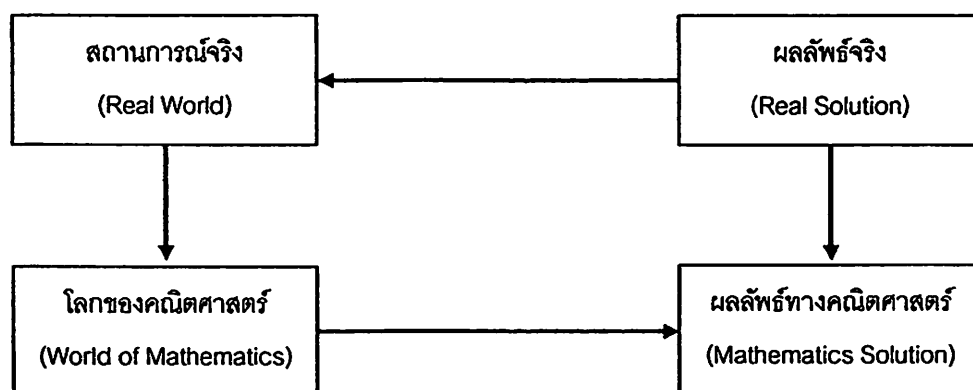
3.3 การประเมินผล มีหลายสิ่งที่สามารถใช้ตัดสินว่าแบบจำลองที่พัฒนาขึ้นมาเป็นแบบจำลองที่ดีหรือไม่ โดยดูว่าแบบจำลองนั้น ให้ผลลัพธ์ที่ถูกต้องหรือไม่ (ถ้าผลลัพธ์ไม่ถูกต้องเพียงพอ หรือแบบจำลองนั้นมีวิธีพัฒนาวิธีอื่นที่สั้นกว่า ก็ควรที่จะทดลองวิธีที่สั้นกว่านั้น) มีความเป็นไปได้ที่ความผิดพลาดจะเกิดขึ้นในขั้นตอนของการจัดการเชิงคณิตศาสตร์ หรือ อาจเป็นไปได้ อีกเช่นกันที่ปริมาณหรือความสัมพันธ์ที่คิดว่าไม่สำคัญอาจกลายเป็นสิ่งสำคัญ เกินกว่าที่เราคิดก็ได้ ดังนั้นกระบวนการการศึกษาสถานการณ์จริงโดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์จึงมีลักษณะการทำซ้ำเป็นวงจร ดังภาพต่อไปนี้



ภาพ 1 แสดงการพัฒนาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในลักษณะของการทำซ้ำเป็นวงจรของ Mayer (1985)

Lovitt (1991, p. 19 อ้างอิงใน เทพสุดา เกตุทอง, 2551, หน้า 19) กล่าวถึงการศึกษาสถานการณ์จริงโดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ว่าสามารถบ่งบอกลักษณะได้จากสิ่งที่สำคัญ 2 ประการ คือ

1. กระบวนการจะเริ่มต้นและสิ้นสุดที่สถานการณ์จริง
2. กระบวนการมีลักษณะเป็นวงจร

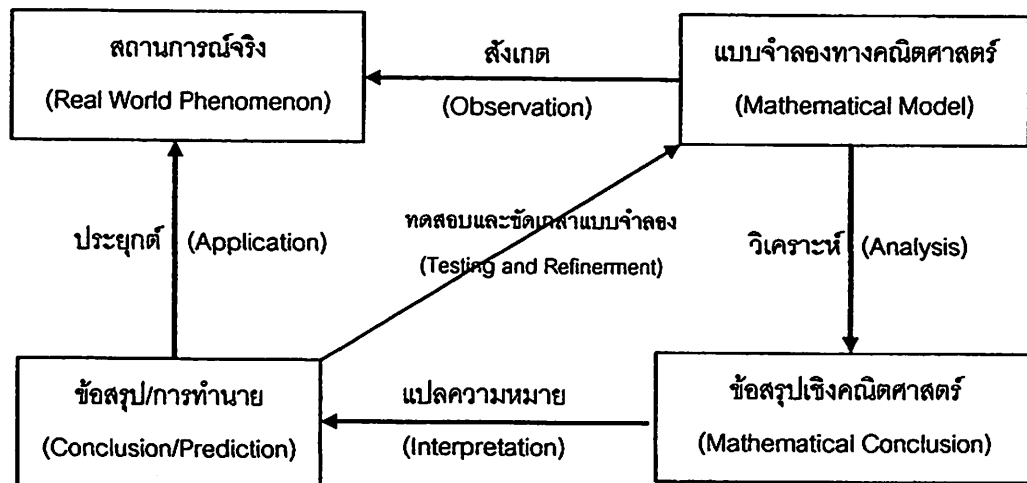


ภาพ 2 แสดงกระบวนการการศึกษาสถานการณ์จริงโดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Lovitt (1991)

Swetz and Hartzler (1991, p. 20 อ้างอิงใน เทพสุดา เกตุทอง, 2551, หน้า 19-20) กล่าวว่า การศึกษาสถานการณ์จริงโดยการใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ คือ กระบวนการที่เป็นระบบ (ที่มีกฎเกณฑ์ / แบบแผน) ใช้ทักษะหลายด้าน ใช้กิจกรรมที่ใช้สติปัญญาในระดับสูง ในการแปลความหมาย วิเคราะห์ และ สังเคราะห์ โดยกระบวนการจะเป็นการผสมผสานของขั้นตอนหลัก 4 ขั้นตอนคือ

1. การสังเกตสถานการณ์จริงที่จะทำการศึกษา เพื่อหาสถานการณ์ที่เป็นปัญหาหรือพฤติกรรมเฉพาะที่สนใจจากสถานการณ์จริงนั้น และหาองค์ประกอบที่สำคัญ (ตัวแปร / ตัวพารามิเตอร์) ซึ่งจะมีผลกระทบต่อสถานการณ์ที่เป็นปัญหา หรือพฤติกรรมเฉพาะที่สนใจนั้น
2. ทำการคาดเดาความสัมพันธ์ระหว่างองค์ประกอบ จากนั้นจึงแปลความหมายของความสัมพันธ์เหล่านั้นออกมาในเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อนำไปสู่แบบจำลองของสถานการณ์จริงที่ทำการศึกษา
3. หาข้อสรุปจากแบบจำลองโดยใช้การประยุกต์การวิเคราะห์เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม
4. แปลความหมายของข้อสรุปที่ได้ออกมาในบริบทของสถานการณ์จริงที่อยู่ภายใต้การศึกษาพร้อมทั้งหาออกมาเป็นภาพสรุป

5. การทดสอบและขัดเกลาแบบจำลอง เป็นขั้นตอนที่สามารถเพิ่มเข้าไปในกระบวนการนี้ได้ ถ้าภาพสรุปยังใช้ไม่ได้หรือไม่มีเหตุผลเพียงพอ การขัดเกลาแบบจำลอง อาจทำได้โดยการกลับไปสำรวจองค์ประกอบของแบบจำลองแล้วทำการปรับแบบจำลอง และถ้ามีความจำเป็นก็เป็นได้ที่จะทำการแก้ไขสูตรของแบบจำลองใหม่ Swetz and Hartzler ได้แสดงขั้นตอนจากข้อความข้างต้นด้วยแผนภูมิ ดังนี้



ภาพ 3 แสดงกระบวนการการศึกษาสถานการณ์จริงโดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Swetz and Hartzler (1991)

Dossey (1996, p. 276 อ้างอิงใน เทพสุตา เกตุทอง, 2551, หน้า 20) ได้นำเสนอกระบวนการของการศึกษาสถานการณ์จริง โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ซึ่งจำกัดขอบเขตของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่จะใช้อธิบายสถานการณ์จริงไว้ที่ฟังก์ชันโพลิโนเมียล ฟังก์ชันลอการิทึม และฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล Dossey ได้แบ่งขั้นตอนของการศึกษาสถานการณ์จริงโดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 4 ขั้นตอน คือ

1. ระบุปัญหา
2. ตั้งสมมติฐาน
 - 2.1 ระบุหรือจำแนกตัวแปรที่เป็นไปได้เพื่ออธิบายแบบรูปที่สังเกตได้
 - 2.2 กำหนดความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร (แบบจำลองทางคณิตศาสตร์)
3. พัฒนาความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชัน (ถ้าเป็นไปได้) ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร และพัฒนาเลขชี้กำลังที่มีผลต่อตัวแปร (ถ้าจำเป็น)
4. การตรวจสอบแบบจำลอง เพื่อดูว่า
 - 4.1 แบบจำลองนั้นบรรยายถึงสถานการณ์จริงที่ศึกษาได้ตรงประเด็นหรือไม่

4.2 แบบจำลองนั้นมีความสมเหตุสมผลหรือไม่

4.3 การทำนายของแบบจำลองนั้นไปกันได้กับข้อมูลจริงหรือไม่

Maria et al. (2017, p. 338) ได้กล่าวว่า ส่วนประกอบกระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

ระบุนิยาม : ระบุนางสิ่งบางอย่างในโลกแห่งความเป็นจริงที่เราต้องการทราบทำหรือเข้าใจผลที่ได้คือคำถามในโลกแห่งความเป็นจริง

สมมติฐานและระบุนิตัวแปร : เลือก "สิ่ง" ที่มีความสำคัญในคำถามของโลกความเป็นจริงและระบุนิตัวแปรความสัมพันธ์ระหว่างกัน ตัดสินใจว่าจะเก็บอะไรไว้และสิ่งที่เราจะไม่สนใจเกี่ยวกับสิ่งนั้นและความสัมพันธ์ของมัน ผลที่ได้คือคำถามที่เป็นแบบอย่างของคำถามเดิม

ดำเนินการทางคณิตศาสตร์ : เมื่อแปลงสถานการณ์เป็นศัพท์ทางคณิตศาสตร์และได้กำหนดรูปแบบทางคณิตศาสตร์ของคำถามเชิงอุดมคติ สูตรที่ได้เป็นแบบจำลอง ดำเนินการทางคณิตศาสตร์เพื่อดูว่าข้อมูลเชิงลึกและผลลัพธ์ที่เราได้

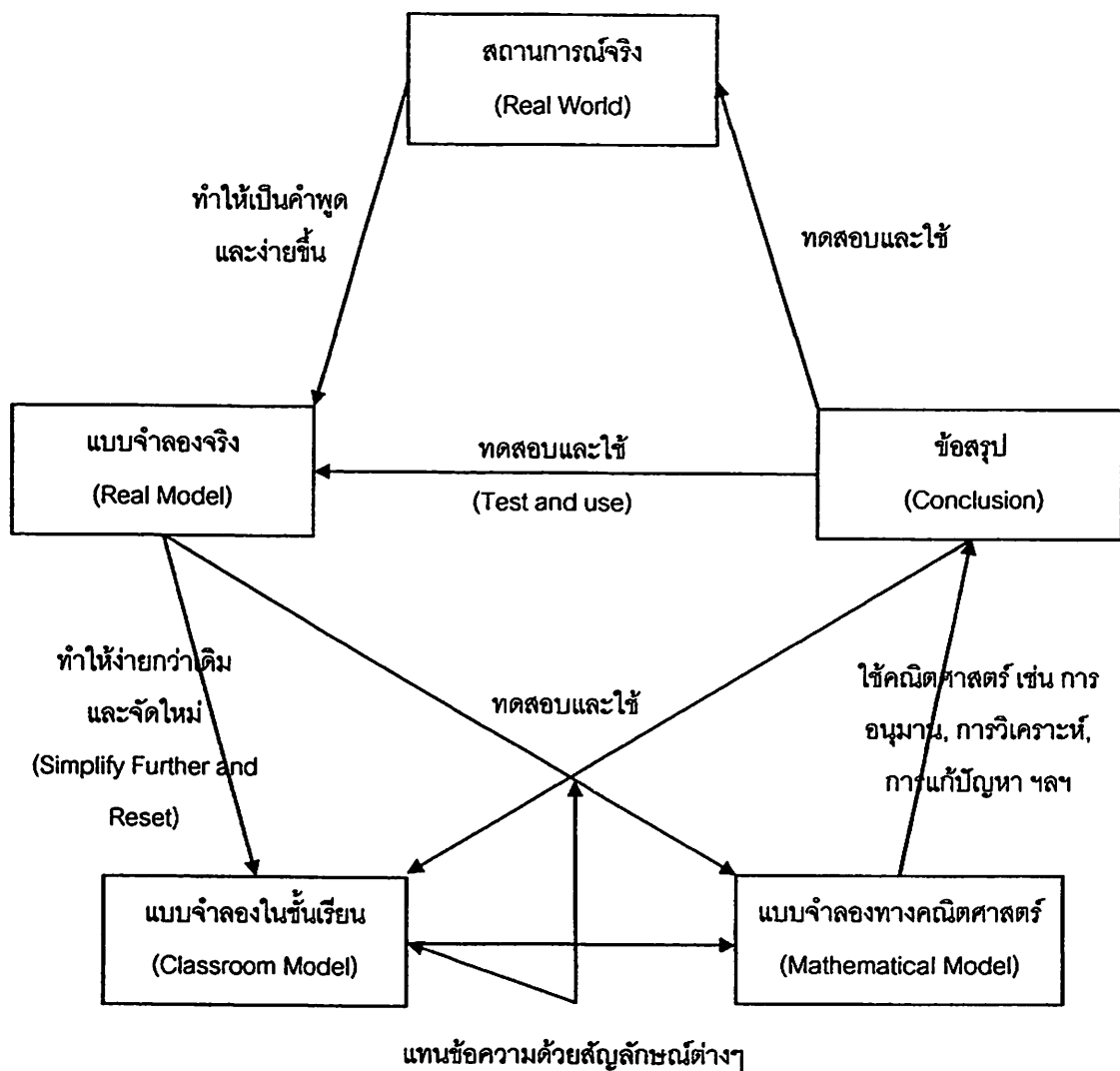
วิเคราะห์และประเมินวิธีแก้ปัญหา: พิจารณาว่ามีปัญหาหรือไม่ ทำให้เข้าใจได้เมื่อแปลกลับเข้าสู่โลกแห่งความเป็นจริงหรือไม่ คำตอบที่ได้จากผลการดำเนินการเหมาะสมและได้ผลที่ยอมรับได้หรือไม่

การทำซ้ำ : ทำซ้ำขั้นตอนตามความจำเป็นเพื่อปรับแต่งและขยายรูปแบบของแบบจำลอง

ใช้แบบจำลอง : นำไปใช้สำหรับโลกแห่งความจริงการใช้งานจริง รายงานผลของตนต่อผู้อื่นและแนวทางแก้ไข

3. กระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในชั้นเรียน

Marki and Kerr (1979, pp. 1-7 อ้างอิงใน เทพสุดา เกตุทอง, 2551, หน้า 23-24) ได้แบ่งกระบวนการการศึกษาสถานการณ์จริงโดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับใช้ในชั้นเรียนออกเป็น 5 ขั้นตอน ดังภาพต่อไปนี้

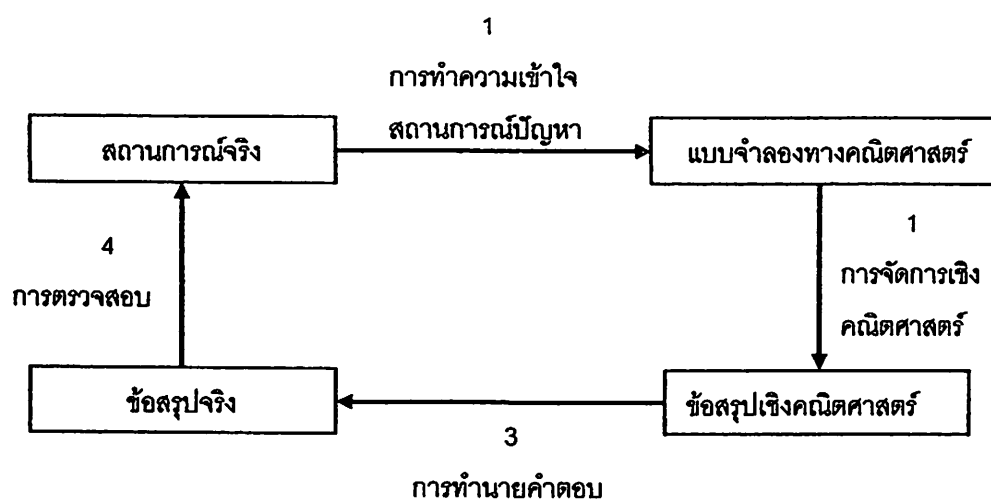


ภาพ 4 แสดงกระบวนการการศึกษาสถานการณ์จริงโดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์
สำหรับใช้ในชั้นเรียนตามแนวคิดของ Marki and Kerr (1979)

จากแผนภาพกระบวนการการศึกษาสถานการณ์จริงโดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วยขั้นตอน 4 ขั้นตอน แต่ในกรณีสำหรับการนำมาใช้ในชั้นเรียนจะเพิ่มขั้นตอน คือ ขั้นตอนของ “แบบจำลองในชั้นเรียน” เป็นขั้นตอนต่อจากแบบจำลอง โดยแบบจำลองจริงจะถูกทำให้ง่ายยิ่งขึ้นเพื่อให้น่าสนใจสำหรับนักเรียน และนักเรียนสามารถเข้าใจได้ดีขึ้น นอกจากนี้การกระทำดังกล่าวจะนำไปสู่แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับสถานการณ์จริงที่ครูได้เคยศึกษามาก่อนแล้ว

Lesh and Doerr (2003 อ้างอิงใน เทพสุตา เกตุทอง, 2551, หน้า 30) ได้นำเสนอกระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ไว้เป็นกรอบทฤษฎีพื้นฐาน (Theoretical

Framework) ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ปัจจุบันเพราะการนำกระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้นักเรียน เกิดความเข้าใจโมทัศน์ในเนื้อหา และหลักการทางคณิตศาสตร์ เนื่องจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เป็นตัวแทนของโมทัศน์และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดย Lesh and Doerr ได้ให้ความหมายของกระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า หมายถึง กระบวนการในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์โดยอาศัยความรู้โมทัศน์และหลักการทางคณิตศาสตร์ เพื่อใช้ในการอธิบายความสัมพันธ์ในสถานการณ์ปัญหาที่เราสนใจ ซึ่งแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อาจอยู่ในรูปของไดอะแกรม สูตร ตาราง กราฟ ตัวแปร นิพจน์ สมการ อสมการ ฟังก์ชัน สัญลักษณ์ แล้วดำเนินการทางคณิตศาสตร์เพื่อหาผลลัพธ์จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ แล้วนำผลลัพธ์ที่ได้ไปทำนายสถานการณ์ปัญหา พร้อมทั้งตรวจสอบความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์ที่ได้ ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังภาพต่อไปนี้



ภาพ 5 แสดงกระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ตามแนวคิดของ Lesh and Doerr (2003)

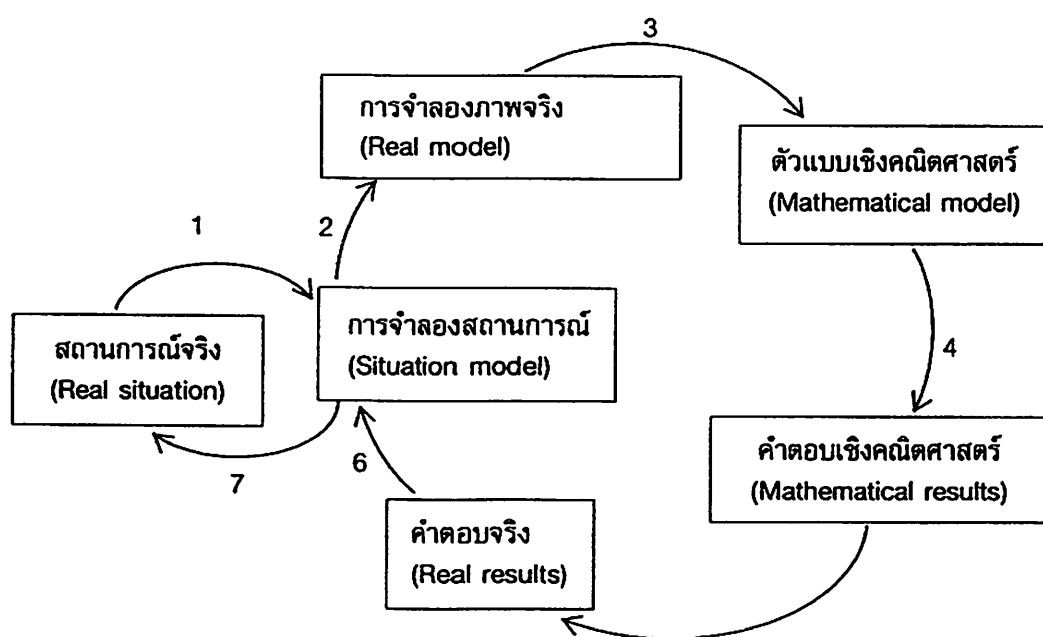
ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา (Description) หมายถึง ขั้นตอนของการทำความเข้าใจในสถานการณ์ปัญหา ซึ่งอาจเป็นสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงหรือสถานการณ์ปัญหาเสมือนในชีวิตจริง ซึ่งสถานการณ์ปัญหาเหล่านั้นอาจอยู่ในรูปของโจทย์ปัญหา ไดอะแกรม สูตร ตารางข้อมูล โดยใช้ความรู้พื้นฐานและโมทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของสถานการณ์ปัญหา การระบุตัวแปรที่เกี่ยวข้อง การระบุความสัมพันธ์ของตัวแปร การให้ความสำคัญกับตัวแปร แล้วแทนสถานการณ์ปัญหาลงด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ซึ่งอาจอยู่ในรูปของไดอะแกรม สูตร ตาราง กราฟ นิพจน์ สมการ อสมการ ฟังก์ชัน สัญลักษณ์

ขั้นที่ 2 การจัดการเชิงคณิตศาสตร์ (Manipulation) หมายถึง ขั้นของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ได้คำตอบจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์โดยใช้ความรู้ มโนทัศน์ หลักการทางคณิตศาสตร์ และยุทธวิธีต่าง ๆ ในการดำเนินการ

ขั้นที่ 3 การทำนายคำตอบ (Prediction) หมายถึง ขั้นของการแปลความหมายของคำตอบ การพิจารณาและวินิจฉัยคำตอบที่ได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ได้คำตอบทางคณิตศาสตร์ แล้วนำคำตอบที่ได้ไปทำนายสถานการณ์ปัญหา

ขั้นที่ 4 การตรวจสอบ (Verification) หมายถึง ขั้นของการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ โดยมีรายละเอียดของการหาข้อมูลมาสนับสนุนคำตอบ การสะท้อนความคิดเห็น การประเมินคำตอบที่ได้อย่างมีวิจารณญาณ และการนำเสนอคำตอบ

Blum (2011 อ้างอิงใน ศันสนีย์ เณรเทียน, 2560, หน้า 244-245) ได้เสนอวงจรการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 7 ขั้นตอน ดังรูป



ภาพ 6 แสดงกระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ Blum (2011)

ขั้นที่ 1 อ่านทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the task) พิจารณาสถานการณ์จริงที่เกิดขึ้นรวมถึงข้อคำถามของปัญหาโดยละเอียด

ขั้นที่ 2 ทำปัญหาให้ง่ายขึ้น (Simplifying/structuring) เป็นขั้นที่มีกำหนดเงื่อนไขและขอบเขตของสถานการณ์ที่ต้องการศึกษา (การจำลองสถานการณ์) และนำสิ่งที่จำลองได้มานำเสนอข้อมูลให้เห็นภาพจริงชัดเจนมากขึ้น (การจำลองภาพจริง)

ขั้นที่ 3 คิดให้เป็นคณิตศาสตร์ (Mathematizing) เป็นขั้นที่ต้องจัดการข้อมูลที่ได้ให้ อยู่ในรูปตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 4 ดำเนินการทางคณิตศาสตร์ (Making mathematically) เป็นขั้นที่ดำเนินการหาคำตอบเชิงคณิตศาสตร์จากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้

ขั้นที่ 5 แปลความหมาย (Interpretation) เป็นขั้นที่ต้องนำคำตอบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้ไปแปลความให้มีความสอดคล้องกับบริบทในชีวิตจริง (คำตอบจริง)

ขั้นที่ 6 ตรวจสอบความเหมาะสม (Validation) เป็นขั้นที่มีการตรวจสอบความเหมาะสมของคำตอบที่ได้เมื่อเทียบกับเงื่อนไขและขอบเขตของสถานการณ์ที่ต้องการศึกษา

ขั้นที่ 7 นำเสนอ (Presenting) เป็นขั้นที่นำเสนอคำตอบที่ได้มาเพื่ออธิบายสถานการณ์จริงที่กำหนดไว้

จากความหมายของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และกระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ได้กล่าวมาข้างต้น สำหรับงานวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ให้ความหมายของการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ดังนี้ การจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยเริ่มจากการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา แทนสถานการณ์ปัญหาด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เช่น ตัวแปร สมการ อสมการ ฟังก์ชัน แล้วหาคำตอบทางคณิตศาสตร์จากแบบจำลองที่สร้างขึ้น แล้วนำคำตอบทางคณิตศาสตร์ไปอธิบายสถานการณ์ปัญหา และสำหรับขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้ประยุกต์จากขั้นตอนของ Blum (2011) และ Lesh and Doerr (2003) รวมขั้นตอนการจัดการเรียนรู้บางขั้นเข้าด้วยกันเพื่อให้สะดวกในการเรียนรู้และเพื่อให้สอดคล้องกับเนื้อหาเรื่องฟังก์ชัน ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ทำเข้าใจสถานการณ์ปัญหา คือ การวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาระบุความสัมพันธ์ของตัวแปร

ขั้นตอนที่ 2 สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ คือ การแทนสถานการณ์ปัญหาจากความสัมพันธ์ของตัวแปรด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ซึ่งอยู่ในรูปของฟังก์ชันต่าง ๆ

ขั้นตอนที่ 3 หาผลลัพธ์ของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ คือ ดำเนินการทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ได้ผลลัพธ์จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

ขั้นตอนที่ 4 แปลความหมายของผลลัพธ์ คือ การแปลงผลลัพธ์ที่ได้ในขั้นตอนที่ 3 ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์ปัญหา

ขั้นตอนที่ 5 ตรวจสอบผลลัพธ์กับข้อมูลจริง คือ การพิจารณาความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์ที่ได้ว่าสอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาหรือไม่

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1. งานวิจัยในประเทศ

เทพสุดา เกตุทอง (2551) เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ระหว่างนักเรียนกลุ่ม ทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์กับ นักเรียนกลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามปกติ พบว่า นักเรียนกลุ่มทดลองที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ ระดับ .05 ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากหลักการที่สำคัญของกระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ คือ เน้นการแก้สถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงซึ่งเป็นสิ่งสำคัญที่ช่วยให้นักเรียนเกิดความรู้ ความเข้าใจ และสามารถแก้ปัญหาได้ กระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้ ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา (Description) ขั้นที่ 2 การจัดการเชิงคณิตศาสตร์ (Manipulation) ขั้นที่ 3 การทำนายคำตอบ (Prediction) และในขั้นที่ 4 การตรวจสอบ (Verification)

เชิดพงศ์ ชาชุมวงศ์ (2557) ได้พัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ และความใฝ่รู้ใฝ่เรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ พบว่า การเรียนรู้โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ทำให้นักเรียนมีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ และความใฝ่รู้ใฝ่เรียน หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

พรรณี ฤชาภากุล (2557) การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5 โรงเรียนบ้านชำพิทยาคม ผลการวิจัยพบว่า ประสิทธิภาพของกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น มีประสิทธิภาพเท่ากับ 83.98/83.95 สูงกว่าเกณฑ์ 75/75 ที่ตั้งไว้ และพบว่า นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หลังจากการจัดการเรียนรู้ โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

สิริกัญญา หะยะมิน (2558) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง การแปรผัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่าความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 หลังจากได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. งานวิจัยต่างประเทศ

Willams (2003, pp. 185-187) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนาพฤติกรรมการแก้ปัญหา โดยเน้นการเขียนตามขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหา เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนที่กำลังเรียนพีชคณิต จำนวน 42 คน สอนโดยครูคนเดียวกันหัวข้อเรื่องที่เรียนเหมือนกัน แต่กลุ่มทดลอง 22 คน เรียนโดยการเขียนตามขั้นตอนกระบวนการการแก้ปัญหา และกลุ่มควบคุม 20 คน เรียนโดยใช้การแก้ปัญหาตามขั้นตอนปกติ มีการทดลองก่อนและหลังเรียน ผลการศึกษาพบว่า กลุ่มทดลองสามารถแก้ปัญหาได้ดีกว่ากลุ่มควบคุม จากการสัมภาษณ์นักเรียนในกลุ่มทดลองพบว่า นักเรียนมากกว่า 75% มีความพอใจในกิจกรรมการเขียนตามขั้นตอนกระบวนการแก้ปัญหา และนักเรียนมากกว่า 80% บอกว่ากิจกรรมดังกล่าวช่วยให้สามารถแก้ปัญหาได้ดีขึ้น

Ulu, (2017, p. 561-580) ได้ศึกษาการตรวจสอบกระบวนการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 : ปัญหาการซื้อป๊อปปี้ โดยการวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษากระบวนการคิดของนักเรียนระดับประถมศึกษาในกระบวนการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และความท้าทายที่ได้พบ เป็นงานวิจัยเชิงคุณภาพขั้นพื้นฐานที่ดำเนินการในโรงเรียนประถมในเมือง Kütahya ในปีการศึกษา 2015-2016 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการคัดเลือกโดยการสุ่มตัวอย่างแบบกลุ่ม ซึ่งเป็นการสุ่มตัวอย่างแบบเจาะจง เก็บข้อมูลด้วยวิธีการสัมภาษณ์และรายงานโดยใช้การวิเคราะห์เนื้อหา ผลการวิจัยพบว่านักเรียนมี 2 กลุ่ม คือ กลุ่มที่ให้คำตอบที่สมจริงและกลุ่มที่ไม่สามารถทำได้ มีนักเรียนจำนวนมากที่ไม่สามารถให้การแก้ปัญหาที่เหมือนจริง กลุ่มที่ไม่สามารถแก้ปัญหาที่สมจริงได้พยายามที่จะสร้างการแสดงออกทางอารมณ์ของสถานการณ์จริงผ่านความเข้าใจที่แท้จริงซึ่งไม่เพียงพอในการเปิดเผยสถานการณ์ที่ซ่อนอยู่ในข้อความปัญหา ไม่สังเกตเห็นการกระทำที่ซ่อนอยู่ในข้อความทำให้นักเรียนสร้างสมการทางคณิตศาสตร์โดยไม่มี การจัดโครงสร้างปัญหาและทำให้การแก้ปัญหของนักเรียนไม่สมจริง ในทางตรงกันข้ามผู้ที่สามารถเสนอทางออกที่สมจริงในการตัดสินใจในบริบทของตัวอักษร เวลา สถานที่และความสัมพันธ์ระหว่างเหตุการณ์ที่

เกิดขึ้น ซึ่งช่วยให้การเป็นตัวแทนของข้อความปัญหาในการอ่านเชิงวิเคราะห์และความเข้าใจแบบ
อนุมาน เน้นความเข้าใจในตัวอักษรและจัดจ้อยู่กับตัวเองทำให้นักเรียนสามารถเปิดเผย
สถานการณ์ที่ซ่อนอยู่ในข้อความได้ ดังนั้นนักเรียนจึงนำเสนอปัญหาใหม่ ๆ โดยรวบรวมข้อมูลที่
จำเป็น เพิ่มเติมตามสถานการณ์ที่ซ่อนอยู่เหล่านี้และไปหาแบบจำลองจริง ดังนั้นการวิเคราะห์
สถานการณ์ปัญหาคือบริบทต่าง ๆ นักเรียนจึงสามารถแก้ไขปัญหได้ตามเงื่อนไขต่าง ๆ
นอกจากนี้ยังพบว่านักเรียนที่ใช้วิธีการที่เหมือนจริง ใช้กระบวนการตรวจสอบเพื่อตรวจสอบความ
สอดคล้องและความไม่สอดคล้องกันในการแก้ปัญหาในบริบทในชีวิตจริง ในขณะที่ผู้ที่ใช้วิธีการที่
ไม่สมจริงใช้เพื่อตรวจสอบการปฏิบัติงาน

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้อง พบว่า การเรียนรู้โดยใช้กระบวนการของแบบจำลองทาง
คณิตศาสตร์สามารถช่วยให้นักเรียนแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบเริ่มจากการวิเคราะห์ปัญหา แปลง
สถานการณ์ปัญหาให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ง่ายต่อการแก้ปัญหา ดำเนินการแก้ปัญหา
และตรวจสอบความถูกต้องเหมาะสมของคำตอบ ซึ่งจะเป็นการช่วยส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหา
ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้เป็นอย่างดี

บทที่ 3

วิธีดำเนินการวิจัย

ในการวิจัยการศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 มีวิธีการดำเนินการ ดังนี้

รูปแบบการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ใช้รูปแบบการวิจัยเชิงปฏิบัติการ (Action research) ตามแนวคิดของ Kemmis (1998, อ้างอิงใน สุวิมล ว่องวานิช, 2557) ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ใน 1 วงจรปฏิบัติการ ดังนี้

1. ขั้นวางแผน (Plan) ผู้วิจัยวิเคราะห์สภาพปัญหาที่เกิดขึ้น ศึกษาเอกสารต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องเพื่อเป็นแนวทางในการแก้ปัญหา และวางแผนการแก้ปัญหา
2. ขั้นปฏิบัติการ (Act) ผู้วิจัยลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ของแต่ละวงจร
3. ขั้นสังเกตการณ์ (Observe) ผู้วิจัยสังเกต บันทึก และวิเคราะห์ข้อมูลที่เกิดขึ้นจากการปฏิบัติในด้านการจัดการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้
4. ขั้นสะท้อนผล (Reflect) ผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์สะท้อนผลจากการสังเกตการจัดการเรียนรู้และนำผลการสะท้อน มาปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ในวงจรต่อไป

ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนของการวิจัยเชิงปฏิบัติการ ทั้งหมด 3 วงจรปฏิบัติการ ได้แก่ วงจรที่ 1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ฟังก์ชันเชิงเส้น วงจรที่ 2 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง กำลังสอง และวงจรที่ 3 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ฟังก์ชันเอกซโพเนนเชียล

ผู้เข้าร่วมวิจัย

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ของโรงเรียนมัธยมขนาดใหญ่แห่งหนึ่งในภาคเหนือตอนล่าง ที่เรียนในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2562 จำนวน 34 คน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ผู้วิจัยแสดงเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยที่สอดคล้องกับจุดประสงค์ของการวิจัยในแต่ละข้อ ดังตาราง 1

ตาราง 1 แสดงจุดประสงค์ของการวิจัยและเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

จุดประสงค์ของการวิจัย	เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
1. เพื่อศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5	แผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ฟังก์ชัน โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 3 แผน รวม 10 คาบ แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้
2. เพื่อศึกษาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์	ใบงาน แบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน เป็นข้อสอบแบบอัตนัย ประเภทเขียนแสดงวิธีทำ จำนวน 3 ข้อ

1. การศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยมีเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ดังนี้

1.1 แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ประกอบไปด้วยแผนการจัดการเรียนรู้ทั้งหมด 3 แผน ใช้เวลาทั้งหมด 10 คาบ เป็นแผนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้กระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ มีขั้นตอนการดำเนินการต่าง ๆ ดังนี้

1.1.1 ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับทักษะการแก้ปัญหาของนักเรียน เพื่อนำไปสร้างแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

1.1.2 ศึกษาเอกสารเกี่ยวกับหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียน ได้แก่ มาตรฐานตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ที่อิงตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐานพุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ดังตารางที่ 3 และคู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์และแนวทางการเขียนแผนการจัดการเรียนรู้

ตาราง 2 แสดงลำดับวงจรปฏิบัติการ แผนการจัดการเรียนรู้ ชื่อแผนการจัดการเรียนรู้ และเวลาที่ใช้ในการจัดกิจกรรม

วงจรปฏิบัติการที่	แผนการจัดการเรียนรู้ที่	ใบงาน	จำนวน (คาบ)
1	1 ฟังก์ชันเชิงเส้น	ค่าคอมมิชชั่น	3
2	2 ฟังก์ชันกำลังสอง	แม่ค้าขายเสื้อ	4
3	3 ฟังก์ชันเอกซโพเนนเชียล	ดอกเบี้ยเงินฝาก	3
รวม			10

ตาราง 3 การวิเคราะห์สาระและมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดของคณิตศาสตร์

สาระและมาตรฐานการเรียนรู้	ตัวชี้วัด	สาระการเรียนรู้
สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้	ค 1.2 ม.5/1 ใช้ฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชันอธิบายสถานการณ์ที่กำหนด	ฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชัน (ฟังก์ชันเชิงเส้น ฟังก์ชันกำลังสอง ฟังก์ชันขั้นบันได ฟังก์ชันเอกซโพเนนเชียล)

1.1.3 ศึกษาแนวคิด ทฤษฎี หลักการเกี่ยวกับกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

1.1.4 จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 3 แผนการจัดการเรียนรู้ โดยใช้เวลาในการจัดการเรียนรู้ทั้งหมด 10 คาบ ดังตารางที่ 2 ซึ่งแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 แต่ละแผนการจัดการเรียนรู้จะมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. มาตรฐานการเรียนรู้
2. ตัวชี้วัด
3. สาระสำคัญ

4. จุดประสงค์การเรียนรู้
5. สาระการเรียนรู้
6. กิจกรรมการเรียนรู้
7. สื่อการเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้
8. การวัดผลและประเมินผล
9. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

1.1.5 นำแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่สร้างขึ้นจำนวน 3 แผนการจัดการเรียนรู้ ให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจเพื่อพิจารณาความถูกต้อง เหมาะสม และนำมาปรับปรุงแก้ไข ตามข้อเสนอแนะ

1.1.6 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ปรับปรุงแก้ไขแล้วเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญ จำนวน 3 ท่าน ประกอบด้วย

ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์/คณิตศาสตร์ศึกษา จำนวน 1 ท่าน

ครูวิทยฐานะชำนาญการพิเศษวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 1 ท่าน

ครูวิทยฐานะชำนาญการพิเศษวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 1 ท่าน

เพื่อประเมินตรวจสอบความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้ ซึ่งแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้นั้นผู้วิจัยใช้แบบประเมินเป็นแบบมาตราส่วนประมาณค่า 5 ระดับ (Rating Scale) ตามแบบ Likert ให้ผู้เชี่ยวชาญลงความเห็นลงในใบประเมิน โดยมีรายละเอียดเทียบเกณฑ์การให้คะแนนดังนี้

เหมาะสมมากที่สุด	ให้คะแนน 5 คะแนน
เหมาะสมมาก	ให้คะแนน 4 คะแนน
เหมาะสมปานกลาง	ให้คะแนน 3 คะแนน
เหมาะสมน้อย	ให้คะแนน 2 คะแนน
เหมาะสมน้อยที่สุด	ให้คะแนน 1 คะแนน

หลังจากนั้นนำผลการประเมินความเหมาะสมของแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้มาคำนวณหาค่าเฉลี่ยและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานในแต่ละรายการ แล้วนำไปเทียบเกณฑ์การแปลความหมาย ดังนี้ (รัตนะ บัวสนธ์, 2556)

ค่าเฉลี่ย 4.50-5.00 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมมากที่สุด

ค่าเฉลี่ย 3.50-4.49 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมมาก

ค่าเฉลี่ย 2.50-3.49 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมปานกลาง
 ค่าเฉลี่ย 1.50-2.49 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมน้อย
 ค่าเฉลี่ย 1.00-1.49 หมายถึง แผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมน้อยที่สุด
 เกณฑ์การตัดสินผลการประเมิน คือ ใช้เกณฑ์ค่าเฉลี่ยไม่ต่ำกว่า 3.50 และส่วน
 เบี่ยงเบนมาตรฐานไม่เกิน 1.00 ถือว่าแผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสม โดยผลการประเมิน
 ความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมทักษะการ
 แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน มีค่าเฉลี่ยโดยรวม เท่ากับ 4.29 และส่วนเบี่ยงเบน
 มาตรฐานโดยรวม เท่ากับ 0.55 ซึ่งแผนการจัดการเรียนรู้มีความเหมาะสมมากและสามารถนำไปใช้
 ได้ ดังตาราง 4

ตาราง 4 แสดงผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้
 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 เรื่อง ฟังก์ชัน จากความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ

รายการประเมิน	ผลการประเมิน		
	ค่าเฉลี่ย	ส่วนเบี่ยงเบน มาตรฐาน	ระดับความเหมาะสม
1. ด้านจุดประสงค์การเรียนรู้	4.44	0.38	เหมาะสมมาก
2. ด้านสาระการเรียนรู้	4.33	0.29	เหมาะสมมาก
3. ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้	4.17	0.58	เหมาะสมมาก
4. ด้านสื่อและแหล่งการเรียนรู้	4.19	0.66	เหมาะสมมาก
5. การวัดผลและประเมินผล	4.56	0.77	เหมาะสมมากที่สุด
ค่าเฉลี่ย	4.29	0.55	เหมาะสมมาก

1.1.7 ปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ ดังนี้

- 1) ปรับสถานการณ์ปัญหาให้สอดคล้องกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้
 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์
- 2) เพิ่มรายละเอียดของกิจกรรมการเรียนรู้

1.1.8 สร้างแผนการจัดการเรียนรู้ฉบับสมบูรณ์เพื่อนำไปใช้ดำเนินการจัดการ
 ศึกษากับนักเรียนต่อไป

1.2 แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้

แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ คือ แบบวิเคราะห์การจัดการเรียนรู้จากการสังเกตของผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการจัดการเรียนรู้ โดยจะวิเคราะห์ในประเด็น 1) การจัดการเรียนรู้สอดคล้องตามกระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อย่างไร 2) ปัญหาหรืออุปสรรคที่พบจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และ 3) แนวทางการปรับปรุงแก้ไขการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัยในวงจรปฏิบัติการถัดไปมีขั้นตอนในการสร้างแบบสะท้อนผลการเรียนรู้ ดังนี้

1.2.1 กำหนดขอบเขตการบันทึกการสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้

1.2.2 สร้างแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้โดยมีลักษณะเป็นแบบเขียนบันทึกประเด็นตามขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ทำเข้าใจสถานการณ์ปัญหา (ส่งเสริมให้นักเรียนทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา ระบุงประเด็นปัญหา กำหนดตัวแปรและความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรจากสถานการณ์ปัญหา)

ขั้นตอนที่ 2 สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (ส่งเสริมให้นักเรียนสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ แสดงตัวแปรแต่ละตัวด้วยสัญลักษณ์ที่เหมาะสม เขียนความสัมพันธ์และสมการของตัวแปรในใจทथให้อยู่ในรูปของฟังก์ชัน)

ขั้นตอนที่ 3 หาผลลัพธ์ของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (ส่งเสริมให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหา ดำเนินการทางคณิตศาสตร์โดยใช้หลักการทางคณิตศาสตร์ แล้วแสดงวิธีการหาผลลัพธ์ตามลำดับความคิด)

ขั้นตอนที่ 4 แปลความหมายของผลลัพธ์ (ส่งเสริมให้นักเรียนตรวจสอบความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์ โดยอธิบายแปลความได้สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหา)

ขั้นตอนที่ 5 ตรวจสอบผลลัพธ์กับข้อมูลจริง (ส่งเสริมให้นักเรียนมีการตรวจสอบความถูกต้องของผลลัพธ์โดยการมอ้ย้อนกลับเพื่อตรวจสอบความถูกต้องของกระบวนการ)

1.2.3 นำแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาการศึกษา ค้นคว้าอิสระ

1.2.4 ปรับปรุงแก้ไขแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาการค้นคว้าอิสระ ดังนี้ ประเด็นการเขียนบันทึกในแต่ละขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1.2.5 จัดทำแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ฉบับสมบูรณ์

1.2.6 นำแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ไปใช้บันทึกข้อมูลจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้

2. การศึกษาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ โดยมีเครื่องมือดังนี้

2.1 ใบงาน

สถานการณ์สำหรับให้นักเรียนแก้ปัญหาจากสถานการณ์ ซึ่งมีคำถามแต่ข้อในลักษณะของการดำเนินตามกระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ โดยใบงานมีขั้นตอนในการสร้าง ดังนี้

2.1.1 ศึกษาค้นคว้าเอกสารและตำราที่เกี่ยวข้องกับเนื้อหาเรื่อง ฟังก์ชัน เพื่อออกแบบใบงานให้เป็นไปตามกระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับวิเคราะห์ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน จากนั้นทำการวิเคราะห์และสังเคราะห์เพื่อสร้างเป็นกรอบแนวคิดซึ่งนำไปสู่โจทย์ปัญหาสถานการณ์

2.1.2 สร้างใบงาน โดยใบงานจะประกอบด้วยโจทย์สถานการณ์ปัญหา แล้วมีข้อย่อยให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหา 6 ข้อย่อยซึ่งสอดคล้องกับกระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ทำเข้าใจสถานการณ์ปัญหา

ข้อที่ 1 จากสถานการณ์ข้างต้นนักเรียนคิดว่าอะไรคือปัญหาของสถานการณ์นั้นนำไปหาคำตอบได้

ข้อที่ 2 จากปัญหาที่ข้อที่ 1 ให้นักเรียนทำการกำหนดตัวแปรและเขียนข้อมูลตัวเลขที่คิดว่าจะสามารถ

ขั้นตอนที่ 2 สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

ข้อที่ 3 ให้นักเรียนสร้างความสัมพันธ์จากตัวแปรและข้อมูลที่มีเพื่อนำไปหาคำตอบของปัญหา

ขั้นตอนที่ 3 หาผลลัพธ์ของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

ข้อที่ 4 ให้นักเรียนนำความสัมพันธ์ที่ได้จากข้อ 3) มาหาคำตอบของปัญหา

ขั้นตอนที่ 4 แปลความหมายของผลลัพธ์

ข้อที่ 5 ให้นักเรียนแปลความหมายของคำตอบในข้อ 4) ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์ปัญหา

ขั้นตอนที่ 5 ตรวจสอบผลลัพธ์กับข้อมูลจริง

ข้อที่ 6 ให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบที่ได้กับสถานการณ์ที่กำหนดให้

2.1.3 นำใบงานเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาการศึกษาชั้นคว่ำอิสระ

2.1.4 ปรับปรุงแก้ไขใบงานตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาการศึกษาชั้นคว่ำอิสระ ดังนี้

1) ปรับข้อความในใบงานให้มีความชัดเจนมากยิ่งขึ้น

2) ปรับข้อความในแต่ละข้อให้สื่อถึงองค์ประกอบย่อยของทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.4.5 นำใบงานไปใช้ควบคู่กับแผนการจัดการเรียนรู้และวิเคราะห์ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในแต่ละวงจรปฏิบัติการ

2.2 แบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

แบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นข้อสอบแบบอัตนัย ประเภทเขียนแสดงวิธีทำ จำนวน 3 ข้อ ให้มีความสอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ และมีขั้นตอนในการสร้างแบบวัดแนวความคิดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

2.2.1 ศึกษาเอกสารและวิเคราะห์ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เพื่อกำหนดจุดมุ่งหมายในการสร้างแบบวัดแนวความคิดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับ เรื่อง ฟังก์ชัน

2.2.2 ศึกษาวิธีการสร้างแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง แล้วกำหนดแนวทางในการสร้างสถานการณ์ในแบบวัดแนวความคิดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.2.3 สร้างแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน เรื่อง ฟังก์ชัน โดยใช้เกณฑ์การประเมินและเกณฑ์การให้คะแนนเช่นเดียวกับใบงาน ลักษณะของแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะเป็นลักษณะให้นักเรียนได้แสดงความสามารถของนักเรียนในการแก้ปัญหาจากสถานการณ์ต่าง ๆ ซึ่งประเมินตามพฤติกรรมแสดงถึงการแก้ปัญหาดังนี้

1) ทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา

2) สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

3) ดำเนินการแก้ปัญหา

4) ตรวจสอบความถูกต้อง

2.2.4 นำแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเสนอต่อผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน ประกอบด้วย

ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์/คณิตศาสตร์ศึกษา จำนวน 1 ท่าน

ครูวิทยฐานะชำนาญการพิเศษวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 1 ท่าน

ครูวิทยฐานะชำนาญการพิเศษวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 1 ท่าน

เพื่อประเมินความตรงเชิงเนื้อหา (Content Validity) โดยวิเคราะห์หาค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of Congruence: IOC) ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญที่มีต่อข้อคำถามแต่ละข้อ โดยใช้เกณฑ์การพิจารณา ดังนี้ (ไพศาล วรคำ, 2552)

คะแนน +1 ถ้าเห็นด้วยว่าแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

คะแนน 0 ถ้าไม่แน่ใจว่าแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

คะแนน -1 ถ้าไม่เห็นด้วยว่าแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้

พิจารณาข้อคำถามที่มีค่า IOC ตั้งแต่ 0.6 ขึ้นไปมาสร้างแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จำนวน 3 ข้อ โดยผลการประเมินความตรงเชิงเนื้อหาของแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พบว่า มีค่า IOC เท่ากับ 1.00 ทุกข้อ ซึ่งสามารถนำไปใช้ได้ ผลการประเมินความตรงเชิงเนื้อหาของแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แสดงในภาคผนวก ค

2.2.5 ปรับปรุงแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามข้อเสนอแนะของผู้เชี่ยวชาญ คือ ปรับข้อคำถามให้มีความชัดเจนและสามารถทำให้นักเรียนแสดงทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกมา

2.2.6 นำแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไปใช้วิเคราะห์ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากการเขียนตอบและการแสดงวิธีคิดในการแก้ปัญหาของนักเรียนเป็นรายบุคคล โดยใช้ระยะเวลาในการทำแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นเวลา 50 นาที

การเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการเก็บข้อมูลจากการจัดการเรียนรู้โดยมีขั้นตอนการดำเนินการ ดังนี้

1. แจกเกี่ยวกับวัตถุประสงค์ และข้อตกลงเบื้องต้นในการจัดการเรียนรู้ที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 แก่ผู้เข้าร่วมวิจัย เตรียมเครื่องมือวิจัย
2. ดำเนินการจัดการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ฟังก์ชัน โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในช่วงมอกติของโรงเรียน โดยใช้เวลาในการจัดการเรียนรู้ทั้งหมด 10 คาบ

3. ในระหว่างทำกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนแต่ละคนจะได้ทำใบงานการแก้ปัญหาจากสถานการณ์ ในขณะที่ผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการจัดการเรียนรู้ ซึ่งเป็นครูผู้รับผิดชอบรายวิชาจะสังเกตและจดบันทึกการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ลงในแบบสะท้อนผลการจัดการเรียน

4. เมื่อนักเรียนทำใบงานเรียบร้อยแล้ว ผู้วิจัยจะตรวจใบงานของนักเรียนแต่ละคนลงในแบบประเมินใบงาน ตามเกณฑ์ ดังตาราง 5

5. หลังการจัดการเรียนรู้แต่ละวงจรผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการจัดการเรียนรู้ ซึ่งเป็นครูผู้สอนรายวิชาคณิตศาสตร์ทำแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ เพื่อนำผลที่ได้ไปปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ในครั้งต่อไป

6. หลังเสร็จสิ้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้ง 3 แผนการจัดการเรียนรู้หรือ 3 วงจรปฏิบัติการ ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นรายบุคคล โดยใช้เวลาในการทดสอบ 1 ชั่วโมง และตรวจจำแนกระดับความสามารถตามเกณฑ์ ดังตาราง 5 และผู้วิจัยจำแนกระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยรวมตามเกณฑ์ ดังตาราง 6

ตาราง 5 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนใบงานและแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

เกณฑ์การจำแนกระดับความสามารถด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา	
ระดับ	เกณฑ์การจำแนกระดับความสามารถ
ดีเยี่ยม (3)	นักเรียนระบุประเด็นปัญหา กำหนดตัวแปรและความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร มีอะไรบ้างที่เกี่ยวข้องกับปัญหา กำหนดข้อมูลต่าง ๆ ในรูปตัวแปรและเขียนความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรได้ครบถ้วนสมบูรณ์และถูกต้องสอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหา
ดี (2)	นักเรียนระบุประเด็นปัญหาแค่บางปัญหาจากสถานการณ์ นักเรียนกำหนดตัวแปรและความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร มีอะไรบ้างที่เกี่ยวข้องกับปัญหา กำหนดข้อมูลต่าง ๆ ในรูปตัวแปรและเขียนความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรได้และถูกต้องสอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหา
พอใช้ (1)	นักเรียนไม่ระบุประเด็นปัญหา แต่มีการกำหนดตัวแปรและความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร มีอะไรบ้างที่เกี่ยวข้องกับปัญหา กำหนดข้อมูลต่าง ๆ ในรูปตัวแปรและเขียนความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรได้และถูกต้องสอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหา

ตาราง 5 (ต่อ)

เกณฑ์การจำแนกระดับความสามารถด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา	
ระดับ	เกณฑ์การจำแนกระดับความสามารถ
ปรับปรุง (0)	นักเรียนไม่ระบุประเด็นปัญหา แต่มีการกำหนดตัวแปรและความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร มีอะไรบางอย่างที่เกี่ยวข้องกับปัญหา กำหนดข้อมูลต่าง ๆ ในรูปตัวแปรและเขียนความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรไม่ถูกต้อง
เกณฑ์การจำแนกระดับความสามารถด้านสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์	
ระดับ	เกณฑ์การจำแนกระดับความสามารถ
ดีเยี่ยม (3)	นักเรียนสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จากปัญหาที่ได้วิเคราะห์ แสดงตัวแปรแต่ละตัวด้วยสัญลักษณ์ที่เหมาะสมพร้อมทั้งกำหนดหน่วย เขียนความสัมพันธ์และสมการของตัวแปรในโจทย์ให้อยู่ในรูปของฟังก์ชัน (ฟังก์ชันเชิงเส้น ฟังก์ชันกำลังสอง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ฟังก์ชันขั้นบันได) ได้ถูกต้องสอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาและสามารถนำไปใช้หาคำตอบของสถานการณ์ได้
ดี (2)	นักเรียนสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จากปัญหาที่ได้วิเคราะห์ แสดงตัวแปรแต่ละตัวด้วยสัญลักษณ์ที่เหมาะสมพร้อมทั้งกำหนดหน่วย เขียนความสัมพันธ์และสมการของตัวแปรในโจทย์ให้อยู่ในรูปของฟังก์ชัน (ฟังก์ชันเชิงเส้น ฟังก์ชันกำลังสอง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ฟังก์ชันขั้นบันได) ได้เพียงบางส่วนและสามารถนำไปใช้หาคำตอบของสถานการณ์ได้
พอใช้ (1)	นักเรียนสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จากปัญหาที่ได้วิเคราะห์ แสดงตัวแปรแต่ละตัวด้วยสัญลักษณ์ที่เหมาะสมพร้อมทั้งกำหนดหน่วย เขียนความสัมพันธ์และสมการของตัวแปรในโจทย์ให้อยู่ในรูปของฟังก์ชัน (ฟังก์ชันเชิงเส้น ฟังก์ชันกำลังสอง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ฟังก์ชันขั้นบันได) ได้ไม่ถูกต้องและไม่สามารถนำไปใช้หาคำตอบของสถานการณ์ได้
ปรับปรุง (0)	นักเรียนไม่สามารถสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จากปัญหา และไม่แสดงตัวแปรแต่ละตัวด้วยสัญลักษณ์ที่เหมาะสมพร้อมทั้งกำหนดหน่วย ไม่เขียนความสัมพันธ์และสมการของตัวแปรในโจทย์ให้อยู่ในรูปของฟังก์ชัน (ฟังก์ชันเชิงเส้น ฟังก์ชันกำลังสอง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ฟังก์ชันขั้นบันได)

ตาราง 5 (ต่อ)

เกณฑ์การจำแนกระดับความสามารถด้านการดำเนินการแก้ปัญหา	
ระดับ	เกณฑ์การจำแนกระดับความสามารถ
ดีเยี่ยม (3)	นักเรียนดำเนินการทางคณิตศาสตร์โดยใช้หลักการทางคณิตศาสตร์หาผลลัพธ์จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และเขียนแสดงวิธีการหาผลลัพธ์ตามลำดับความคิดนั้นได้ถูกต้องตามหลักการทางคณิตศาสตร์ และได้ผลลัพธ์ที่ถูกต้อง
ดี (2)	นักเรียนดำเนินการทางคณิตศาสตร์โดยใช้หลักการทางคณิตศาสตร์หาผลลัพธ์จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และเขียนแสดงวิธีการหาผลลัพธ์ตามลำดับความคิดนั้นได้ถูกต้องตามหลักการทางคณิตศาสตร์ แต่ผลลัพธ์ไม่ถูกต้อง
พอใช้ (1)	นักเรียนดำเนินการทางคณิตศาสตร์โดยใช้หลักการทางคณิตศาสตร์หาผลลัพธ์จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และเขียนแสดงวิธีการหาผลลัพธ์ตามลำดับความคิดนั้นตามหลักการทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องบางส่วน และผลลัพธ์ไม่ถูกต้อง
ปรับปรุง (0)	นักเรียนไม่สามารถดำเนินการทางคณิตศาสตร์โดยใช้หลักการทางคณิตศาสตร์หาผลลัพธ์จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และเขียนแสดงวิธีการหาผลลัพธ์ตามลำดับความคิดนั้นได้ถูกต้องตามหลักการทางคณิตศาสตร์ได้ และผลลัพธ์ไม่ถูกต้อง
เกณฑ์การจำแนกระดับความสามารถด้านการตรวจสอบความถูกต้อง	
ระดับ	เกณฑ์การจำแนกระดับความสามารถ
ดีเยี่ยม (3)	นักเรียนมีการตรวจสอบความถูกต้องของผลลัพธ์ โดยการมองย้อนกลับเพื่อตรวจสอบความถูกต้องของกระบวนการ และตรวจสอบความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์ โดยการอธิบายแปลความได้สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหา ได้ครบทุกประเด็นปัญหา
ดี (2)	นักเรียนมีการตรวจสอบความถูกต้องของผลลัพธ์ โดยการมองย้อนกลับเพื่อตรวจสอบความถูกต้องของกระบวนการ และตรวจสอบความสมเหตุสมผลของ

ตาราง 5 (ต่อ)

เกณฑ์การจำแนกระดับความสามารถด้านการตรวจสอบความถูกต้อง	
ระดับ	เกณฑ์การจำแนกระดับความสามารถ
	ผลลัพธ์ โดยการอธิบายแปลความได้สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหา ได้เพียงบางประเด็นปัญหา
พอใช้ (1)	นักเรียนมีการตรวจสอบความถูกต้องของผลลัพธ์ โดยการมองย้อนกลับเพื่อตรวจสอบความถูกต้องของกระบวนการ
ปรับปรุง (0)	นักเรียนไม่มีการตรวจคำตอบ

ตาราง 6 เกณฑ์ระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยรวม

ช่วงคะแนน	ระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
10 – 12	ดีเยี่ยม
7 – 9	ดี
4 – 6	ปรับปรุง
0 – 3	พอใช้

7. นำผลที่ได้จากการเก็บรวบรวมข้อมูลทั้งหมดไปทำการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิเคราะห์ข้อมูล

1. การศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยมีการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ ซึ่งเป็นข้อมูลเชิงคุณภาพและเป็นข้อมูลที่ได้จากผู้วิจัย ผู้ร่วมสังเกตการณ์จัดการเรียนรู้ซึ่งเป็นครูรายวิชาคณิตศาสตร์ ผู้เข้าร่วมวิจัย โดยใช้การวิเคราะห์เชิงเนื้อหา (Content Analysis) เมื่อสิ้นสุดการจัดการเรียนรู้ในแต่ละวงจรปฏิบัติการ และวิเคราะห์ภาพรวมทั้งหมดอีกครั้ง เมื่อดำเนินการจัดการเรียนรู้เสร็จสิ้น มีรายละเอียดการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1.1 การจัดระเบียบข้อมูลเพื่อทำการวิเคราะห์และตีความ

1.2 การจัดระเบียบเนื้อหาของข้อมูลตามประเด็นที่ผู้วิจัยต้องการวิเคราะห์ ได้แก่

1) การจัดการเรียนรู้สอดคล้องตามกระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และส่งเสริมทักษะ

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชันอย่างไร 2) ปัญหาหรืออุปสรรคที่พบจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และ 3) แนวทางการปรับปรุงแก้ไขปัญหาสำหรับการจัดการเรียนรู้ในครั้งต่อไป โดยประเด็นเหล่านี้จะมีผลต่อการปรับปรุงและพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้

1.3 การแสดงข้อมูล เป็นการนำข้อมูลที่มีรหัสเดียวกันมาจัดกลุ่มให้เป็นหมวดหมู่เพื่อสะดวกต่อการวิเคราะห์และอภิปรายผล โดยข้อมูลที่ผู้วิจัยจัดกลุ่มนั้น ทั้งหมด 3 กลุ่ม ได้แก่ การจัดการเรียนรู้ตามกระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ปัญหาหรืออุปสรรคที่พบจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ แนวทางการปรับปรุงแก้ไขปัญหาสำหรับการจัดการเรียนรู้ในครั้งต่อไป

2. ศึกษาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชันของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ โดยมีกรวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

ผู้วิจัยนำใบงานและแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ทดสอบหลังกิจกรรมการเรียนรู้ ของผู้เข้าร่วมวิจัยแต่ละคนมาวิเคราะห์โดยดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

2.1 ข้อมูลที่ได้จากใบงานในแต่ละกิจกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนแต่ละคน โดยเก็บข้อมูลจากการให้นักเรียนแต่ละคนทำใบงานในระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และข้อมูลที่ได้จากแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยผู้วิจัยเก็บข้อมูลเมื่อเสร็จสิ้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครบทั้ง 3 วงจรปฏิบัติการ มีขั้นตอนการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

2.2 ผู้วิจัยทำการตรวจคำตอบและวิธีคิดของนักเรียนในแต่ละข้อ

2.3 ผู้วิจัยทำการวิเคราะห์ด้วยเกณฑ์การให้คะแนนแบบแยกประเด็น (Analytic Scoring) ตามเกณฑ์ระดับความสามารถ (ดังตาราง 5) จากการตอบใบงานและจากการตอบแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ตามพฤติกรรมที่แสดงถึงการทักษะแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้ 1) ทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา 2) สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ 3) ดำเนินการแก้ปัญหา 4) ตรวจสอบความถูกต้อง ตามลำดับ

2.4 ผู้วิจัยทำการวิเคราะห์ระดับของทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในภาพรวม โดย ใช้ผลรวมของใบงานและแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เทียบกับเกณฑ์ระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยรวม (ตาราง 6)

บทที่ 4

ผลการวิจัย

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลการศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 แบ่งออกเป็น 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ตอนที่ 2 ผลการศึกษาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

ตอนที่ 1 ผลการศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ผู้วิจัยใช้รูปแบบการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน ซึ่งเป็นวิจัยเชิงคุณภาพและดำเนินการตามแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ทั้งหมด 3 แผนการจัดการเรียนรู้ แผนละหนึ่งวงจรปฏิบัติการ รวมทั้งหมด 3 วงจรปฏิบัติการ แต่ละวงจรปฏิบัติการประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้น วางแผน (Plan) ขั้นปฏิบัติการ (Act) ขั้นสังเกตการณ์ (Observe) และขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ (Reflect) โดยจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้งหมด 10 คาบ สำหรับแต่ละวงจรปฏิบัติการ มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

วงจรปฏิบัติการที่ 1 เรื่อง ฟังก์ชันเชิงเส้น จำนวน 3 คาบ

1. ขั้นวางแผน (Plan)

การเตรียมแผนการจัดการเรียนรู้

ผู้วิจัยจัดการเรียนรู้ตามหลักสูตรของโรงเรียน ช่วงปลายภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2562 รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน หน่วยการเรียนรู้ เรื่อง ฟังก์ชัน ประกอบด้วย 4 หัวข้อย่อย ได้แก่ ฟังก์ชันเชิงเส้น ฟังก์ชันกำลังสอง ฟังก์ชันเอกซโพเนนเชียล และฟังก์ชันขั้นบันได โดยในช่วงต้นภาคเรียนผู้วิจัยได้ดำเนินการวางแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์และรูปแบบวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน ทั้งหมด 3 แผนการจัดการเรียนรู้ ได้แก่ แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

เรื่อง ฟังก์ชันเชิงเส้น จำนวน 3 คาบ (ใบงานที่ 1 ค่าคอมมิชชั่น) แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง ฟังก์ชันกำลังสอง จำนวน 4 คาบ (ใบงานที่ 2 แม่ค้าขายเสื้อ) และแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ฟังก์ชันเอกซโพเนนเชียล จำนวน 3 คาบ (ใบงานที่ 3 ดอกเบี๋ยเงินฝาก) โดยแต่ละใบงานจะประกอบด้วยข้อคำถาม 6 ข้อ ได้แก่ 1) จากสถานการณ์ข้างต้นนักเรียนคิดว่าอะไรคือปัญหาของสถานการณ์นั้น 2) จากปัญหาที่ข้อที่ 1 ให้นักเรียนทำการกำหนดตัวแปรและเขียนข้อมูลตัวเลขที่คิดว่าจะสามารถนำไปหาคำตอบได้ 3) ให้นักเรียนสร้างความสัมพันธ์จากตัวแปรและข้อมูลที่มี เพื่อนำไปหาคำตอบของปัญหา 4) ให้นักเรียนนำความสัมพันธ์ที่ได้จากข้อ 3) มาหาคำตอบของปัญหา 5) ให้นักเรียนแปลความหมายของคำตอบในข้อ 4) ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์ปัญหา 6) ให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบที่ได้กับสถานการณ์ที่กำหนดให้ ซึ่งจะสอดคล้องกับขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ 5 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ทำเข้าใจสถานการณ์ปัญหา (ข้อคำถามที่ 1) และ (ข้อคำถามที่ 2)

ขั้นตอนที่ 2 สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (ข้อคำถามที่ 3)

ขั้นตอนที่ 3 หาผลลัพธ์ของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (ข้อคำถามที่ 4)

ขั้นตอนที่ 4 แปลความหมายของผลลัพธ์ (ข้อคำถามที่ 5)

ขั้นตอนที่ 5 ตรวจสอบผลลัพธ์กับข้อมูลจริง (ข้อคำถามที่ 6)

โดยแต่ละใบงานมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ฟังก์ชันเชิงเส้น จำนวน 3 คาบ (ใบงานที่ 1 ค่าคอมมิชชั่น) เป็นใบงานที่ให้นักเรียนแต่ละคนจะต้องศึกษาสถานการณ์ปัญหาค่าคอมมิชชั่น หาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดให้เพื่อเขียนฟังก์ชันแสดงรายได้ใน 1 ปีจากการขายสินค้า หาผลลัพธ์จะฟังก์ชันที่ได้ แปลความจากฟังก์ชันพร้อมตรวจสอบผลลัพธ์ที่ได้

2. แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง ฟังก์ชันกำลังสอง จำนวน 4 คาบ (ใบงานที่ 2 แม่ค้าขายเสื้อ) เป็นใบงานที่ให้นักเรียนแต่ละคนจะต้องศึกษาสถานการณ์ปัญหาแม่ค้าขายเสื้อ สร้างสัมพันธ์ของราคาเสื้อกับจำนวนเสื้อที่ขายได้จากเงื่อนไขที่กำหนดให้ เขียนฟังก์ชันแสดงรายได้จากการขายเสื้อใน 1 วัน เพื่อหาราคาเสื้อที่จะทำให้ขายได้รายได้สูงสุด

3. แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ฟังก์ชันเอกซโพเนนเชียล จำนวน 3 คาบ (ใบงานที่ 3 ดอกเบี๋ยเงินฝาก) เป็นใบงานที่ให้นักเรียนแต่ละคนจะต้องศึกษาสถานการณ์ปัญหาดอกเบี๋ยเงินฝาก คำนวณหาเงินฝากรวมเมื่อสิ้นปีจากยอดเงินต้นและอัตราดอกเบี้ยที่กำหนดให้ เพื่อสร้างฟังก์ชันแสดงยอดเงินรวมจากการฝากเงินไว้กับธนาคารโดยธนาคารคิดดอกเบี้ยแบบทบต้น

2. ชั้นปฏิบัติการ (Act)

เป็นการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชันเชิงเส้น (ใบงานที่ 1 ค่าคอมมิชชั่น) เวลา 3 คาบ โดยใน 2 คาบแรกผู้วิจัยจะสอนเนื้อหาพื้นฐานเกี่ยวกับฟังก์ชันเชิงเส้นให้กับนักเรียนก่อน จากนั้นในคาบที่ 3 ผู้วิจัยจะแจกใบงานที่ 1 ค่าคอมมิชชั่น ให้นักเรียนแต่ละคน ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ซึ่งมีรายละเอียดของแต่ละขั้นตอนดังต่อไปนี้

2.1 ขั้นตอนที่ 1 ทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา

ผู้วิจัยให้นักเรียนอ่านสถานการณ์ปัญหาจากใบงาน และเขียนปัญหาหรือข้อคำถามจากสถานการณ์เป็นข้อ ๆ ลงในคำถามข้อที่ 1 ของใบงาน จากนั้นผู้วิจัยตั้งคำถามว่า “จากสถานการณ์ข้างต้นกำหนดอะไรมาให้บ้าง” และ “เราควรกำหนดตัวแปรอะไรบ้างเพื่อนำมาหาคำตอบ” เพื่อนำให้นักเรียนตอบคำถามในข้อที่ 2 ของใบงาน

2.2 ขั้นตอนที่ 2 สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยให้นักเรียนตอบคำถามในข้อที่ 3 โดยผู้วิจัยแนะนำให้นักเรียนสร้างฟังก์ชันระหว่างรายได้กับยอดขายสินค้าจากข้อมูลค่าคอมมิชชั่นของสินค้าแต่ละประเภทโดยนักเรียนจะต้องเลือกสินค้าที่ขายใน 1 ปีอย่างน้อย 3 ประเภท ซึ่งนักเรียนแต่ละคนอาจจะเขียนฟังก์ชันได้แตกต่างกันตามสินค้าที่นักเรียนเลือก

2.3 ขั้นตอนที่ 3 หาผลลัพธ์ของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยให้นักเรียนตอบคำถามในข้อที่ 4 โดยให้นักเรียนนำฟังก์ชันในข้อที่ 3 คำนวณหารายได้จากยอดขายสินค้าใน 1 ปี โดยใช้โปรแกรม Excel ซึ่งนักเรียนจะต้องนำฟังก์ชันที่สร้างขึ้นมาพิมพ์เป็นสูตรคำนวณเพื่อความรวดเร็วในการคำนวณ และเขียนตารางแสดงผลการคำนวณในคำถามข้อที่ 4

2.4 ขั้นตอนที่ 4 แปลความหมายของผลลัพธ์

ผู้วิจัยให้นักเรียนตอบคำถามในข้อที่ 5 โดยครูแนะนำให้นักเรียนตอบคำถามจากสถานการณ์ โดยเขียนอธิบายฟังก์ชัน ระบุตัวแปร จากตารางแสดงผลการคำนวณในข้อที่ 4 ที่นักเรียนกำหนดขึ้น และอธิบายค่าต่าง ๆ ในตารางแสดงผล

2.5 ขั้นตอนที่ 5 ตรวจสอบผลลัพธ์กับข้อมูลจริง

ผู้วิจัยให้นักเรียนตอบคำถามในข้อที่ 6 โดยการตรวจคำตอบจากการคำนวณในข้อที่ 4 โดยการยกตัวอย่างการแทนค่ายอดขายอย่างน้อยหนึ่งค่าในฟังก์ชันของนักเรียน และเขียนแสดงวิธีการคำนวณ

3. ชั้นสังเกตการณ์ (Observe)

ผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์จัดการเรียนรู้ร่วมกันสังเกตพฤติกรรมนักเรียนขณะทำกิจกรรมและเขียนบันทึกผลลงในแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้มีผลการสังเกตดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา

ในขั้นตอนนี้หลังจากที่นักเรียนได้รับใบงานและศึกษาสถานการณ์ปัญหาแล้วนักเรียนส่วนใหญ่สามารถเขียนปัญหาของสถานการณ์ได้ 2 ข้อ และเขียนข้อมูลที่สามารถใช้ในการหาคำตอบของปัญหาในคำถามข้อที่ 1 และนักเรียนสามารถกำหนดตัวแปรที่เพื่อใช้ในการเขียนฟังก์ชันได้ ผู้วิจัยยังเห็นว่านักเรียนบางส่วนยังเขียนข้อมูลและเขียนสัมพัทธ์จากข้อมูลไม่ครบสมบูรณ์ ในกระบวนการนี้สามารถส่งเสริมให้นักเรียนคิดแก้ปัญหาจากจุดเริ่มต้นคือปัญหาและข้อมูลที่มีจากสถานการณ์ แล้วกำหนดตัวแปรที่เกี่ยวข้องเพื่อหาคำตอบของสถานการณ์ต่อไป และการสังเกตของผู้ร่วมสังเกต พบว่านักเรียนมีความสับสนในกระบวนการนี้ เนื่องจากผู้วิจัยไม่ได้อธิบายขั้นตอนในการทำกิจกรรมก่อนการเริ่มกิจกรรมจนทำให้นักเรียนบางส่วนไม่กระตือรือร้นในการทำกิจกรรม และนักเรียนบางคนยังไม่เข้าใจเกี่ยวกับค่าคอมมิชชันมาก่อน ซึ่งอาจจะส่งผลทำให้นักเรียนไม่ได้รับการส่งเสริมในการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาให้เชื่อมโยงกับคณิตศาสตร์ได้

ขั้นตอนที่ 2 สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

ในขั้นตอนนี้ผู้วิจัยให้นักเรียนตอบคำถามในข้อที่ 3 นักเรียนสร้างความสัมพันธ์ระหว่างรายได้กับยอดขายสินค้าแต่ละประเภท โดยนักเรียนเลือกสินค้าอย่างน้อยสามประเภท และเขียนฟังก์ชันแสดงรายได้รวมจากยอดขายสินค้าทั้งหมดใน 1 ปี ซึ่งผู้วิจัยสังเกตเห็นว่า นักเรียนแต่ละคนเลือกสินค้าที่แตกต่างกัน และเลือกขายสินค้าในแต่ละเดือนแตกต่างกัน ซึ่งทำให้นักเรียนบางคนได้ฟังก์ชันแสดงรายได้รวมจากยอดขายสินค้าทั้งหมดใน 1 ปีที่แตกต่างกัน ทำให้นักเรียนได้รับการส่งเสริมการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยยังพบว่านักเรียนบางคนยังสับสนเงื่อนไขของสถานการณ์ เช่น ต้องทดลองสินค้าอย่างน้อย 3 ประเภท ใน 3 เดือนแรกจะได้เฉพาะค่าคอมมิชชันจากการขายสินค้าเท่านั้น หลังจะหันทดลองงาน 3 เดือนจะได้เงินเดือนประจำ 6,000 เดือน ซึ่งทำให้นักเรียนได้ฟังก์ชันแสดงรายได้กับยอดขายสินค้าใน 1 ปี ที่ไม่ถูกต้อง ทั้งนี้มาจากการที่นักเรียนเขียนข้อมูลจากสถานการณ์ในคำถามที่ 2 ไม่ครบถ้วน ผู้วิจัยจึงควรมีคำถามเพื่อนำนักเรียนในจุดนี้

ขั้นตอนที่ 3 หาผลลัพธ์ของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

ในขั้นตอนนี้ให้นักเรียนตอบคำถามในข้อที่ 4 โดยนักเรียนแทนค่ายอดขายตั้งแต่ 100,000 บาท และเพิ่มขึ้นทีละ 5,000 บาท โดยใช้โปรแกรม Excel ช่วยในการคำนวณ และเขียนตารางแสดงผลการคำนวณ ซึ่งผู้วิจัยสังเกตเห็นว่า ในการใช้โปรแกรม Excel ช่วยในการคำนวณจะ

ทำให้นักเรียนเห็นว่าการทำสถานการณ์ปัญหาบางอย่างเป็นฟังก์ชันจะช่วยให้คำนวณได้ง่ายขึ้น และทำให้เห็นภาพของรายได้จากการขายสินค้าใน 1 ปีชัดเจนและรวดเร็ว และผู้ร่วมสังเกต พบว่า ยังมีนักเรียนบางส่วนที่ยังขาดทักษะการใช้โปรแกรม Excel ซึ่งผู้วิจัยต้องคอยแนะนำหรือทบทวน การใช้โปรแกรม Excel มาก่อนเพื่อไม่ให้เสียเวลา

ขั้นตอนที่ 4 แปลความหมายของผลลัพธ์

ในขั้นตอนนี้ นักเรียนตอบคำถามในข้อที่ 5 ของใบงานที่ 1 ซึ่งผู้วิจัยสังเกตเห็นว่า นักเรียนมีความสับสนว่าคำถามต้องการให้เขียนอะไร และเกิดคำถามว่าจากข้อที่ก็ได้คำตอบของ ปัญหาแล้ว คำถามในข้อที่ 5 ต้องการให้เขียนอะไร ผู้วิจัยได้อธิบายให้นักเรียนเขียนอธิบาย ความสัมพันธ์ของฟังก์ชันที่นักเรียนสร้างขึ้นหรือ ระบุตัวแปร จากข้อที่ 4 เพื่อความชัดเจนและให้ ผู้อื่นเข้าใจฟังก์ชันที่นักเรียนสร้างขึ้นด้วย

ขั้นตอนที่ 5 ตรวจสอบผลลัพธ์กับข้อมูลจริง

ในขั้นตอนนี้ผู้วิจัยให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบจากฟังก์ชันด้วยการคำนวณเองอีกครั้งหนึ่งเพื่อเป็นตรวจสอบกับการคำนวณจากโปรแกรม Excel เพราะในบางครั้งนักเรียนอาจจะ สร้างสูตรการคำนวณในโปรแกรม Excel ไม่ถูกต้องก็ได้ ซึ่งผู้วิจัยสังเกตเห็นว่า นักเรียนมีข้อสงสัย ว่าทำไมต้องตรวจสอบอีกครั้ง ซึ่งผู้วิจัยได้อธิบายว่าในบางครั้งการคำนวณอาจเกิดข้อผิดพลาดได้ ดังนั้นเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้องเราจึงควรตรวจสอบคำตอบที่ได้ทุกครั้ง นักเรียนจึงได้ลองแทนค่า ยอดขายสินค้าในฟังก์ชันของรายได้กับยอดขายสินค้าใน 1 ปีของตนเองเพื่อตรวจสอบกับค่าที่ได้ จากโปรแกรม ผู้ร่วมสังเกต พบว่าในแต่ละขั้นตอนผู้วิจัยควรกำหนดเวลาให้ในการปฏิบัติให้กับ นักเรียน เพื่อไม่ให้เกิดการจัดการเรียนรู้มีความเบื่อหน่ายจนเกินไป

4. ขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ (Reflect)

ในขั้นตอนนี้เป็นการนำข้อมูลที่ได้จากขั้นการสังเกตการณ์เพื่อนำมาวิเคราะห์หา ประเด็นปัญหาที่พบในชั้นเรียนและแนวทางปรับปรุงแก้ไขในวงจรปฏิบัติการวงจรต่อไป ซึ่งข้อมูลที่ นำมาวิเคราะห์เพื่อหาแนวทางการปรับปรุงแก้ไข คือ แบบสะท้อนความคิดของผู้วิจัยและของผู้ร่วม สังเกตการจัดการเรียนรู้ ซึ่งผลการสะท้อนแสดงดังแสดงในตาราง 7

ตาราง 7 สรุปประเด็นปัญหาที่พบในชั้นเรียนและแนวทางปรับปรุงในแต่ละขั้นตอน ใน
การจัดการเรียนรู้ของวงจรปฏิบัติการที่ 1

ขั้นตอนที่	ประเด็นปัญหาที่พบในชั้นเรียน	แนวทางการปรับปรุง
ทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา	<ul style="list-style-type: none"> - นักเรียนมีความสับสนและไม่เข้าใจขั้นตอนการแก้ปัญหาแบบเป็นขั้นตอน - นักเรียนบางคนยังไม่มีความรู้เกี่ยวกับค่าคอมมิชชั่น - นักเรียนส่วนใหญ่เขียนข้อมูลที่เป็นและความสัมพันธ์ที่ได้จากข้อมูลไม่ครบถ้วน 	<ul style="list-style-type: none"> - ควรอธิบายขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้แก่นักเรียนมาก่อนหน้าการจัดการกิจกรรม - ควรให้ความรู้เกี่ยวกับค่าคอมมิชชั่นจากการขายสินค้าให้นักเรียนเข้าใจก่อน - ควรเน้นย้ำนักเรียนโดยการตั้งคำถามเกี่ยวกับข้อมูลที่จะใช้ในการสร้างฟังก์ชันควรมีอะไรบ้าง
สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์	<ul style="list-style-type: none"> - นักเรียนบางคนไม่รู้วิธีการหาค่าคอมมิชชั่นจากยอดขายสินค้า - นักเรียนบางคนลืมเงื่อนไขบางข้อที่สถานการณ์กำหนดไว้ 	<ul style="list-style-type: none"> - ควรมีใบความรู้หรือทบทวนเกี่ยวกับการหาค่าคอมมิชชั่นจากยอดขายสินค้า - ควรให้นักเรียนเขียนเงื่อนไขจากสถานการณ์ไว้ในคำถามข้อที่ 1 ด้วย และเน้นย้ำนักเรียนระหว่างที่นักเรียนสร้างฟังก์ชันของตัวเอง
หาผลลัพธ์ของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์	<ul style="list-style-type: none"> - นักเรียนบางส่วนที่ยังขาดทักษะการใช้โปรแกรม Excel 	<ul style="list-style-type: none"> - ควรแนะนำหรือทบทวนการใช้โปรแกรม Excel ให้แก่นักเรียนก่อน
แปลความหมายของผลลัพธ์	<ul style="list-style-type: none"> - นักเรียนส่วนใหญ่ไม่เข้าใจการแปลความหมายของผลลัพธ์ เพราะได้คำตอบของสถานการณ์จากข้อที่ 4 แล้ว 	<ul style="list-style-type: none"> - ควรอธิบายเหตุผลเพิ่มเติม และค่อยกระตุ้นนักเรียนในระหว่างจัดกิจกรรมโดยการตั้งคำถาม
ตรวจสอบผลลัพธ์กับข้อมูลจริง	<ul style="list-style-type: none"> - นักเรียนไม่รู้ว่าต้องตรวจสอบผลลัพธ์อย่างไรและทำไมจึงต้องตรวจสอบ 	<ul style="list-style-type: none"> - ควรยกตัวอย่างการทำงานต่าง ๆ ในชีวิตประจำวันหรือแม้แต่การส่งงานนักเรียนควรมีการตรวจสอบก่อนที่จะส่ง

วงจรถวายปฏิบัติกรที่ 2 เรื่อง ฟังก์ชันกำลังสอง จำนวน 4 คาบ

จากผลการสะท้อนผลการปฏิบัติในวงจรถวายปฏิบัติกรที่ 1 ทำให้ผู้วิจัยได้แนวทางการปรับปรุงและพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยมีรายละเอียดในการดำเนินกิจกรรมดังต่อไปนี้

1. ขั้นวางแผน (Plan)

การเตรียมแผนการจัดการเรียนรู้

ผู้วิจัยได้นำข้อมูลจากผลการสะท้อนการดำเนินการตามวงจรถวายปฏิบัติกรที่ 1 มาทำการพิจารณาเกี่ยวกับปัญหาที่เกิดขึ้น จากการจัดการเรียนรู้เรื่อง ฟังก์ชันเชิงเส้น ได้แนวทางการปรับปรุงการจัดการเรียนการสอนดังนี้ อธิบายขั้นตอนและวัตถุประสงค์ของกิจกรรมให้มีความชัดเจนมากก่อนเริ่มกิจกรรม ทบทวนความรู้ที่จำเป็นอื่น ๆ ให้เพียงพอต่อการใช้แก้ปัญหา กระตุ้นนักเรียนด้วยคำถามชี้แนวทางให้นักเรียนในการตอบคำถามแต่ละข้อเมื่อสังเกตเห็นนักเรียนที่ยังไม่สามารถตอบได้หรือตอบไม่ครบถ้วน จากนั้นนำมาปรับปรุงในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง ฟังก์ชันกำลังสอง จำนวนทั้งสิ้น 4 คาบ

2. ขั้นปฏิบัติการ (Act)

เป็นการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชันกำลังสอง (ใบงานที่ 2 แม่ค้าขายเสื้อ) เวลา 4 คาบ โดยใน 3 คาบแรกผู้วิจัยจะสอนเนื้อหาพื้นฐานเกี่ยวกับฟังก์ชันกำลังสองให้กับนักเรียนก่อน จากนั้นในคาบที่ 4 ผู้วิจัยจะแจกใบงานที่ 2 แม่ค้าขายเสื้อ ให้นักเรียนแต่ละคน จากวงจรถวายปฏิบัติกรที่ 1 นักเรียนนักเรียนมีความสับสนและไม่เข้าใจขั้นตอนการแก้ปัญหาแบบเป็นขั้นตอนและขาดความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับสถานการณ์ในใบงาน ผู้วิจัยจึงได้อธิบายขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ให้นักเรียนและทบทวนความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับสถานการณ์ ซึ่งมีรายละเอียดของแต่ละขั้นตอนดังต่อไปนี้

2.1 ขั้นตอนที่ 1 ทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา

ผู้วิจัยให้นักเรียนอ่านสถานการณ์ปัญหาจากใบงาน และนักเรียนจะต้องเขียนปัญหาหรือข้อคำถามจากสถานการณ์เป็นข้อ ๆ ซึ่งจะมี 2 คำถาม ลงในคำถามข้อที่ 1 ของใบงาน จากนั้นผู้วิจัยตั้งคำถามว่า “จากสถานการณ์ข้างต้นกำหนดอะไรมาให้บ้าง” และ “เราควรกำหนดตัวแปรเพื่อแทนค่าของอะไรเพื่อนำมาหาคำตอบ” “ราคาเสื้อหาขึ้นอยู่กับค่าของอะไรและเขียนได้ในรูปใดบ้าง” และตอบคำถามในข้อที่ 2 ของใบงานที่ 2 ซึ่งผู้วิจัยจะต้องกระตุ้นให้นักเรียนเขียนสิ่งเหล่านี้ ราคาเสื้อปัจจุบันตัวละ 50 บาท จะขายได้วันละ 200 ตัว ถ้าขึ้นราคา 1 บาท จะขายเสื้อได้ลดลง 2 ตัว จากนั้นผู้วิจัยกระตุ้นให้นักเรียนหาราคาเสื้อจากเงื่อนไขที่กำหนดให้

2.2 ขั้นตอนที่ 2 สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยกระตุ้นนักเรียนโดยการตั้งคำถามกับนักเรียนว่า “รายได้ในแต่ละวันหาได้จากอะไร” จากนั้นให้นักเรียนตอบคำถามในข้อที่ 3 ของใบงานที่ 2 โดยนักเรียนจะต้องสร้างความสัมพันธ์ระหว่างรายได้กับจำนวนครั้งในการขึ้นราคาเสื้อ

2.3 ขั้นตอนที่ 3 หาผลลัพธ์ของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยให้นักเรียนตอบคำถามในข้อที่ 4 ซึ่งจากสถานการณ์ปัญหาที่มี 2 ปัญหา ผู้วิจัยตั้งคำถามกับนักเรียนว่า “จากฟังก์ชันที่นักเรียนสร้างขึ้นซึ่งเป็นฟังก์ชันกำลังสองจะหาคำตอบของคำถามทั้ง 2 ปัญหาอย่างไร” นักเรียนส่วนใหญ่สามารถตอบได้ว่าต้องแก้สมการกำลังสอง และค่าสูงสุดของฟังก์ชัน

2.4 ขั้นตอนที่ 4 แปลความหมายของผลลัพธ์

ผู้วิจัยให้แนะให้นักเรียนนำค่าที่ได้จากการคำนวณในข้อที่ 4 มาแปลความหมายเป็นคำตอบของปัญหาทั้ง 2 ปัญหา และเขียนอธิบายข้อที่ 5

2.5 ขั้นตอนที่ 5 ตรวจสอบผลลัพธ์กับข้อมูลจริง

ผู้วิจัยให้นักเรียนตรวจสอบการดำเนินการในแต่ละข้อของใบงาน และลองแทนค่าตามเงื่อนไขของสถานการณ์ หรือลองเปลี่ยนราคาเสื้อให้สูงขึ้น คำนวณจำนวนเสื้อที่จะขายได้และหารายได้ที่ได้

3. ขั้นสังเกตการณ์ (Observe)

ผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์จัดการเรียนรู้ร่วมกันสังเกตพฤติกรรมนักเรียนขณะทำกิจกรรมและเขียนบันทึกผลลงในแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ มีผลการสังเกตดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา

นักเรียนมีความเข้าใจในการจัดกิจกรรมและมีความรู้พื้นฐานเพียงพอ เมื่อผู้วิจัยตั้งคำถามนักเรียนจะสามารถเขียนปัญหาจากสถานการณ์ลงในคำถามข้อที่ 1 และนักเรียนส่วนใหญ่สามารถเขียนข้อมูลที่จำเป็นในการหาคำตอบ กำหนดตัวแปรแทนข้อมูลที่ยังไม่ทราบค่าพร้อมเขียนความสัมพันธ์จากข้อมูลในคำถามข้อที่ 2 ซึ่งทำให้นักเรียนได้ทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาทราบข้อมูลที่จำเป็นเพื่อใช้ในการแก้ปัญหา แต่ยังมีนักเรียนบางส่วนที่เขียนข้อมูลไม่ครบ ไม่ได้เขียนความสัมพันธ์ และนักเรียนบางคนยังไม่เข้าใจเงื่อนไขและข้อมูลที่สถานการณ์กำหนดให้ว่าสามารถนำไปใช้หาคำตอบได้อย่างไร ผู้วิจัยจึงตั้งคำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิดว่าอะไรจะทำให้หาผลลัพธ์ได้บ้าง และพบว่านักเรียนมีความเข้าใจในกระบวนการจัดกิจกรรมมากขึ้น ซึ่งอาจจะส่งผลทำให้นักเรียนได้รับการส่งเสริมในการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาให้เชื่อมโยงกับคณิตศาสตร์ได้

ขั้นตอนที่ 2 สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

นักเรียนสามารถเชื่อมโยงข้อมูลที่มีกับความรู้ทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้สร้างฟังก์ชันแสดงรายได้จากการขายใน 1 วัน กับจำนวนครั้งที่ขึ้นราคาเสื้อ ทำให้นักเรียนได้รับการส่งเสริมการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ยังมีนักเรียนบางคนยังไม่สามารถเชื่อมโยงข้อมูลที่มีไปสร้างฟังก์ชันฟังก์ชันเพื่อหาคำตอบของปัญหาได้ ผู้วิจัยจึงต้องเข้าไปช่วยชี้แนะเพิ่มเติมให้กับนักเรียนรายบุคคล

ขั้นตอนที่ 3 หาผลลัพธ์ของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

นักเรียนส่วนใหญ่สามารถประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องการแก้สมการกำลังสองในการหาคำตอบได้ แต่ก็ยังพบว่ายังมีนักเรียนบางคนที่ยังไม่สามารถประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องการแก้สมการกำลังสองในการหาคำตอบได้ทันที ผู้วิจัยจึงต้องตั้งคำถามทบทวนความรู้เรื่องฟังก์ชันกำลังสองเพิ่มเติมให้กับนักเรียนรายบุคคล

ขั้นตอนที่ 4 แปลความหมายของผลลัพธ์

ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 นักเรียนส่วนใหญ่ไม่เข้าใจการแปลความหมายของผลลัพธ์ ผู้วิจัยจึงอธิบายเหตุผลเพิ่มเติม และคอยกระตุ้นนักเรียนในระหว่างจัดกิจกรรมโดยการตั้งคำถามซึ่งสังเกตเห็นว่านักเรียนสามารถเขียนอธิบายค่าของตัวแปรที่ได้จากการดำเนินการในข้อที่ 4 และตอบคำถามของสถานการณ์ปัญหาได้ดีขึ้น ผู้ร่วมสังเกต พบว่านักเรียนมีความกระตือรือร้นในการตอบถามมากขึ้น

ขั้นตอนที่ 5 ตรวจสอบผลลัพธ์กับข้อมูลจริง

นักเรียนสามารถเริ่มการตรวจสอบคำตอบด้วยตนเอง และนักเรียนดำเนินการในแต่ละขั้นตอนได้กระชับเวลามากขึ้น

4. ชั้นชั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ (Reflect)

ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากชั้นการสังเกตการณ์เพื่อนำมาวิเคราะห์หาประเด็นปัญหาที่พบในชั้นเรียนและแนวทางปรับปรุงแก้ไขในวงจรปฏิบัติการวงจรต่อไป ซึ่งข้อมูลเพื่อนำมาวิเคราะห์เพื่อหาแนวทางการปรับปรุงแก้ไข คือ แบบสะท้อนความคิดของผู้วิจัยและของผู้ร่วมสังเกตการจัดการเรียนรู้ ซึ่งผลการสะท้อนแสดงดังแสดงในตาราง 8

ตาราง 8 สรุปประเด็นปัญหาที่พบในชั้นเรียนและแนวทางปรับปรุงในแต่ละขั้นตอน ใน
การจัดการเรียนรู้ของวงจรปฏิบัติการที่ 2

ขั้นตอนที่	ประเด็นปัญหาที่พบในชั้นเรียน	แนวทางการปรับปรุง
ทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา	นักเรียนบางคนยังไม่เข้าใจเงื่อนไขและข้อมูลที่สถานการณ์กำหนดให้ว่าสามารถนำไปใช้หาคำตอบได้อย่างไร	ควรตั้งคำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิดว่าอะไรจะทำให้หาผลลัพธ์ได้บ้าง
สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์	นักเรียนบางคนไม่สามารถเชื่อมโยงข้อมูลที่มีเพื่อใช้ในการสร้างฟังก์ชันได้ทั้งนี้เนื่องจากนักเรียนขาดความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์	ควรช่วยชี้แนะเพิ่มเติมให้กับนักเรียนรายบุคคล
หาผลลัพธ์ของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์	นักเรียนบางคนที่ยังไม่สามารถประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องการแก้สมการกำลังสองในการหาคำตอบได้ทันที	ควรมีการตรวจสอบความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับฟังก์ชันกำลังสองที่ได้เรียนมาก่อนหน้านี้ หรือตั้งคำถามทบทวนความรู้เรื่องฟังก์ชันกำลังสองเพิ่มเติมให้กับนักเรียนรายบุคคลขณะจัดกิจกรรม
แปลความหมายของผลลัพธ์	-	-
ตรวจสอบผลลัพธ์กับข้อมูลจริง	นักเรียนบางส่วนไม่กระตือรือร้นตอบคำถามในข้อนี้ เพราะได้คำตอบของสถานการณ์ แล้ว	ควรกระตุ้นนักเรียนขณะจัดกิจกรรม

วงจรปฏิบัติการที่ 3 เรื่อง ฟังก์ชันเอกซโพเนนเชียล จำนวน 3 คาบ

ผลการสะท้อนผลการปฏิบัติในวงจรปฏิบัติการที่ 2 ทำให้ผู้วิจัยได้แนวทางการปรับปรุงและพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยมีรายละเอียดในการดำเนินกิจกรรมดังต่อไปนี้

1. ชั้นวางแผน (Plan)

1.1 การเตรียมแผนการจัดการเรียนรู้

ผู้วิจัยได้นำข้อมูลจากผลการสะท้อนการดำเนินการตามวงจรปฏิบัติการที่ 2 มาปรับปรุงในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง ฟังก์ชันเอกซโพเนนเชียล ดังนี้ อธิบายเงื่อนไขและข้อมูลที่สถานการณ์กำหนดให้กับนักเรียนอย่างละเอียดและเน้นย้ำจุดสำคัญของข้อมูลที่จำเป็นในการแก้ปัญหา ควรมีการตรวจสอบความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับฟังก์ชันที่ได้เรียนมาก่อนหน้านี้ และคอยกระตุ้นนักเรียนในระหว่างจัดกิจกรรมอยู่เสมอ

2. ชั้นปฏิบัติการ (Act)

เป็นการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชันเอกซโพเนนเชียล (ใบงานที่ 3 ดอกเบี๋ยเงินฝาก) เวลา 3 คาบ โดยใน 2 คาบแรกผู้วิจัยจะสอนเนื้อหาพื้นฐานเกี่ยวกับฟังก์ชันเอกซโพเนนเชียลให้กับนักเรียนก่อน จากนั้นในคาบที่ 3 ผู้วิจัยจะแจกใบงานที่ 3 ดอกเบี๋ยเงินฝาก ให้นักเรียนแต่ละคน ดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ซึ่งมีรายละเอียดของแต่ละขั้นตอนดังต่อไปนี้

2.1 ขั้นตอนที่ 1 ทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา

ผู้วิจัยให้นักเรียนอ่านสถานการณ์ปัญหาจากใบงาน โดยผู้วิจัยอธิบายข้อมูลและเงื่อนไขที่สำคัญของปัญหาและให้นักเรียนเขียนปัญหาหรือข้อคำถามจากสถานการณ์เป็นข้อ ๆ ลงในคำถามข้อที่ 1 ของใบงาน จากนั้นผู้วิจัยตั้งคำถามว่า “จากสถานการณ์ข้างต้นกำหนดอะไรมาให้บ้าง” และ “เราควรกำหนดตัวแปรอะไรบ้างเพื่อนำมาหาคำตอบ” เพื่อนำให้นักเรียนตอบคำถามในข้อที่ 2 ของใบงาน

2.2 ขั้นตอนที่ 2 สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยให้นักเรียนตอบคำถามในข้อที่ 3 โดยผู้วิจัยแนะนำให้นักเรียนลองคำนวณหา ดอกเบี๋ยและเงินรวมเมื่อฝากเงินครบ 3 ปี จากนั้นผู้วิจัยแนะนำให้นักเรียนสังเกตความสัมพันธ์จากการคำนวณและเชื่อมโยงกับตัวแปรที่นักเรียนกำหนดขึ้นเพื่อสร้างฟังก์ชันระหว่างแสดงเงินรวม (เงินต้นพร้อมดอกเบี๋ย) เมื่อฝากเงินครบ n ปี

2.3 ขั้นตอนที่ 3 หาผลลัพธ์ของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยให้นักเรียนตอบคำถามในข้อที่ 4 โดยให้นักเรียนนำฟังก์ชันในข้อที่ 3 คำนวณหาเงินรวม (เงินต้นพร้อมดอกเบี๋ย) เมื่อฝากเงินครบ 3 ปี

2.4 ขั้นตอนที่ 4 แปลความหมายของผลลัพธ์

ผู้วิจัยให้นักเรียนตอบคำถามในข้อที่ 5 โดยครูแนะนำให้นักเรียนตอบคำถามจากสถานการณ์ โดยเขียนอธิบายฟังก์ชัน ระบุตัวแปร จากผลลัพธ์ในข้อที่ 4

2.5 ขั้นตอนที่ 5 ตรวจสอบผลลัพธ์กับข้อมูลจริง

ผู้วิจัยให้นักเรียนตอบคำถามในข้อที่ 6 โดยการตรวจคำตอบจากการคำนวณในข้อที่ 4 โดยการ

3. ขั้นสังเกตการณ์ (Observe)

ผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์จัดการเรียนรู้ร่วมกันสังเกตพฤติกรรมนักเรียนขณะทำกิจกรรมและเขียนบันทึกผลลงในแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้มีผลการสังเกตดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา

ผู้วิจัยสังเกตเห็นว่า นักเรียนอ่านสถานการณ์ปัญหาและเขียนปัญหาจากสถานการณ์ในคำถามข้อที่ 1 ได้ และทราบว่าต้องสร้างฟังก์ชันเพื่อหาคำตอบ ในคำถามข้อที่ 2 ผู้วิจัยต้องเน้นย้ำให้เขียนตัวแปร และข้อมูลที่ใช้ในการคำนวณ ซึ่งยังมีนักเรียนที่ไม่ได้เขียนข้อมูลที่จำเป็นในการคำนวณให้ครบถ้วน ผู้ร่วมสังเกต พบว่านักเรียนมีความเข้าใจในกระบวนการแก้ปัญหาที่มากขึ้น ซึ่งส่งผลทำให้นักเรียนได้รับการส่งเสริมในการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาให้เชื่อมโยงกับคณิตศาสตร์ได้

ขั้นตอนที่ 2 สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

นักเรียนแต่ละคนนำจำนวนเงินต้นและอัตราดอกเบี้ยจากคำถามข้อที่ 2 มาคำนวณหาเงินรวมเมื่อฝากเงินครบ 1 และ 2 ปี ตามลำดับ ซึ่งผู้วิจัยอนุญาตให้ใช้เครื่องคิดเลขได้ และนักเรียนสามารถสังเกตขั้นตอนการคำนวณหาความสัมพันธ์ของจำนวนเงินต้น อัตราดอกเบี้ย และจำนวนปีที่ฝาก และสร้างเป็นฟังก์ชันแสดงจำนวนเงินรวม (เงินต้นรวมดอกเบี้ย) เมื่อฝากครบ n ปี ได้ ทำให้นักเรียนได้รับการส่งเสริมการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

ขั้นตอนที่ 3 หาผลลัพธ์ของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

นักเรียนนำฟังก์ชันจากคำถามที่ 3 มาคำนวณหาจำนวนเงินรวม (เงินต้นรวมดอกเบี้ย) เมื่อฝากครบ 3 ปี ได้ ซึ่งผู้วิจัยอนุญาตให้ใช้เครื่องคิดเลขได้ พบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถคำนวณหาจำนวนเงินรวม (เงินต้นรวมดอกเบี้ย) เมื่อฝากครบ 3 ปี ได้รวดเร็ว

ขั้นตอนที่ 4 แปลความหมายของผลลัพธ์

นักเรียนสามารถเขียนตอบคำถามในข้อที่ 5 ได้ โดยการเขียนอธิบายค่าของตัวแปรที่ได้จากการดำเนินการในข้อที่ 4 และตอบคำถามของสถานการณ์ปัญหาได้ และนักเรียนมีความกระตือรือร้นในการตอบถามมากขึ้น

ขั้นตอนที่ 5 ตรวจสอบผลลัพธ์กับข้อมูลจริง

นักเรียนสามารถเริ่มการตรวจสอบคำตอบด้วยตนเองและเขียนแสดงการตรวจสอบคำตอบได้

4. ขั้นขั้นสะท้อนผลการปฏิบัติ (Reflect)

ในขั้นสะท้อนของวงจรปฏิบัติการที่ 3 ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากขั้นการสังเกตการณ์มาวิเคราะห์เพื่อหาแนวทางการจัดการเรียนรู้จากแบบสะท้อนความคิดของผู้วิจัยและของผู้ร่วมสังเกตการจัดการเรียนรู้ ซึ่งผลการสะท้อนแสดงดังต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 ทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา

ผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตพบว่า นักเรียนสามารถทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาด้วยตนเอง นักเรียนเขียนข้อมูลที่จำเป็นที่ใช้ในการหาคำตอบของปัญหาได้ และกำหนดตัวแปร ซึ่งส่งผลทำให้นักเรียนได้รับการส่งเสริมในการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาให้เชื่อมโยงกับคณิตศาสตร์ได้

ขั้นตอนที่ 2 สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกต พบว่านักเรียนสามารถสร้างฟังก์ชันจากการสังเกตการคำนวณซ้ำ ๆ ซึ่งนักเรียนจะเห็นแบบรูปจากการคำนวณ จากนั้นกำหนดตัวแปรแทน ส่งผลทำให้นักเรียนได้รับการส่งเสริมในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จากพื้นฐานความรู้ทางคณิตศาสตร์

ขั้นตอนที่ 3 หาผลลัพธ์ของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกต พบว่าให้นักเรียนสามารถประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันในการหาคำตอบได้รวดเร็วขึ้น ซึ่งแสดงให้เห็นว่านักเรียนใช้การหาผลลัพธ์จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาในชีวิตจริงได้

ขั้นตอนที่ 4 แปลความหมายของผลลัพธ์

ผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกต พบว่านักเรียนสามารถเขียนอธิบายค่าของตัวแปรที่หาได้จากข้อที่ 5 ได้อย่างถูกต้อง และตอบคำถามทุกข้อของปัญหา ส่งผลทำให้นักเรียนได้รับการส่งเสริมในการแปลความหมายของผลลัพธ์

ขั้นตอนที่ 5 ตรวจสอบผลลัพธ์กับข้อมูลจริง

ผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกต พบว่า นักเรียนสามารถตรวจสอบคำตอบด้วยตนเอง และเห็นความสำคัญของการตรวจคำตอบที่ได้ทุกครั้ง ทำให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการตรวจสอบผลลัพธ์ของคำตอบ

ตาราง 9 สรุปประเด็นปัญหาที่พบในชั้นเรียนและแนวทางปรับปรุงในแต่ละขั้นตอนใน
การจัดการเรียนรู้ของวงจรปฏิบัติการที่ 3

ขั้นตอนที่	ประเด็นที่พบเจอ	แนวทางการปรับปรุง
ทำความเข้าใจ สถานการณ์ ปัญหา	-	-
สร้าง แบบจำลอง ทาง คณิตศาสตร์	-	-
หาผลลัพธ์ของ แบบจำลอง ทาง คณิตศาสตร์	-	-
แปล ความหมาย ของผลลัพธ์	-	-
ตรวจสอบ ผลลัพธ์กับ ข้อมูลจริง	นักเรียนบางคนไม่ตรวจสอบ	เน้นย้ำให้นักเรียนตรวจคำตอบ

การจัดการเรียนรู้ทั้ง 3 วงจรปฏิบัติการผู้วิจัยได้สรุปประเด็นการจัดการเรียนรู้โดยใช้
แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดังตาราง 10

ตาราง 10 สรุปแนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาเรื่อง ฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ขั้นตอนที่	แนวทางการจัดกิจกรรม
ทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา	ทบทวนความรู้ ใช้สถานการณ์ปัญหาในชีวิตประจำวันหรือปัญหาที่น่าสนใจ ควรเน้นย้ำข้อมูลที่สำคัญ ตั้งคำถามกระตุ้นให้นักเรียนสร้างความสัมพันธ์จากข้อมูล
สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์	เริ่มจากการใช้ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่ไม่ซับซ้อน มีลักษณะเป็นแบบรูป ระหว่างจัดกิจกรรมค่อยตั้งคำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิด
หาผลลัพธ์ของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์	ตรวจสอบหรือทบทวนความรู้เกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียน ตั้งคำถามกระตุ้นการคิด สังเกตการดำเนินของนักเรียนและค่อยชี้แนะ
แปลความหมายของผลลัพธ์	อธิบายการแปลความหมาย ค่อยกระตุ้นนักเรียนโดยการตั้งคำถาม
ตรวจสอบผลลัพธ์กับข้อมูลจริง	อธิบายวิธีการตรวจคำตอบสำหรับปัญหาที่แตกต่างกัน ควรยกตัวอย่างการทำงานต่าง ๆ ในชีวิตประจำวัน เน้นย้ำให้นักเรียนตรวจคำตอบ

ตอนที่ 2 ผลการศึกษาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยวิเคราะห์ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนจากเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยทั้ง 2 ชนิด ได้แก่ ใบงาน และแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยระหว่างการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในแต่ละวงจรปฏิบัติการ นักเรียนจะได้ทำใบงานเป็นรายบุคคล หลังจากนั้น เมื่อดำเนินกิจกรรมการเรียนรู้ครบ 3 วงจรปฏิบัติการ นักเรียนจะได้ทำแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นรายบุคคล โดยผู้วิจัยแบ่งการวิเคราะห์ผลดังหัวข้อต่อไปนี้

1. ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน

2. ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน

1. ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ระหว่างการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน

ระหว่างการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ผู้วิจัยวิเคราะห์ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยใช้ใบงานในแต่ละวงจรปฏิบัติการ โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1.1 วงจรปฏิบัติการที่ 1

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากใบงาน

ผู้วิจัยแสดงผลการวิเคราะห์จำนวนนักเรียนตามระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากใบงานที่ 1 ค่าคอมมิชชั่น ของวงจรปฏิบัติการที่ 1 ดังตาราง 11

ตาราง 11 แสดงจำนวนนักเรียนตามระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากใบงานที่ 1 ค่าคอมมิชชั่นของวงจรปฏิบัติการที่ 1

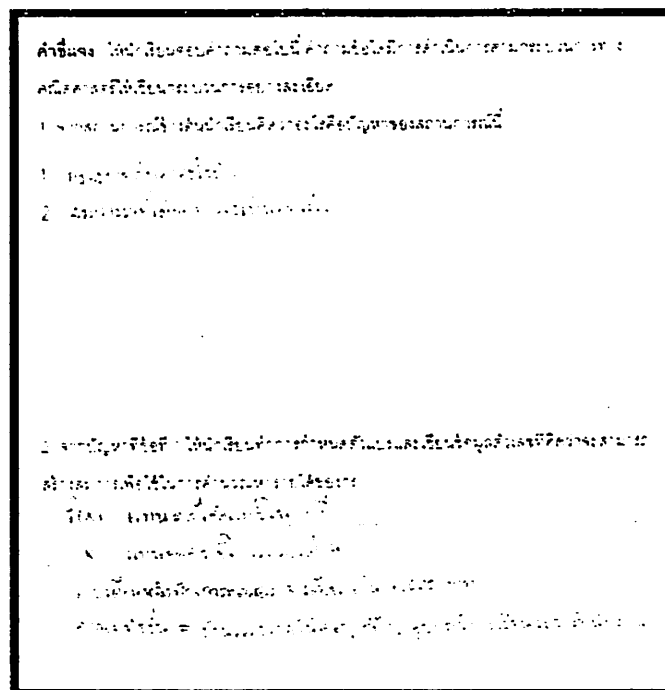
ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (วงจรปฏิบัติการที่ 1)	จำนวนนักเรียนจำแนกตามระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ร้อยละ)			
	ดีเยี่ยม	ดี	พอใช้	ปรับปรุง
ทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา	3 (8.82)	26 (76.47)	5 (14.71)	0
สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์	28 (82.35)	1 (2.94)	5 (14.71)	0
ดำเนินการแก้ปัญหา	15 (44.12)	14 (41.18)	5 (14.71)	0
ตรวจสอบความถูกต้อง	13 (38.24)	17 (50.00)	4 (11.76)	0
ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยรวม	14 (41.18)	15 (44.12)	5 (14.71)	0

หมายเหตุ ระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดังตาราง 5

จากข้อมูลในตาราง 11 เมื่อพิจารณาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยรวม พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดีและดีเยี่ยมใกล้เคียงกัน และเมื่อพิจารณาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แต่ละด้าน พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาอยู่ในระดับดี ด้านสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์นักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถอยู่ในระดับดีเยี่ยมถึง 28 คน นักเรียนส่วนใหญ่มี

ความสามารถด้านการดำเนินการแก้ปัญหาอยู่ในระดับดีและดีเยี่ยมใกล้เคียงกัน และด้านการตรวจสอบความถูกต้องนักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถอยู่ในระดับดี ผู้วิจัยได้แสดงตัวอย่างผลงานของนักเรียนที่แสดงพฤติกรรมตามองค์ประกอบย่อยของทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากใบงานที่ 1 สถานการณ์ค่าคอมมิชชั่น โดยกรเป็นพนักงานใหม่ในช่วงทดลองงาน 3 เดือนแรกจะยังไม่ได้รับเงินเดือนประจำ ได้รับเพียงเงินเดือนจากค่าคอมมิชชั่นจากการขายสินค้าเท่านั้น เมื่อพ้นทดลองจะได้รับเงินเดือนประจำเดือนละ 6,000 บาท รวมกับค่าคอมมิชชั่นจากการขายสินค้าจากสินค้าแต่ละประเภท โจทย์ต้องการทราบรายได้ของกรเมื่อทำงานครบหนึ่งปีจากยอดขายสินค้าที่เท่ากันในแต่ละเดือน ดังต่อไปนี้

1) การทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา นักเรียนส่วนใหญ่สามารถเขียนระบุประเด็นปัญหาจากสถานการณ์ได้ครบถ้วน และมีการกำหนดตัวแปรแทนจำนวนยอดขายสินค้า เขียนข้อมูลที่จำเป็นบางส่วนแต่ยังขาดข้อมูลสำคัญคือ เปอร์เซ็นต์ของค่าคอมมิชชั่นของสินค้าที่นักเรียนเลือกแสดงให้เห็นว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาได้แล้ว แต่ยังไม่ครบถ้วนสมบูรณ์ ตัวอย่างคำตอบของนักเรียน แสดงดังภาพ 7 ซึ่งจัดอยู่ในระดับดี



ภาพ 7 แสดงการเขียนตอบของนักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาอยู่ในระดับดี จากใบงานที่ 1

2) การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ นักเรียนส่วนใหญ่สามารถสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์โดยใช้สัญลักษณ์ที่เหมาะสมในรูปของฟังก์ชันได้ถูกต้องและสอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหา ซึ่งฟังก์ชันของนักเรียนแต่ละคนอาจมีความแตกต่างกันกันได้ ทั้งนี้เนื่องจากเงื่อนไขของสถานการณ์กำหนดให้เลือกสินค้าที่จะขายอย่างน้อย 3 ประเภท นักเรียนเลือกประเภทสินค้าที่แตกต่างกันและได้ฟังก์ชันที่แตกต่างกัน ดังภาพ 8 ซึ่งจัดอยู่ในระดับดีเยี่ยม

ให้นักเรียนนำความสัมพัทธ์จากตัวแปรและข้อมูลที่มี เพื่อนำไปคำนวณหารายได้ของกร

$$f(x) = (x \cdot 0.05) \cdot 5 + (x \cdot 0.04 + 1000) \cdot 4 + (x \cdot 0.03 + 1000) \cdot 3 + (x \cdot 0.02 + 1000) \cdot 2$$

นักเรียนคนที่ 1

ให้นักเรียนนำความสัมพัทธ์จากตัวแปรและข้อมูลที่มี เพื่อนำไปคำนวณหารายได้ของกร

$$f(x) = (x \cdot 0.05) \cdot 3 + (x \cdot 0.04 + 1000) \cdot 4 + (x \cdot 0.03 + 1000) \cdot 5$$

นักเรียนคนที่ 2

ภาพ 8 แสดงการเขียนตอบของนักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดีเยี่ยม 2 คน จากใบงานที่ 1

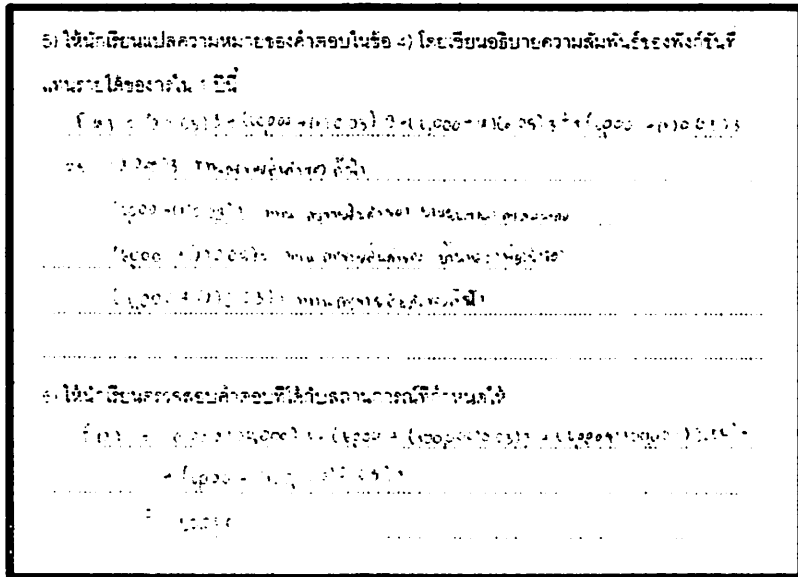
3) การดำเนินการแก้ปัญหา นักเรียนสามารถประยุกต์ใช้โปรแกรม Excel ช่วยคำนวณค่าของฟังก์ชันได้ถูกต้อง และนำเสนอได้อย่างถูกต้อง ดังภาพ 9 ซึ่งจัดอยู่ในระดับดีเยี่ยม

ให้นักเรียนนำความสัมพัทธ์ได้จากข้อ 3) มาคำนวณหารายได้ของกร โดยใช้โปรแกรม Excel และเขียนตารางแสดงผลการคำนวณ

ยอดขาย	f(x)	ประเภท	f(x)	ประเภท	f(x)
100,000	194,000	400,000	254,000	700,000	404,000
150,000	229,000	450,000	279,000	750,000	429,000
200,000	254,000	500,000	304,000	800,000	454,000
250,000	279,000	550,000	329,000	850,000	479,000
300,000	299,000	600,000	354,000	900,000	504,000
350,000	299,000	650,000	379,000	950,000	529,000
.	.	.	.	1,000,000	554,000

ภาพ 9 แสดงการเขียนตอบของนักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการดำเนินการแก้ปัญหาอยู่ในระดับดีเยี่ยม จากใบงานที่ 1

4) การตรวจสอบความถูกต้อง นักเรียนมีการตรวจสอบความถูกต้องของผลลัพธ์ โดยการมองย้อนกลับเพื่อตรวจสอบความถูกต้องของกระบวนการ และตรวจสอบความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์โดยการอธิบายแปลความได้สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาได้ครบทุกประเด็นปัญหาดังภาพ 10 ซึ่งจัดอยู่ในระดับดีเยี่ยม



ภาพ 10 แสดงการเขียนตอบของนักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการตรวจสอบความถูกต้องอยู่ในระดับดีเยี่ยม จากใบงานที่ 1

1.2 วงจรปฏิบัติการที่ 2

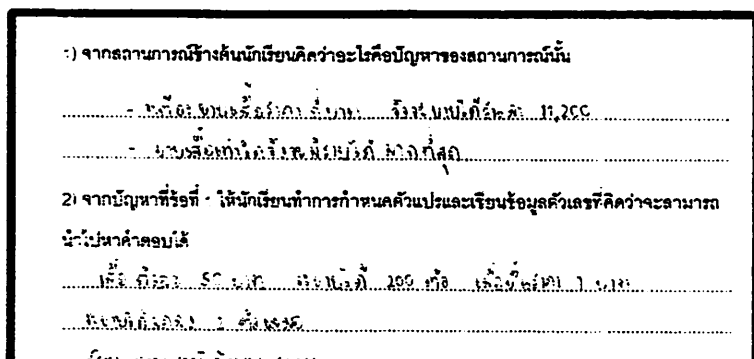
ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากใบงาน

ผู้วิจัยแสดงผลการวิเคราะห์จำนวนนักเรียนตามระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากใบงานที่ 2 แม่ค้าขายเสื้อผ้า ของวงจรปฏิบัติการที่ 2 ดังตาราง 12

ตาราง 12 แสดงจำนวนนักเรียนตามระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากใบงานที่ 2 แม่ค้าขายเสื้อผ้าของวงจรปฏิบัติการที่ 2

ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (วงจรปฏิบัติการที่ 2)	จำนวนนักเรียนจำแนกตามระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ร้อยละ)			
	ดีเยี่ยม	ดี	พอใช้	ปรับปรุง
ทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา	26 (76.47)	8 (23.53)	0	0
สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์	33 (97.06)	1 (2.94)	0	0

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ด้านการดำเนินการแก้ปัญหาและด้านการตรวจสอบความถูกต้องอยู่ในระดับดีเยี่ยม ดังภาพ 12 จากใบงานที่ 2 สถานการณ์แม่ค้าขายเสื้อผ้า ที่แม่ค้าจะต้องขายเสื้อในราคาตัวละเท่าไรจึงจะมีรายได้มากที่สุด และจะมีรายได้มากที่สุดเท่าไร



ตาราง 12 (ต่อ)

ทักษะการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ (วงจรรูปปฏิบัติการที่ 2)	จำนวนนักเรียนจำแนกตามระดับทักษะการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์ (ร้อยละ)			
	ดีเยี่ยม	ดี	พอใช้	ปรับปรุง
ดำเนินการแก้ปัญหา	33 (97.06)	1 (2.94)	0	0
ตรวจสอบความถูกต้อง	33 (97.06)	1 (2.94)	0	0
ทักษะการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ โดยรวม	33 (97.06)	1 (2.94)	0	0

หมายเหตุ ระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดังตาราง 5

จากข้อมูลในตาราง 12 เมื่อพิจารณาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยรวม พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดีเยี่ยม และเมื่อพิจารณาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แต่ละด้าน พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้ง 4 ด้านอยู่ในระดับดีเยี่ยม ทั้งนี้ผู้วิจัยได้แสดงภาพตัวอย่างผลงานของนักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาอยู่ในระดับดีเยี่ยม ดังภาพ 11 และผลงานของนักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ด้านการดำเนินการแก้ปัญหาและด้านการตรวจสอบความถูกต้องอยู่ในระดับดีเยี่ยม ดังภาพ 12 จากใบงานที่ 2 สถานการณ์แม่ค้าขายเสื้อ ที่แม่ค้าจะต้องขายเสื้อในราคาตัวละเท่าไรจึงจะมีรายได้มากที่สุด และจะมีรายได้มากที่สุดเท่าไร

๑) จากสถานการณ์ข้างต้นนักเรียนคิดว่าอะไรคือปัญหาของสถานการณ์นั้น

.....

.....

.....

2) จากปัญหาที่รู้ที่ให้นักเรียนทำการกำหนดตัวแปรและเขียนข้อมูลตัวเองที่คิดว่าจะสามารถนำไปหาคำตอบได้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ภาพ 11 แสดงการเขียนตอบของนักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาอยู่ในระดับดีเยี่ยม จากใบงานที่ 2

จากภาพ 11 พบว่า นักเรียนเขียนข้อมูลที่จำเป็นในการแก้ปัญหา และสามารถกำหนดตัวแปรและเขียนความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ถูกต้อง

3) ให้นักเรียนนำความสัมพันธ์ที่ได้จากข้อ 3) มาหาคำตอบของปัญหา

$$j(x) = 500 - 5x$$

$$i(x) = (50 + x)(500 - 5x)$$

$$= 10,000 - 100x + 500x - 5x^2$$

$$= -5x^2 + 100x + 10,000$$

4) ให้นักเรียนหาคำตอบของปัญหาจากสถานการณ์

$$11,250 = -5x^2 + 100x + 10,000$$

$$5x^2 - 100x + 10,000 - 11,200 = 0$$

$$5x^2 - 100x + 800 = 0$$

$$(5x - 50)(x - 16) = 0$$

$$5x - 50 = 0 \quad \text{หรือ} \quad x - 16 = 0$$

$$x = 10 \qquad \qquad \qquad x = 16$$

$$j - b = \frac{-100}{-4} = 25$$

จาก $i(x) = -5x^2 + 100x + 10,000$ $\frac{j-b}{2a} = \frac{-100}{-4} = 25$

จะได้ค่าสูงสุดของ $i(x)$ คือ $i(25) = -5(25)^2 + 100(25) + 10,000$

$$= -3,125 + 2,500 + 10,000$$

$$= 9,375$$

5) ให้นักเรียนแปลความหมายของคำตอบในข้อ 4) ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์ปัญหา

$x = 10, 16$ ค่าได้ $i(x) = 11,200$

จำนวนรถบรรทุกคันต่อชั่วโมง $50 + 10 = 70$ คัน $50 + 16 = 66$ คัน

ค่าสูงสุด $i(x) = -5x^2 + 100x + 10,000$ คือ $11,200$ หรือ $11,250$

จะได้รถบรรทุกคันต่อชั่วโมง $50 + 10 = 60$ คัน

จึงสรุปได้ว่ารถบรรทุกคันต่อชั่วโมง คือ $11,250$ คัน

6) ให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบที่ได้กับสถานการณ์ที่กำหนดให้

รถบรรทุกคันต่อชั่วโมง 60 คัน รถบรรทุกคันต่อชั่วโมง $100 - 2(10) = 80$

รถบรรทุกคันต่อชั่วโมง $100 - 2(16) = 68$

ภาพ 12 แสดงการเขียนตอบของนักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ด้านการดำเนินการแก้ปัญหาและด้านการตรวจสอบความถูกต้องอยู่ในระดับดีเยี่ยม จากใบงานที่ 2

จากภาพ 12 จะเห็นว่านักเรียนสามารถสร้างฟังก์ชันเพื่อแทนรายได้จากการขายใน 1 วันของแม่ค้าได้ และนำฟังก์ชันที่ได้ไปหาคำตอบของปัญหาพร้อมทั้งแปลความหมายและตรวจสอบผลลัพธ์ได้อย่างถูกต้อง

1.3 วงจรปฏิบัติการที่ 3

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลจากใบงาน

ผู้วิจัยแสดงผลการวิเคราะห์จำนวนนักเรียนตามระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากใบงานที่ 3 ดอกเบี๋ยเงินฝาก ของวงจรปฏิบัติการที่ 3 ดังตาราง 13

ตาราง 13 แสดงจำนวนนักเรียนตามระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากใบงานที่ 3 ดอกเบี๋ยเงินฝากของวงจรปฏิบัติการที่ 3

ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (วงจรปฏิบัติการที่ 3)	จำนวนนักเรียนจำแนกตามระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ร้อยละ)			
	ดีเยี่ยม	ดี	พอใช้	ปรับปรุง
ทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา	21 (61.76)	13 (38.24)	0	0
สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์	34 (100.00)	0	0	0
ดำเนินการแก้ปัญหา	34 (100.00)	0	0	0
ตรวจสอบความถูกต้อง	33 (97.06)	1 (2.94)	0	0
ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยรวม	34 (100.00)	0	0	0

หมายเหตุ ระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดังตาราง 5

จากข้อมูลในตาราง 13 เมื่อพิจารณาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยรวม พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดีเยี่ยมทุกคน และเมื่อพิจารณาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แต่ละด้าน พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาอยู่ในระดับดีเยี่ยม ด้านสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และด้านการดำเนินการแก้ปัญหานักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถอยู่ในระดับดีเยี่ยมทุกคน และด้านการตรวจสอบความถูกต้องนักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถอยู่ในระดับดีเยี่ยมเกือบทุกคน ทั้งนี้ผู้วิจัยได้แสดงภาพตัวอย่างผลงานของนักเรียนที่มีความสามารถด้านการทำ

ความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาอยู่ในระดับดีเยี่ยม ดังภาพ 13 และผลงานของนักเรียนที่มีความสามารถด้านสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ด้านการดำเนินการแก้ปัญหาและด้านการตรวจสอบความถูกต้องอยู่ในระดับดีเยี่ยม ดังภาพ 14 จากใบงานที่ 3 สถานการณ์ดอกเบียเงินฝาก โดยกรฝากเงินกับธนาคารแห่งหนึ่งที่คิดดอกเบี้ยแบบทบต้นให้กับผู้ฝากอัตราดอกเบี้ย 1% ต่อปี โจทย์ต้องการทราบว่าเมื่อฝากเงินครบ 3 ปี กรจะมีเงินรวม (เงินต้นพร้อมดอกเบี้ย) เป็นจำนวนเท่าไร และต้องการทราบจำนวนเงินรวมในแต่ละปีถ้ากรยังฝากเงินไว้ต่อไปเรื่อย

1) จากสถานการณ์ข้างต้นนักเรียนคิดว่าอะไรคือปัญหาของสถานการณ์นั้น

.....

1. เสียฝากเงินครบ 3 ปี กร มีเงินเท่าไร

2. มีเงินใน बैंค. จังหวัด

.....

.....

.....

.....

.....

2) จากปัญหาข้อที่ 1 - ให้นักเรียนทำการกำหนดตัวแปรและเขียนข้อมูลตัวเลขที่คิดว่าจะสามารถนำไปหาค่าตอบได้

เงินต้น 100,000 บาท

อัตราดอกเบี้ย 0.01 บาท

$$(Y) \text{ แทน เงินรวมเมื่อฝากครบ } \times \text{ ปี}$$

$$x \text{ แทน จำนวนปี}$$

.....

.....

ภาพ 13 แสดงการเขียนตอบของนักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาอยู่ในระดับดีเยี่ยม จากใบงานที่ 3

จากภาพ 13 พบว่า นักเรียนสามารถเขียนปัญหาจากสถานการณ์ได้ครบถ้วน และเขียนข้อมูลที่สำคัญในการหายอดเงินรวมจากการฝากธนาคาร กำหนดตัวแปรและความสัมพันธ์เพื่อใช้ในการสร้างฟังก์ชัน

3) ให้นักเรียนสร้างความสัมพันธ์จากตัวแปรและข้อมูลที่มี เพื่อนำไปหาคำตอบของปัญหา

เงินต้น 100,000

ดอกเบี้ย $100,000 \times 0.01$

เงินรวม $100,000 + 100,000 \times 0.01$

ปี 1 ดอกเบี้ย $100,000 \times 0.01 = 1,000$ (10%)

เงินรวม $100,000 (1+0.01) + 100,000 (1+0.01) 0.01 = 100,000 (1+0.01)^2$

ปีที่ 2 ดอกเบี้ย $100,000 (1+0.01) (1+0.01) 0.01$

เงินรวม $100,000 (1+0.01)^2 (1+0.01) + 100,000 (1+0.01) (1+0.01)^2 0.01$

$= 100,000 (1+0.01)^3 (1+0.01) (1+0.01)$

$= 100,000 (1+0.01)^5$

4) ให้นักเรียนนำความสัมพันธ์ที่ได้จากข้อ 3) มาหาคำตอบของปัญหา

ถ้าฝากเงิน 100,000 บาท นาน 3 ปี ดอกเบี้ยทั้งหมด $100,000 (1+0.01)^3$

$= 103030.1$

ดังนั้น ถ้าฝากเงินไปเรื่อยๆ x ปี

ดอกเบี้ยทั้งหมด $100,000 (1.01)^x$

5) ให้นักเรียนแปลความหมายของคำตอบในข้อ 4) ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์ปัญหา

ถ้าฝากเงิน 100,000 บาท นาน x ปี ดอกเบี้ยทั้งหมด $100,000 (1.01)^x$ บาท

ถ้าฝากเงิน 100,000 บาท นาน x ปี ดอกเบี้ยทั้งหมด $100,000 (1.01)^x$ บาท

คือ $f(x)$ แทน เงินรวมทั้งหมด

x แทน จำนวนปีที่ฝากไว้

6) ให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบที่ได้กับสถานการณ์ที่กำหนดให้

ปีที่ 1 เงินต้น 100,000	ปีที่ 3 เงินต้น 103000
ดอกเบี้ย $100,000 \times 0.01 = 1000$	ดอกเบี้ย $103000 \times 0.01 = 1030.00$
เงินรวม 101000	เงินรวม 103,030.1
ปีที่ 2 เงินต้น 101000	
ดอกเบี้ย $101000 \times 0.01 = 1010$	
เงินรวม 102010	

ภาพ 14 แสดงการเขียนตอบของนักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ด้านการดำเนินการแก้ปัญหาและด้านการตรวจสอบความถูกต้องอยู่ในระดับดีเยี่ยม จากใบงานที่ 3

จากภาพ 14 จะเห็นว่านักเรียนใช้วิธีการคำนวณหายอดเงินรวมในแต่ละปี สังเกตความสัมพันธ์ของตัวเลข จากนั้นจึงได้สร้างฟังก์ชันเพื่อแทนยอดเงินรวมเมื่อฝากเงินครบ x ปี และนำฟังก์ชันที่ได้ไปหาคำตอบของปัญหา พร้อมทั้งตรวจสอบค่าของฟังก์ชันกับการคำนวณ

2. ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 หลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน

หลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ผู้วิจัยวิเคราะห์ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป็นรายบุคคลโดยใช้แบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน ซึ่งมีทั้งหมด 3 ข้อ โดยมีรายละเอียดดังนี้

ตาราง 14 แสดงจำนวนนักเรียนตามระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน ข้อที่ 1

ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ข้อที่ 1)	จำนวนนักเรียนจำแนกตามระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ร้อยละ)			
	ดีเยี่ยม	ดี	พอใช้	ปรับปรุง
ทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา	21 (61.76)	13 (38.24)	0	0
สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์	34 (100.00)	0	0	0
ดำเนินการแก้ปัญหา	34 (100.00)	0	0	0
ตรวจสอบความถูกต้อง	1 (2.94)	11 (32.35)	22 (64.71)	0
ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยรวม	26 (76.47)	8 (23.53)	0	0

จากตาราง 14 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยรวมอยู่ในระดับดีเยี่ยม เมื่อพิจารณาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์รายด้าน พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา ด้านสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และด้านดำเนินการแก้ปัญหาอยู่ในระดับดีเยี่ยม ส่วนด้านตรวจสอบความถูกต้องอยู่ในระดับพอใช้ ทั้งนี้ผู้วิจัยได้แสดงภาพตัวอย่างการเขียนตอบของนักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยรวมอยู่ในระดับ ดีเยี่ยม ดังภาพ 15

จงแสดงวิธีหาคำตอบ และตอบคำถามที่ละเอียด

1. ค่าขนส่งที่สุดจากอำเภอแม่สอด ประเทศไทยไปยังเมืองย่างกุ้ง ประเทศเมียนมาร์ ค่าขนส่งเบื้องต้น 200 บาทต่อกล่อง กับค่าขนส่งที่คิดตามน้ำหนักพัสดุ กิโลกรัมละ 10 บาท

1) จงเขียนฟังก์ชันแทนค่าขนส่งที่สุดในแต่ละกล่องและเขียนกราฟของฟังก์ชันที่ได้
2) ถ้าส่งพัสดุ 2 กล่องที่มีน้ำหนักรวม 10 กิโลกรัม ต้องเสียค่าขนส่งทั้งหมดเท่าไร

(1. เขียนระบุปัญหาและกำหนดตัวแปรที่ใช้ 2. เขียนฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์และเขียนกราฟ 3. ดำเนินการคำนวณ)

4. ตรวจสอบคำตอบ)

เขียนฟังก์ชันของค่าขนส่งในกล่อง - ค่าขนส่งเบื้องต้น 200 บาท - ค่าขนส่งต่อกรัม 10 บาท

ปัญหาคือหาฟังก์ชัน

ให้ x แทนค่าขนส่งต่อกล่อง y กิโลกรัม

ข้อ 1. แทนค่าขนส่งต่อกล่อง x กิโลกรัม

ข้อ 2. $f(x) = 200 + 10x$

x	1	2	3	4	5
y	210	220	230	240	250

ข้อ 2. $f(1) = 210$
 $f(2) = 220$
 $f(3) = 230$
 $f(4) = 240$
 $f(5) = 250$

ข้อ 3. $f(x) = 200 + 10x$
ถ้าส่งพัสดุ 2 กล่องที่มีน้ำหนักรวม 10 กิโลกรัม
ค่าขนส่ง: $200 + 10 = 210$

ข้อ 4. $200 + 10 \times 10 = 300$ บาท

คำตอบคำตอบ

$f(x) = 200 + 10x$
 $= 200 + 10(10)$
 $= 300$

ภาพ 15 แสดงการเขียนตอบของนักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยรวมอยู่ในระดับดีเยี่ยม จากแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ข้อที่ 1

จากภาพ 15 พบว่า นักเรียนมีการกำหนดปัญหา กำหนดตัวแปรและความสัมพันธ์ สร้างฟังก์ชันแสดงค่าขนส่งพัสดุ เขียนกราฟของฟังก์ชัน และหาคำตอบของปัญหาและตรวจสอบคำตอบ

ตาราง 15 แสดงจำนวนนักเรียนตามระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากแบบ
วัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน ข้อที่ 2

ทักษะการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ (ข้อที่ 2)	จำนวนนักเรียนจำแนกตามระดับทักษะการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์ (ร้อยละ)			
	ดีเยี่ยม	ดี	พอใช้	ปรับปรุง
ทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา	25 (73.53)	6 (17.65)	3 (8.82)	0
สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์	30 (88.24)	2 (5.88)	1 (2.94)	1 (2.94)
ดำเนินการแก้ปัญหา	30 (88.24)	0	4 (11.76)	0
ตรวจสอบความถูกต้อง	28 (82.35)	0	0	6 (17.65)
ทักษะการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ โดยรวม	28 (82.35)	2 (5.88)	2 (5.88)	2 (5.88)

จากตาราง 15 พบว่า พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยรวมอยู่ในระดับดีเยี่ยม เมื่อพิจารณาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์รายด้าน พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้ง 4 ด้านอยู่ในระดับดีเยี่ยม ทั้งนี้ผู้วิจัยได้ แสดงภาพตัวอย่างการเขียนตอบของนักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยรวมอยู่ในระดับดีเยี่ยม ดังภาพ 16 ซึ่งนักเรียนมีการกำหนดปัญหา นำข้อมูลที่มีมาจัดให้อยู่ในรูปที่เข้าใจ ง่าย กำหนดตัวแปรและความสัมพันธ์ และสร้างสมการเพื่อคำตอบของปัญหา เมื่อได้คำตอบแล้วมี การตรวจสอบคำตอบ

2. กระดาษรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ามีด้านยาวยาวกว่าด้านกว้าง 4 เซนติเมตร เมื่อตัดรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ยาวด้านละ 4 เซนติเมตร ออกจากมุมทั้งสี่ของแผ่นกระดาษ แล้วยกด้านที่เหลือประกอบเป็นกล่องไม่มีฝา จะได้กล่องที่มีปริมาตร 88 ลูกบาศก์เซนติเมตร จงหาความกว้างและความยาวของกระดาษที่นำมาทำกล่องนี้

(1. เขียนระบุปัญหาและกำหนดตัวแปรที่ใช้ 2. เขียนฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์และเขียนกราฟ 3. ดำเนินการคำนวณ 4. ตรวจสอบคำตอบ)

วิธีแก้ปัญหาคือ เราควรใช้ความรู้เรื่องปริมาตรของกล่อง

x แทน ความยาวของกระดาษ
ความยาวของกระดาษเท่ากับ $x+4$

ปริมาตรของกล่อง = 88 ลูกบาศก์เซนติเมตร

$$x \cdot (x-8) \cdot 4 = 88$$

$$x(x-8) = 22$$

$$x^2 - 8x - 22 = 0$$

$$x^2 - 12x + 10 = 0$$

$$(x-11)(x-1) = 0$$

$\therefore x = 11$ หรือ -1

จากสมการข้างต้นจะได้คำตอบว่า $x = 11$

\therefore กระดาษมีขนาดกว้าง 11 เซนติเมตร มีด้านยาว $11+4 = 15$

ปริมาตรของกระดาษ = $11 \times 15 \times 4 = 660$

ภาพ 16 แสดงการเขียนตอบของนักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยรวมอยู่ในระดับดีเยี่ยม จากแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ข้อที่ 2

ตาราง 16 แสดงจำนวนนักเรียนตามระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากแบบ
วัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน ข้อที่ 3

ทักษะการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ (ข้อที่ 3)	จำนวนนักเรียนจำแนกตามระดับทักษะการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์ (ร้อยละ)			
	ดีเยี่ยม	ดี	พอใช้	ปรับปรุง
ทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา	14 (41.18)	12 (35.29)	8 (23.53)	0
สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์	4 (11.76)	1 (2.94)	27 (79.41)	2 (5.88)
ดำเนินการแก้ปัญหา	3 (8.82)	1 (2.94)	28 (82.35)	2 (5.88)
ตรวจสอบความถูกต้อง	0	1 (2.94)	2 (5.88)	31 (91.18)
ทักษะการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ โดยรวม	1 (2.94)	3 (8.82)	20 (58.82)	10 (29.41)

จากตาราง 16 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยรวมอยู่ในระดับพอใช้ เมื่อพิจารณาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์รายด้าน พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาอยู่ในระดับดีเยี่ยม ด้านสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และด้านดำเนินการแก้ปัญหาอยู่ในระดับพอใช้ ส่วนด้านตรวจสอบความถูกต้องอยู่ในระดับปรับปรุง การที่นักเรียนส่วนใหญ่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับพอใช้ เนื่องจากนักเรียนส่วนใหญ่แปลงค่าเปอร์เซ็นต์ไม่ถูกต้องทำให้ได้ฟังก์ชันที่ไม่ถูกต้อง ผู้วิจัยได้แสดงภาพตัวอย่างการเขียนตอบของนักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยรวมอยู่ในระดับพอใช้ ดังภาพ 16 ซึ่งนักเรียนที่มีระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับพอใช้ เนื่องจากนักเรียนใช้อัตราดอกเบี้ยในการคำนวณเป็น 0.12 ซึ่งไม่ถูก จะต้องใช้ 0.012 จึงจะถูกต้อง ทำให้สร้างฟังก์ชัน และหาผลลัพธ์ได้ไม่ถูกต้อง และไม่มีการหาตรวจสอบคำตอบ ทั้งอาจเกิดการผิดพลาดในการคำนวณอัตราดอกเบี้ยที่จะต้องนำ 1.2 หารด้วย 100 ซึ่งจะได้ 0.012 แต่นักเรียนส่วนใหญ่ได้ 0.12

3. ในปี พ.ศ. 2554 จังหวัดนครราชสีมาประชากรทั้งหมด 765,000 คน และมีอัตราเพิ่มขึ้น 1.2% ต่อปี อย่างไรก็ตาม ในปี พ.ศ. 2560 จะมีประชากรประมาณกี่คน

(1. เขียนระบุปัญหาและกำหนดตัวแปรที่รู้ 2. เขียนฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์และเขียนกราฟ 3. ดำเนินการคำนวณ 4. ตรวจสอบคำตอบ)

$$\begin{aligned}
 \text{ปี } 2554 & \quad \text{มีประชากรทั้งหมด } 765,000 \text{ คน} \\
 \text{ปี } 2555 & \quad = 765,000 + (1.2\%) \\
 & \quad = 765,000 + (9,180) \\
 \text{ปี } 2556 & \quad = 765,000 + (1.2\%)(765,000) + 9,180 \\
 \text{ปี } 2557 & \quad = 765,000 + (1.2\%)(765,000) + 9,180 + 9,180 \\
 & \quad = 765,000 + (1.2\%)(765,000) + (18,360) \\
 & \quad = 765,000 + 9,180 + 18,360 \\
 & \quad = 792,540 \text{ คน}
 \end{aligned}$$

ภาพ 17 แสดงการเขียนตอบของนักเรียนที่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยรวมอยู่ในระดับ พอใช้ จากแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ข้อที่ 3

ตาราง 17 เปรียบเทียบระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน ข้อที่ 1-3

ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	ข้อที่	จำนวนนักเรียนจำแนกตามระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์											
		1				2				3			
ระดับความสามารถ		3	2	1	0	3	2	1	0	3	2	1	0
ทำความเข้าใจ		21	13	0	0	25	6	3	0	14	12	8	0
สถานการณ์ปัญหา													
สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์		34	0	0	0	30	2	1	1	4	1	27	2
ดำเนินการแก้ปัญหา		34	0	0	0	30	0	4	0	3	1	28	2
ตรวจสอบความถูกต้อง		1	11	22	0	28	0	0	6	0	1	2	31
ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยรวม		26	28	1	8	2	2	0	2	21	0	2	10

ตาราง 18 ระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จำแนกตามองค์ประกอบรายด้าน จากแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน ข้อที่ 1-3

ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	ข้อที่	ระดับความสามารถ	จำนวน	ร้อยละ
ทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา	1	ดีเยี่ยม	21	61.76
	2	ดีเยี่ยม	25	73.53
	3	ดีเยี่ยม	14	41.28
สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์	1	ดีเยี่ยม	34	100.00
	2	ดีเยี่ยม	30	88.24
	3	พอใช้	27	79.41
ดำเนินการแก้ปัญหา	1	ดีเยี่ยม	34	100.00
	2	ดีเยี่ยม	30	88.24
	3	พอใช้	28	82.35
ตรวจสอบความถูกต้อง	1	พอใช้	22	64.71
	2	ดีเยี่ยม	28	82.35
	3	ปรับปรุง	31	91.18
ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยรวม	1	ดีเยี่ยม	26	76.47
	2	ดีเยี่ยม	28	82.35
	3	พอใช้	21	61.76

จากตาราง 17 และ 18 พบว่า ในคำถามข้อที่ 1 นักเรียนส่วนใหญ่มีระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา ด้านสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และด้านดำเนินการแก้ปัญหา อยู่ในระดับ ดีเยี่ยม และด้านตรวจสอบความถูกต้องอยู่ในระดับ พอใช้ ในคำถามข้อที่ 2 นักเรียนส่วนใหญ่มีระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา ด้านสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ด้านดำเนินการแก้ปัญหา และด้านตรวจสอบความถูกต้องอยู่ในระดับ ดีเยี่ยม ในคำถามข้อที่ 3 นักเรียนส่วนใหญ่มีระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา อยู่ในระดับ ดีเยี่ยม ในด้านสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และด้านดำเนินการแก้ปัญหาอยู่ในระดับ พอใช้

และด้านตรวจสอบความถูกต้องอยู่ในระดับ ปรับปรุง ทั้งจะเห็นว่าในคำถามข้อที่ 3 นักเรียนส่วนใหญ่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับ พอใช้

ผลการวิจัยระหว่างและหลังการจัดการเรียนรู้มีความสอดคล้องกันใน 3 ด้าน คือ ด้านทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา ด้านสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และด้านดำเนินการแก้ปัญหาที่นักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถอยู่ในระดับดีเยี่ยม ส่วนด้านตรวจสอบความถูกต้อง นักเรียนส่วนใหญ่ไม่แสดงการตรวจสอบคำตอบในแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จึงทำให้ความสามารถด้านตรวจสอบความถูกต้องอยู่ในระดับพอใช้ในขณะที่ผลการวิจัยจากใบงานที่นักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถอยู่ในระดับดีเยี่ยม

บทที่ 5

บทสรุป

การวิจัยเรื่อง การวิจัยปฏิบัติการเพื่อพัฒนาการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 มีจุดมุ่งหมายเพื่อศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 และเพื่อศึกษาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ มีผลการวิจัยดังนี้

สรุปผลการวิจัย

1. แนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

การวิจัยเพื่อศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ซึ่งประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ทั้ง 3 วงจรปฏิบัติการ มีข้อสรุปดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ทำเข้าใจสถานการณ์ปัญหา

นักเรียนส่วนใหญ่มีความสับสนกับคำถามในแต่ละข้อของใบงานผู้วิจัยจึงต้องอธิบายลักษณะของการตอบคำถามในใบงาน และเมื่อนักเรียนได้อ่านสถานการณ์ปัญหาแล้ว พบว่านักเรียนบางคนไม่มีความรู้เกี่ยวกับสถานการณ์ นักเรียนส่วนใหญ่เขียนข้อมูลที่จำเป็นและความสัมพันธ์ที่ได้จากสถานการณ์ไม่ครบถ้วน ดังนั้น ผู้วิจัยจึงใช้สถานการณ์ปัญหาในใช้ชีวิตประจำวันหรือปัญหาที่น่าสนใจ มีการทบทวนความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับสถานการณ์ให้นักเรียนก่อนเริ่มกิจกรรม ในระหว่างที่นักเรียนทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาผู้วิจัยคอยเน้นย้ำนักเรียนโดยการตั้งคำถามเกี่ยวกับข้อมูลที่จะใช้ในการสร้างฟังก์ชัน ทำให้นักเรียนสามารถเขียนตอบได้ครบถ้วนมากยิ่งขึ้น

ขั้นตอนที่ 2 สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

นักเรียนบางคนลืมเงื่อนไขของสถานการณ์ทำให้สร้างฟังก์ชันได้ไม่สอดคล้องกับสถานการณ์ ผู้วิจัยจึงให้นักเรียนเขียนเงื่อนไขของสถานการณ์ในคำถามข้อที่ 1 ด้วย ในระหว่างจัดกิจกรรมวิจัยคอยตั้งคำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิด และควรเริ่มจากการใช้ความรู้พื้นฐานทาง

คณิตศาสตร์ที่ไม่ซับซ้อน มีลักษณะเป็นแบบรูป ส่งผลให้นักเรียนสามารถสร้างฟังก์ชันได้สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหา

ขั้นตอนที่ 3 หาผลลัพธ์ของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

นักเรียนจะต้องหาผลลัพธ์จากฟังก์ชัน ซึ่งในช่วงแรกพบว่านักเรียนบางส่วนไม่สามารถประยุกต์ใช้ความรู้ในเนื้อหาที่เรียนมาหาผลลัพธ์ได้ ผู้วิจัยจึงทบทวนความรู้ที่ใช้ในการดำเนินการ และใช้คำถามกระตุ้นนักเรียนให้นำความรู้ในเรื่องฟังก์ชันมาใช้ในการหาผลลัพธ์ ส่งผลให้นักเรียนสามารถหาผลลัพธ์จากฟังก์ชันได้

ขั้นตอนที่ 4 แปลความหมายของผลลัพธ์

นักเรียนส่วนใหญ่ไม่เข้าใจการแปลความหมายของผลลัพธ์จึงไม่สามารถเขียนคำตอบได้ ผู้วิจัยจึงต้องอธิบายวิธีการและความสำคัญของการแปลความหมายให้นักเรียนทราบก่อน และค่อยกระตุ้นนักเรียนโดยการตั้งคำถามเกี่ยวกับปัญหาของสถานการณ์ ส่งผลให้นักเรียนสามารถแปลความหมายของผลลัพธ์ได้ดีขึ้น

ขั้นตอนที่ 5 ตรวจสอบผลลัพธ์กับข้อมูลจริง

นักเรียนไม่สามารถตรวจสอบผลลัพธ์ได้ และมีข้อสงสัยว่าทำไมจึงต้องตรวจสอบผลลัพธ์ ผู้วิจัยชี้แนะวิธีการตรวจคำตอบสำหรับปัญหาที่แตกต่างกัน และยกตัวอย่างการทำงานต่าง ๆ ในชีวิตประจำวันเพื่อให้นักเรียนเห็นความสำคัญ และเน้นย้ำให้นักเรียนตรวจคำตอบ

จากผลการวิจัยผู้วิจัยพบว่าแนวทางที่ในการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย 5 ขั้นตอนดังนี้ ขั้นตอนที่ 1 ทำเข้าใจสถานการณ์ปัญหา ขั้นตอนที่ 2 สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนที่ 3 หาผลลัพธ์ของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนที่ 4 แปลความหมายของผลลัพธ์ และขั้นตอนที่ 5 ตรวจสอบผลลัพธ์กับข้อมูลจริง มีประเด็นที่ควรเน้น คือ 1) การใช้สถานการณ์ปัญหาที่มีความน่าสนใจเชื่อมโยงกับชีวิตจริง และควรเป็นสถานการณ์ที่ทำให้นักเรียนสามารถสร้างแบบจำลองได้มากกว่า 1 แบบ 2) ครูควรทบทวนเนื้อหาและความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหาเพื่อให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ในการสร้างความสัมพันธ์และแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ 3) ครูควรอธิบายวิธีการและชี้ให้นักเรียนเห็นถึงความสำคัญของการแปลความหมายของผลลัพธ์และการตรวจคำตอบ 4) ครูควรสังเกตพฤติกรรมนักเรียนในระหว่างที่นักเรียนทำใบงาน กระตุ้นนักเรียนโดยการใช้คำถามให้นักเรียนคิดเมื่อเห็นว่านักเรียนไม่เข้าใจหรือให้คำแนะนำ

2. ผลการศึกษาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

ผลการศึกษาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่องฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้วิจัยได้เก็บข้อมูลและวิเคราะห์ผลในระหว่างการจัดการเรียนรู้ด้วยใบงาน ซึ่งพบว่าในระหว่างวงจรปฏิบัติการที่ 1 ถึง 3 นักเรียนมีพัฒนาการทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้ง 4 ด้าน เห็นได้จากในวงจรปฏิบัติการที่ 3 นักเรียนทุกคนมีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้ง 4 ด้าน อยู่ในระดับ ดีเยี่ยม หลังจากเสร็จสิ้นการจัดการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการที่ 3 ผู้วิจัยได้ให้นักเรียนทำแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน ทั้งหมด 3 ข้อ นักเรียนส่วนใหญ่มีระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในข้อที่ 1 และ 2 อยู่ในระดับ ดีเยี่ยม และในข้อที่ 3 อยู่ในระดับ พอใช้ เนื่องจากนักเรียนส่วนใหญ่ไม่ได้แปลงค่าเปอร์เซ็นต์ก่อนทำให้ได้ฟังก์ชันที่ไม่ถูกต้อง ทั้งนี้เมื่อพิจารณาการหาคำตอบของนักเรียนจะพบว่าโดยภาพรวมนักเรียนส่วนใหญ่มีพัฒนาการทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และดำเนินการแก้ปัญหา อยู่ในระดับ ดีเยี่ยม และพบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านตรวจสอบความถูกต้องอยู่ในระดับ พอใช้ เนื่องจากนักเรียนไม่มีการตรวจคำตอบ

อภิปรายผลการวิจัย

1. แนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

จากการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ในขั้นตอนที่ 1 ทำเข้าใจสถานการณ์ปัญหา เริ่มจากให้นักเรียนทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา เขียนระบุประเด็นปัญหา กำหนดตัวแปร และความสัมพันธ์ของข้อมูล โดยผู้วิจัยคอยกระตุ้นโดยใช้คำถามที่ชี้ให้เห็นความสัมพันธ์ของข้อมูล สอดคล้องกับ อัมพร ม้าคะนอง (2554, หน้า 48) ที่กล่าวว่า การพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาต้องเน้นที่การคิดวิเคราะห์ข้อมูลในปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนด เพื่อให้ผู้เรียนมีทักษะในการทำความเข้าใจหรือวิเคราะห์ปัญหา โดยเฉพาะอย่างยิ่ง การวิเคราะห์ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย ความเข้าใจปัญหาอย่างถ่องแท้จะทำให้เห็นนักเรียนเห็นแนวทางหรือวิธีในการแก้ปัญหา สามารถแก้ปัญหาและขยายคำตอบได้ ขั้นตอนที่ 2 สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และขั้นตอนที่ 3 หาผลลัพธ์ของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยกระตุ้นให้นักเรียนสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์แทน

สถานการณ์ปัญหาเพื่อให้ง่ายต่อการหาผลลัพธ์และดำเนินการหาผลลัพธ์จากความรู้เรื่องฟังก์ชัน สอดคล้องกับ (สุรสาธิต ผาสุข, 2546 อ้างอิงใน บัญชา ชินโณ และมาลี ศรีพรหม) แบบจำลอง คณิตศาสตร์ทำให้นักเรียนเห็นว่าสถานการณ์ปัญหาในชั้นเรียนไม่แตกต่างไปจากสถานการณ์จริงที่ นักเรียนพบเห็นนอกชั้นเรียน และนักเรียนสามารถวิเคราะห์ประเด็นปัญหาและสังเคราะห์ ความรู้ ตนเองที่มีอยู่ทั้งทางด้านคณิตศาสตร์และสถิติไปใช้ในสถานการณ์จริง ในขั้นตอนที่ 4 แปล ความหมายของผลลัพธ์ และขั้นตอนที่ 5 ตรวจสอบผลลัพธ์กับข้อมูลจริงผู้วิจัยจะกระตุ้นให้นักเรียน แปลผลลัพธ์เพื่อเป็นคำตอบของสถานการณ์ และตรวจสอบผลลัพธ์อีกครั้งหนึ่ง สอดคล้องกับ อัมพร ม้าคะนอง (2558, หน้า 81) ที่กล่าวว่า การใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์แทนปัญหาและ สถานการณ์ต่าง ๆ จะนำไปสู่การหาคำตอบเพื่อปัญหาได้ โดยแบบจำลองอาจอยู่ในรูปแบบต่าง ๆ เช่น ตาราง กราฟ สมการ อสมการ ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน และสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ ประโยชน์ของการใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์แก้ปัญหาในชีวิตจริง ซึ่งสามารถทำได้สะดวกและ รวดเร็ว และจากคำตอบที่ได้ อาจกระตุ้นการคิดโดยใช้ความรู้ลึกซึ้ง จำนวนในการพิจารณาว่า คำตอบที่ได้สมเหตุสมผลหรือไม่ และสอดคล้องกับ คັນสนีย์ เณรเทียน (2560, หน้า 238) ที่กล่าว ว่า การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นกระบวนการในการแก้ปัญหาที่สามารถนำไปใช้ใน กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ เน้นให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมในกิจกรรมการเรียนรู้ผ่านการแก้ปัญหาใน ชีวิตจริงโดยใช้ความรู้และวิธีการทางคณิตศาสตร์ เริ่มจากการให้ผู้เรียนเผชิญปัญหาที่เป็นปัญหา ในชีวิตจริงที่นักเรียนต้องใช้ในการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการคิดเพื่อแก้ปัญหา โดยผู้เรียนต้องมีการแปลงสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงให้เป็นสถานการณ์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สร้างแบบจำลองคณิตศาสตร์ ดำเนินการแก้ปัญหาและหาคำตอบเชิงคณิตศาสตร์ และนำคำตอบ ที่ได้ไปแปลงเป็นคำตอบปัญหาในชีวิตจริง

การจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ มีประเด็นที่ควรเน้นได้แก่ การใช้สถานการณ์ปัญหาที่มีความน่าสนใจเชื่อมโยงกับชีวิต จริงและควรเป็นสถานการณ์ที่ทำให้นักเรียนสามารถสร้างแบบจำลองได้มากกว่าหนึ่งแบบ เนื่องจากนักเรียนแต่ละคนมีวิธีคิดที่แตกต่างกัน สอดคล้องกับ Saxena et al. (2016) กล่าวว่า การ สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือที่ดีที่สุดหรือเราสามารถเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับ ปัญหาโลกแห่งความจริง ครูควรทบทวนเนื้อหาและความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น เกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหาเพื่อให้นักเรียนสามารถเชื่อมโยงความรู้ในการสร้างความสัมพันธ์และ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้ ซึ่งสอดคล้องกับทฤษฎีการเชื่อมโยงของธอร์นไคค์ ทิศนา ชามมณี (2557, น. 52) ที่ว่า การสำรวจความพร้อมหรือการสร้างความพร้อมของผู้เรียนเป็นสิ่งจำเป็นที่ต้อง

กระทำก่อนการสอนบทเรียน ครูควรสังเกตพฤติกรรมนักเรียนในระหว่างที่นักเรียนทำใบงาน ใช้คำถามในการกระตุ้นให้นักเรียนคิดและประเมินนักเรียนเมื่อเห็นว่านักเรียนไม่เข้าใจ สอดคล้องกับรายงาน GAIMME (2016, อ้างใน Hernández et al., 2017) ที่ได้รายงานถึงคำถามที่ออกแบบมาสำหรับการประเมินรายทางของการมีส่วนร่วมของนักเรียนในการสร้างแบบจำลองคณิตศาสตร์ สำหรับแต่ละองค์ประกอบของกระบวนการสร้างแบบจำลอง โดยใช้คำถามที่สอดคล้องกับการทำงานในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการสร้างแบบจำลอง

2. การศึกษาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

ผลการวิจัยจากใบงานและแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่พบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดีเยี่ยมสอดคล้องกันใน 3 ด้านคือด้านทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และดำเนินการแก้ปัญหา ทั้งนี้เนื่องจากขั้นตอนที่ 1 ทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา นักเรียนได้วิเคราะห์ประเด็นปัญหาอะไรคือปัญหา และจากข้อมูลมีความสัมพันธ์กันอย่างไร ควรกำหนดตัวแปรเพื่อแทนสิ่งใด จากนั้นนักเรียนจึงเขียนความสัมพันธ์จากข้อมูลและตัวแปรที่กำหนดขึ้น ในขั้นตอนที่ 2 สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เมื่อนักเรียนทราบความสัมพันธ์ของข้อมูลและตัวแปรแล้วนักเรียนจะต้องสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อแทนสถานการณ์ปัญหา ขั้นตอนที่ 3 หาผลลัพธ์ของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ จากนั้นนักเรียนจะดำเนินการหาผลลัพธ์ด้วยความรู้ทางคณิตศาสตร์ ในขณะที่ด้านการตรวจสอบความถูกต้องมีผลการวิจัยจากใบงานอยู่ในระดับดีเยี่ยม และผลการวิจัยจากแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อยู่ในระดับพอใช้ ทั้งนี้การจัดการเรียนรู้ในขั้นตอนที่ 4 แปลความหมายของผลลัพธ์และขั้นตอนที่ 5 ตรวจสอบผลลัพธ์กับข้อมูลจริง นักเรียนจะต้องแปลความหมายจากผลลัพธ์จากการดำเนินการให้เป็นผลของสถานการณ์ และทำการตรวจสอบคำตอบอีกครั้งซึ่งเป็นขั้นตอนที่ส่งเสริมให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบ แต่อาจเนื่องจากการพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านตรวจสอบความถูกต้องอาจใช้เวลามากกว่านี้ในการทำให้นักเรียนเห็นถึงความสำคัญของการตรวจสอบคำตอบ ทั้งนี้โดยภาพรวมพบว่าการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์สามารถส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ ซึ่งสอดคล้องกับ Doruk (2012 อ้างอิงใน ขวัญหทัย พิกุลทอง และคณะ 2018) ที่กล่าวว่า การใช้กิจกรรมการสร้างแบบจำลองคณิตศาสตร์เป็นกิจกรรมที่ดีอย่างมากในทางปฏิบัติสำหรับการศึกษาคณิตศาสตร์เพราะการสร้างแบบจำลองคณิตศาสตร์ที่มีศักยภาพจะช่วยสร้างมิติใหม่ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียน และสามารถพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนให้ดียิ่งขึ้น สอดคล้องกับแนวคิดของ Hernández et al. (2017) ที่ว่า นักเรียนที่มีส่วน

ร่วมในกระบวนการสร้างแบบจำลองจะสังเกตเห็นโอกาสที่จะใช้ความคิดของตนเองในการสร้างวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อแก้ไขปัญหาในโลกแห่งความเป็นจริง และสอดคล้องกับการวิจัย เทพสุดา เกตุทอง (2551) ที่พบว่า นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มควบคุมที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามปกติ ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากหลักการที่สำคัญของ กระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ คือ เน้นการแก้สถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงซึ่งเป็น สิ่งที่สำคัญที่ช่วยให้ นักเรียนเกิดความรู้ ความเข้าใจ และสามารถแก้ปัญหาได้

ข้อเสนอแนะ

1. ข้อเสนอแนะในการนำไปใช้จัดการเรียนรู้

การจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เป็นการจัดการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นการใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในการแทนสถานการณ์ปัญหา ดังนั้นครูควรใช้สถานการณ์ในชีวิตจริงที่ทำให้ นักเรียนสามารถสร้างแบบจำลองได้หลากหลาย เพราะนักเรียนแต่ละคนมีวิธีคิดที่แตกต่างกัน และเป็นการส่งเสริมให้นักเรียนทำสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงให้เป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการดำเนินการ เพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2. ข้อเสนอแนะในการวิจัยครั้งต่อไป

ควรศึกษาการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ เช่น ทักษะการสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ทักษะการเชื่อมโยง ทักษะการให้เหตุผล และทักษะการคิดสร้างสรรค์ เนื่องจากการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์มุ่งเน้นการแก้ปัญหาของสถานการณ์ในชีวิตจริงโดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในรูปแบบต่าง ๆ และคำนึงถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบทางคณิตศาสตร์กับคำตอบในชีวิตจริงซึ่งอาจช่วยพัฒนาทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวได้

บรรณานุกรม

บรรณานุกรม

- กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และสาระภูมิศาสตร์ ในกลุ่มสาระการเรียนรู้สังคมศึกษา ศาสนา และวัฒนธรรม (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. ๒๕๖๐) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๕๑. (พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.
- ขวัญหทัย พิกุลทอง, ชนิดวรา เลิศอมรพงษ์, สิทธิพร ทิพย์คง และชานนท์ จันทร์ (2561). การพัฒนาระบบการเรียนการสอน เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์. วารสารศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์ วิทยาเขตปัตตานี. 29(3), 13-30.
- คุณัญญา วินาลัย. (2558). การพัฒนาวิธีการสอนทางคณิตศาสตร์ ที่เน้นทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องจำนวนเชิงซ้อน โดยใช้การวิจัยเชิงปฏิบัติการสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. วิทยานิพนธ์, มหาวิทยาลัยนเรศวร, พิษณุโลก.
- เชิดพงศ์ ชาชุมวงศ์, มาลี ศรีพรหม และสมเกียรติ พลละจิตต์. (2557). การพัฒนาทักษะการแก้ปัญหา ทักษะการเชื่อมโยงทางคณิตศาสตร์ และความใฝ่รู้ใฝ่เรียนของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยใช้กิจกรรมการเรียนรู้ปัญหาเป็นฐานร่วมกับการสร้าง แบบจำลองทางคณิตศาสตร์. วารสารบัณฑิตศึกษา, 11(54), 51-62.
- ทีศนา แฉมมณี. (2557). ศาสตร์การสอน: องค์ความรู้เพื่อการจัดกระบวนการเรียนรู้ที่มีประสิทธิภาพ. (พิมพ์ครั้งที่ 18). กรุงเทพฯ: บริษัทด้านสุทธาการพิมพ์.
- เทพสุดา เกตุทอง. (2551). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน จังหวัดลพบุรี. วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพมหานคร.
- บัญชา ชินโณ และมาลี ศรีพรหม. (2557). การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้รูปแบบแบ่งกลุ่ม ผลสัมฤทธิ์ (STAD) ร่วมกับกระบวนการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์พฤติกรรมการทำงานกลุ่มและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. วารสารบัณฑิตศึกษา, 11(52), 75-88.

- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2534). หน่วยที่ 12 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์. **ประมวลสาระชุดวิชา รัตตและวิทยาวิธีทางคณิตศาสตร์**. สาขาวิชาศึกษาศาสตร์ บัณฑิตศึกษา มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช
- พรรณี ฤชากุล. (2557). การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เรื่อง กำหนดการเชิงเส้น ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. **วารสารวิชาการหลักสูตรและการสอน**. 6(15), 237-248
- ไพศาล วรคำ. (2552). การวิจัยทางการศึกษา. กาลสินธุ์: ประสานการพิมพ์.
- รัตนะ บัวสนธ์. (2556). วิจัยเชิงคุณภาพทางการศึกษา (พิมพ์ครั้งที่ 4). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- คันสนีย์ เณรเทียน. (2560). การเรียนรู้คณิตศาสตร์ผ่านปัญหาในชีวิตจริงที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์. **วารสารครุศาสตร์**, 45(2), 238-253
- สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. (2561). รายงานผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2560 ฉบับที่ 5 – ค่าสถิติแยกตามสาระการเรียนรู้สำหรับโรงเรียน. สืบค้นเมื่อวันที่ 31 มีนาคม 2561, จาก <http://www.newonetestresult.niets.or.th/AnnouncementWeb/School/ReportSchoolBySchool.aspx?mi=2>.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท). (2546). **คู่มือวัดผลและประเมินผลคณิตศาสตร์**. <http://sa.ipst.ac.th/?p=679>.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท). (2555). **ครุคณิตศาสตร์มืออาชีพ เส้นทางสู่ความสำเร็จ**. (พิมพ์ครั้งที่ 1). กรุงเทพมหานคร: 3-คิว มีเดีย.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท). (2555). **ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์**. (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพมหานคร: 3-คิว มีเดีย.
- สิริกัญญา หะยะมิน. (2558). ผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องการแปรผัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาชั้นปีที่ 2. วิทยานิพนธ์, มหาวิทยาลัยนเรศวร, พิษณุโลก.
- สุวิทย์ มูลคำ. (2547). **กลยุทธ์การสอนคิดแก้ปัญหา**. (พิมพ์ครั้งที่ 4). กรุงเทพฯ: ภาพพิมพ์.
- สุวิมล ว่องวานิช. (2557). การวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน (พิมพ์ครั้งที่ 17). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- อัมพร ม้าคนอง. (2554). **ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ : การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ.** (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคนอง. (2558). **คณิตศาสตร์สำหรับครูมัธยม.** (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- Hernández, M., Levy, R., Mathew D. Felton-Koestler, M. D. and Zbiek, R. M. (2017). **Mathematical modeling on the high school curriculum.** *Mathematics teacher.* 110(5), 336-346.
- Ulu, M. (2017). **Examining the Mathematical Modeling Processes of Primary School 4th-Grade Students: Shopping Problem.** *Universal Journal of Educational Research,* 5(4), 561-580.
- Saxena, R., Shrivastava, K. and Bhardwajdwaj, R. (2016). **Teaching Mathematical Modeling in Mathematics Education.** *Journal of Education and Practice.* 7(11), 34-44.
- Williams, K. (2003). **Writing about the Problem-Solving Process to Improve Problem-Solving Performance.** *The Mathematics Teacher.* 96(3), 185-187.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก รายชื่อผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ผู้เชี่ยวชาญในการตรวจสอบเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย การค้นคว้าอิสระ เรื่อง การวิจัยปฏิบัติการเพื่อพัฒนาการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 มีรายชื่อผู้เชี่ยวชาญ ดังนี้

1. ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์/คณิตศาสตร์ศึกษา
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วรินทร์ พูนไพบูลย์พัฒน์
อาจารย์ประจำสาขาวิชาคณิตศาสตร์ศึกษา ภาควิชาการศึกษา
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนครสวรรค์
2. ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียน ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย
นายเสนีย์ เวียงดาว
ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะ ครูชำนาญการพิเศษ
โรงเรียนอุ้มผางวิทยาคม จังหวัดตาก
3. ผู้เชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียน ระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย
นางวิไลพร ศรีนิล
ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะ ครูชำนาญการพิเศษ
โรงเรียนสรรพวิทยาคม จังหวัดตาก

ภาคผนวก ข ผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้
แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทาง
คณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน

ตาราง 19 แสดงผลการประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้
แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
เรื่อง ฟังก์ชัน

รายการประเมิน	ผลการประเมิน		
	\bar{X}	S.D.	ระดับความเหมาะสม
1. ด้านจุดประสงค์การเรียนรู้			
1.1 สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้	4.67	0.58	เหมาะสมมากที่สุด
1.2 ข้อความชัดเจนและเข้าใจง่าย	4.00	0.00	เหมาะสมมาก
1.3 สามารถวัดผลประเมินผลได้	4.67	0.58	เหมาะสมมากที่สุด
ค่าเฉลี่ย	4.44	0.38	เหมาะสมมาก
2. ด้านสาระการเรียนรู้			
2.1 ถูกต้องตามหลักวิชาการ	4.00	0.00	เหมาะสมมาก
2.2 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้/ ตัวชี้วัด	4.67	0.58	เหมาะสมมากที่สุด
2.3 ข้อความชัดเจนเข้าใจง่ายและน่าสนใจ	4.00	0.00	เหมาะสมมาก
2.4 กำหนดสาระการเรียนรู้เนื้อหาเหมาะสม กับเวลาเรียน	4.67	0.58	เหมาะสมมากที่สุด
2.1 ถูกต้องตามหลักวิชาการ	4.00	0.00	เหมาะสมมาก
ค่าเฉลี่ย	4.33	0.29	เหมาะสมมาก
3. ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนรู้			
3.1 กิจกรรมมีขั้นตอนถูกต้องเหมาะสม	4.00	0.00	เหมาะสมมาก
3.2 ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ปฏิบัติจริง	4.33	1.15	เหมาะสมมาก
3.3 ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้เกิดทักษะการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	3.67	0.58	เหมาะสมมาก

ตาราง 19 (ต่อ)

รายการประเมิน	ผลการประเมิน		
	\bar{X}	S.D.	ระดับความเหมาะสม
3.4 กิจกรรมเหมาะสมกับเวลา	4.00	0.00	เหมาะสมมาก
3.5 กิจกรรมเหมาะสมกับวัยของผู้เรียน	4.67	0.58	เหมาะสมมากที่สุด
3.6 ผู้เรียนได้ปฏิสัมพันธ์กับครูและเพื่อน	4.33	1.15	เหมาะสมมาก
ค่าเฉลี่ย	4.17	0.58	เหมาะสมมาก
4. ด้านสื่อและแหล่งการเรียนรู้			
4.1 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ / ตัวชี้วัด	4.67	0.58	เหมาะสมมากที่สุด
4.2 สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้	4.67	0.58	เหมาะสมมากที่สุด
4.3 สอดคล้องกับกิจกรรมในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้	4.00	0.00	เหมาะสมมาก
4.4 ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการใช้สื่อ	4.33	1.15	เหมาะสมมาก
4.5 ได้รับความสนใจของผู้เรียน	3.67	0.58	เหมาะสมมาก
4.6 ระบุสื่อการเรียนรู้ที่เหมาะสม	4.33	1.15	เหมาะสมมาก
4.7 ใ้กิจกรรมมีความน่าสนใจ	3.67	0.58	เหมาะสมมาก
ค่าเฉลี่ย	4.19	0.66	เหมาะสมมาก
5. การวัดผลและประเมินผล			
5.1 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ / ตัวชี้วัด	4.67	0.58	เหมาะสมมากที่สุด
5.2 สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้	4.67	0.58	เหมาะสมมากที่สุด
5.3 ใช้เครื่องมือวัดและประเมินผลได้เหมาะสม	4.33	1.15	เหมาะสมมาก
ค่าเฉลี่ย	4.56	0.77	เหมาะสมมากที่สุด
ค่าเฉลี่ยของทุกด้าน	4.29	0.55	เหมาะสมมาก

ตัวอย่างแบบประเมินการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์
เพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
เรื่อง ฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
(สำหรับผู้เชี่ยวชาญ)

คำชี้แจง

แบบประเมินการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ใช้สำหรับผู้เชี่ยวชาญประเมินเพื่อพิจารณาความเหมาะสมขององค์ประกอบของแผนการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ โปรดกาเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ตรงกับความคิดเห็นของท่าน ซึ่งระดับความคิดเห็นที่ 5 ระดับ ดังนี้

เหมาะสมมากที่สุด	ให้คะแนน 5 คะแนน
เหมาะสมมาก	ให้คะแนน 4 คะแนน
เหมาะสมปานกลาง	ให้คะแนน 3 คะแนน
เหมาะสมน้อย	ให้คะแนน 2 คะแนน
เหมาะสมน้อยที่สุด	ให้คะแนน 1 คะแนน

รายการประเมิน	ระดับความคิดเห็น				
	5	4	3	2	1
1. ด้านจุดประสงค์การเรียนรู้					
1.1 สอดคล้องกับมาตรฐานการเรียนรู้					
1.2 ข้อความชัดเจนและเข้าใจง่าย					
1.3 สามารถวัดผลประเมินผลได้					
2. ด้านสาระการเรียนรู้					
2.1 ถูกต้องตามหลักวิชาการ					
2.2 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ / ตัวชี้วัด					
2.3 ข้อความชัดเจนเข้าใจง่ายและน่าสนใจ					
2.4 กำหนดสาระการเรียนรู้เนื้อหาเหมาะกับเวลาเรียน					
3. ด้านการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน					
3.1 กิจกรรมมีขั้นตอนถูกต้องเหมาะสม					

รายการประเมิน	ระดับความคิดเห็น				
	5	4	3	2	15
3.2 ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ปฏิบัติจริง					
3.3 ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้เกิดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์					
3.4 กิจกรรมเหมาะสมกับเวลา					
3.5 กิจกรรมเหมาะสมกับวัยของผู้เรียน					
3.6 ผู้เรียนได้ปฏิสัมพันธ์กับครูและเพื่อน					
4. ด้านสื่อการเรียนการสอน					
4.1 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ / ตัวชี้วัด					
4.2 สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้					
4.3 สอดคล้องกับกิจกรรมในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้					
4.4 ผู้เรียนมีส่วนร่วมในการใช้สื่อ					
4.5 ได้รับความสนใจของผู้เรียน					
4.6 ระบุสื่อการเรียนรู้อย่างเหมาะสม					
4.7 ใบบกิจกรรมมีความน่าสนใจ					
5. ด้านการวัดผลประเมินผล					
5.1 สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ ตัวชี้วัด					
5.2 สอดคล้องกับสาระการเรียนรู้					
5.3 ใช้เครื่องมือวัดและประเมินผลได้เหมาะสม					

บันทึกความคิดเห็นเพิ่มเติม

.....

ลงนาม.....ผู้เชี่ยวชาญ

(.....)

ตำแหน่ง.....

วัน/เดือน/ปี.....

ภาคผนวก ค ผลการประเมินความสอดคล้องของแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทาง
คณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน

ตาราง 20 แสดงผลการประเมินความสอดคล้องของแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทาง
คณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน

ข้อที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			รวม	ค่า IOC	สรุปผล
	คนที่1	คนที่2	คนที่ 3			
1	+1	+1	+1	3	1	เหมาะสม
2	+1	+1	+1	3	1	เหมาะสม
3	+1	+1	+1	3	1	เหมาะสม

ค่า IOC มากกว่า 0.6 ขึ้นไป ถือว่าแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง
ฟังก์ชัน มีความตรงเชิงเนื้อหาที่สอดคล้องกับ จุดประสงค์การเรียนรู้สามารถนำไปใช้ได้

ภาคผนวก ง เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

1. แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
2. แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้
3. ใบงาน
4. แบบประเมินใบกิจกรรม
5. แบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่องฟังก์ชัน

ตัวอย่างแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะการ
แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

รหัสวิชา ค32101 รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน 3	ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ภาคเรียนที่ 1
หน่วยการเรียนรู้ที่ 2 ฟังก์ชัน	เวลา 10 คาบ
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 ฟังก์ชันเชิงเส้น	เวลา 3 คาบ

1. มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และ
นำไปใช้

2. ตัวชี้วัด

ค 1.2 ม.5/1 ใช้ฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชันอธิบายสถานการณ์ที่กำหนด

3. สาระสำคัญ

ฟังก์ชันเชิงเส้น n ตัวแปร มีรูปทั่วไป คือ $y = a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + \dots + a_nx_n$ แต่ใน
บทเรียนนี้จะพิจารณาฟังก์ชันที่เขียนอยู่ในรูป $y = ax + b$ เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริง และ $a \neq 0$
ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง

4. จุดประสงค์การเรียนรู้

4.1 ด้านความรู้

- 1) นักเรียนสามารถบอกได้ว่าฟังก์ชันใดเป็นฟังก์ชันเชิงเส้น
- 2) นักเรียนสามารถเขียนสมการของฟังก์ชันเชิงเส้นได้
- 3) นักเรียนสามารถวาดกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้นได้
- 4) นักเรียนสามารถใช้ฟังก์ชันเชิงเส้นและกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้นอธิบายสถานการณ์ที่

กำหนดให้ได้

4.2 ด้านทักษะและกระบวนการ

- 1) นักเรียนสามารถระบุประเด็นปัญหาได้
- 2) นักเรียนสามารถแปลงสถานการณ์ให้อยู่ในรูปของตัวแปรในฟังก์ชันเชิงเส้นได้
- 3) นักเรียนสามารถสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ซึ่งอยู่ในรูปของฟังก์ชันเชิงเส้นที่
สามารถนำมาหาคำตอบของปัญหาได้

4) นักเรียนสามารถดำเนินการทางคณิตศาสตร์เพื่อหาผลลัพธ์จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้

5) นักเรียนสามารถตรวจสอบความถูกต้องของผลลัพธ์ได้

4.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

นักเรียนมีความมุ่งมั่นในการทำงาน

5. สารการเรียนรู้

ฟังก์ชันและกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้น

6. กิจกรรมการเรียนรู้

คาบที่ 1 (ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับฟังก์ชันเชิงเส้น)

ชั้นนำ (5 นาที)

1. ครูใช้คำถาม “นักเรียนคิดว่าลักษณะของกราฟของฟังก์ชันมีลักษณะอย่างไรบ้าง”
แนวคำตอบ “เป็นเส้นตรง” “เป็นรูปตัวยู” “เป็นรูปตัวเอล” “เป็นรูปตัววี” ครับ/คะ
2. ครูอธิบายว่า “ฟังก์ชันมีหลายชนิดซึ่ง รูปทั่วไปและกราฟของฟังก์ชันแต่ละชนิดจะแตกต่างกัน ดังนั้นวันนี้เราจะมาเรียนเกี่ยวกับฟังก์ชันเชิงเส้น”
3. ครูทบทวนฟังก์ชันโดยให้นักเรียนยกตัวอย่างฟังก์ชันที่อยู่ในรูปการบอกเงื่อนไขของสมาชิก

แนวคำตอบ “ $y = 2x$ ”, “ $y = 2x - 1$ ”, “ $y = 5$ ”

ชั้นสอน (40 นาที)

4. ครูแนะนำรูปทั่วไปของฟังก์ชันเชิงเส้น n ตัวแปร คือ

$y = a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + \dots + a_nx_n$ เมื่อ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ เป็นจำนวนจริง แต่ในบทเรียนนี้จะพิจารณาฟังก์ชันที่เขียนอยู่ในรูป $y = ax + b$ เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริง และ $a \neq 0$ ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง

5. ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างฟังก์ชันเชิงเส้น

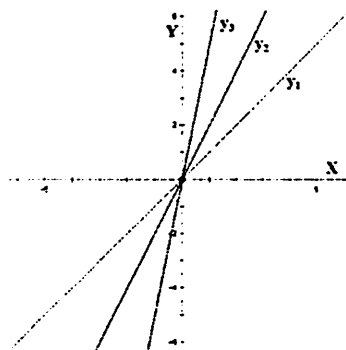
แนวคำตอบ “ $y = 2x + 1$ ”, “ $y = 2x$ ”, “ $y = 2x - 1$ ”, “ $y = 5x + 1$ ”

และครูวาดกราฟของฟังก์ชันที่นักเรียนยกตัวอย่างมาโดยใช้โปรแกรม GSP ซึ่งกราฟจะเป็นเส้นตรงทั้งหมด

6. ศึกษาดูตัวอย่างกราฟของสมการในรูป $y = ax + b$ ให้นักเรียนสังเกตกราฟที่เกิดขึ้นและหาข้อสรุปในกรณีต่างๆ เช่น

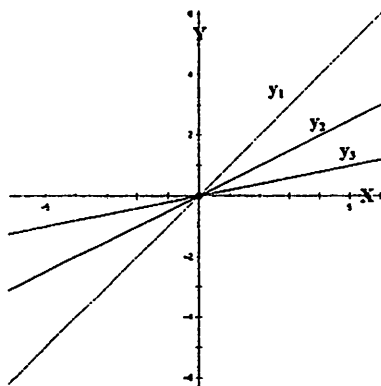
1) กรณี $a > 0$ และ a มีค่ามากขึ้น เมื่อ b คงที่

$$y_1 = x, y_2 = 2x, y_3 = 5x$$



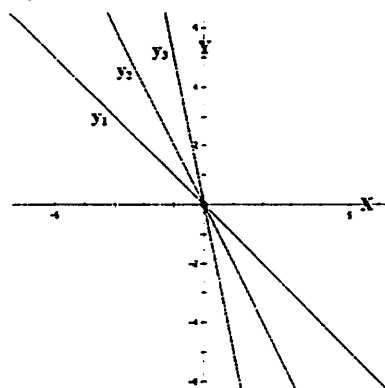
2) กรณี $a > 0$ และ a มีค่าน้อยลง เมื่อ b คงที่

$$y_1 = x, y_2 = \frac{1}{2}x, y_3 = \frac{1}{5}x$$



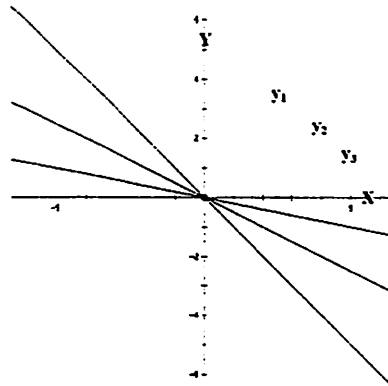
3) กรณี $a < 0$ และ a มีค่าน้อยลง เมื่อ b คงที่

$$y_1 = -x, y_2 = -2x, y_3 = -5x$$



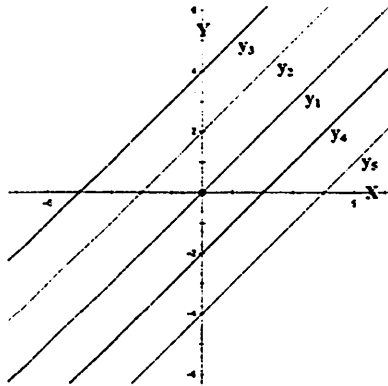
4) กรณี $a < 0$ และ a มีค่ามากขึ้น เมื่อ b คงที่

$$y_1 = -x, y_2 = -\frac{1}{2}x, y_3 = -\frac{1}{5}x$$



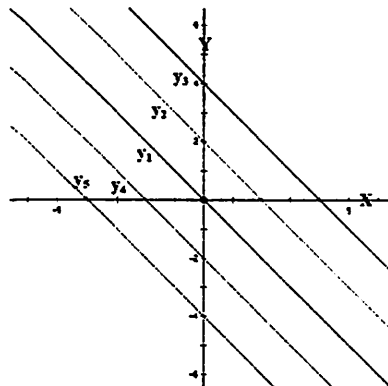
5) กรณี $a > 0$ และ a คงที่ ค่า b เปลี่ยนมากขึ้นหรือน้อยลง

$$y_1 = x, y_2 = x + 2, y_3 = x + 4, y_4 = x - 2, y_5 = x - 4$$



6) กรณี $a < 0$ และ a คงที่ ค่า b เปลี่ยนมากขึ้นหรือน้อยลง

$$y_1 = -x, y_2 = -x + 2, y_3 = -x + 4, y_4 = -x - 2, y_5 = -x - 4$$



7. ครูให้นักเรียนพิจารณาลักษณะการเบนของกราฟ

ในกรณีที่สัมประสิทธิ์ของ x เป็นจำนวนจริงบวก เมื่อสัมประสิทธิ์ของ x มากขึ้น กราฟจะเบนเข้าหาแกน Y และเมื่อสัมประสิทธิ์ของ x น้อยลง กราฟจะเบนเข้าหาแกน X

ในกรณีที่สัมประสิทธิ์ของ x เป็นจำนวนจริงลบ เมื่อสัมประสิทธิ์ของ x มากขึ้น กราฟจะเบนเข้าหาแกน X และเมื่อสัมประสิทธิ์ของ x น้อยลง กราฟจะเบนเข้าหาแกน Y

8. ครูให้นักเรียนพิจารณาการหาจุดที่กราฟตัดแกน X และแกน Y จากกราฟ ครูถามนักเรียนว่า กราฟตัดแกน X เมื่อใด และกราฟตัดแกน Y เมื่อใด

แนวคำตอบ "กราฟตัดแกน X เมื่อ $x=0$ และกราฟตัดแกน y เมื่อ $y=0$ "

ครูถามนักเรียนต่อว่า ดังนั้นเราจะสามารถหาจุดตัดแกน X และแกน Y ได้อย่างไร

แนวคำตอบ "แก้สมการให้ $x=0$ ในสมการ หรือ $y=0$ ในสมการ"

ขั้นสรุป (5 นาที)

9. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปบทเรียนในวันนี้

ฟังก์ชันเชิงเส้นที่เขียนอยู่ในรูป $y=ax+b$ เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริง และ $a \neq 0$ ซึ่งมีกราฟเป็นเส้นตรง

ในกรณีที่สัมประสิทธิ์ของ x เป็นจำนวนจริงบวก เมื่อสัมประสิทธิ์ของ x มากขึ้น กราฟจะเบนเข้าหาแกน Y และเมื่อสัมประสิทธิ์ของ x น้อยลง กราฟจะเบนเข้าหาแกน X

ในกรณีที่สัมประสิทธิ์ของ x เป็นจำนวนจริงลบ เมื่อสัมประสิทธิ์ของ x มากขึ้น กราฟจะเบนเข้าหาแกน X และเมื่อสัมประสิทธิ์ของ x น้อยลง กราฟจะเบนเข้าหาแกน Y

คาบที่ 2 (ความรู้พื้นฐานเกี่ยวกับฟังก์ชันเชิงเส้น)

ขั้นนำ (5 นาที)

1. ครูทบทวนความรู้จากชั่วโมงที่แล้วในเรื่องฟังก์ชันเชิงเส้นและจุดตัดแกน X

เราสามารถวาดกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้นได้โดยการหาจุดตัดแกน X "กราฟตัดแกน X เมื่อ $x=0$ และกราฟตัดแกน y เมื่อ $y=0$ " "แก้สมการให้ $x=0$ ในสมการ หรือ $y=0$ ในสมการ"

ขั้นสอน (40 นาที)

2. ครูยกตัวอย่างการหาจุดตัดแกน X และแกน Y ของฟังก์ชันเชิงเส้น

ตัวอย่างที่ 1 จงหาจุดตัดแกน X และแกน Y ของ $y=x+4$

หาจุดตัดแกน X

แทน $x = 0$ ในสมการ $y = x + 4$

$$y = 0 + 4$$

$$y = 4$$

ดังนั้น กราฟตัดแกน X ที่จุด $(0, 4)$

หาจุดตัดแกน Y

แทน $y = 0$ ในสมการ $y = x + 4$

$$0 = x + 4$$

$$x = -4$$

ดังนั้น กราฟตัดแกน Y ที่จุด $(-4, 0)$

3. ครูให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นว่าจะนำความรู้เกี่ยวกับการหาจุดตัดแกน X และแกน Y ไปช่วยในการเขียนกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้นได้หรือไม่ อย่างไร

แนวคำตอบ "เราหาจุดตัดแกน X และแกน Y จากนั้นก็ลากเส้นตรงผ่านจุด 2 จุดนี้ก็ได้กราฟเส้นที่เป็นกราฟของฟังก์ชัน"

4. ครูยกตัวอย่างการตรวจสอบว่าจุดที่กำหนดให้อยู่บนกราฟหรือไม่ เช่น จุด $(-3, 1)$ อยู่บนกราฟของฟังก์ชัน $y = -7 - 2x$ หรือไม่

สามารถตรวจสอบได้โดยการแทน $x = -3$ ในสมการ $y = -7 - 2x$

$$y = -7 - 2(-3)$$

$$y = -7 + 6$$

$$y = -1$$

ซึ่งจะเห็นว่าเมื่อแทน $x = -3$ ในสมการ $y = -7 - 2x$ แล้ว $y = -1$ ไม่ใช่ 1

ดังนั้น จุด $(-3, 1)$ ไม่อยู่บนกราฟของฟังก์ชัน $y = -7 - 2x$

5. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 2.2

ขั้นสรุป (5 นาที)

6. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปบทเรียนในวันนี้

เราสามารถวาดกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้นได้โดยการหาจุดตัดแกน X "กราฟตัดแกน X เมื่อ $x = 0$ และกราฟตัดแกน Y เมื่อ $y = 0$ " "แก้สมการให้ $x = 0$ ในสมการ หรือ $y = 0$ ในสมการ"

คาบที่ 3

ชั้นนำ (3 นาที) (การจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์)

1. ครูยกตัวอย่างความสัมพันธ์ของสองกลุ่มข้อมูลที่พบเห็นในชีวิตประจำวัน ซึ่งข้อมูลกลุ่มที่สองขึ้นอยู่กับข้อมูลกลุ่มแรก เช่น เมื่อนำรถยนต์ไปเติมน้ำมัน จำนวนเงินที่ต้องจ่ายขึ้นอยู่กับปริมาณน้ำมันที่เติม ค่าส่งพัสดุขึ้นอยู่กับน้ำหนักของพัสดุ ค่าโทรศัพท์ขึ้นอยู่กับจำนวนนาทีที่โทร ซึ่งสองกลุ่มข้อมูลนี้มีความสัมพันธ์เป็นฟังก์ชันเชิงเส้น
2. ครูใช้คำถาม “นักเรียนคิดว่ามีข้อมูลอะไรอีกบ้างที่มีความสัมพันธ์เป็นฟังก์ชันเชิงเส้น”
แนวคำตอบ “ไม่ทราบครับ/ค่ะ” “ชื่อลูกชิ้นทอด” “ชื่อข้าวราดแกง” “ชื่อลูกอม”
3. ครูอธิบายว่าฟังก์ชันเชิงเส้นนั้นสามารถใช้ในชีวิตจริงได้ เช่น การคำนวณเงินเดือน ส่วนผสมของสารเคมี
4. ครูแจกใบงานที่ 1 ค่าคอมมิชชั่น

ขั้นสอน (40 นาที)

ขั้นตอนที่ 1 ทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา

5. ครูและนักเรียนช่วยกันกำหนดปัญหาจากสถานการณ์
6. ให้นักเรียนช่วยกันเขียนปัญหาหรือข้อคำถาม ลงในข้อที่ 1 ของใบงานที่ 1 โดยให้เขียนปัญหา หรือข้อคำถามเป็นข้อๆ

ตัวอย่างปัญหา

- กระจายขายสินค้าอะไรบ้าง
- เขียนสมการแสดงรายได้ได้อย่างไรดี

7. ครูให้นักเรียนตอบคำถามในข้อที่ 2 ของใบงานที่ 1

ครูใช้คำถามกับนักเรียนว่า “เราควรกำหนดตัวแปรอะไรบ้างเพื่อนำมาหาคำตอบ” และ “จากสถานการณ์ข้างต้นกำหนดอะไรมาให้บ้าง”

ตัวอย่างคำตอบ

$f(x), g(x), h(x)$ แทนรายได้จากการขายสินค้าประเภทที่ 1, 2, 3, ... ตามลำดับ

x แทนยอดขายสินค้า

ค่าคอมมิชชั่นของสินค้าประเภทต่างๆ

ขั้นตอนที่ 2 สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

8. ครูให้นักเรียนตอบคำถามในข้อที่ 3 ของใบงานที่ 1 โดยครูแนะนำให้นักเรียนสร้างความสัมพันธ์ระหว่างรายได้กับยอดขายสินค้า

ตัวอย่างคำตอบ

$$f_1(x) = 0.05(x)$$

$$f_2(x) = 6,000 + 0.05(x)$$

$$h(x) = 6,000 + 0.03(x)$$

$$v(x) = 6,000 + 0.02(x)$$

$$\text{รายได้ในปีนี้เท่ากับ } f_1(x) \times 3 + f_2(x) \times 5 + h(x) \times 2 + v(x) \times 2$$

ขั้นตอนที่ 3 หาผลลัพธ์ของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

9. ครูให้นักเรียนตอบคำถามในข้อที่ 4 ของใบงานที่ 1 โดยครูแนะนำให้นักเรียนแทนค่ายอดขายตั้งแต่ 100,000 บาท และเพิ่มขึ้นทีละ 5,000 บาท โดยใช้โปรแกรม Excel ช่วยในการคำนวณ และเขียนตารางแสดงผลการคำนวณ

ยอดขาย	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$h(x)$	$v(x)$	$f_1(x) \times 3 + f_2(x) \times 5 + h(x) \times 2 + v(x) \times 2$
100,000.00	5,000.00	11,000.00	9,000.00	8,000.00	104,000.00
105,000.00	5,250.00	11,250.00	9,150.00	8,100.00	106,500.00
110,000.00	5,500.00	11,500.00	9,300.00	8,200.00	109,000.00
115,000.00	5,750.00	11,750.00	9,450.00	8,300.00	111,500.00
120,000.00	6,000.00	12,000.00	9,600.00	8,400.00	114,000.00
125,000.00	6,250.00	12,250.00	9,750.00	8,500.00	116,500.00
130,000.00	6,500.00	12,500.00	9,900.00	8,600.00	119,000.00
135,000.00	6,750.00	12,750.00	10,050.00	8,700.00	121,500.00
140,000.00	7,000.00	13,000.00	10,200.00	8,800.00	124,000.00
145,000.00	7,250.00	13,250.00	10,350.00	8,900.00	126,500.00
150,000.00	7,500.00	13,500.00	10,500.00	9,000.00	129,000.00
155,000.00	7,750.00	13,750.00	10,650.00	9,100.00	131,500.00
160,000.00	8,000.00	14,000.00	10,800.00	9,200.00	134,000.00

ขั้นตอนที่ 4 แปลความหมายของผลลัพธ์

10. ครูให้นักเรียนตอบคำถามในข้อที่ 5 ของใบงานที่ 1 โดยครูแนะนำให้นักเรียนตอบคำถามจากสถานการณ์ โดยเขียนอธิบายความสัมพันธ์ของฟังก์ชันที่นักเรียนสร้างขึ้นหรือระบุตัวแปร จากข้อที่ 4

ตัวอย่างคำตอบ

$$\text{รายได้รวม 1 ปี เท่ากับ } f_1(x) \times 3 + f_2(x) \times 5 + h(x) \times 2 + v(x) \times 2$$

เมื่อ $f_1(x) \times 3$ แทนรายได้จากสินค้าที่มีค่าคอมมิชชั่น 5% ใน 3 เดือนแรก
 $f_2(x) \times 5$ แทนรายได้จากสินค้าที่มีค่าคอมมิชชั่น 5% หลังจากพ้นทดลองคุณ 5 เดือน
 $h(x) \times 2$ แทนรายได้จากสินค้าที่มีค่าคอมมิชชั่น 3% หลังจากพ้นทดลองคุณ 2 เดือน
 $v(x) \times 2$ แทนรายได้จากสินค้าที่มีค่าคอมมิชชั่น 2% หลังจากพ้นทดลองคุณ 2 เดือน
 ขั้นตอนที่ 5 ตรวจสอบผลลัพธ์กับข้อมูลจริง

11. ครูให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบที่ได้ในข้อที่ 5

ตัวอย่างคำตอบ

รายได้ในปีนี้เท่ากับ $f_1(x) \times 3 + f_2(x) \times 5 + h(x) \times 2 + v(x) \times 2$

$f_1(x) = 0.05(x)$, $f_2(x) = 6,000 + 0.05(x)$, $h(x) = 6,000 + 0.03(x)$,

$v(x) = 6,000 + 0.02(x)$

ถ้าสมมุติกรขายสินค้าได้ 100,000 บาทในทุกๆ เดือน

$f_1(100,000) \times 3 = 0.05(100,000) \times 3 = 15,000$

$f_2(100,000) \times 5 = (6,000 + 0.05(100,000)) \times 5 = 55,000$

$h(100,000) \times 2 = (6,000 + 0.03(100,000)) \times 2 = 18,000$

$v(100,000) \times 2 = (6,000 + 0.02(100,000)) \times 2 = 16,000$

ดังนั้น กรจะมีรายได้ในปีนี้ทั้งหมด $15,000 + 55,000 + 18,000 + 16,000 = 104,000$ บาท

12. ครูสุ่มนักเรียน 1-2 คน ออกมานำเสนอฟังก์ชันแทนรายได้ของกรที่นักเรียนสร้างขึ้น

โดยให้อธิบายความสัมพันธ์ของตัวแปร ค่าต่างๆ ในฟังก์ชันที่สร้างขึ้น

13. ครูอธิบายสรุปว่าแต่ละคนอาจสร้างฟังก์ชันที่แตกต่างกันได้หลากหลายแบบ

ขั้นสรุป (5 นาที)

14. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปกิจกรรมและความรู้ที่ได้ในครั้งนี้

นักเรียนสามารถสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เป็นฟังก์ชันเชิงเส้นที่เขียนอยู่ใน

รูป $y = ax + b$ เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริง และ $a \neq 0$

7. สื่อการเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

7.1 สื่อการเรียนรู้

- แบบฝึกหัด 2.2 (จากหนังสือเรียน)

- ใบงานที่ 1 ค่าคอมมิชชั่น

7.2 แหล่งการเรียนรู้

- หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สสวท.

8. การวัดและประเมินผล

จุดประสงค์	วิธีการวัด	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
<p>ด้านความรู้</p> <p>1) นักเรียนสามารถบอกได้ว่าฟังก์ชันใดเป็นฟังก์ชันเชิงเส้น</p> <p>2) นักเรียนสามารถเขียนฟังก์ชันเชิงเส้นได้</p> <p>3) นักเรียนสามารถวาดกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้นได้</p> <p>4) นักเรียนสามารถใช้ฟังก์ชันเชิงเส้นและกราฟของฟังก์ชันเชิงเส้นอธิบายสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้</p>	<p>การตรวจ</p> <p>แบบฝึกหัด 2.2</p> <p>การตรวจใบงานที่ 1 ค่าคอมมิชชั่น</p>	<p>แบบฝึกหัด 2.2</p> <p>ใบงานที่ 1 ค่าคอมมิชชั่น</p>	<p>ผ่านเกณฑ์อย่างน้อย 70% ขึ้นไป</p>
<p>ด้านทักษะและกระบวนการ</p> <p>1) นักเรียนสามารถระบุประเด็นปัญหาได้</p> <p>2) นักเรียนสามารถแปลงสถานการณ์ให้อยู่ในรูปของตัวแปรในฟังก์ชันเชิงเส้นได้</p> <p>3) นักเรียนสามารถสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ซึ่งอยู่ในรูปของฟังก์ชันเชิงเส้นที่สามารถนำมาหาคำตอบของปัญหาได้</p>	<p>การตรวจใบงานที่ 1 ค่าคอมมิชชั่น</p>	<p>ใบงานที่ 1 ค่าคอมมิชชั่น</p>	<p>ผ่านเกณฑ์อย่างน้อย 70% ขึ้นไป</p>

จุดประสงค์	วิธีการวัด	เครื่องมือวัด	เกณฑ์การประเมิน
<p>4) นักเรียนสามารถดำเนินการทางคณิตศาสตร์เพื่อหาผลลัพธ์จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้</p> <p>5) นักเรียนสามารถตรวจสอบความถูกต้องของผลลัพธ์ได้</p>			
<p>ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์</p> <p>นักเรียนมีความมุ่งมั่นในการทำงาน</p>	<p>การประเมินคุณลักษณะด้านมีความมุ่งมั่นในการทำงาน</p>	<p>แบบประเมินคุณลักษณะด้านมีความมุ่งมั่นในการทำงาน</p>	<p>ระดับคุณภาพ ตั้งแต่ ผ่าน ขึ้นไป ถือว่าผ่าน</p>

ตัวอย่างแบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้

แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้

สังเกตครั้งที่ วันที่ เดือน พ.ศ.
 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ เรื่อง
 จำนวน ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ภาคเรียนที่ ปีการศึกษา
 ครูผู้สอน นางสาวนุชิตา ตันทา

คำชี้แจง

1. แบบสะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ฉบับนี้ ใช้สำหรับสังเกตพัฒนาการจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีทั้งหมด 5 ขั้นตอน ได้แก่

- ขั้นตอนที่ 1 ทำเข้าใจสถานการณ์ปัญหา
- ขั้นตอนที่ 2 สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์
- ขั้นตอนที่ 3 หาผลลัพธ์ของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์
- ขั้นตอนที่ 4 แปลความหมายของผลลัพธ์
- ขั้นตอนที่ 5 ตรวจสอบผลลัพธ์กับข้อมูลจริง

2. ให้ครูผู้สังเกตพิจารณาการจัดการเรียนรู้ของครูผู้สอน พร้อมทั้งบันทึกรายละเอียดของการสังเกต ข้อคิดเห็นและข้อเสนอแนะในแต่ละขั้นของการจัดการเรียนรู้

การจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีทั้งหมด 5 ขั้นตอน ดังต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 ทำเข้าใจสถานการณ์ปัญหา

1.1 ขั้นตอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียนทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาในประเด็นต่อไปนี้หรือไม่
อย่างไร

1) ขั้นตอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียนระบุประเด็นปัญหาได้หรือไม่ อย่างไร

ได้ ไม่ได้ ไม่แน่ใจ

2) ขั้นตอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียนกำหนดตัวแปรและความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรจากสถานการณ์ปัญหาได้หรือไม่ อย่างไร

ได้ ไม่ได้ ไม่แน่ใจ

1.2 ปัญหาและอุปสรรค

1.3 แนวทางในการแก้ไขปรับปรุง

ขั้นตอนที่ 2 สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

2.1 ขั้นตอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียนสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในประเด็นต่อไปนี้หรือไม่
อย่างไร

1) ขั้นตอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียนแสดงตัวแปรแต่ละตัวด้วยสัญลักษณ์ที่เหมาะสมได้หรือไม่

อย่างไร

ได้ ไม่ได้ ไม่แน่ใจ

2) ขั้นตอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียนเขียนความสัมพันธ์และสมการของตัวแปรในโจทย์ให้อยู่ในรูปของฟังก์ชันได้หรือไม่ อย่างไร

ได้ ไม่ได้ ไม่แน่ใจ

2.2 ปัญหาและอุปสรรค

2.3 แนวทางการแก้ไขปรับปรุง

ขั้นตอนที่ 3 หาผลลัพธ์ของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์

3.1 ขั้นตอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียนดำเนินการวางแผนและลงมือแก้ปัญหาในประเด็นต่อไปนี้หรือไม่ อย่างไร

1) ขั้นตอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียนมีการวางแผนเพื่อหาวิธีการหาผลลัพธ์จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ได้หรือไม่ อย่างไร

ได้ ไม่ได้ ไม่แน่ใจ

2) ขั้นตอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียนดำเนินการทางคณิตศาสตร์โดยใช้หลักการทางคณิตศาสตร์แล้วแสดงวิธีการหาผลลัพธ์ตามลำดับความคิदनั้นได้หรือไม่ อย่างไร

ได้ ไม่ได้ ไม่แน่ใจ

3.2 ปัญหาและอุปสรรค

3.3 แนวทางการแก้ไขปรับปรุง

ขั้นตอนที่ 4 แปลความหมายของผลลัพธ์

4.1 ขั้นตอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียนตรวจสอบความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์ โดยอธิบายแปลความ
ได้สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาได้หรือไม่ อย่างไร

ได้

ไม่ได้

ไม่แน่ใจ

.....

.....

4.2 ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

4.3 แนวทางการแก้ไขปรับปรุง

.....

.....

ขั้นตอนที่ 5 ตรวจสอบผลลัพธ์กับข้อมูลจริง

5.1 ขั้นตอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียนมีการตรวจสอบความถูกต้องของผลลัพธ์โดยการมองย้อนกลับ
เพื่อตรวจสอบความถูกต้องของกระบวนการได้หรือไม่ อย่างไร

ได้

ไม่ได้

ไม่แน่ใจ

.....

.....

5.2 ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

5.3 แนวทางการแก้ไขปรับปรุง

.....

.....

การจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์สามารถส่งเสริมทักษะการแก้ปัญหา
ทางคณิตศาสตร์ได้หรือไม่ อย่างไร

.....

.....

.....

การจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์นี้ มีข้อดีอย่างไร สามารถเพิ่มเติม
อะไรได้อีกบ้าง

.....
.....
.....

การจัดการเรียนรู้โดยใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์นี้ มีข้อด้อยอะไร ควรปรับปรุง
อย่างไร

.....
.....
.....

ข้อเสนอแนะอื่น ๆ

.....
.....
.....

ลงชื่อ.....

(.....)

ผู้ร่วมสังเกตการจัดการเรียนรู้

ตัวอย่างใบงาน
ใบงานที่ 1 ค่าคอมมิชชั่น

ชื่อหมวดหมู่	ค่าคอมมิชชั่น		
	<1 ล้านบาท	1 – 5 ล้านบาท	>5 ล้านบาท
เกษตรกรรม	3%	2%	1.5%
เครื่องใช้ไฟฟ้าและเครื่องมืออิเล็กทรอนิกส์	4%	3.5%	2.5%
อุปกรณ์การเรียนและสำนักงาน	2%	1.5%	1%
ของเล่นและของขวัญ	2%	1.5%	1%
สุขภาพและความงาม	1.5%	1%	0.5%
กีฬา	3%	3%	2.5%
ยานยนต์และการคมนาคม	3%	2%	1%
บ้าน และเฟอร์นิเจอร์	5%	3.5%	2.5%

กรเป็นพนักงานขายคนใหม่ของบริษัทขายสินค้าแห่งหนึ่ง โดยในช่วงทดลองงาน 3 เดือนแรก กรจะยังไม่ได้รับเงินเดือน จะได้รับเฉพาะเงินจากค่าคอมมิชชั่นจากการขายสินค้าเท่านั้น เมื่อพ้นทดลองจะได้รับเงินเดือนประจำเดือนละ 6,000 บาท รวมกับค่าคอมมิชชั่นจากการขายสินค้า ในแต่ละเดือนกรจะขายสินค้าได้เพียงชนิดเดียวเท่านั้น กรสามารถเปลี่ยนสินค้าที่จะขายได้ในแต่ละเดือน ถ้าใน 1 ปี กรต้องการทดลองขายสินค้าอย่างน้อย 3 ประเภท เพื่อให้มีรายได้รวมในปีมากกว่า 500,000 บาท อยากราบว่าถ้ากรต้องการใช้โปรแกรม Excel ลองคำนวณรายได้ใน 1 ปีนี้กรจะสร้างสมการเพื่อใช้ในการคำนวณหารายได้ได้อย่างไร โดยที่สมมุติยอดขายของกรอยู่ในช่วง 100,000 – 999,999 บาท

คำชี้แจง : ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ คำถามข้อใดมีการดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ให้เขียนกระบวนการอย่างละเอียด

1) จากสถานการณ์ข้างต้นนักเรียนคิดว่าอะไรคือปัญหาของสถานการณ์นี้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2) จากปัญหาที่ข้อที่ 1 ให้นักเรียนทำการกำหนดตัวแปรและเขียนข้อมูลตัวเลขที่คิดว่าจะสามารถสร้างสมการเพื่อใช้ในการคำนวณหารายได้ของกร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3) ให้นักเรียนสร้างความสัมพันธ์จากตัวแปรและข้อมูลที่มี เพื่อนำไปคำนวณหารายได้ของกร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4) ให้นักเรียนนำความสัมพันธ์ที่ได้จากข้อ 3) มาคำนวณหารายได้ของกร โดยใช้โปรแกรม Excel และเขียนตารางแสดงผลการคำนวณ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5) ให้นักเรียนแปลความหมายของคำตอบในข้อ 4) โดยเขียนอธิบายความสัมพันธ์ของฟังก์ชันที่แทนรายได้ของกรใน 1 ปีนี้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6) ให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบที่ได้กับสถานการณ์ที่กำหนดให้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**ตัวอย่างแบบประเมินในงาน
แบบประเมินในงานที่ 1 ค่าคอมมิชชั่น**

คำชี้แจง ให้ผู้ประเมินเขียนคะแนนในช่องรายการประเมินในแต่ละข้อ และรวมคะแนนพร้อม
ประเมินผล

เลขที่	ชื่อ-สกุล	รายการประเมินทักษะการแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์รายด้าน				รวม	ระดับ ทักษะฯ
		1	2	3	4		

ลงชื่อ.....ผู้ประเมิน
(.....)
วันที่.....

เกณฑ์การให้คะแนนทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

เกณฑ์การจำแนกระดับความสามารถด้านการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา	
ระดับ	เกณฑ์การจำแนกระดับความสามารถ
ดีเยี่ยม (3)	นักเรียนระบุประเด็นปัญหา กำหนดตัวแปรและความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร มีอะไรบางอย่างที่เกี่ยวข้องกับปัญหา กำหนดข้อมูลต่างๆ ในรูปตัวแปรและเขียนความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรได้ครบถ้วนสมบูรณ์และถูกต้องสอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหา
ดี (2)	นักเรียนระบุประเด็นปัญหาแค่บางปัญหาจากสถานการณ์ นักเรียนกำหนดตัวแปรและความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร มีอะไรบางอย่างที่เกี่ยวข้องกับปัญหา กำหนดข้อมูลต่างๆ ในรูปตัวแปรและเขียนความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรได้ และถูกต้องสอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหา
พอใช้ (1)	นักเรียนไม่ระบุประเด็นปัญหา แต่มีการกำหนดตัวแปรและความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร มีอะไรบางอย่างที่เกี่ยวข้องกับปัญหา กำหนดข้อมูลต่างๆ ในรูปตัวแปรและเขียนความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรได้และถูกต้องสอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหา
ปรับปรุง (0)	นักเรียนไม่ระบุประเด็นปัญหา แต่มีการกำหนดตัวแปรและความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร มีอะไรบางอย่างที่เกี่ยวข้องกับปัญหา กำหนดข้อมูลต่างๆ ในรูปตัวแปรและเขียนความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรไม่ถูกต้อง
เกณฑ์การจำแนกระดับความสามารถด้านสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์	
ระดับ	เกณฑ์การจำแนกระดับความสามารถ
ดีเยี่ยม (3)	นักเรียนสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จากปัญหาที่ได้วิเคราะห์ แสดงตัวแปรแต่ละตัวด้วยสัญลักษณ์ที่เหมาะสมพร้อมทั้งกำหนดหน่วย เขียนความสัมพันธ์และสมการของตัวแปรในโจทย์ให้อยู่ในรูปของฟังก์ชัน (ฟังก์ชันเชิงเส้น ฟังก์ชันกำลังสอง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ฟังก์ชันขั้นบันได) ได้ถูกต้องสอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาและสามารถนำไปใช้หาคำตอบของสถานการณ์ได้
ดี (2)	นักเรียนสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จากปัญหาที่ได้วิเคราะห์ แสดงตัวแปรแต่ละตัวด้วยสัญลักษณ์ที่เหมาะสมพร้อมทั้งกำหนดหน่วย เขียนความสัมพันธ์และสมการของตัวแปรในโจทย์ให้อยู่ในรูปของฟังก์ชัน (ฟังก์ชันเชิงเส้น ฟังก์ชันกำลังสอง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ฟังก์ชันขั้นบันได) ได้เพียงบางส่วนและสามารถนำไปใช้หาคำตอบของสถานการณ์ได้

เกณฑ์การจำแนกระดับความสามารถด้านสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์	
ระดับ	เกณฑ์การจำแนกระดับความสามารถ
พอใช้ (1)	นักเรียนสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จากปัญหาที่ได้วิเคราะห์ แสดงตัวแปรแต่ละตัวด้วยสัญลักษณ์ที่เหมาะสมพร้อมทั้งกำหนดหน่วย เขียนความสัมพันธ์และสมการของตัวแปรในโจทย์ให้อยู่ในรูปของฟังก์ชัน (ฟังก์ชันเชิงเส้น ฟังก์ชันกำลังสอง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ฟังก์ชันขั้นบันได) ได้ไม่ถูกต้องและไม่สามารถนำไปใช้หาคำตอบของสถานการณ์ได้
ปรับปรุง (0)	นักเรียนไม่สามารถสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จากปัญหา และไม่แสดงตัวแปรแต่ละตัวด้วยสัญลักษณ์ที่เหมาะสมพร้อมทั้งกำหนดหน่วย ไม่เขียนความสัมพันธ์และสมการของตัวแปรในโจทย์ให้อยู่ในรูปของฟังก์ชัน (ฟังก์ชันเชิงเส้น ฟังก์ชันกำลังสอง ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล ฟังก์ชันขั้นบันได)
เกณฑ์การจำแนกระดับความสามารถด้านการดำเนินการแก้ปัญหา	
ระดับ	เกณฑ์การจำแนกระดับความสามารถ
ดีเยี่ยม (3)	นักเรียนดำเนินการทางคณิตศาสตร์โดยใช้หลักการทางคณิตศาสตร์หาผลลัพธ์จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และเขียนแสดงวิธีการหาผลลัพธ์ตามลำดับความคิดนั้นได้ถูกต้องตามหลักการทางคณิตศาสตร์ และได้ผลลัพธ์ที่ถูกต้อง
ดี (2)	นักเรียนดำเนินการทางคณิตศาสตร์โดยใช้หลักการทางคณิตศาสตร์หาผลลัพธ์จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และเขียนแสดงวิธีการหาผลลัพธ์ตามลำดับความคิดนั้นได้ถูกต้องตามหลักการทางคณิตศาสตร์ แต่ผลลัพธ์ไม่ถูกต้อง
พอใช้ (1)	นักเรียนดำเนินการทางคณิตศาสตร์โดยใช้หลักการทางคณิตศาสตร์หาผลลัพธ์จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และเขียนแสดงวิธีการหาผลลัพธ์ตามลำดับความคิดนั้นตามหลักการทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้องบางส่วน และผลลัพธ์ไม่ถูกต้อง
ปรับปรุง (0)	นักเรียนไม่สามารถดำเนินการทางคณิตศาสตร์โดยใช้หลักการทางคณิตศาสตร์หาผลลัพธ์จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ และเขียนแสดงวิธีการหาผลลัพธ์ตามลำดับความคิดนั้นได้ถูกต้องตามหลักการทางคณิตศาสตร์ได้ และผลลัพธ์ไม่ถูกต้อง

เกณฑ์การจำแนกระดับความสามารถด้านการตรวจสอบความถูกต้อง	
ระดับ	เกณฑ์การจำแนกระดับความสามารถ
ดีเยี่ยม (3)	นักเรียนมีการตรวจสอบความถูกต้องของผลลัพธ์ โดยการมองย้อนกลับเพื่อตรวจสอบความถูกต้องของกระบวนการ และตรวจความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์ โดยการอธิบายแปลความได้สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหา ได้ครบทุกประเด็นปัญหา
ดี (2)	นักเรียนมีการตรวจสอบความถูกต้องของผลลัพธ์ โดยการมองย้อนกลับเพื่อตรวจสอบความถูกต้องของกระบวนการ และตรวจความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์ โดยการอธิบายแปลความได้สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหา ได้เพียงบางประเด็นปัญหา
พอใช้ (2)	นักเรียนมีการตรวจสอบความถูกต้องของผลลัพธ์ โดยการมองย้อนกลับเพื่อตรวจสอบความถูกต้องของกระบวนการ
ปรับปรุง (0)	นักเรียนไม่มีการตรวจคำตอบ

เกณฑ์ระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยรวม

ช่วงคะแนน	ระดับทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
10 – 12	ดีเยี่ยม
7 – 9	ดี
4 – 6	ปรับปรุง
0 – 3	พอใช้

ตัวอย่างแบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน

แบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน

แบบวัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เรื่อง ฟังก์ชัน เป็นแบบวัดที่ใช้วัดทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง ฟังก์ชัน

คำชี้แจง

1. แบบวัดนี้เป็นแบบวัดชนิดเขียนตอบแบบอัตนัย จำนวน 4 ข้อ
2. ให้อเวลาในการทำแบบทดสอบ 50 นาที (1 คาบ)
3. ห้ามเปิดข้อสอบก่อนได้รับอนุญาต
4. หากนักเรียนมีข้อสงสัยให้ยกมือถามครูผู้คุมสอบ
5. อนุญาตให้ใช้เครื่องคิดเลขคำนวณได้ แต่ห้ามใช้โทรศัพท์มือถือในการคำนวณ

ประวัติผู้วิจัย

ประวัติผู้วิจัย

ชื่อ - ชื่อสกุล	นุชิตา ตันทา
วัน เดือน ปี เกิด	19 มกราคม 2534
ที่อยู่ปัจจุบัน	393 หมู่ 8 ตำบลแม่กุ อำเภอแม่สอด จังหวัดตาก 63110
ที่ทำงานปัจจุบัน	โรงเรียนอุ้มผางวิทยาคม 4 หมู่ 1 ตำบลอุ้มผาง อำเภออุ้มผาง จังหวัดตาก 63170
ตำแหน่งหน้าที่ปัจจุบัน	ครู
ประวัติการศึกษา	กศ.บ.การศึกษา แขนงวิชาคณิตศาสตร์ และ วท.บ.คณิตศาสตร์มหาวิทยาลัยนเรศวร
พ.ศ. 2558	