

การวิจัยเชิงปฏิบัติการเพื่อพัฒนาการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5



ชนน คันธวัตร์

วิทยานิพนธ์เสนอบัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยนเรศวร เพื่อเป็นส่วนหนึ่งของการศึกษา

หลักสูตรปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต

สาขาวิชาคณิตศาสตร์

ตุลาคม 2561

ลิขสิทธิ์เป็นของมหาวิทยาลัยนเรศวร



ทุนสนับสนุนจากสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.)  
โครงการส่งเสริมการผลิตครูที่มีความสามารถพิเศษทางวิทยาศาสตร์และ  
คณิตศาสตร์ (สควค.)

## ประกาศคุณูปการ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สามารถสำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี เนื่องจากได้รับความกรุณาจากท่าน ดร. วรินทร์ สุภาพ ประธานที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ท่านผู้ที่ให้คำปรึกษาชี้แนะแนวทางที่ถูกต้อง และตรวจสอบข้อบกพร่องให้ผู้วิจัยนำกลับไปแก้ไขเพื่อประโยชน์ต่อการทำวิทยานิพนธ์ให้ประสบความสำเร็จไปได้ด้วยดี อีกทั้งยังช่วยเป็นแรงผลักดันให้ผู้วิจัย สามารถก้าวข้ามอุปสรรคต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นในตลอดระยะเวลาที่ทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยใคร่ขอกราบขอบพระคุณท่านอาจารย์เป็นอย่างสูง

กราบขอบพระคุณ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จักรกฤษ กลิ่นเอี่ยม กรรมการที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่ท่านได้สละเวลาอันมีค่าในการให้คำแนะนำในการปรับปรุงวิทยานิพนธ์ รวมถึงเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยให้มีความถูกต้องสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น และกราบขอบพระคุณ ดร. ทิพวรรณ ธรรมมาวิวัฒน์ ครูพี่เลี้ยงขณะที่ผู้ทำวิจัยฝึกประสบการณ์วิชาชีพครู และเป็นผู้เชี่ยวชาญให้ข้อเสนอแนะในการปรับแก้เครื่องมือในการวิจัย รวมทั้งเป็นผู้สังเกตการณ์สะท้อนผลการจัดการเรียนรู้ที่เป็นประโยชน์ต่อการวิจัย

กราบขอบพระคุณสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี ที่สนับสนุนทุนสควค. (Premium) และมอบโอกาสที่ดีในการทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ รวมทั้งผู้อำนวยการ คณะครูโรงเรียนมัธยมศึกษาที่อนุญาตให้ผู้วิจัยได้เข้าไปเก็บข้อมูลวิจัย และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ให้ความร่วมมือในการทำวิจัยเป็นอย่างดี

สุดท้ายนี้ขอกราบขอบพระคุณคณาจารย์ภาควิชาการศึกษาทุกท่านและขอบใจเพื่อน นิสิตปริญญาโทที่เป็นส่วนหนึ่งในการให้ความช่วยเหลือ และเป็นกำลังใจที่ดีให้แก่ผู้วิจัยตลอดมา

คุณประโยชน์จากวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบและอุทิศแด่ผู้มีพระคุณทุกท่าน และหวังเป็นอย่างยิ่งว่างานวิจัยฉบับนี้จะเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาการจัดการเรียนรู้ต่อไป

ชนน คันธาวัดร์

<b>ชื่อเรื่อง</b>	การวิจัยเชิงปฏิบัติการเพื่อพัฒนาการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
<b>ผู้วิจัย</b>	ชนน คันทาวัตร์
<b>สถานที่ปรึกษา</b>	ดร.วรินทร์ สุภาพ
<b>กรรมการที่ปรึกษา</b>	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จักรกฤษ กลิ่นเอี่ยม
<b>ประเภทสารนิพนธ์</b>	วิทยานิพนธ์ กศ.ม. สาขาวิชาคณิตศาสตร์, มหาวิทยาลัยนเรศวร, 2561
<b>คำสำคัญ</b>	ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ลำดับและอนุกรม

### บทคัดย่อ

การรู้เรื่องคณิตศาสตร์เป็นสมรรถนะที่สำคัญอย่างหนึ่งในการประยุกต์ความรู้ด้านคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตรจริง แต่ผลการประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนไทยนั้นยังถือว่าอยู่ในระดับต่ำกว่าค่าเฉลี่ยของ OECD ดังนั้นในงานวิจัยนี้มีจุดมุ่งหมายเพื่อ 1) ศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมการรู้เรื่องคณิตศาสตร์และ 2) ศึกษาผลการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่มีต่อการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับอนุกรม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยผู้เข้าร่วมวิจัยเป็นนักเรียนในโรงเรียนแห่งหนึ่งในจังหวัดพิษณุโลกจำนวน 36 คน และใช้รูปแบบวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย ได้แก่ ใบกิจกรรม แบบสังเกตการจัดการเรียนรู้อ และแบบประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้จะใช้การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพแบบการวิเคราะห์เชิงเนื้อหา ผลการวิจัยพบว่าแนวทางในการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ควรให้ความสำคัญกับการเลือกสถานการณ์ที่มีความน่าสนใจหรือใกล้เคียงกับประสบการณ์ของนักเรียน ร่วมกับการใช้คำถามปลายเปิด และการอภิปรายในชั้นเรียนเพื่อส่งเสริมการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น วิเคราะห์ ดีความ ประเมินผลลัพธ์ และความรอบคอบในการทำงานของนักเรียน สำหรับผลของการประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์พบว่า นักเรียนมีระดับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ในระดับ 3-4 นั่นคือ นักเรียนสามารถระบุประเด็นปัญหาจากสถานการณ์ได้เหมาะสมและสอดคล้อง สามารถสร้างตัวแปรเพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหาในการทำระบวนการเชิงคณิตศาสตร์ เลือกใช้หลักการ กลยุทธ์ได้อย่างถูกต้อง และสามารถเลือกสถานการณ์พร้อมอธิบายการนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ได้เหมาะสม

**Title** AN ACTION RESEARCH ON DEVELOPING GRADE 11 STUDENTS' MATHEMATICAL LITERACY THROUGH MATHEMATICAL MODELING IN TOPIC OF SEQUENCES AND SERIES

**Author** Chanon Kanthawat

**Advisor** Wanintorn Supap, Ph.D.

**Co- Advisor** Assistant Professor Chakkrid Klineam, Ph.D.

**Academic Paper** Thesis M.Ed. in Mathematics, Naresuan University, 2018

**Keywords** Mathematical Modelling, Mathematical literacy, Sequences and Series

### ABSTRACT

Mathematical literacy is one of necessary competency to apply mathematics to real-life situations. The results of PISA assessment demonstrated that the level of mathematical literacy of Thai students are below the mean score of OECD. The aims of this research are to study the guidelines for using mathematical modelling that enhance mathematical literacy and study the effect of mathematical modelling process on mathematical literacy in topic of sequences and series for students in grade 11. The participants in this research are 36 students of a school in Phitsanulok. The methodology of this research was classroom action research. The data were collected by using 3 instruments include of worksheets, classroom observation, and mathematical literacy test. The data were analysis by the qualitative content analysis. The research found that the way of teaching through mathematical modelling should emphasize on the interesting situation or close to students' experiences cooperate with the open-end questions that easily to understand students' discussion are also important for sharing their knowledge, analysis, interpretation, assessment and providence. The results of mathematical literacy test show that the level of students' mathematical literacy is on level 3-4, which mean that students can identify the problem for situations appropriately make variables that using to solve the problem choose the mathematical facts or process correctly and also apply the mathematical model to others situation suitably.

## สารบัญ

บทที่

หน้า

1. บทนำ.....	1
ความเป็นมาและความสำคัญ.....	1
คำถามวิจัย.....	6
วัตถุประสงค์ของงานวิจัย.....	6
ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ.....	6
ขอบเขตของงานวิจัย.....	6
นิยามศัพท์เฉพาะ.....	7
2. เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	10
หลักสูตรสถานศึกษา.....	12
การจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์.....	14
การรู้เรื่องคณิตศาสตร์.....	22
วิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน.....	44
งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	50
3. วิธีการดำเนินงานวิจัย.....	56
ผู้เข้าร่วมวิจัย.....	56
รูปแบบการวิจัย.....	56
เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	57
ขั้นตอนการดำเนินการทำวิจัย.....	69
การเก็บและรวบรวมข้อมูล.....	70
วิธีการวิเคราะห์ข้อมูล.....	71

## สารบัญ (ต่อ)

บทที่	หน้า
4. ผลการวิจัย.....	74
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	74
ตอนที่ 1 แนวทางการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ที่ส่งเสริมการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 .....	74
ตอนที่ 2 ผลการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ที่ส่งเสริมการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 .....	118
5 บทสรุป.....	128
สรุปผลการวิจัย.....	128
อภิปรายผลการวิจัย.....	131
ข้อเสนอแนะ.....	137
บรรณานุกรม.....	139
ภาคผนวก.....	144
ประวัติผู้วิจัย.....	180

## สารบัญตาราง

ตาราง	หน้า
1 แสดงระดับความสามารถการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียน.....	32
2 แสดงระดับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์.....	35
3 แสดงความสัมพันธ์การจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์กับ การรู้เรื่องคณิตศาสตร์.....	40
4 แสดงความสัมพันธ์ของจุดประสงค์ของการวิจัยกับเครื่องมือการวิจัย.....	58
5 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างแผนการจัดการเรียนรู้กับเวลาที่ใช้ในการจัดกิจกรรม....	59
6 แสดงความสัมพันธ์ของการสร้างและใช้แบบประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม.....	64
7 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนด้านการคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์...	65
8 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนด้านการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ในการแก้ปัญหา.....	66
9 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนด้านการตีความและประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์....	67
10 แสดงความสัมพันธ์ของเครื่องมือที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลตามจุดประสงค์ของ งานวิจัย.....	71
11 แสดงสรุปผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อพัฒนา การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม สำหรับนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5.....	110
12 แสดงจำนวนกลุ่มของนักเรียนที่ได้คะแนนในแต่ละระดับในการดำเนินการตาม กระบวนการคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ในแต่ละ วงจรปฏิบัติการ.....	119
13 แสดงจำนวนกลุ่มของนักเรียนที่ได้คะแนนในแต่ละระดับในการทำให้หลักการและ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาในแต่ละวงจรปฏิบัติการ.....	121
14 แสดงจำนวนกลุ่มของนักเรียนที่ได้คะแนนในแต่ละระดับในการทำการตีความและ ประเมินผลลัพธ์ในแต่ละวงจรปฏิบัติการ.....	122
15 แสดงจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนในแต่ละระดับในแต่ละข้อคำถาม.....	126



## สารบัญภาพ

ภาพ	หน้า	
1	แสดงกรอบโครงสร้างการประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของ PISA 2015.....	25
2	แสดงวงจรวิจัยปฏิบัติการของ Kemmis, & McTaggart (2000).....	48
3	แสดงวงจรของการวิจัยเชิงปฏิบัติการ.....	57
4	แสดงขั้นตอนการวิจัยเชิงปฏิบัติการ.....	70
5	แสดงการสร้างตัวแปรของนักเรียนที่ถูกต้อง.....	79
6	แสดงการสร้างตัวแปรของนักเรียนที่ไม่สอดคล้องกัน.....	79
7	แสดงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน.....	81
8	แสดงการอธิบายกระบวนการได้มาซึ่งคำตอบและเลือกใช้ตัวแบบกับ สถานการณ์อื่น.....	83
9	แสดงการสร้างตัวแปรของนักเรียนที่ไม่เชื่อมโยงกัน.....	89
10	แสดงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในใบกิจกรรมที่ 2.....	90
11	แสดงการวิเคราะห์กระบวนการของนักเรียน.....	91
12	แสดงการอธิบายการได้มาซึ่งผลลัพธ์ของนักเรียน.....	92
13	แสดงการระบุปัญหาของนักเรียน.....	97
14	แสดงการระบุปัญหาของนักเรียน.....	97
15	แสดงการสร้างตัวแปรของนักเรียน.....	98
16	แสดงการดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน.....	99
17	แสดงการวิเคราะห์กระบวนการของนักเรียน.....	100
18	แสดงการอธิบายกระบวนการได้มาซึ่งผลลัพธ์.....	101
19	แสดงการเลือกสถานการณ์เพื่อประยุกต์ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์.....	101
20	แสดงการสร้างตัวแปรของนักเรียน.....	106
21	แสดงคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนน 0 คะแนน.....	124
22	แสดงคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนน 1 คะแนน.....	124
23	แสดงคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนน 2 คะแนน.....	125
24	แสดงคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนน 3 คะแนน.....	125
25	แสดงคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนน 4 คะแนน.....	126

# บทที่ 1

## บทนำ

### ความเป็นมาและความสำคัญ

ในปัจจุบันคณิตศาสตร์ตามความเข้าใจหรือความรู้สึของคนส่วนใหญ่ นั้น อาจตีความไปเป็นเรื่องของตัวเลข การคำนวณ ซึ่งเกิดจากความคุ้นเคยจากการเรียนคณิตศาสตร์ในอดีต จนทำให้คนส่วนใหญ่เข้าใจความหมายของคณิตศาสตร์ว่าเป็นกระบวนการที่ต้องใช้ตัวเลข มีการคำนวณ บวก ลบ คูณ หาร และมองว่าเป็นสิ่งที่จับต้องได้ยาก แต่ก็มีหลากหลายบุคคล หรือกลุ่มบุคคล ได้ให้ความหมายของคณิตศาสตร์ในหลากหลายรูปแบบดังที่ อัมพร ม้าคนอง (2558) ได้กล่าวไว้ว่าคณิตศาสตร์ในปัจจุบันมีความหมายและขอบเขตของเนื้อหามากกว่าเรื่องของตัวเลข และการคำนวณ โดยมุ่งเน้นการเชื่อมโยงความรู้ในเนื้อหา มาประกอบการคิดเพื่อแก้ปัญหาอย่างมีประสิทธิภาพและสมเหตุสมผล เป็นการทำงานอย่างมีระบบ มีระเบียบแบบแผน และมีขั้นตอนการคิดหรือการทำงานที่เป็นไปตามหลักวิชา ความสำเร็จของการเรียนรู้คณิตศาสตร์จึงอยู่ที่ความสามารถในการนำคณิตศาสตร์ไปใช้แก้ปัญหาได้จริง จากการให้ความหมายของคณิตศาสตร์ จะเห็นได้ว่าคณิตศาสตร์นั้นมีส่วนสำคัญต่อปัจจุบันที่เทคโนโลยีมีความก้าวหน้าไปอย่างรวดเร็ว ซึ่งคณิตศาสตร์ก็ยังคงเป็นส่วนสำคัญในการพัฒนาเทคโนโลยี รวมทั้งเป็นพื้นฐานของศาสตร์อื่น โดยที่คณิตศาสตร์จะยิ่งมีความสำคัญมากขึ้นในมุมมองของการเป็นศาสตร์แห่งการพัฒนาความคิด ความเป็นเหตุเป็นผล และการมีส่วนร่วมในการพัฒนาทักษะชีวิตดังที่ Johnson, & Rising (1972, pp. 4-5) กล่าวไว้ว่า 1) คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่เกี่ยวข้องกับการคิด เราใช้คณิตศาสตร์พิสูจน์เชิงเหตุผลในการตัดสินสิ่งที่เราคิดนั้นว่าเป็นจริงหรือน่าจะเป็นจริงหรือไม่ เราใช้การคิดเพื่อแก้ปัญหาต่าง ๆ ในด้านวิทยาศาสตร์การปกครองและอุตสาหกรรม วิธีการให้เหตุผลต่อเนื่องที่ทำให้เราเข้าใจถึงพลังทางความคิด และท้าทายความอยากรู้อยากเห็นของมนุษย์เรา 2) คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่สร้างสรรค์ทางด้านจิตใจของมนุษย์วิชาหนึ่งโดยเกี่ยวกับพื้นฐานทางความคิด กระบวนการและเหตุผล ดังนั้นคณิตศาสตร์จึงเป็นมากกว่าเลขคณิต (ที่เกี่ยวข้องกับจำนวนและการคิดคำนวณ) มากกว่าพีชคณิต (ภาษาทางสัญลักษณ์และความสัมพันธ์) มากกว่าเรขาคณิต (ที่ศึกษาเกี่ยวกับรูปร่าง ขนาด และที่ว่าง) มากกว่าสถิติ (ที่เกี่ยวข้องกับการตีความ การแปลความหมายข้อมูลและกราฟ) และมากกว่าแคลคูลัส (ที่ศึกษาความเปลี่ยนแปลง จำนวนไม่รู้จักและจำนวนจำกัด)

- 3) คณิตศาสตร์เป็นภาษาอย่างหนึ่งซึ่งกำหนดขึ้นด้วยข้อความทางสัญลักษณ์ที่กระชับรัดกุมและสื่อความหมายได้ ภาษาคณิตศาสตร์เป็นภาษาซึ่งดำเนินไปด้วยการคิดมากกว่าการฟัง
- 4) คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ช่วยจัดระเบียบโครงสร้างทางความรู้ ข้อความแต่ละข้อความถูกรูปร่างด้วยเหตุผลจากการพิสูจน์ข้อความหรือข้อสมมติเดิม โครงสร้างของคณิตศาสตร์เป็นโครงสร้างทางด้านเหตุผล โดยเริ่มต้นด้วยพจน์ที่ยังไม่ได้รับการนิยามและถูกนิยามอย่างเป็นระบบแล้วนำมาใช้อธิบายสาระต่าง ๆ หลังจากนั้นถูกตั้งเป็นคุณสมบัติ หรือกฎ โดยท้ายที่สุดพจน์และข้อสมมติเหล่านั้นจะถูกนำไปใช้พิสูจน์ทฤษฎี และสามารถศึกษาโครงสร้างใหม่ทางคณิตศาสตร์ได้
- 5) คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีรูปแบบ นั่นคือ ความเป็นระเบียบในรูปแบบของการคิดทุกสิ่งที่มีรูปแบบสามารถถูกจัดได้ด้วยหลักการทางคณิตศาสตร์ เช่น คณิตวิทย์ โครงสร้างของโมเลกุล และรูปร่างเซลล์ของผึ้ง
- 6) คณิตศาสตร์เป็นศิลปะอย่างหนึ่ง ความงามทางคณิตศาสตร์สามารถพบได้ในกระบวนการซึ่งแยกข้อเท็จจริงที่ถูกถ่ายทอดผ่านการใช้เหตุผลเป็นขั้นตอน โดยนักคณิตศาสตร์ได้พยายามใช้ความคิดสร้างสรรค์ จินตนาการ และการทำความเข้าใจในสิ่งที่ท้าทายความคิด

เมื่อคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการพัฒนาในด้านต่างๆ ดังนั้นการพัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ให้อยู่ในระดับที่สูงจึงเป็นสิ่งสำคัญที่จะช่วยให้บุคลากรในประเทศได้มีศักยภาพที่สูงขึ้น เพื่อให้สอดคล้องกับความต้องการในการพัฒนาประเทศ สังคม เศรษฐกิจ การศึกษาและด้านต่างๆ ซึ่งสิ่งที่จะสามารถบ่งบอกได้ถึงศักยภาพของประเทศนั้นๆ ก็มีหลายรูปแบบ หนึ่งในนั้นก็คือการประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ซึ่งได้มีโครงการประเมินผลนักเรียนร่วมกับนานาชาติ (Programme for International Student Assessment หรือ PISA) ริเริ่มโดยองค์การเพื่อความร่วมมือและพัฒนาทางเศรษฐกิจ (Organisation for Economic Co-operation and Development หรือ OECD) มีวัตถุประสงค์เพื่อประเมินคุณภาพของระบบการศึกษาของประเทศต่างๆ ในการเตรียมความพร้อมให้ประชาชนมีศักยภาพหรือความสามารถพื้นฐานที่จำเป็นต่อการดำรงชีวิตในโลกที่มีความเปลี่ยนแปลง ซึ่งในปัจจุบันมีประเทศจากทั่วโลกเข้าร่วมโครงการมากกว่า 70 ประเทศ PISA ประเมินสมรรถนะที่เรียกว่า Literacy ซึ่งในที่นี้จะใช้คำว่า “การรู้เรื่อง” และ PISA เลือกประเมินการรู้เรื่องในสามด้าน ได้แก่ การรู้เรื่องการอ่าน (Reading Literacy) การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) และการรู้เรื่องวิทยาศาสตร์ (Scientific Literacy) โดยเลือกประเมินนักเรียนอายุ 15 ปี ซึ่งเป็นวัยที่จบการศึกษาภาคบังคับ การสุ่มตัวอย่างนักเรียนทำตามระบบอย่างเคร่งครัด เพื่อประกันว่านักเรียนเป็นตัวแทนของนักเรียนทั้งระบบ อีกทั้งการวิจัยในทุกขั้นตอนต้องอยู่ภายใต้การควบคุมดูแลของ OECD ทุกประเทศต้องทำตามกฎเกณฑ์และวิธีการที่กำหนดอย่าง

เคร่งครัด เพื่อให้การวิจัยมีคุณภาพอยู่ในระดับเดียวกัน และข้อมูลของทุกประเทศมีมาตรฐานเดียวกัน เพื่อให้สามารถนำมาวิเคราะห์ร่วมกันได้ และตามข้อตกลงในการดำเนินโครงการ PISA ของ OECD ไม่อนุญาตให้เปิดเผยรายชื่อของโรงเรียนกลุ่มตัวอย่าง สำหรับกรอบการประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ของ PISA หรือ Mathematical Literacy นั้นหมายถึงศักยภาพของบุคคลในการทำความเข้าใจเกี่ยวกับบทบาทของคณิตศาสตร์ การใช้ดุลพินิจและการตัดสินใจบนข้อมูลพื้นฐานที่เหมาะสม การใช้คณิตศาสตร์ในแนวทางที่สอดคล้องกับความต้องการของแต่ละบุคคลในฐานะที่เป็นพลเมืองที่สร้างสรรค์และมีคุณภาพ (Organization for Economic Co-operation and Development (OECD), 2013) ซึ่งการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการประมวลความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาประกอบความคิด เพื่อหาวิธีและดำเนินการแก้ไขปัญหาหรือสถานการณ์ ซึ่งประกอบไปด้วย 3 กระบวนการ 1) การคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ หมายถึง ผู้เรียนสามารถรู้ และบอกโอกาสที่จะใช้คณิตศาสตร์ในสถานการณ์ของปัญหา แล้วให้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นต้องใช้ในการแปลงสถานการณ์ของปัญหาให้อยู่ในรูปทางคณิตศาสตร์ 2) การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา หมายถึง ผู้เรียนสามารถประยุกต์ใช้แนวคิดหลักทางคณิตศาสตร์ ข้อเท็จจริง วิธีดำเนินการและเหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์เพื่อให้ได้ข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ 3) การตีความ และประเมินผลลัพธ์ หมายถึง ผู้เรียนสามารถสะท้อนวิธีแก้ปัญหาผลลัพธ์ หรือข้อสรุปทางคณิตศาสตร์แล้วตีความออกมาในบริบทของปัญหาโลกชีวิตจริง

ในปี 2015 ผลการประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของไทยแสดงให้เห็นได้ว่าคะแนนเฉลี่ยของการประเมินลดลง ในทุกกลุ่มโรงเรียนในประเทศไทย ซึ่งคะแนนเฉลี่ยคณิตศาสตร์ของนักเรียนไทยคือ 415 คะแนน แต่ที่น่าสนใจคือ กลุ่มโรงเรียนสาธิตที่มีคะแนนอยู่ที่ 503 คะแนน มีคะแนนเฉลี่ยต่ำกว่าโรงเรียนเน้นวิทย์แต่มีคะแนนเฉลี่ยสูงกว่ากลุ่มโรงเรียนอื่น ๆ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ กลุ่มสาธิตซึ่งมีคะแนนเฉลี่ยอยู่ในกลุ่มบนสุดสิบอันดับแรกเสมอมา แต่กลับลดลงอย่างมากใน PISA 2015 (สรุปผลการประเมิน PISA, 2015) ดังนั้น จึงสามารถประเมินได้ว่ากลุ่มโรงเรียนสาธิตที่มีคะแนนเฉลี่ยอยู่ในระดับสูงกว่าค่าเฉลี่ยของ OECD คือ 490 คะแนน มีกระบวนการคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา และมีความสามารถในการตีความและประเมินผลลัพธ์ตามเกณฑ์ที่ได้กำหนดไว้ และจากประสบการณ์การฝึกปฏิบัติวิชาชีพครูในโรงเรียนมัธยมแห่งหนึ่งของผู้วิจัย ซึ่งสังเกตจากการตรวจแบบฝึกหัดของนักเรียน และบันทึกหลังการจัดการเรียนรู้ของแผนการจัดการเรียนรู้ พบว่า

นักเรียนยังไม่สามารถคิดสถานการณ์ของปัญหาให้อยู่ในเชิงคณิตศาสตร์ได้อย่างสมบูรณ์และถูกต้อง ซึ่งจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง กฎของไซน์และโคไซน์ เมื่อนักเรียนทำแบบฝึกหัดเรื่อง การประยุกต์ฟังก์ชันตรีโกณมิติ ซึ่งโจทย์ให้หาระยะห่างระหว่างเรือ 2 ลำ ที่ออกจากท่าเรือในตำแหน่งเดียวกันในทิศทางที่แตกต่างกัน นักเรียนไม่สามารถบอกข้อมูลจากที่โจทย์กำหนดมาให้ได้อย่างสมบูรณ์ มีข้อมูลที่ไม่จำเป็นต่อการแก้ปัญหา ไม่มีการให้ตัวแสดงแทนของข้อมูลเพื่อให้อยู่ในรูปเชิงคณิตศาสตร์ที่ง่ายต่อการวิเคราะห์และดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถนำความรู้ เรื่องกฎของไซน์และโคไซน์ และนำโปรแกรมที่ให้มาใช้ในการแก้ปัญหาได้ ทั้งที่ในแบบฝึกหัดก่อนหน้า ผู้วิจัยได้ให้นักเรียนฝึกดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์โดยใช้กฎของไซน์และโคไซน์ พร้อมทั้งให้นักเรียนใช้เครื่องคิดเลขและโปรแกรม Geogebra เพื่อช่วยในการหาค่าของฟังก์ชัน ซึ่งผลที่ได้นั้น นักเรียนสามารถดำเนินการตามกระบวนการดังกล่าวได้อย่างถูกต้อง แต่เมื่อเชื่อมโยงกลับมาที่โจทย์ปัญหาที่ให้หาระยะห่างระหว่างเรือ 2 ลำ นักเรียนกลับไม่สามารถดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้เพื่อหาคำตอบได้ ซึ่งส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถตีความ ประยุกต์ใช้ความรู้และประเมินผลลัพธ์ได้ ซึ่งเห็นได้จากแบบฝึกหัดของนักเรียนที่ยังมีการอธิบายความสูงหรือระยะห่างของเรือที่ไม่ถูกต้อง และเมื่อผู้วิจัยเปลี่ยนโจทย์ปัญหาเป็นโจทย์ปัญหาที่มีความคล้ายคลึงกับตัวอย่างที่สอนนั้นคือ การหาความสูงของอาคารและเสาธง นักเรียนกลับสามารถตีความและหาความสูงของเสาธงได้ แต่เมื่อผู้วิจัยถามถึงความเชื่อมโยงของการหาความสูงของเสาธงกับระยะห่างของเรือ นักเรียนกลับไม่สามารถอธิบายความเป็นมาของผลลัพธ์ที่เชื่อมโยงกันได้ ดังนั้นจะเห็นได้ว่า นักเรียนในโรงเรียนแห่งนี้ ยังคงมีปัญหาในการคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นภาระบูรประเด็นปัญหาจากสถานการณ์ การทำสถานการณ์ให้อยู่ในรูปอย่างง่ายโดยใช้ภาษาคณิตศาสตร์เพื่อช่วยในการวิเคราะห์และการหาคำตอบ ในส่วนของกระบวนการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์นั้น ถึงแม้ว่านักเรียนจะสามารถดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาได้เป็นอย่างดีอยู่แล้ว แต่ยังคงไม่สามารถคิดและนำกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาได้อย่างคล่องแคล่ว พร้อมทั้งใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์หรือเทคโนโลยีเพื่อช่วยในการแก้ปัญหาในระดับที่น้อยและยังไม่เหมาะสมเท่าที่ควร สำหรับการตีความ การประยุกต์ใช้ และการประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ นักเรียนก็ยังคงไม่สามารถตีความกลับไปยังบริบทของสถานการณ์ได้อย่างเหมาะสม พร้อมทั้งยังไม่สามารถประเมินความสมเหตุสมผลของกระบวนการโดยการอธิบายได้

ผู้วิจัยได้สืบค้นข้อมูลและพบว่ามีการจัดการเรียนรู้รูปแบบหนึ่งที่สอดคล้องกับปัญหาที่ผู้วิจัยกล่าวไว้ข้างต้น นั่นคือการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical modelling) เป็นกระบวนการที่ใช้คณิตศาสตร์ เป็นตัวแสดงแทน วิเคราะห์ สร้างข้อคาดการณ์หรือข้อมูลเชิงลึกอื่น ๆ ที่อยู่ในสถานการณ์จริง (GAIMME, 2016, p. 8) โดยที่จุดสำคัญคือเน้นไปที่กระบวนการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ตัวแบบจะมีการทำซ้ำและประกอบกับการแก้ไขเป็นจำนวนหลายครั้ง มากไปกว่านั้น ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ยังประกอบไปด้วยตัวคำถามที่มีหลายระดับ การใช้ปัญหาปลายเปิดที่ต้องการให้ผู้เรียนสร้างตัวเลือกที่เป็นจริงเกี่ยวกับวิธีการที่เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ สร้างสมมติฐานและวิธีการที่จะกำหนดผลกระทบของการใช้วิธีการนั้นๆ ในหลักสูตรของช่วงชั้นมัธยมศึกษา การจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์กับเนื้อหาเรื่องลำดับและอนุกรมค่อนข้างมีความเหมาะสม เนื่องจากเนื้อหาเรื่องลำดับและอนุกรม มีรูปทั่วไปของลำดับ ลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต และรูปทั่วไปของอนุกรมเลขคณิต อนุกรมเรขาคณิต ซึ่งรูปทั่วไปนี้จะถูกเรียกว่าเป็นตัวแบบ ซึ่งมีความเหมาะสมในการที่ใช้การจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ องค์ประกอบของการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์มีดังนี้ 1) ระบุปัญหา 2) สร้างสมมติฐานและระบุตัวแปร 3) ลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ 4) วิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์ 5) ทำซ้ำ 6) ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งในการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์นี้ผู้เรียนจะได้รับการพัฒนากระบวนการต่อไปนี้ 1) ตั้งปัญหา 2) สร้างผลลัพธ์ 3) ตรวจสอบผลสรุปของตนเอง ระหว่างการจัดการเรียนรู้ทั้ง 6 ขั้นตอน โดยที่ครูจะมีบทบาทในการ จัดระเบียบ ตรวจสอบ จัดกลุ่ม ซึ่งในขั้นการประเมินผู้เรียน ครูจะต้องมีการประเมินผู้เรียนโดยที่จะเน้นไปการให้ผู้เรียนได้อธิบายถึงกระบวนการในการทำ หรือวิธีการทำงานแบบกลุ่มของผู้เรียน แต่ว่าผลลัพธ์นั้นสามารถเปลี่ยนแปลงได้เนื่องด้วยนักเรียนมีอิสระในการเลือกตัวแปรเพื่อทำการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งส่วนสำคัญที่สุดในการประเมินผู้เรียนนั้นอยู่ที่กระบวนการทำงานของผู้เรียนซึ่งไม่ใช่ดูเพียงแค่ผลลัพธ์ที่ได้ออกมา (Maria L Hernandez, Rachel Levy, Mathew D. Felton-Koestler, & Rose Mary Zbie, 2016)

แนวคิดในการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์มีความสอดคล้องกับกระบวนการทางคณิตศาสตร์ตามกรอบการประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ จากการวิเคราะห์พบว่า การจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในขั้นตอนที่ 1 และ 2 ช่วยส่งเสริมการคิดสถานการณ์ในเชิงคณิตศาสตร์ ขั้นตอนที่ 3 ส่งเสริมการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนที่ 4 และ 6 ช่วยส่งเสริมการตีความและประเมินผลลัพธ์ ดังนั้นจากแนวคิดข้างต้น ผู้วิจัยจึงมีความตั้งใจที่จะ

พัฒนาการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ โดยดำเนินรูปแบบการวิจัยตาม วิจัยเชิงปฏิบัติการ ในชั้นเรียน ที่ดำเนินการเป็นวงจรและเอื้อต่อการเปลี่ยนแปลงแผนการจัดการเรียนรู้เมื่อผู้วิจัยได้ข้อมูลใหม่เพิ่มขึ้น เพื่อช่วยพัฒนาแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมการรู้เรื่องคณิตศาสตร์และพัฒนาการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ เรื่องลำดับและอนุกรม

### คำถามวิจัย

1. การจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ควรมีแนวทางอย่างไร
2. การจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ สามารถพัฒนาการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง ได้หรือไม่ อย่างไร

### วัตถุประสงค์ของงานวิจัย

1. เพื่อศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
2. เพื่อศึกษาผลการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่มีต่อการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

### ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. ได้แนวทางการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมการรู้เรื่องคณิตศาสตร์สำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย
2. เป็นแนวทางการจัดการเรียนรู้สำหรับครูและผู้ที่เกี่ยวข้องกับการศึกษา เพื่อพัฒนาการรู้เรื่องคณิตศาสตร์

### ขอบเขตของงานวิจัย

#### 1. ผู้เข้าร่วมวิจัย

ผู้เข้าร่วมที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5.1 โรงเรียนมัธยมแห่งหนึ่งในจังหวัดพิษณุโลก จำนวน 36 คน

## 2. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัย

เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ ลำดับและอนุกรม เนื้อหารายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ค32102 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560 ประกอบด้วยเนื้อหาย่อยได้แก่ ลำดับเลขคณิต ลำดับเรขาคณิต อนุกรมเลขคณิต และอนุกรมเรขาคณิต

## 3. ระยะเวลาที่ใช้ในการวิจัย

ผู้วิจัยใช้ระยะเวลาในการจัดการเรียนรู้ทั้งหมด 4 สัปดาห์ สัปดาห์ละ 3 ชั่วโมง รวมเป็น 12 ชั่วโมง ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2560

## นิยามศัพท์เฉพาะ

### 1. การจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

คือกระบวนการจัดการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นให้ผู้เรียนได้มีกระบวนการในการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ และนำไปใช้แก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง ประกอบด้วย 6 ขั้นตอน ได้แก่

ขั้นตอนที่ 1 ระบุปัญหา คุ้เลือกปัญหาในชีวิตจริง ที่มีความใกล้เคียงกับประสบการณ์ของนักเรียนหรือเป็นที่น่าสนใจ และให้นักเรียนทำการตัดสินใจว่าจะสามารถประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์กับปัญหานี้ได้หรือไม่ ซึ่งนักเรียนจะต้องระบุสิ่งที่อยู่ในชีวิตจริงที่ต้องการจะรู้ ต้องการจะทำ หรือต้องการจะเข้าใจที่สัมพันธ์กับสถานการณ์ที่กำหนดให้ แล้วนำไปสู่การสร้างข้อคำถามของนักเรียน

ขั้นตอนที่ 2 สร้างสมมติฐานและระบุตัวแปร นักเรียนเลือกส่วนที่สำคัญในสถานการณ์ แล้วกำหนดความสัมพันธ์และตัดสินใจเลือกความสัมพันธ์ที่กำหนดไว้เพื่อสร้างข้อคำถามสำหรับสถานการณ์พร้อมแปลงสถานการณ์ในชีวิตจริงให้เป็นภาษาคณิตศาสตร์ในรูปแบบของตัวแปรที่สัมพันธ์ โดยครูมีบทบาทในการให้คำแนะนำ

ขั้นตอนที่ 3 ลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนนำตัวแปรทางคณิตศาสตร์มาจัดทำเป็นรูปแบบที่มีความสัมพันธ์กัน หรือเรียกว่าตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ พร้อมทั้งดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์เพื่อหาผลลัพธ์ โดยครูทำหน้าที่ตรวจสอบความถูกต้องของกระบวนการที่นักเรียนทำและให้คำแนะนำเพื่อพัฒนาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

ขั้นตอนที่ 4 วิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์ นักเรียนทำการพิจารณาถึงความสมเหตุสมผลและความเป็นไปได้ของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เมื่อนำกลับมาอธิบายเหตุการณ์ในชีวิตจริง ครูอธิบายขั้นตอนในการวิเคราะห์และทำหน้าที่เป็นผู้สังเกตการณ์ รวมถึงตรวจสอบการวิเคราะห์ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนพร้อมให้คำแนะนำ



ขั้นตอนที่ 5 ทำซ้ำ นักเรียนลงมือทำกระบวนการใหม่ตั้งแต่ต้นอีกครั้งเพื่อแก้ไขข้อผิดพลาดของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์หรือเป็นการขยายตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งจะขึ้นอยู่กับความสอดคล้องของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่นักเรียนได้ทำการสร้างและวิเคราะห์แล้ว ครูมีบทบาทเป็นเพียงผู้สังเกตการณ์และให้คำแนะนำ

ขั้นตอนที่ 6 ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ นักเรียนนำตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ พร้อมทั้งรายงานผลของการใช้และผลลัพธ์ที่ได้รวมไปถึงตัดสินใจในการนำไปใช้กับสถานการณ์ในชีวิตจริง โดยครูมีบทบาทเป็นผู้สังเกตการณ์ ตรวจสอบและให้คำแนะนำเกี่ยวกับตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียน

## 2. การรู้เรื่องคณิตศาสตร์

การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของบุคคลในการคิด ใช้ และตีความคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ต่าง ๆ ที่หลากหลาย รวมถึงการให้เหตุผลอย่างเป็นคณิตศาสตร์ใช้แนวคิดและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการอธิบายและทำนายปรากฏการณ์ต่าง ๆ ประกอบไปด้วยกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ได้แก่

1. การคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ หมายถึง ผู้เรียนสามารถรู้ และบอกโอกาสที่จะใช้คณิตศาสตร์ในสถานการณ์ของปัญหา แล้วให้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นต้องใช้ในการแปลงสถานการณ์ของปัญหาให้อยู่ในรูปทางคณิตศาสตร์ ได้แก่

1.1 ระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง

1.2 ทำสถานการณ์หรือปัญหาให้อยู่ในรูปอย่างง่าย เพื่อทำให้การวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ง่ายขึ้น

1.3 แปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์

2. การใช้หลักการ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา หมายถึง ผู้เรียนสามารถประยุกต์ใช้ แนวคิดหลักทางคณิตศาสตร์ ข้อเท็จจริง วิธีดำเนินการและเหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์เพื่อให้ได้ข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ ได้แก่

2.1 คิดและนำกลยุทธ์ในการหาวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไปใช้

2.2 ใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยหาวิธีแก้ปัญหาที่ถูกต้องหรือเหมาะสม

2.3 นำกฎเกณฑ์ขั้นตอนวิธี และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหา

3. การตีความ และประเมินผลลัพธ์ หมายถึง ผู้เรียนสามารถสะท้อนวิธีแก้ปัญหาผลลัพธ์ หรือข้อสรุปทางคณิตศาสตร์แล้วตีความออกมาในบริบทของปัญหาของโลกชีวิตจริง ได้แก่

3.1 ตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์กลับไปสู่บริบทในชีวิตจริง

3.2 ประเมินความเป็นเหตุเป็นผลของวิธีแก้ปัญหาวงคณิตศาสตร์ในบริบทของปัญหาชีวิตจริง

3.3 อธิบายความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์ หรือข้อสรุปทางคณิตศาสตร์กับบริบทของปัญหา

การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนจะประเมินจาก ใบกิจกรรม และแบบประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ใบกิจกรรมจะเป็นข้อคำถามที่มีรูปแบบเขียนตอบอิสระ และแบบประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม จะใช้หลังสิ้นสุดการจัดการเรียนรู้ ซึ่งจะเป็นข้อคำถามที่มีรูปแบบเขียนตอบอิสระเช่นกัน



## บทที่ 2

### เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

จากการศึกษาแนวคิดทฤษฎีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการศึกษาค้นคว้า “การจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมการเรียนรู้เรื่องคณิตศาสตร์” ผู้ศึกษาได้ศึกษาตามหัวข้อดังต่อไปนี้

1. หลักสูตรสถานศึกษา
  - 1.1 ข้อมูลทั่วไปของสถานศึกษา วิสัยทัศน์ เป้าหมาย คุณลักษณะอันพึงประสงค์
  - 1.2 คำอธิบายรายวิชา
  - 1.3 มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด
2. การจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบทางคณิตศาสตร์
  - 2.1 ความหมายของตัวแบบทางคณิตศาสตร์
  - 2.2 หลักการและขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้ด้วยตัวแบบทางคณิตศาสตร์
  - 2.3 บทบาทครูและนักเรียน
3. การรู้เรื่องคณิตศาสตร์
  - 3.1 โครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ (PISA)
  - 3.2 ความหมายของการรู้เรื่องคณิตศาสตร์
  - 3.3 กรอบการประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ PISA 2015
  - 3.4 ระดับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์
  - 3.5 ตัวอย่างข้อสอบสำหรับการวัดการรู้เรื่องคณิตศาสตร์
  - 3.6 ความสัมพันธ์ระหว่างการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์กับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์
4. วิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน
  - 4.1 ความหมายของการวิจัยปฏิบัติการ
  - 4.2 ขั้นตอนของการวิจัยปฏิบัติการ
  - 4.3 การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ
  - 4.4 ความน่าเชื่อถือของงานวิจัยเชิงคุณภาพ

## 5. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

### 5.1 งานวิจัยในประเทศ

### 5.2 งานวิจัยต่างประเทศ



## หลักสูตรสถานศึกษา

### 1. ข้อมูลทั่วไปของสถานศึกษา วิสัยทัศน์ เป้าหมาย คุณลักษณะอันพึงประสงค์

โรงเรียนวิทยาศาสตร์ได้ มีการจัดการเรียนการสอนที่เน้นวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ เทคโนโลยีและภาษาต่างประเทศ โดยมีการจัดหลักสูตรการศึกษาให้สอดคล้องกับหลักสูตร ขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และปรับหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย ม.4 - ม.6 ให้มีการรองรับ การพัฒนาอัจฉริยภาพด้านวิทยาศาสตร์ และตั้งแต่ปีการศึกษา 2554 จนถึงปัจจุบัน โรงเรียนได้ จัดการศึกษาตามแนวคิดศิลปวิทยาศาสตร์ (Liberal Arts Education) มีเป้าหมายในการพัฒนา ผู้เรียน ให้มีความเป็นเลิศรอบด้าน มีความถนัดทางด้านวิทยาศาสตร์และความสามารถทางภาษา

วิสัยทัศน์ เป็นโรงเรียนที่บ่มเพาะต้นกล้านักวิทยาศาสตร์ที่มีทักษะทางด้านภาษาและเทคโนโลยี ถึงพร้อมด้วยคุณธรรมเพื่อก้าวสู่สถาบันอุดมศึกษาและก้าวไกลสู่สากล

เป้าหมาย โรงเรียนวิทยาศาสตร์ได้กำหนดเป้าหมายในการพัฒนาผู้เรียนไว้ เพื่อผลิต เยาวชนที่รอบรู้รอบด้าน ตามแนวคิดศิลปวิทยาศาสตร์ (Liberal Arts Education) และ มีความสามารถทางวิทยาศาสตร์ คณิตศาสตร์ ภาษาและเทคโนโลยี

คุณลักษณะอันพึงประสงค์ โรงเรียนวิทยาศาสตร์ได้กำหนดคุณลักษณะ อันพึงประสงค์ของผู้เรียนไว้ดังนี้

รักชาติ ศาสน์ กษัตริย์

ซื่อสัตย์ สุจริต

มีวินัยและความรับผิดชอบ ตรงต่อเวลา

ใฝ่เรียนรู้ ใฝ่เรียนรู้อริอัน

อยู่อย่างพอเพียง

มุ่งมั่นในการทำงาน

รักความเป็นไทย อ่อนน้อม ถ่อมตน มีสัมมาคารวะ

มีจิตสาธารณะ

รู้คุณค่าของเวลา พลังงาน ทรัพยากรธรรมชาติ สิ่งแวดล้อม

### 2. คำอธิบายรายวิชา ศึกษา ฝึกทักษะ/กระบวนการในสาระต่อไปนี้

ลำดับอนุกรม ลำดับเลขคณิตลำดับเรขาคณิตลำดับฮาร์มอนิก ลำดับสลับ ลำดับพีโนนักซี่ อนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิตการหาผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิตลิมิตของลำดับผลบวกของอนุกรมอนันต์โดยใช้ความรู้ ทักษะ กระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ไขปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม โดยใช้วิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหาให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปผล

ได้อย่างเหมาะสมใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องชัดเจน เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น รวมทั้งมีความใฝ่รู้ใฝ่เรียน มุ่งมั่นในการทำงาน มีความรับผิดชอบ มีความรอบคอบ มีเหตุผล เห็นคุณค่าและมีเจตคติที่ดีต่อวิชาคณิตศาสตร์

### 3. มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด

ในการจัดการเรียนรู้ เรื่องลำดับและอนุกรม มีความสอดคล้องกับมาตรฐานและตัวชี้วัดต่อไปนี้ มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด เรื่อง ลำดับและอนุกรม ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สาระที่ 4 พิชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

มาตรฐาน ค 4.1 ม.4-6/4 เข้าใจความหมายของลำดับและหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัด

มาตรฐาน ค 4.1 ม.4-6/5 เข้าใจความหมายของลำดับเลขคณิตและลำดับเรขาคณิต หาพจน์ต่างๆ ของลำดับเลขคณิต

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) อื่นๆ แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้ปัญหา

มาตรฐาน ค 4.2 ม.4-6/6 เข้าใจความหมายของผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิต หาผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตและอนุกรมเรขาคณิตโดยใช้สูตรและนำไปใช้

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร สื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

มาตรฐาน ค 6.1 ม.4-6/1 ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 6.1 ม.4-6/2 ใช้ความรู้ ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม

มาตรฐาน ค 6.1 ม.4-6/3 ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม

มาตรฐาน ค 6.1 ม.4-6/4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้อง และชัดเจน

มาตรฐาน ค 6.1 ม.4-6/5 เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้  
หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่นๆ

มาตรฐาน ค 6.1 ม.4-6/6 มีความริเริ่มสร้างสรรค์

### การจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

Mathematical model มีการใช้คำแทนในภาษาไทยหลากหลายคำ เช่น แบบจำลองทาง  
คณิตศาสตร์ ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ตัวแบบคณิตศาสตร์ แบบจำลองคณิตศาสตร์ โมเดล  
เชิงคณิตศาสตร์ สมการคณิตศาสตร์ โมเดลทางคณิตศาสตร์ เป็นต้น ในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้เลือกใช้  
คำว่า ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เป็นคำแทน โดยยึดตามการใช้คำแทนของสถาบันส่งเสริมการสอน  
วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท., 2555)

#### 1. ความหมายของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

มีหน่วยงานทางการศึกษา/นักวิชาการ/นักวิจัยได้ให้ความหมายของตัวแบบเชิง  
คณิตศาสตร์ ดังต่อไปนี้

ธีรวัฒน์ นาคะบุตร (2546) กล่าวว่า ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เป็นคณิตศาสตร์  
ประยุกต์แขนงหนึ่งที่น่าคณิตศาสตร์สาขาต่างๆ ไปประยุกต์ใช้เพื่อช่วยในการแก้ปัญหา  
การวางแผนงาน หรือการคาดคะเนเหตุการณ์ต่างๆ ในอนาคต คำตอบของตัวแบบจะเชื่อถือได้หรือ  
ถูกต้องตามความเป็นจริงมากน้อยเพียงใดขึ้นอยู่กับ ข้อมูลเบื้องต้นที่เก็บรวบรวมได้ ข้อสมมติฐาน  
ที่กำหนด การสร้างตัวแบบที่ใกล้เคียงกับความเป็นจริง การตรวจสอบตัวแบบสามารถจำแนก  
ตัวแบบออกได้ดังนี้

1. ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical Model) หรือตัวแบบนามธรรม (Abstract  
Model) เป็นตัวแบบที่ประกอบด้วยสัญลักษณ์ มักอยู่ในรูปสมการ อสมการหรือฟังก์ชันเชิง  
คณิตศาสตร์ ซึ่งตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ สามารถจำแนกออกตามลักษณะได้ 3 ลักษณะ คือ  
1) จำแนกตามเวลา ซึ่งจำแนกได้เป็นตัวแบบสถิต กับตัวแบบพลวัต (Static and Dynamic)  
ตัวแบบสถิต เป็นตัวแบบที่ไม่เกี่ยวข้องกับเวลา ส่วนตัวแบบพลวัต เป็นตัวแบบที่มีเวลาเข้ามา  
เกี่ยวข้อง คำตอบของตัวแบบขึ้นอยู่กับช่วงเวลา 2) จำแนกตามความแน่นอน ซึ่งจำแนกได้เป็น  
ตัวแบบแน่นอน กับตัวแบบความน่าจะเป็น (Deterministic and Probabilistic) ตัวแบบแน่นอน  
เป็นตัวแบบที่มีข้อมูลนำเข้าที่แน่นอนซึ่งทำให้คำตอบของตัวแบบมีผลที่แน่นอน ส่วนตัวแบบ  
ความน่าจะเป็น เป็นตัวแบบที่ข้อมูลนำเข้าอย่างน้อย 1 ตัว อยู่ในรูปตัวแปรสุ่มซึ่งคำตอบของตัว  
แบบจะได้ในเชิงการคาดคะเน 3) จำแนกตามความต่อเนื่อง ซึ่งจำแนกได้เป็น ตัวแบบต่อเนื่อง  
กับตัวแบบไม่ต่อเนื่อง (Continuous and Discrete) ตัวแบบต่อเนื่อง เป็นตัวแบบที่มีข้อมูลนำเข้า

ต่อเนื่องตลอดเวลา เช่น การเปลี่ยนแปลงของระดับน้ำ ส่วนตัวแบบไม่ต่อเนื่องเป็นตัวแบบที่มีข้อมูลนำเข้าไม่ต่อเนื่อง เช่น จำนวนลูกค้าที่มาใช้บริการของธนาคาร จะเปลี่ยนแปลงเมื่อมีลูกค้าเข้าหรือออกจากธนาคารเท่านั้น

2. ตัวแบบรูปธรรม (Physical Model) เป็นตัวแบบที่สามารถจับต้องได้ เช่น แบบจำลองอาคาร แบบหุ่นต่างๆ

3. ตัวแบบรูปภาพ (Visual Model) เป็นตัวแบบลักษณะรูปภาพที่สามารถมองเห็นได้ เช่น กราฟ แผนที่ แบบแปลน ลายแทง

ปริชา เนาร์เย็นผล (2554 อ้างถึงใน บัญชา ชินโณ, 2557) กล่าวว่า ตัวแบบอาจจะเป็นของจริง รูปภาพ หรือตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ตัวแบบเหล่านี้มีประโยชน์ในการแนะนำสาระใหม่ ในการช่วยให้นักเรียนสร้างความเข้าใจในมโนคติ ตัวแบบมีประโยชน์สำหรับการแก้ปัญหาที่คุ้นเคยและไม่คุ้นเคย นักเรียนอาจจะได้รับการกระตุ้นให้ใช้ตัวแบบที่เหมาะสม

ศิริชชรินทร์ ยศสวรินทร์ (2559) ได้ให้ความหมายของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ว่า หมายถึง นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ หรือฟังก์ชันโดยจะมีกระบวนการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์จริงนั้น แล้วอธิบายสถานการณ์จริงเหล่านั้น

สสวท. (2555) ได้ให้ความหมายของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ หรือ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Mathematical model) ไว้ว่าเป็นโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ที่ใช้อธิบายลักษณะบางอย่างของสถานการณ์หรือปรากฏการณ์ที่สนใจศึกษา ซึ่งอาจกล่าวง่ายๆ ว่าเป็นสื่อที่ใช้อธิบายสมมติฐานต่างๆ และผลที่ปรากฏในสถานการณ์หรือปรากฏการณ์ที่สนใจศึกษาในรูปแบบของคณิตศาสตร์ ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์มีหลากหลาย เช่น สมการ อสมการ กราฟ รูปเรขาคณิต ข่ายงาน และแผนภาพต้นไม้ การนำตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์มาใช้ เป็นการนำคณิตศาสตร์มาช่วยแสดงให้เห็นความสัมพันธ์ขององค์ประกอบต่างๆ ที่ปรากฏในสถานการณ์หรือปรากฏการณ์ที่สนใจศึกษาทั้งนี้เพื่อศึกษาปัจจัยต่างๆ ที่มีอิทธิพลต่อกระบวนการเกิดสถานการณ์หรือปรากฏการณ์นั้นๆ ซึ่งอาจนำไปสู่การหาทางเลือกที่เหมาะสมในการหาคำตอบสำหรับแก้ปัญหาในสถานการณ์หรือปรากฏการณ์ที่สนใจนั้น เรียกกระบวนการที่ใช้ในการหาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ว่า การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical modelling)

Kim (2010) ได้กล่าวว่า การสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ คือ รูปแบบการจัดการเรียนรู้ ในรายวิชาคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางด้านคณิตศาสตร์ เพื่อบรรลุ



วัตถุประสงค์ในการสร้างสมรรถนะทางด้านความคิดสร้างสรรค์ และทัศนคติในการเรียนรู้ด้วยตนเองโดยมุ่งเน้นไปที่การสืบเสาะหาความรู้

โดยสรุป ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ หมายถึง นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ ฟังก์ชัน รูปภาพ แบบแปลน หรือ แผนที่ แต่ในงานวิจัยนี้ ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม จะหมายถึง พจน์ทั่วไปของลำดับและรูปทั่วไปของอนุกรม

## 2. หลักการและขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้ด้วยการใช้ตัวแบบทางคณิตศาสตร์

การจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เริ่มต้นด้วยการนำเสนอสถานการณ์จริงที่ไม่มีการดัดแปลงเพื่อทำการหารูปแบบในการแก้ปัญหาและทำการนำกลับมาใช้กับปัญหานั้นในชีวิตจริง มากไปกว่านั้น ยังสามารถนำมาเป็นประเด็นในการพูดคุยในปัญหาที่แปลกออกไป หรือจะเป็นสิ่งที่ลึกซึ้งต่างๆ หรือกระบวนการที่ควรนำมาทำในทางคณิตศาสตร์ (Heather Gould et al., 2012)

เทพสุดา เกตุทอง (2551) ได้กล่าวถึงการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่นำกระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์มาใช้โดยมีหลักการสำคัญของกระบวนการ คือ เน้นการแก้สถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง หรือสถานการณ์ปัญหาเสมือนในชีวิตจริง โดยการแทนสถานการณ์ปัญหาด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ แล้วนำคำตอบทางคณิตศาสตร์ไปอธิบายสถานการณ์ปัญหาดังกล่าว ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน และแต่ละขั้นตอนอธิบายรายละเอียดได้ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 การทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา (Description) หมายถึง ขั้นของการทำความเข้าใจในสถานการณ์ปัญหา ซึ่งอาจเป็นสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริงหรือสถานการณ์ปัญหาเสมือนในชีวิตจริง ซึ่งสถานการณ์ปัญหาเหล่านั้นอาจอยู่ในรูปของโจทย์ปัญหา ไดอะแกรม สูตร ตารางข้อมูล โดยใช้ความรู้พื้นฐานและมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของสถานการณ์ปัญหา การระบุตัวแปรที่เกี่ยวข้อง การระบุความสัมพันธ์ของตัวแปร การให้ความสำคัญกับตัวแปร แล้วแทนสถานการณ์ปัญหาด้วยแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ซึ่งอาจอยู่ในรูปของไดอะแกรม สูตร ตาราง กราฟ ตัวแปร นิพจน์ สมการ อสมการ ฟังก์ชัน สัญลักษณ์

ขั้นตอนที่ 2 การจัดการเชิงคณิตศาสตร์ (Manipulation) หมายถึง ขั้นของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ได้คำตอบจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ โดยใช้ความรู้มโนทัศน์ หลักการทางคณิตศาสตร์ และยุทธวิธีต่างๆ ในการดำเนินการ

ขั้นตอนที่ 3 การทำนายคำตอบ (Prediction) หมายถึง ขั้นของการแปลความหมาย (interpreting) ของคำตอบ การพิจารณาและวินิจฉัยคำตอบที่ได้จากแบบจำลองคณิตศาสตร์ เพื่อให้ได้คำตอบทางคณิตศาสตร์ แล้วนำคำตอบที่ได้ไปทำนายสถานการณ์ปัญหา

ขั้นตอนที่ 4 การตรวจสอบ (Verification) หมายถึง ขั้นตอนของการพิจารณาความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์ที่ได้ โดยที่รายละเอียดของการหาข้อมูลมาสนับสนุนคำตอบ การสะท้อนความคิดเห็นการประเมินคำตอบที่ได้อย่างมีวิจารณญาณ และการนำเสนอคำตอบ

วีรพล เทพบรรหาร (2560) ได้กล่าวไว้ว่าการใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแทนเชิงคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เน้นการตีความและใช้ตัวแทนทางความคิดแทนข้อมูลหรือเงื่อนไขในปัญหาเพื่อเชื่อมโยงไปสู่การเลือกหรือการสร้างตัวแทนเชิงคณิตศาสตร์แล้วใช้ตัวแทนเชิงคณิตศาสตร์ที่เลือกหรือสร้างร่วมกับความรู้และทักษะทางคณิตศาสตร์เพื่อการดำเนินการหาคำตอบของปัญหา ซึ่งมีขั้นตอน 4 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 การถอดรหัส (Decoding) เป็นขั้นตอนของกรวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจปัญหาด้วยการตีความเกี่ยวกับบริบทของปัญหา (background theme) ข้อมูลทางคณิตศาสตร์ (data) และการกระทำทางคณิตศาสตร์ที่สามารถอธิบายหรือเป็นตัวแทนการกระทำต่างๆ ของปัญหา (operating schemes) และเงื่อนไขหรือข้อจำกัด (the constraints) จากนั้นหาสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลต่างๆ ภายใต้เงื่อนไขหรือข้อจำกัด

ขั้นตอนที่ 2 การใช้ตัวแทน (Representing) เป็นขั้นตอนของการใช้ตัวแทนความคิด (mental model) แทนข้อมูลทางคณิตศาสตร์หรือเงื่อนไขจากข้อที่ 1 เพื่อให้เข้าใจข้อมูลทางคณิตศาสตร์หรือเงื่อนไขในปัญหาให้ชัดเจนขึ้น โดยตัวแทนทางความคิดนั้นสามารถแสดงได้ในหลายลักษณะผ่านการวาดรูปประกอบสถานการณ์ การกำหนดตัวแปรเพื่อแทนสิ่งที่ไม่ทราบค่า การเขียนประโยคต่างๆ รวมถึงการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปประโยคภาษาที่เข้าใจง่ายขึ้น

ขั้นตอนที่ 3 การประมวลผล (Processing) เป็นขั้นตอนของการนำตัวแทนทางความคิดที่ใช้ในขั้นที่ 2 กับความรู้และความเข้าใจทางคณิตศาสตร์มาประมวลผลเพื่อสร้างหรือเลือกตัวแทนเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) ให้สัมพันธ์กับปัญหารวมถึงการกำหนดวิธีการหรือแนวทางในการแก้ปัญหา

ขั้นตอนที่ 4 การดำเนินการ (Implementing) เป็นขั้นตอนของการดำเนินการหาคำตอบโดยใช้ตัวแทนเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้จากขั้นที่ 3 ร่วมกับเทคนิคทางคณิตศาสตร์ที่มีความเฉพาะกับตัวแทนเชิงคณิตศาสตร์ จากนั้นพิจารณาความสมเหตุสมผลและความสอดคล้องของคำตอบกับเงื่อนไขในปัญหา รวมถึงการขยายแนวทางการแก้ปัญหาเดิมไปสู่สถานการณ์ปัญหาใหม่ที่ใกล้เคียงกัน

สกล ตั้งเก้าสกุล (2560) ได้กล่าวไว้ว่า การสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการแปลงสถานการณ์ปัญหาระหว่างในโลกจริงกับคณิตศาสตร์ เพื่อใช้ในการอธิบาย

หาคำตอบ หรือพยากรณ์คำตอบของปัญหาสถานการณ์ในโลกจริงที่มีความคลุมเครือ จำเป็นต้องพิจารณาข้อมูล หรือปัจจัยสำคัญเพื่อสร้างข้อตกลงเบื้องต้น สร้างสมมติฐาน แล้วจึงใช้ความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบของปัญหาในโลกจริงอย่างเหมาะสม ซึ่งประกอบด้วย 6 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 การทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาในโลกจริง โดยการอ่าน ตีความ และสรุปใจความสำคัญของสถานการณ์ปัญหาให้เข้าใจง่ายด้วยรูปแบบต่างๆ เช่น การเขียนบรรยายสรุปความ การวาดแผนภาพประกอบ หรือการสร้างแบบจำลองอื่นๆ

ขั้นตอนที่ 2 การทำปัญหาให้ง่ายขึ้น โดยการวิเคราะห์เพื่อกำหนดตัวแปร สมมติฐาน ขอบเขตและ หรือ ข้อมูลที่สำคัญต่อการดำเนินการแก้ปัญหา

ขั้นตอนที่ 3 การคิดให้เป็นคณิตศาสตร์ โดยการพิจารณา วิเคราะห์ความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่สามารถเป็นเครื่องมือในการสร้างแบบจำลองคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหา

ขั้นตอนที่ 4 การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ โดยการใช้ความรู้ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ได้ผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ เช่น การคำนวณ การแก้สมการ การหาแปรรูป

ขั้นตอนที่ 5 การแปลความหมายและตรวจสอบผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ โดยการอธิบายผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้มาให้สอดคล้องตามสถานการณ์ปัญหาที่กำหนด แล้วพิจารณาความสมเหตุสมผล ความสอดคล้องเหมาะสมของผลลัพธ์ และดำเนินการตรวจสอบทบทวนกระบวนการทั้งหมดอีกครั้ง เพื่อยืนยันเป็นข้อสรุป ซึ่งตรวจสอบแล้วพบข้อผิดพลาด หรือ ข้อขัดแย้งระหว่างผลลัพธ์ที่ได้กับสถานการณ์ปัญหา ให้ดำเนินการแก้ไข และดำเนินการตามกระบวนการอีกครั้งให้ถูกต้อง และสอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหามากขึ้น

ขั้นตอนที่ 6 การนำผลลัพธ์ โดยการสรุปผลลัพธ์ที่ได้จากกระบวนการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ซึ่งได้ผ่านการตรวจสอบผลลัพธ์ การทำซ้ำเพื่อยืนยันข้อสรุป และปรับปรุงแก้ไขแบบจำลองเรียบร้อยแล้ว

คันทันนีย์ เณรเทียน (2560) ได้กล่าวไว้ว่าการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการในการแก้ปัญหาในชีวิตจริงโดยใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ ด้วยการจำลองคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ และใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์แก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบ และนำคำตอบที่ได้ไปตอบปัญหาในชีวิตจริง ซึ่งได้ออกแบบกระบวนการของการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (modelling process) ไว้อย่างหลากหลาย กระบวนการหนึ่ง คือ วงจรการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของ Blum (2011) ประกอบด้วย 7 ขั้นตอน

ขั้นตอนที่ 1 อ่านทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the task)

ขั้นตอนที่ 2 ทำปัญหาให้ง่ายขึ้น (Simplifying/structuring)

ขั้นตอนที่ 3 คิดให้เป็นคณิตศาสตร์ (Mathematizing)

ขั้นตอนที่ 4 ดำเนินการทางคณิตศาสตร์ (Making mathematically)

ขั้นตอนที่ 5 แปลความหมาย (interpretation)

ขั้นตอนที่ 6 ตรวจสอบความเหมาะสม (Validation)

ขั้นตอนที่ 7 นำเสนอ (Presenting)

Ang Keng Cheng (2001 อ้างถึงใน สุธารส นิลรอด, 2558) กล่าวว่า การจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ คือการแนะนำให้ผู้เรียนรู้จักตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ผ่านปัญหาในชีวิตจริง ซึ่งแปลงปัญหาดังกล่าวโดยใช้หลักการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ และนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ช่วยในการหาคำตอบ เช่นการสร้างลานจอดรถที่มีอยู่อย่างจำกัดโดยใช้ความรู้เรื่องตรีโกณมิติ การสร้างกล่องที่มีความจุมากที่สุดโดยใช้ความรู้เกี่ยวกับอนุพันธ์ การศึกษาเกี่ยวกับอัตราการเพิ่มขึ้นของประชากรโดยใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันชี้กำลัง

Hernández, Levy, Felton-Koestler, & Zbiek (2016) ได้กล่าวไว้ว่าการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ GAIMME (2016) คือกระบวนการจัดการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นให้นักเรียนได้มีกระบวนการในการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ และนำไปใช้แก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง ประกอบด้วย 6 ขั้นตอน ได้แก่

ขั้นตอนที่ 1 ระบุปัญหา ครูเลือกปัญหาในชีวิตจริง ที่มีความใกล้เคียงกับประสบการณ์ของนักเรียนหรือเป็นที่น่าสนใจ และให้นักเรียนทำการตัดสินใจว่านักเรียนจะสามารถประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์กับปัญหานี้ได้หรือไม่ ซึ่งนักเรียนได้ระบุสิ่งที่อยู่ในชีวิตจริงที่ต้องการจะรู้ ต้องการจะทำหรือต้องการจะเข้าใจที่สัมพันธ์กับสถานการณ์ที่กำหนดให้ ซึ่งจะนำไปสู่การสร้างข้อความถามของนักเรียน

ขั้นตอนที่ 2 สร้างสมมติฐานและระบุตัวแปร ครูให้นักเรียนเลือกสิ่งที่เป็นส่วนสำคัญในสถานการณ์และกำหนดความสัมพันธ์และทำการตัดสินใจที่จะเห็นด้วยหรือไม่เห็นด้วยกับความสัมพันธ์นั้นที่กำหนดไว้เพื่อสร้างข้อความถามสำหรับสถานการณ์ โดยครูมีบทบาทในการให้คำแนะนำ

ขั้นตอนที่ 3 ลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ครูให้นักเรียนทำการแปลงสถานการณ์ในชีวิตจริงให้เป็นภาษาคณิตศาสตร์ในรูปแบบของตัวแปร รูปแบบทาง

คณิตศาสตร์นี้จะถูกเรียกว่าเป็น ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์พร้อมทั้งดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์เพื่อหาผลลัพธ์

ขั้นตอนที่ 4 วิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์ ครูให้นักเรียนทำการพิจารณาถึงความสมเหตุสมผลและความเป็นไปได้ของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เมื่อนำกลับมาอธิบายเหตุการณ์ในชีวิตจริง

ขั้นตอนที่ 5 ทำซ้ำ ครูให้นักเรียนลงมือทำกระบวนการใหม่ตั้งแต่ต้นอีกครั้งเพื่อแก้ไขข้อผิดพลาดของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์หรือเป็นการขยายตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งจะขึ้นอยู่กับความสอดคล้องของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่นักเรียนได้ทำการสร้างและวิเคราะห์แล้ว

ขั้นตอนที่ 6 ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ครูให้นักเรียนนำตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ พร้อมทั้งรายงานผลของการใช้และผลลัพธ์ที่ได้รวมไปถึงตัดสินใจในการนำไปใช้กับสถานการณ์ในชีวิตจริง

ผู้เรียนจะได้รับการพัฒนากระบวนการทางคณิตศาสตร์ ระหว่างการจัดการเรียนรู้ทั้ง 6 ขั้นตอน ดังนี้

1. ตั้งปัญหา นักเรียนจะได้ดำเนินการตามกระบวนการตั้งปัญหาในขั้นตอนที่ 1 และ 2
2. สร้างผลลัพธ์ นักเรียนจะได้ดำเนินการตามกระบวนการสร้างผลลัพธ์ในขั้นตอนที่ 3 และ 4
3. ตรวจสอบผลสรุปของตนเอง นักเรียนจะได้ดำเนินการตามกระบวนการตรวจสอบผลสรุปของตนเองในขั้นตอนที่ 5 และ 6

จากการศึกษาและวิเคราะห์รูปแบบการจัดการเรียนรู้โดยใช้บริบทเป็นฐานข้างต้น ผู้วิจัยได้เลือกรูปแบบการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ของ Hernández, Levy, Felton-Koestler, & Zbiek (2016) เนื่องจากมีขั้นตอนที่เหมาะสมต่อการพัฒนาการเรียนรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ซึ่งพบว่าในขั้นตอนที่ 1 ระบุปัญหา เป็นขั้นตอนที่จะช่วยส่งเสริมการระบุประเด็นสำคัญที่สามารถใช้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาได้ ขั้นตอนที่ 2 สร้างตัวแปรและสมมติฐาน เป็นขั้นที่ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้ทำการแปลงสถานการณ์ให้อยู่ในรูปแบบเชิงคณิตศาสตร์ ขั้นตอนที่ 3 ลงมือดำเนินการตามกระบวนการคณิตศาสตร์ เห็นได้ชัดเจนว่าส่งเสริมการดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนที่ 4 วิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์ ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้ทำการวิเคราะห์กระบวนการและประเมินผลลัพธ์ของตนเอง ขั้นตอนที่ 5 ทำซ้ำ เป็นกระบวนการที่จะช่วยส่งเสริมความรอบคอบในการทำงาน และสนับสนุนการดำเนินการตามกระบวนการอื่นๆ

ขั้นตอนที่ 6 ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เป็นการตัดสินใจเลือกใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และประยุกต์ใช้กับสถานการณ์อื่น

### 3. บทบาทครูและนักเรียนในการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

ในการจัดการเรียนรู้ต่าง ๆ สิ่งสำคัญอย่างหนึ่งคือบทบาทของครูที่จะมีผลต่อการเรียนรู้ของนักเรียนซึ่งผู้วิจัยได้ทำการสืบค้นและรวบรวมดังรายละเอียดดังนี้

วิจารณ์ พานิช (2556) กล่าวไว้ว่า การเรียนการสอนในศตวรรษที่ 21 “ครู” ต้องเปลี่ยนบทบาทเป็น “โค้ช” ด้วย เนื่องจากในปัจจุบัน ความรู้มีมาก ครูจะจัดการอย่างไรเพื่อให้ผู้เรียนได้เรียนรู้ให้หมด ผลวิจัยแนะนำว่าให้สอนเฉพาะที่สำคัญๆ ผู้เรียนสามารถนำความรู้ไปบูรณาการและต่อยอดได้ ส่วนความรู้ที่ไม่ได้สอน ผู้เรียนจะเรียนรู้ได้เอง สิ่งสำคัญในการเรียนการสอนในศตวรรษที่ 21 คือ ต้องเปลี่ยนวิธีการของการศึกษา คือเปลี่ยนเป้าหมายจาก “ให้ความรู้” ไปสู่ “ให้ทักษะ” เปลี่ยนจาก “ครูเป็นหลัก” เป็น “ผู้เรียนเป็นหลัก”

ชัยอนันต์ สมุทวณิช (2540) กล่าวไว้ว่า ความรู้เกิดจากการสร้างขึ้นโดยตัวผู้เรียน ครูต้องมีบทบาทในการจัดการศึกษา ประกอบด้วยการจัดโอกาสให้ผู้เรียนได้มีส่วนร่วมในกิจกรรมสร้างสรรค์ การคิดของผู้เรียนสอดคล้องกับความจำเป็น ความต้องการ และความเป็นไปได้ในปัจจุบันของพวกเขา

ครูเป็นผู้มีบทบาทสำคัญในการปลูกฝังทั้งวิชาความรู้และความประพฤติแก่เด็กและเยาวชนดังนั้นครูจึงเป็นบุคคลที่สำคัญที่จะทำให้เด็กไทยของเราอ่านออกเขียนได้และครูเป็นผู้สร้างพัฒนาการให้เด็กมีความรู้ความสามารถอย่างมีมิติครบทุกส่วน โดยผ่านทางด้านวิชาการคือการเรียนการสอนวิชาการต่าง ๆ ทางด้านร่างกายต้องมีสุขภาพแข็งแรงด้วยวิชาพลศึกษาสุขศึกษา ทางด้านอารมณ์คือการกลม่อมเกลียดด้วยวิชาศิลปะศึกษา นาฏศิลป์ดนตรีและในส่วนทางด้านสังคมนั้นครูต้องสอนให้เด็กเป็นส่วนหนึ่งของสังคม รู้จักประโยชน์ส่วนตน ประโยชน์ส่วนรวม รู้จักบำเพ็ญประโยชน์ด้วยการสอนวิชาลูกเสือ เนตรนารีรวมทั้งรู้จักความเสียสละ อดทนด้วยวิชาทหาร ซึ่งวิชาดังกล่าวจะพัฒนาให้เยาวชนมีความรู้อย่างสมบูรณ์ในทุกด้าน (กรุงเทพฯธุรกิจ, 2558)

ในหนังสือคู่มืออาชีพ ได้เขียนว่า บทบาทและความสำคัญของครูได้ลดน้อยลงเนื่องจากความเปลี่ยนแปลงก้าวหน้าทางด้านเทคโนโลยีไม่ว่าจะเป็นคอมพิวเตอร์ไอแพด หรือสมาร์ทโฟน แค่เพียงปลายนิ้วสัมผัส สารพัดคำตอบก็แสดงขึ้นมาได้อย่างรวดเร็ว ทันใจ ผิดกับภาพของครูที่ยืนสอนหน้าชั้นเรียนคอยบอกให้นักเรียนจดหรือท่องจำสิ่งที่ควรรู้อาชีพของนักเรียนที่อ่านเอกสารประกอบหรือเลคเชอร์ในตไปพลาจ ๆ ระหว่างครูบรรยายหน้าห้องภาพของครูผู้สอนที่พยายามสร้างปฏิสัมพันธ์กับผู้เรียน ด้วยการสอดส่องดูว่ามีนักเรียนคนใดหลับ พุดคุยกันไม่สนใจ

การสอนของครูครูก็จะคอยเรียกนักเรียนให้ตอบคำถามหรือทำโทษด้วยวิธีการที่เหมาะสมกับเด็ก (การเปลี่ยนแปลงโลกของการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 และการพัฒนาสู่ “ครูมืออาชีพ”, 2553)

ครูจะมีบทบาทในการ จัดระเบียบ ตรวจสอบ จัดกลุ่มใหม่ ซึ่งในชั้นการประเมินนักเรียน ครูจะต้องมีการประเมินนักเรียนโดยที่จะเน้นไปการให้นักเรียนได้อธิบายถึงกระบวนการในการทำ หรือวิธีการทำงานแบบกลุ่มของนักเรียน แต่ว่าผลลัพธ์นั้นสามารถเปลี่ยนแปลงได้เนื่องด้วยนักเรียนมีอิสระในการเลือกตัวแปรเพื่อทำการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ ซึ่งส่วนสำคัญที่สุดในการประเมินนักเรียนนั้นอยู่ที่กระบวนการทำงานของนักเรียนและผลลัพธ์ที่ได้ออกมา โดยแนวทางในการการปฏิบัติที่ดีที่สุดสำหรับครูเพื่อสนับสนุนการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ได้แก่

- 1) การเลือกหรือพัฒนาปัญหาในการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์
- 2) การคาดการณ์ถึงคำตอบที่นักเรียนจะตอบ
- 3) พัฒนาระบวนการที่อำนวยความสะดวกให้นักเรียนสามารถสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์
- 4) จัดระเบียบในการจัดการเรียนรู้และการดำเนินกิจกรรมของนักเรียน
- 5) ให้คำแนะนำและให้ความช่วยเหลือแก่นักเรียน
- 6) ใช้คำถามที่แตกต่างเพื่อช่วยให้นักเรียนมองเห็นปัญหาได้อย่างทันที
- 7) ให้ความสำคัญในการประเมินกระบวนการให้มากกว่าผลลัพธ์ โดยตัวอย่างคำถามที่ควรใช้นั้น ได้แก่ “คำถามแบบไหนที่นักเรียนคิดว่าเกี่ยวข้องกับสถานการณ์นี้” “มีข้อมูลอะไรบ้างที่สถานการณ์นี้ต้องการ” “นักเรียนคิดว่ามีกลยุทธ์ไหนที่จะสามารถใช้ในการแก้ปัญหา” เป็นต้น GAIMME (2016)

จากการสืบค้นข้อมูลบทบาทของครูแสดงให้เห็นว่า ในปัจจุบันครูควรมีบทบาทที่เปรียบเสมือนกับ โค้ช ซึ่งคอยจัดระเบียบ ชี้แนะแนวทาง ให้คำแนะนำ เป็นที่ปรึกษาให้กับนักเรียน ซึ่งนักเรียนจะต้องเป็นผู้ที่สร้างองค์ความรู้ด้วยตนเอง โดยงานวิจัยนี้จะขอยึดบทบาทของครูตาม GAIMME (2016) ซึ่งเป็นบทบาทครูที่สอดคล้องกับการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

## การรู้เรื่องคณิตศาสตร์

### 1. โครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ (PISA)

โครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ (Programme for International Student Assessment หรือ PISA) เป็นโครงการประเมินผลการศึกษาของประเทศสมาชิกองค์การเพื่อความร่วมมือและพัฒนาทางเศรษฐกิจ (Organisation for Economic Co-operation and Development หรือ OECD) มีจุดประสงค์เพื่อสำรวจว่าระบบการศึกษาของประเทศได้เตรียมเยาวชนของชาติให้พร้อมสำหรับการใช้ชีวิตและการมีส่วนร่วมในสังคมในอนาคตเพียงพอหรือไม่ โดย PISA เน้นการประเมินสมรรถนะของนักเรียนวัย 15 ปี ที่จะใช้ความรู้และทักษะเพื่อเผชิญกับโลกในชีวิตจริงมากกว่าการเรียนรู้ตามหลักสูตรในโรงเรียน ในด้านการอ่าน คณิตศาสตร์ และวิทยาศาสตร์ โดย PISA ประเมินสมรรถนะที่เรียกว่า Literacy ซึ่งในที่นี้จะใช้คำว่า “การรู้เรื่อง” และ PISA

เลือกประเมินการรู้เรื่องในสามด้าน ได้แก่ การรู้เรื่องการอ่าน (Reading Literacy) การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy) และการรู้เรื่องวิทยาศาสตร์ (สสวท., 2558)

PISA ได้แบ่งการประเมินออกเป็น 2 รอบ กล่าวคือ รอบที่ 1 (Phase I: PISA 2000 PISA 2003 และ PISA 2006) และรอบที่ 2 (Phase II: PISA 2009 PISA 2012 และ PISA 2015) ในการประเมินผลนักเรียนจะวัดความรู้ทั้ง 3 ด้าน แต่จะเน้นหนักในด้านใดด้านหนึ่งในการประเมินแต่ละระยะ กล่าวคือ

1. การประเมินผลระยะที่ 1 (PISA 2000 และ PISA 2009) เน้นด้านการอ่าน (มีน้ำหนักข้อสอบด้านการอ่าน 60% และที่เหลือเป็นด้าน คณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์อย่างละ 20%)

2. การประเมินผลระยะที่ 2 (PISA 2003 และ PISA 2012) เน้นด้านคณิตศาสตร์ (น้ำหนักข้อสอบด้านคณิตศาสตร์ 60% และด้านการอ่านและวิทยาศาสตร์อย่างละ 20%)

3. การประเมินผลระยะที่ 3 (PISA 2006 และ PISA 2015) เน้นด้านวิทยาศาสตร์ (น้ำหนักข้อสอบด้านวิทยาศาสตร์ 60% และด้านการอ่านและคณิตศาสตร์อย่างละ 20%)

จุดมุ่งหมายหลักๆ ของการประเมินผลของ PISA ก็เพื่อต้องการพัฒนาตัวชี้วัดว่าระบบการศึกษาของประเทศที่ร่วมโครงการสามารถให้การศึกษาเพื่อเตรียมตัวเยาวชนอายุ 15 ปีให้พร้อมที่จะมีบทบาทหรือมีส่วนสร้างสรรค์ และดำเนินชีวิตอย่างมีคุณภาพในสังคมได้มากน้อยเพียงใด การประเมินของ PISA มีจุดหมายที่มองไปในอนาคตมากกว่าการจำกัดอยู่ที่การวัดและประเมินผลตามหลักสูตรที่นักเรียนได้เรียนในปัจจุบัน และการประเมินผลก็มุ่งความชัดเจนที่จะหาคำตอบว่านักเรียนสามารถนำสิ่งที่ได้ศึกษาเล่าเรียนในโรงเรียนไปใช้ในสถานการณ์ที่นักเรียนมีโอกาสที่จะต้องพบเจอในชีวิตจริงได้หรือไม่อย่างไร PISA ได้ให้ความสำคัญกับปัญหาในชีวิตจริงในสถานการณ์จริงในโลก (คำว่า “โลก” ในที่นี้หมายถึง สถานการณ์ของธรรมชาติ สังคม และวัฒนธรรมที่บุคคลนั้นๆ อาศัยอยู่) (สสวท., 2558)

จะเห็นได้ว่าจุดเด่นของ PISA คือการประเมินการรู้เรื่อง (Literacy) โดยยึดหลักสำคัญ คือ การเรียนรู้ตลอดชีวิต ซึ่งเน้นที่การนำความรู้ไปใช้ในชีวิตจริง เพื่อให้นักเรียนสามารถปรับตัวให้เข้ากับโลกที่เปลี่ยนแปลงอยู่ตลอดเวลา ซึ่งบางเรื่องหรือบางเหตุการณ์นักเรียนไม่สามารถเรียนรู้จากโรงเรียน แต่เพื่อให้เป็นผู้เรียนสามารถรู้ตลอดชีวิตอย่างต่อเนื่อง การศึกษาจึงต้องให้ “ฐานราก” ที่มั่นคง โดยถือเอาวิชาที่เป็นหัวใจของการพัฒนาสามวิชา คือ การอ่าน คณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์ และเพิ่มเติมด้านทักษะที่ต้องใช้ในกระบวนการเรียนรู้ คือ การแก้ปัญหา



## 2. ความหมายของการรู้เรื่องคณิตศาสตร์

หน่วยงานทางการศึกษา นักการศึกษา นักวิชาการได้ให้ความหมายของการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ดังนี้

สุชาติ บัณฑิต (2557, น. 35) ได้ให้ความหมายของการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ว่า การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ คือ ความสามารถของบุคคลในการคิด ใช้ และตีความคณิตศาสตร์ ในสถานการณ์ต่างๆที่หลากหลาย รวมถึงการให้เหตุผลอย่างเป็นคณิตศาสตร์ใช้แนวคิดและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการอธิบายและทำนายปรากฏการณ์ต่างๆ

สุนีย์ คล้ายนิล (2549, น. 1) กล่าวถึงการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ว่ามีความหมายมากกว่า การคิดเลข และการทำโจทย์ปัญหา การรู้จักรูปคณิตศาสตร์ หรือการจัดการกับข้อมูลคณิตศาสตร์ แต่หมายรวมถึงรู้ขอบเขตและข้อจำกัดของแนวคิดคณิตศาสตร์ สามารถติดตามและประเมินผล ข้อโต้แย้งเชิงคณิตศาสตร์ เสนอปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ เลือกริธีนำเสนอสถานการณ์เชิงคณิตศาสตร์ และสามารถตัดสินใจปัญหาบนพื้นฐานของคณิตศาสตร์ นิยามของการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของ PISA จึงไม่เหมือนกับการนิยามการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ทั่วไป โดยเน้นการประเมินความสามารถของนักเรียนที่นำเอาความรู้และทักษะคณิตศาสตร์มาใช้ในสถานการณ์ที่ท้าทาย ที่อาจพบในชีวิตจริงหรือบทบาทที่ต่างกัน และ ในวิธีการที่ต่างกัน ซึ่งการที่จะใช้ความรู้และทักษะดังกล่าวได้ต้องมีพื้นฐานความรู้คณิตศาสตร์ที่เรียนในโรงเรียนอย่างดีพอ

Bussiere (2001 อ้างถึงใน ทองพันธ์ ยงกุล, 2554, น. 20) ให้นิยามการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ว่า เป็นการนำเอาความรู้และทักษะคณิตศาสตร์มาใช้ในสถานการณ์ที่ท้าทาย ที่อาจพบในชีวิตจริงหรือบทบาทที่ต่างกันและในวิธีการที่ต่างกัน ซึ่งการที่จะใช้ความรู้และทักษะดังกล่าวได้ต้องมีพื้นฐานความรู้คณิตศาสตร์ การนำความรู้คณิตศาสตร์มาช่วยในการแก้ปัญหา ในสถานการณ์ต่างๆ การเป็นบุคคลที่มีความคิดสร้างสรรค์และมีความมั่นใจในตนเอง

Ontario (1999 อ้างถึงใน ทองพันธ์ ยงกุล, 2554, น. 20) ให้นิยามการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ว่า การมีความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็น ทักษะทางคณิตศาสตร์ ทักษะการให้เหตุผล การแก้ปัญหาและการสื่อสาร การคิด วิเคราะห์ และที่สำคัญที่สุด คือการมีความสามารถและแรงจูงใจในการเรียนรู้ด้วยตนเอง ซึ่งเป็นเรื่องสำคัญในการจัดทำหลักสูตรสำหรับนักเรียนในวันข้างหน้า

PISA (OECD, 2013) ให้นิยาม การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ไว้ว่าเป็น สมรรถนะของบุคคล ในการคิด ใช้ และตีความคณิตศาสตร์ในบริบทที่หลากหลายรวมถึงการให้เหตุผลอย่างเป็นคณิตศาสตร์ และการใช้แนวคิด กระบวนการ ข้อเท็จจริงและเครื่องมือเกี่ยวกับคณิตศาสตร์ในการ บรรยาย อธิบาย และทำนายปรากฏการณ์ต่างๆ การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ช่วยให้รู้และเข้าใจบทบาท

ของคณิตศาสตร์ที่มีในโลกทำให้สามารถตัดสินใจบนพื้นฐานความรู้ที่เข้มแข็ง เพื่อจะเป็นพลเมืองที่มีความคิด มีความหวังใจ และสร้างสรรค์สังคม

จากการวิเคราะห์ความหมายของการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ดังกล่าวข้างต้น สรุปได้ว่าการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของบุคคลในการคิด ใช้ และตีความคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ต่างๆ ที่หลากหลาย รวมถึงการให้เหตุผลอย่างเป็นคณิตศาสตร์ใช้แนวคิดและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการอธิบายและทำนายปรากฏการณ์ต่าง ๆ จุดสำคัญของการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ตามนิยามของ PISA คือ เน้นความสำคัญที่ต้องการให้เยาวชนพัฒนาสติปัญญาที่จะใช้คณิตศาสตร์ไปตามบริบทหรือสถานการณ์โดยใช้ความรู้คณิตศาสตร์ที่เคยได้เรียนรู้มาจากโรงเรียน

### 3. กรอบการประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ PISA 2015

กรอบโครงสร้างการประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของ PISA 2015 แบ่งออกเป็น 3 ส่วนดังภาพ 1

กระบวนการทางคณิตศาสตร์ของ PISA	เนื้อหาที่ประเมิน	บริบท
<ul style="list-style-type: none"> <li>การคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์</li> <li>การใช้หลักการ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา</li> <li>การตีความ และประเมินผลลัพธ์</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>ปริมาณ (Quantity)</li> <li>ความไม่แน่นอน และข้อมูล (Uncertainty and Data)</li> <li>การเปลี่ยนแปลง และความสัมพันธ์ (Change and Relationships)</li> <li>ปริภูมิและรูปทรงสามมิติ (Space and Shape)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>ส่วนตัว (Personal Context)</li> <li>ทางสังคม (Societal Context)</li> <li>การงานอาชีพ (Occupational Context)</li> <li>ทางวิทยาศาสตร์ (Scientific Context)</li> </ul>

ภาพ 1 แสดงกรอบโครงสร้างการประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของ PISA 2015

ที่มา: สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน, 2558, น. 8

### 3.1 กระบวนการทางคณิตศาสตร์ของ PISA

กระบวนการทางคณิตศาสตร์ของ PISA แบ่งออกเป็น 3 กระบวนการได้แก่

3.1.1 การคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ นิยามของคำว่า การคิดในการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของแต่ละบุคคลในการรู้และบอกโอกาสในการใช้คณิตศาสตร์ แล้วกำหนดโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ให้กับปัญหาที่พบในสถานการณ์ กระบวนการของการคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ คือ การที่บุคคลตัดสินใจได้ว่าส่วนใดที่สามารถดึงคณิตศาสตร์ที่จำเป็นไปใช้ในการวิเคราะห์ สร้างแนวทาง และนำไปแก้ปัญหา โดยบุคคลเหล่านี้สามารถแปลงปัญหาจากสถานการณ์ในชีวิตจริงให้อยู่ในขอบเขตคณิตศาสตร์ และกำหนด โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ การใช้เครื่องหมายแทน และลักษณะจำเพาะให้กับปัญหาในโลกชีวิตจริง ซึ่ง สามารถให้เหตุผล ตั้งสมมติฐาน และพิจารณาข้อจำกัดได้อย่างสมเหตุสมผล กระบวนการนี้ประกอบด้วย กิจกรรมต่าง ๆ ต่อไปนี้

- 1) การระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาที่ตั้งอยู่ในบริบทโลกชีวิตจริง และการระบุตัวแปรที่สำคัญ
- 2) การรู้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์ (รวมถึง กฎเกณฑ์ ความสัมพันธ์ และแบบรูป) ของปัญหาหรือสถานการณ์
- 3) การทำสถานการณ์หรือปัญหาให้อยู่ในรูปอย่างง่าย เพื่อให้ทำให้การวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ง่ายขึ้น
- 4) การระบุข้อจำกัดและสมมติฐานที่อยู่เบื้องหลังแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และจากการทำให้อยู่ในรูปอย่างง่ายที่รวบรวมได้จากบริบท
- 5) การแสดงแทนสถานการณ์ในเชิงคณิตศาสตร์ โดยการใช้ตัวแปร สัญลักษณ์ แผนภาพ และแบบจำลองมาตรฐานที่เหมาะสม
- 6) การแสดงแทนปัญหาในหลากหลายวิธี รวมถึงการจัดการกับปัญหาให้สอดคล้องกับแนวคิดทาง คณิตศาสตร์ และการสร้างสมมติฐานที่เหมาะสม
- 7) การรู้ เข้าใจ และการอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างภาษาเฉพาะกับบริบทของปัญหากับภาษาที่เป็น สัญลักษณ์และภาษาอย่างเป็นทางการที่จำเป็นต้องใช้ในการแสดงเชิงคณิตศาสตร์
- 8) การแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาทางคณิตศาสตร์หรือการแสดงแทน

9) การรู้แง่มุมต่าง ๆ ของปัญหา ซึ่งสอดคล้องกับปัญหาที่รู้หรือแนวคิดหลักทางคณิตศาสตร์ที่รู้จัก ข้อเท็จจริง หรือวิธีดำเนินการ และ

10) การใช้เทคโนโลยีเพื่อแสดงความสัมพันธ์ภายในปัญหาที่อยู่ในสถานการณ์เชิงคณิตศาสตร์ (เช่น ตารางโปรแกรมทำงาน หรือรายการที่มีให้บนเครื่องคำนวณเชิงกราฟ)

3.1.2 การใช้หลักการ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา นิยามของคำว่า การใช้ ในการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของแต่ละบุคคลในการประยุกต์ใช้แนวคิดหลักทางคณิตศาสตร์ ข้อเท็จจริง วิธีดำเนินการ และเหตุผลทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา เชิงคณิตศาสตร์เพื่อให้ได้ข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการ แก้ปัญหา เป็นกระบวนการที่แต่ละคนแสดงวิธีดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นเพื่อให้ได้มาซึ่งผลลัพธ์ และค้นหาวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (เช่น แสดงการคำนวณ การแก้สมการ การลงข้อสรุปจาก สมมติฐานทางคณิตศาสตร์ การใช้เชิงสัญลักษณ์ การสกัดข้อมูลทางคณิตศาสตร์จากตารางและกราฟ การ ใช้สัญลักษณ์แทนและการจัดการกับรูปร่างและรูปทรง และการวิเคราะห์ข้อมูล) สร้างแบบจำลองของ สถานการณ์ปัญหา สร้างกฎเกณฑ์ ระบุความเชื่อมโยงระหว่างองค์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ และสร้างข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ กระบวนการนี้ประกอบด้วยกิจกรรมต่าง ๆ ต่อไปนี้

- 1) การคิดและนำกลยุทธ์ในการหาวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไปใช้
- 2) การใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งเทคโนโลยีเพื่อช่วยหาวิธีแก้ปัญหาที่ถูกต้องหรือเหมาะสม
- 3) การนำข้อเท็จจริง กฎเกณฑ์ ขั้นตอนวิธี และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ มาใช้ในการแก้ปัญหา
- 4) การดำเนินการในเรื่องจำนวน ข้อมูลและข้อสนเทศเกี่ยวกับกราฟและสถิติ นิพจน์พีชคณิตและสมการ และการแสดงแทนทางเรขาคณิต
- 5) การสร้างแผนภาพ กราฟ และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ และการสกัดข้อมูลทางคณิตศาสตร์ จากสิ่งเหล่านั้น
- 6) การใช้และการสลับที่ระหว่างการใช้สัญลักษณ์ต่าง ๆ ในกระบวนการแก้ปัญหา
- 7) การสร้างข้อสรุปทั่วไปบนพื้นฐานของผลลัพธ์ที่เกิดจากการนำวิธีดำเนินการทางคณิตศาสตร์ไปใช้ ในการแก้ปัญหา และ

8) การสะท้อนข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์ การอธิบายและการแสดง เหตุผลต่อผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์

3.1.3 การตีความ และประเมินผลลัพธ์ นิยามของคำว่า ตีความ ในการรู้เรื่อง คณิตศาสตร์ มุ่งเน้นไปที่ความสามารถของแต่ละบุคคลในการสะท้อน วิธีแก้ปัญหา ผลลัพธ์ หรือ ข้อสรุปทางคณิตศาสตร์ แล้วตีความออกมาในบริบทของปัญหาโลกชีวิตจริง ซึ่งรวมถึงการแปล ความหมายของวิธีแก้ปัญหาหรือการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ย้อนกลับไปบริบทของ ปัญหา และตัดสินว่าผลลัพธ์ที่ได้เป็นเหตุเป็นผลและเข้ากันได้กับบริบทของปัญหาหรือไม่ บุคคลที่ใช้ กระบวนการนี้อาจจะสร้างและสื่อสารคำอธิบายหรือข้อโต้แย้งในบริบทของปัญหา และการสะท้อน ทั้ง กระบวนการสร้างแบบจำลองและผลที่ได้ กระบวนการประเภทนี้รวม “ตีความ” และ “ประเมิน” ไว้ด้วยกัน ประกอบด้วยกิจกรรมต่าง ๆ ต่อไปนี้

- 1) การตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์กลับไปบริบทโลกชีวิตจริง
- 2) การประเมินความเป็นเหตุเป็นผลของวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ใน บริบทของปัญหาโลกชีวิตจริง
- 3) ความเข้าใจว่าในชีวิตจริงส่งผลกระทบต่อผลลัพธ์และวิธีคิดคำนวณ ทางคณิตศาสตร์หรือ แบบจำลองอย่างไร เพื่อตัดสินว่าจะต้องปรับปรุงหรือนำผลไปใช้ใน สถานการณ์ได้อย่างไร
- 4) การอธิบายได้ว่าเพราะเหตุใดผลลัพธ์หรือข้อสรุปทางคณิตศาสตร์จึง เหมาะสมหรือไม่เหมาะสมกับ บริบทของปัญหา
- 5) ความเข้าใจขอบเขตและข้อจำกัดของแนวคิดคณิตศาสตร์และ วิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และ
- 6) การวิจารณ์และระบุข้อจำกัดของแบบจำลองที่ใช้แก้ปัญหา

3.2 เนื้อหาที่ประเมิน PISA 2015 ได้กำหนดกรอบการประเมินด้านเนื้อหา เป็น 4 เรื่อง ได้แก่

3.2.1 ปริมาณ (Quantity) เป็นคณิตศาสตร์ที่พบเห็นและเกี่ยวข้อง

1) ความเข้าใจในเรื่อง การวัด การนับ ขนาดของปริมาณ หน่วย ดัชนี ขนาดเปรียบเทียบ และแบบรูปและแนวโน้มของจำนวน ด้านความเป็นเหตุเป็นผลทางปริมาณ เช่น ความรู้สึกเชิงจำนวน การใช้ตัวแทนแบบพหุคูณ การคำนวณคล่อง การคิดคำนวณในใจ การประมาณการและการประเมินความสมเหตุสมผล การใช้ความรู้สึกเชิงจำนวนที่เหมาะสมจะทำให้ นักเรียนสามารถแก้ปัญหาที่ตรงไปตรงมา ที่กลับกัน หรือที่ต้องการเรื่องสัดส่วนมาใช้

2) สามารถประมาณอัตราการเปลี่ยนแปลง และบอกเหตุผลในการเลือกใช้ข้อมูลและระดับความถูกต้องสำหรับเรื่องหนึ่ง สามารถเลือกวิธีการ และลำดับขั้นตอน เพื่อแสดงว่าทำไมจึงเป็นเช่นนั้น และมีกรณีใดบ้างที่ทำได้ สามารถสร้างตัวแบบของวิธีการที่ใช้สำหรับแก้ปัญหาที่ใช้ข้อมูลจากที่มีอยู่ในโลก

### 3.2.2 ความไม่แน่นอนและข้อมูล (Uncertainty and Data)

1) เป็นเรื่องที่มีอยู่ในวิทยาศาสตร์เทคโนโลยีและชีวิตประจำวัน และเป็นเรื่องที่เป็นหัวใจสำคัญของการวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ปัญหาที่หลากหลาย รวมทั้งทฤษฎีความน่าจะเป็นและสถิติ และเทคนิคการพรรณนา การนำเสนอข้อมูลซึ่งถูกสร้างขึ้น

2) เนื้อหาเรื่องความไม่แน่นอนและข้อมูล รวมถึงการรู้ว่าตำแหน่งใดที่มีความผันแปรในกระบวนการ มีการรับรู้ถึงปริมาณของความผันแปร การรับรู้ถึงความไม่แน่นอนและความผิดพลาดจากการวัด และความรู้ในเรื่องโอกาสที่จะเกิดขึ้น

3) การคิด การตีความ เป็นและการประเมินข้อสรุปในสถานการณ์ที่มีความไม่แน่นอนเป็นจุดสำคัญ ซึ่งการนำเสนอและการตีความข้อมูลเป็นแนวคิดหลักของเนื้อหาประเภทนี้

4) ความไม่แน่นอนพบได้ในการทำนายทางวิทยาศาสตร์ การสำรวจความคิดเห็น การพยากรณ์อากาศ และแบบแผนทางเศรษฐกิจ การมีความแปรผันในกระบวนการผลิต คะแนนสอบ และผลการสำรวจ รวมทั้งโอกาสซึ่งพบได้ในกิจกรรมสันทนการต่างๆ ของแต่ละคน

5) ความไม่แน่นอนพบได้ในการทำนายทางวิทยาศาสตร์ การสำรวจความคิดเห็น การพยากรณ์อากาศ และแบบแผนทางเศรษฐกิจ การมีความแปรผันในกระบวนการผลิต คะแนนสอบ และผลการสำรวจ รวมทั้งโอกาสซึ่งพบได้ในกิจกรรมสันทนการต่างๆ ของแต่ละคน

### 3.2.3 การเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์ (Change and Relationships)

1) ความเข้าใจเรื่องการเปลี่ยนแปลงแบบต่างๆ และการรู้ว่าเมื่อเกิดการเปลี่ยนแปลงจะใช้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมเพื่ออธิบายและทำนายการเปลี่ยนแปลงนั้นได้อย่างไร ซึ่งในทางคณิตศาสตร์การทำแบบจำลองและความสัมพันธ์ให้อยู่ในรูปของฟังก์ชันและสมการที่เหมาะสมได้รวมถึงการคิด การตีความ และการแปลความตัวแทนความสัมพันธ์ในเชิงความสัมพันธ์และกราฟด้วย

2) การเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์ พบได้ในหลากหลายสถานการณ์ เช่น การเจริญเติบโตของสิ่งมีชีวิต ดนตรี วัฏจักรของฤดูกาล แบบแผนของสภาพอากาศ ระดับการจ้างงาน และสภาวะทางเศรษฐกิจ

3) มุมมองทางคณิตศาสตร์ตามหลักสูตร เช่น เรื่อง ฟังก์ชันและพีชคณิต ได้แก่ นิพจน์ทางคณิตศาสตร์ สมการและอสมการ การแสดงในรูปตารางและกราฟ ก็เป็นส่วนหนึ่งในการสร้างคำอธิบาย การสร้างแบบจำลอง และการตีความการเปลี่ยนแปลงของปรากฏการณ์ต่างๆ

### 3.2.4 ปริภูมิและรูปทรงสามมิติ (Space and Shape)

1) ครอบคลุมปรากฏการณ์ต่างๆ อย่างกว้างขวาง ซึ่งมีอยู่ทั่วทุกแห่งในโลกที่เราสามารถเห็นได้และมีลักษณะเป็นกายภาพ ได้แก่ แบบรูป สมบัติของวัตถุ ตำแหน่งและทิศทาง การแสดงแทนวัตถุ การเข้ารหัสและถอดรหัสของสาระที่มองเห็นจากภาพได้ การนำทาง และปฏิบัติสัมพันธ์ของกลศาสตร์กับรูปร่างจริงและการแทน

2) เรขาคณิตเป็นพื้นฐานที่จำเป็นสำหรับปริภูมิและรูปทรง แต่เนื้อหาปริภูมิและรูปทรงมีรายละเอียดเกินกว่าสาระของวิชาเรขาคณิต ทั้งเรื่องความหมายและวิธีการทักษะการมองเห็น การวัดขนาด และพีชคณิต

3) PISA ถือว่าความเข้าใจแนวคิดหลักและทักษะเป็นสิ่งสำคัญของการรู้เรื่องของการรู้เรื่องทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีความเชื่อมโยงกับปริภูมิและรูปทรง โดยการรู้เรื่องทางคณิตศาสตร์ในเนื้อหาเรื่องปริภูมิและรูปทรงประกอบด้วยการดำเนินการขอบข่ายต่างๆ เช่น ความเข้าใจภาพวาดตามสัดส่วนที่มองเห็น การสร้างและการอ่านแผนที่ การเปลี่ยนรูปร่างโดยใช้และไม่ใช้เทคโนโลยี การตีความมุมมองภาพสามมิติจากมุมมองต่างๆ ที่มองเห็น และสร้างภาพแทนรูปร่าง

3.3 บริบท ลักษณะสำคัญของการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ คือ การที่คณิตศาสตร์ได้เข้าไปเกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาที่อยู่ในบริบทหนึ่ง ซึ่งเป็นบริบทในโลกจริงที่มีปัญหานั้นตั้งอยู่ PISA 2015 ได้แบ่งบริบทออกเป็น 4 กลุ่ม ดังนี้

3.3.1 บริบทส่วนตัว (Personal Context) บริบทนี้จะเน้นที่กิจกรรมของบุคคล ครอบครัว หรือกลุ่มเพื่อน โดยอาจเป็นเรื่องส่วนบุคคล ซึ่งประกอบด้วย สถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับการเตรียมอาหาร การซื้อแป้ง การเล่นเกม สุขภาพส่วนบุคคล การเดินทาง กีฬา การท่องเที่ยว การจัดตารางเวลาส่วนบุคคล และการจัดการทางการเงินส่วนบุคคล

3.3.2 บริบททางการงานอาชีพ (Occupational Context) บริบทนี้เน้นที่การทำงานในโลกชีวิตจริง เช่น การวัดขนาด การคิดค่าใช้จ่าย และการสั่งซื้อวัสดุสำหรับการก่อสร้าง การเงิน/การบัญชี การควบคุมคุณภาพ การจัดทำแผนการ รายการสินค้า การออกแบบ สถาปัตยกรรมและการทำงานที่เกี่ยวข้องกับการตัดสินใจ บริบทเกี่ยวกับอาชีพอาจมีความเกี่ยวข้องของตำแหน่งงานที่ใช้แรงงานโดยไม่ต้องใช้ทักษะ จนถึงงานที่ต้องใช้ความเชี่ยวชาญระดับสูง

3.3.3 บริบททางสังคม (Societal Context) บริบทนี้เน้นที่ชุมชนหนึ่งๆ ไม่ว่าจะในระดับท้องถิ่น ระดับชาติ หรือระดับโลก เช่น ระบบการลงคะแนนเสียง การขนส่งสาธารณะ การปกครองนโยบายภาครัฐ ประชากร การโฆษณา สถิติแห่งชาติ และเศรษฐกิจ แม้ว่าบริบทดังกล่าวจะเป็นเรื่องส่วนบุคคล แต่ถือว่ามีผลต่อสังคมในภาพรวม

3.3.4 บริบททางวิทยาศาสตร์ (Scientific Context) บริบทนี้เกี่ยวข้องกับการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในโลกชีวิตจริง และประเด็นหรือหัวข้อที่เกี่ยวข้องกับวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี เช่น สภาพภูมิอากาศ หรือภูมิประเทศ ระบบนิเวศวิทยา การแพทย์ วิทยาศาสตร์อวกาศ พันธุกรรม การวัด และเรื่องที่เกี่ยวข้องกับโลกของคณิตศาสตร์ภายใต้บริบททางวิทยาศาสตร์

จากองค์ประกอบของกรอบโครงสร้างการประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของ PISA 2015 โดยผู้วิจัยจะประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ จากกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ประกอบไปด้วย การคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา และการตีความและประเมินผลลัพธ์ โดยใช้เนื้อหาเรื่องลำดับและอนุกรม ซึ่งจัดอยู่ในกลุ่มเนื้อหาเรื่อง การเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์ (Change and Relationships) ของ PISA ครอบคลุมทั้ง 4 บริบท ได้แก่ บริบทส่วนตัว บริบททางสังคม บริบทการงานอาชีพ และบริบททางวิทยาศาสตร์

#### 4. ระดับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์

ความคิดหลักในการวัดผลของ PISA คือ นักเรียนได้เรียนรู้อะไร และสามารถนำสิ่งที่เรียนรู้ไปใช้ทำอะไรได้บ้าง PISA จึงมีวิธีการวัดระดับความสามารถการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียน เพื่อแยกแยะความสามารถของนักเรียนออกเป็น 6 ระดับ ดังตาราง 1



## ตาราง 1 แสดงระดับความสามารถการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ระดับ	นักเรียนทำอะไรได้บ้าง
ระดับ 6	<p>ที่ระดับ 6 นักเรียนสามารถ</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ใช้สาระและข้อมูลที่ได้มาจากการสำรวจตรวจสอบของตนเองนำมาลงเป็นข้อสรุปและสร้างแนวคิดทางคณิตศาสตร์ และแบบจำลองสถานการณ์ที่ซับซ้อนออกมาสร้างเป็นตัวแทนคณิตศาสตร์</li> <li>- เชื่อมโยงข้อมูลจากแหล่งต่างๆ หรือจากการนำเสนอในรูปแบบต่างๆ นำมาเชื่อมโยงระหว่างกันได้</li> <li>- ใช้เหตุผล และใช้ความคิดระดับสูงในเชิงคณิตศาสตร์ สามารถมองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูล หรือสถานการณ์ต่างๆ และสามารถเข้าใจและปฏิบัติภารกิจทางคณิตศาสตร์</li> <li>- สร้างสูตรคณิตศาสตร์จากแนวความคิดหรือข้อมูลที่มี</li> <li>- สามารถสื่อสารได้อย่างถูกต้องแม่นยำ เพื่อบอกถึงสิ่งที่ตนพบ ดีความ แปลความ ได้แย้ง และอธิบายความสอดคล้องเหมาะสมของสิ่งต่างๆ เหล่านี้กับสถานการณ์ที่เป็นมาตั้งแต่ต้น</li> </ul>
ระดับ 5	<p>ที่ระดับ 5 นักเรียนสามารถ</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- สร้างตัวแทน และใช้ตัวแทนในเรื่องที่มีความซับซ้อน สามารถระบุออกข้อจำกัดและข้อตกลงเบื้องต้นเฉพาะเรื่องนั้นๆ สามารถเลือก เปรียบเทียบ และประเมินกลยุทธ์การแก้ปัญหาที่เหมาะสมเพื่อใช้แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ซับซ้อนที่สัมพันธ์กับตัวแทน</li> <li>- สามารถใช้ทักษะการคิดแบบทักษะการใช้เหตุผล สามารถเชื่อมโยงการนำเสนอรูปแบบต่างๆ สัญลักษณ์ และลักษณะของโจทย์คณิตศาสตร์ และมองเห็นความสัมพันธ์เชื่อมโยงของสิ่งเร้าที่เป็นส่วนประกอบของสถานการณ์</li> <li>- สามารถคิดวิเคราะห์การทำงานของตน และสามารถสร้างกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์</li> <li>- สามารถสื่อสารถึงการแปลความ ดีความ และการใช้เหตุผลของตนได้</li> </ul>

## ตาราง 1 (ต่อ)

ระดับ	นักเรียนทำอะไรได้บ้าง
ระดับ 4	<p>ที่ระดับ 4 นักเรียนสามารถ</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ทำโจทย์คณิตศาสตร์ในสถานการณ์ที่มีตัวแบบชัดเจน และเป็นสถานการณ์ที่เป็นรูปธรรมที่ค่อนข้างซับซ้อน ซึ่งอาจมีข้อจำกัดบ้างหรือต้องมีการกำหนดข้อตกลงเบื้องต้นบ้าง</li> <li>- สามารถเลือกและผสมผสานรูปแบบต่างๆ ที่มีให้ รวมทั้งรูปแบบของสัญลักษณ์ด้วยโดยนำมาเชื่อมโยงโดยตรงกับสถานการณ์ในโลกจริง</li> <li>- สามารถใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่พัฒนามาแล้ว และสามารถให้เหตุผลอย่างยืดหยุ่นได้ และมองเห็นความสัมพันธ์ของสิ่งเร้าในสถานการณ์นั้นๆ ได้ดี</li> <li>- สามารถสร้างคำอธิบายและข้อโต้แย้ง และสื่อสารคำอธิบายและข้อโต้แย้งบนพื้นฐานของการแปลความ การโต้แย้ง และการกระทำของตน</li> </ul>
ระดับ 3	<p>ที่ระดับ 3 นักเรียนสามารถ</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ทำโจทย์ที่มีวิธีการที่บอกไว้ชัดเจน รวมทั้งโจทย์ที่ตัดสินใจเลือกลำดับขั้นตอนด้วย</li> <li>- เลือกและใช้กลยุทธ์ที่ไม่ซับซ้อนสำหรับการแก้ปัญหา</li> <li>- แปลความและใช้สถานการณ์ที่นำเสนอมาจากหลายแหล่ง และสามารถให้เหตุผลได้ตามแหล่งที่มาต่างๆ สามารถสร้างคำอธิบายหรือรายงานการตีความแปลความนั้นๆ</li> <li>- แสดงการใช้เหตุผลได้ และสามารถบอกและสื่อสารผลที่เกิดขึ้น</li> </ul>
ระดับ 2	<p>ที่ระดับ 2 นักเรียนสามารถ</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ตีความและรู้สถานการณ์ในบริบทที่ไม่ซับซ้อน ที่ต้องการการอ้างอิง ไม่เกินสองตัว</li> <li>- สกัดสาระสำคัญจากแหล่งข้อมูลแหล่งเดียวและสามารถใช้สถานการณ์ที่นำเสนออย่างง่ายขั้นเดียว</li> <li>- สามารถใช้วิธีการคิด สูตรคณิตศาสตร์ วิธีการหรือข้อตกลงเบื้องต้น สามารถใช้เหตุผลตรงไปตรงมาและตีความที่พบอย่างตรงไปตรงมา</li> </ul>

## ตาราง 1 (ต่อ)

ระดับ	นักเรียนทำอะไรได้บ้าง
ระดับ 1	<p>ที่ระดับ 1 นักเรียนสามารถ</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ตอบคำถามที่เกี่ยวข้องในบริบทที่คุ้นเคย ที่มีข้อมูลชัดเจนให้ และคำถามต้องถามอย่างชัดเจน</li> <li>- ระบุสาระที่ต้องการและสามารถทำโจทย์แบบเดิมที่คุ้นเคยที่มีวิธีการทำหรือสถานการณ์กำหนดชัดเจน</li> <li>- ทำโจทย์ตามตัวอย่างที่กำหนดให้ได้</li> </ul>

**หมายเหตุ:** ถ้านักเรียนไม่สามารถปฏิบัติภารกิจที่ระดับหนึ่งได้ จะถูกจัดไว้กลุ่ม “ต่ำกว่าระดับ 1”

**ที่มา:** สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน, 2558, น. 21-23

ตามเกณฑ์ของ PISA ถือว่าระดับ 2 เป็นระดับเส้นพื้นฐาน (Based line) หรือเป็นเส้นแบ่งเขตสมรรถนะทางคณิตศาสตร์ระหว่างผู้ที่ถือว่าเริ่มสามารถใช้ประโยชน์จากคณิตศาสตร์ได้กับผู้ที่ถือว่ายังมีความรู้และทักษะไม่เพียงพอที่จะใช้ประโยชน์ทางคณิตศาสตร์หรือเป็นกลุ่มเสี่ยงทั้งในชีวิตการทำงานและการศึกษาต่อ

สำหรับเกณฑ์การตรวจให้คะแนนการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ในงานวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาแนวทางการประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ตามกรอบการประเมินของ PISA 2015 (OECD, 2013) ร่วมกับแนวทางการวัดและประเมินผลคณิตศาสตร์ (สสวท., 2557) แล้วได้นำมาปรับเพื่อเป็นเกณฑ์ในการวัดพฤติกรรมของนักเรียนที่สอดคล้องกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ตามกรอบการประเมิน PISA 2015 ดังตาราง 2

## ตาราง 2 แสดงระดับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์

ระดับคะแนน	การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียน	เกณฑ์การตัดสิน
11	ระดับ 6	นักเรียนได้คะแนนตั้งแต่ 6 ขึ้นไป หรือ ระดับ 2 ถือว่าผ่านการ ประเมิน
9 – 10	ระดับ 5	
7 - 8	ระดับ 4	
5 - 6	ระดับ 3	
3 – 4	ระดับ 2	
ต่ำกว่า 3	ระดับ 1	

### 5. ตัวอย่างข้อสอบสำหรับการวัดการรู้เรื่องคณิตศาสตร์

ข้อสอบของ PISA จะครอบคลุมองค์ประกอบ 3 ด้าน ได้แก่ 1) กระบวนการทางคณิตศาสตร์ (process) ที่อธิบายสิ่งที่แต่ละคนทำเพื่อเชื่อมโยงบริบทของปัญหากับคณิตศาสตร์แล้วนำไปสู่การแก้ปัญหา 2) เนื้อหาคณิตศาสตร์ (content) ที่ต้องนำมาใช้ในการแก้ปัญหา และ 3) สถานการณ์หรือบริบท (contexts) ที่ปัญหานั้นตั้งอยู่ ผู้วิจัยได้ยกตัวอย่างการออกข้อสอบของแต่ละกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่มีเนื้อหาอยู่ในส่วนของการเปลี่ยนแปลงและความสัมพันธ์ ซึ่งเป็นกลุ่มเนื้อหาเดียวกับเรื่องลำดับและอนุกรม โดยมีรายละเอียดดังนี้

#### การคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์

##### สถานการณ์: เครื่องเล่นที่ชำรุด

บริษัท อิเล็กทริกส์ ผลิตเครื่องใช้ไฟฟ้าสองชนิดคือ เครื่องเล่นวีดีโอ และเครื่องเล่นเพลง ในขั้นตอนสุดท้ายของการผลิตแต่ละวัน เครื่องเล่นจะถูกทดสอบและหากเครื่องเล่นเหล่านั้นชำรุดจะถูกคัดออกแล้วส่งไปซ่อม

ตารางต่อไปนี้จะแสดงจำนวนเครื่องเล่นแต่ละชนิดที่ผลิตโดยเฉลี่ยต่อวัน และร้อยละของเครื่องเล่นที่ชำรุดโดยเฉลี่ยต่อวัน




ชนิดของเครื่องเล่น	จำนวนเครื่องเล่นที่ผลิตโดยเฉลี่ยต่อวัน	ร้อยละของเครื่องเล่นที่ชำรุดโดยเฉลี่ยต่อวัน
เครื่องเล่นวีดีโอ	2,000	5%
เครื่องเล่นเพลง	6,000	3%

คำถาม: ข้อความต่อไปนี้เกี่ยวกับการผลิตในแต่ละวันของบริษัท อีเล็กทริกส์  
ข้อความเหล่านี้ถูกต้อง ใช่หรือไม่

จงเขียนวงกลมล้อมรอบคำว่า “ใช่” หรือ “ไม่ใช่” ในแต่ละข้อความ

ข้อความ	ข้อความถูกต้องใช่หรือไม่
หนึ่งในสามของเครื่องเล่นที่ผลิตแต่ละวันเป็นเครื่องเล่นวีดีโอ	ใช่ / ไม่ใช่
ในแต่ละกลุ่มของเครื่องเล่นวีดีโอที่ผลิตทุก ๆ 100 เครื่อง จะมีเครื่องที่ชำรุด 5 เครื่องพอดี	ใช่ / ไม่ใช่
ถ้าสุ่มเลือกเครื่องเล่นเพลงที่ผลิตในแต่ละวันไปทดสอบความน่าจะเป็นที่เครื่องเล่นเพลงที่สุ่มได้จะต้องนำไปซ่อมเป็น 0.03	ใช่ / ไม่ใช่

สถานการณ์: เครื่องเล่น MP3

มีวสิคซีดี ผู้เชี่ยวชาญด้าน MP3		
เครื่องเล่น MP3  155 เซต	หูฟัง  86 เซต	ลำโพง  79 เซต

คำถาม: ราคาขายของเครื่องเล่น MP3 ได้รวมกำไรไว้ 37.5% ราคาที่ไม่รวมกำไรเรียกว่าราคาต้นทุน ถ้าบริษัทนี้คิดกำไรเป็นเปอร์เซ็นต์ของราคาต้นทุน สูตรข้างล่างต่อไปนี้แสดงความสัมพันธ์ระหว่างราคาต้นทุน ( $w$ ) กับ ราคาขาย ( $s$ ) ได้ถูกต้องใช่หรือไม่

จงเขียนวงกลมล้อมรอบคำว่า “ใช่” หรือ “ไม่ใช่” ในแต่ละสูตรต่อไปนี้

สูตร	สูตรถูกต้องใช่หรือไม่
$s = w + 0.375$	ใช่ / ไม่ใช่
$w = s - 0.375s$	ใช่ / ไม่ใช่
$s = 1.375w$	ใช่ / ไม่ใช่
$w = 0.625s$	ใช่ / ไม่ใช่

จากตัวอย่างข้างต้น สรุปได้ว่าข้อสอบที่เป็นกระบวนการคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ จะต้องประกอบด้วยสถานการณ์และคำถามที่ทำให้นักเรียนได้ระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง หรือสามารถนำเสนอสถานการณ์โดยใช้ตัวแปร สัญลักษณ์ แผนภาพ หรือ แบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ให้อยู่ในรูปแบบอย่างง่าย

### การใช้หลักการ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา สถานการณ์: อัตราการหยด

การให้ยาทางหลอดเลือด ถูกใช้เพื่อใช้ของเหลวของยาแก่ผู้ป่วย



พยาบาลต้องการคำนวณอัตราการหยด (D) ในหน่วยหยดต่อนาที สำหรับการให้ยาทางหลอดเลือด เขาใช้สูตร  $D = \frac{dv}{60n}$  โดย

$d$  แทน สัมประสิทธิ์การหยด หน่วยเป็นจำนวนหยดต่อมิลลิลิตร

$v$  แทน ปริมาตรของยาที่ให้ผู้ป่วยทางหลอดเลือด หน่วยเป็นมิลลิลิตร

$n$  แทน เวลาของการให้ยาทางหลอดเลือด หน่วยเป็นชั่วโมง

คำถาม: อัตราการหยด

พยาบาลคนหนึ่งต้องการให้ระยะเวลาในการให้ยาทางหลอดเลือดเพิ่มขึ้นเป็นสองเท่า จงอธิบายอย่างย่อๆ ว่า D เปลี่ยนแปลงอย่างไร ถ้า n เพิ่มขึ้นเป็นสองเท่า แต่ d และ v ไม่เปลี่ยนแปลง

.....

.....

.....

.....

.....

.....

การให้คะแนน

คะแนนเต็ม

คำอธิบายต้องแสดงทั้งทิศทางของผลที่เกิดและขนาดของผล

- 1) ลดลงครึ่งหนึ่ง
- 2) เหลือครึ่งเดียว
- 3) D จะลดลง 50%
- 4) D จะลดลงครึ่งหนึ่ง

ได้คะแนนบางส่วน

คำตอบที่บอกทิศทางหรือขนาดของผลที่เกิดอย่างใดอย่างหนึ่งได้อย่างถูกต้อง แต่ไม่ได้ตอบถูกทั้งสองอย่าง

- 1) D น้อยลง (ไม่บอกขนาด)
- 2) เปลี่ยนแปลงไป 50% (ไม่ได้บอกทิศทาง)
- 3) D มากขึ้น 50% (ทิศทางไม่ถูกต้อง แต่ขนาดถูกต้อง)

ไม่ได้คะแนน

คำตอบอื่นๆ

D จะเพิ่มขึ้นสองเท่า (ทั้งขนาดและทิศทางไม่ถูกต้อง)

จากตัวอย่างข้างต้น สรุปได้ว่าข้อสอบที่เป็นกระบวนการใช้หลักการ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา จะต้องประกอบด้วยสถานการณ์และคำถามที่ให้นักเรียนได้นำทฤษฎีบท กฎ นิยาม หรือสูตรทางคณิตศาสตร์มาใช้หาวิธีในการแก้ปัญหา หรือสามารถนำกฎเกณฑ์ ขั้นตอนวิธี และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการแก้ปัญหา

**การตีความ และประเมินผลลัพธ์**

**สถานการณ์: หลังของลม**

เมืองเซดทาวน์ กำลังพิจารณาสร้างสถานีผลิตไฟฟ้าพลังลมเพื่อผลิตกระแสไฟฟ้า  
สภาเทศบาลเมืองเซดทาวน์ ได้รวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับรุ่นต่อไปนี้

รุ่น:	E-82
ความสูงของเสา:	138 เมตร
จำนวนใบพัด:	3
ความยาวของใบพัด:	40 เมตร
ความเร็วสูงสุดของการหมุน:	20 รอบต่อนาที
ค่าใช้จ่ายในการก่อสร้าง:	3,200,000, เซด

ผลตอบแทน: 0.10 เซตต่อการผลิต 1 กิโลวัตต์-ชั่วโมง (kWh)

ค่าบำรุงรักษา: 0.01 เซตต่อการผลิต 1 กิโลวัตต์-ชั่วโมง (kWh)

ประสิทธิภาพ: ทำงานได้ 97% ของปี

หมายเหตุ: กิโลวัตต์-ชั่วโมง (kWh) เป็นหน่วยวัดกำลังไฟฟ้า

คำถาม: หลังของลม

จงตัดสินใจว่าข้อความต่อไปนี้ซึ่งเกี่ยวกับสถานีผลิตไฟฟ้าพลังลมรุ่น E-82 สามารถสรุปได้จากข้อมูลที่กำหนดให้ใช่หรือไม่ จงเขียนวงกลมล้อมรอบคำว่า “ใช่” หรือ “ไม่ใช่” ในแต่ละข้อความ

ข้อความ	ข้อความนี้สามารถสรุปได้จากข้อมูลที่กำหนดให้ใช่หรือไม่
การสร้างสถานีผลิตไฟฟ้าพลังลมสามสถานีจะเสียค่าใช้จ่ายทั้งหมดมากกว่า 8,000,000 เซต	ใช่/ไม่ใช่
ค่าบำรุงรักษาสถานีผลิตไฟฟ้าพลังลมประมาณ 5% ของผลตอบแทนโดยประมาณ	ใช่/ไม่ใช่
ค่าบำรุงรักษาสถานีผลิตไฟฟ้าพลังลมขึ้นอยู่กับปริมาณไฟฟ้าทั้งหมดที่ผลิตได้ในหน่วยกิโลวัตต์-ชั่วโมง (kWh)	ใช่/ไม่ใช่
ในหนึ่งปีมี 97 วันพอดี ที่สถานีผลิตไฟฟ้าพลังลมไม่ทำงาน	ใช่/ไม่ใช่

การให้คะแนน พลังของลม

คะแนนเต็ม

ตอบถูกทั้งสี่ข้อ: ใช่ ไม่ใช่ ไม่ใช่ ใช่ ตามลำดับ

ไม่ได้คะแนน

คำตอบอื่นๆ

จากตัวอย่างข้างต้น สรุปได้ว่าข้อสอบที่เป็นกระบวนการการตีความ และประเมินผลลัพธ์ จะต้องประกอบด้วยสถานการณ์และคำถามที่ทำให้นักเรียนได้อธิบายว่าเพราะเหตุใดผลลัพธ์จึงเหมาะสมหรือไม่เหมาะสมกับบริบทของปัญหา หรือสามารถตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์กลับไปสู่บริบทในชีวิตจริงได้ และสามารถบอกได้ว่าวิธีการแก้ปัญหา มีความเหมาะสมหรือไม่



โดยในงานวิจัยนี้จะใช้รูปแบบข้อสอบแบบเขียนตอบแบบอิสระ เนื่องจากต้องการตรวจสอบกระบวนการคิดของนักเรียนซึ่งการเขียนตอบแบบอิสระนั้นมีจุดเด่นที่ตรงกันต่อการตรวจสอบกระบวนการคิด

#### 6. ความสัมพันธ์ระหว่างการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์กับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยได้วิเคราะห์ความสัมพันธ์ของการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ประกอบด้วย 6 ขั้นตอนกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่ประกอบด้วย 3 กระบวนการ ดังตาราง 3

ตาราง 3 แสดงความสัมพันธ์การจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์กับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์

การจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์	การรู้เรื่องคณิตศาสตร์
<p>1. ระบุปัญหา ครูเลือกปัญหาในชีวิตจริง ที่มีความใกล้เคียงกับประสบการณ์ของนักเรียน หรือเป็นที่น่าสนใจ และให้นักเรียนทำการตัดสินใจว่านักเรียนจะสามารถประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์กับปัญหานี้ได้หรือไม่ ซึ่งนักเรียนได้ระบุสิ่งที่อยู่ในชีวิตจริงที่ต้องการจะรู้ ต้องการจะทำ หรือต้องการจะเข้าใจที่สัมพันธ์กับสถานการณ์ที่กำหนดให้ ซึ่งจะนำไปสู่การสร้างข้อคำถามของนักเรียน</p>	<p>1. การคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์</p> <p>- ระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง</p>

## ตาราง 3 (ต่อ)

การจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิง คณิตศาสตร์	การรู้เรื่องคณิตศาสตร์
<p><b>2. สร้างสมมติฐานและระบุตัวแปร</b> ครูให้นักเรียนเลือกสิ่งที่เป็นส่วนสำคัญในสถานการณ์และกำหนดความสัมพันธ์และทำการตัดสินใจที่จะเห็นด้วยหรือไม่เห็นด้วยกับความสัมพันธ์นั้นที่กำหนดไว้เพื่อสร้างข้อความคำถามสำหรับสถานการณ์ โดยครูมีบทบาทในการให้คำแนะนำ</p>	<p>1. การคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์</p> <p>ทำสถานการณ์หรือปัญหาให้อยู่ในรูปอย่างง่าย เพื่อให้การวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ง่ายขึ้น</p> <p>แปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาคณิตศาสตร์</p>
<p><b>3. ลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์</b> ครูให้นักเรียนทำการแปลงสถานการณ์ในชีวิตจริงให้เป็นภาษาคณิตศาสตร์ในรูปแบบของตัวแปร รูปแบบทางคณิตศาสตร์นี้จะถูกเรียกว่าเป็น ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์พร้อมทั้งดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์เพื่อหาผลลัพธ์</p>	<p>1. การคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์</p> <p>แปลงปัญหาให้อยู่ในรูปของภาษาคณิตศาสตร์</p> <p>2. การใช้หลักการ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา</p> <p>คิดและนำกลยุทธ์ในการหาวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์</p> <p>ใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยหาวิธีแก้ปัญหาที่ถูกต้องหรือเหมาะสม</p> <p>นำกฎเกณฑ์ขั้นตอนวิธี และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหา</p>

## ตาราง 3 (ต่อ)

การจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิง คณิตศาสตร์	การรู้เรื่องคณิตศาสตร์
<p>4. วิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์ ครูให้นักเรียนทำการพิจารณาถึงความสมเหตุสมผลและความเป็นไปได้ของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เมื่อนำกลับมาอธิบายเหตุการณ์ในชีวิตจริง</p>	<p>2. การใช้หลักการ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา ใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยหาวิธีแก้ปัญหาที่ถูกต้องหรือเหมาะสม นำกฎเกณฑ์ขั้นตอนวิธี และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหา</p> <p>3. ตีความ และประเมินผลลัพธ์ ตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์กลับไปสู่วิถีปฏิบัติในชีวิตจริง ประเมินความเป็นเหตุเป็นผลของวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในบริบทของปัญหาชีวิตจริง อธิบายความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์ หรือข้อสรุปทางคณิตศาสตร์กับบริบทของปัญหาชีวิตจริง</p>

## ตาราง 3 (ต่อ)

การจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิง คณิตศาสตร์	การรู้เรื่องคณิตศาสตร์
<p>5. ทำซ้ำ ครูให้นักเรียนลงมือทำกระบวนการใหม่ตั้งแต่ต้นอีกครั้งเพื่อแก้ข้อผิดพลาดของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์หรือเป็นการขยายตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งจะขึ้นอยู่กับความสอดคล้องของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่นักเรียนได้ทำการสร้างและวิเคราะห์แล้ว</p>	<p>1. การคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์</p> <p>ระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง</p> <p>ทำสถานการณ์หรือปัญหาให้อยู่ในรูปแบบอย่างง่าย เพื่อให้การวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ง่ายขึ้น</p> <p>แปลงปัญหาให้อยู่ในรูปแบบของภาษาคณิตศาสตร์</p> <p>2. การใช้หลักการ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา</p> <p>คิดและนำกลยุทธ์ในการหาวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์</p> <p>ใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยหาวิธีแก้ปัญหาที่ถูกต้องหรือเหมาะสม</p> <p>นำกฎเกณฑ์ขั้นตอนวิธี และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหา</p> <p>3. ดีความ และประเมินผลลัพธ์</p> <p>ตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์กลับไปสู่บริบทในชีวิตจริง</p> <p>ประเมินความเป็นเหตุเป็นผลของวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในบริบทของปัญหาชีวิตจริง</p> <p>อธิบายความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์หรือข้อสรุปทางคณิตศาสตร์กับบริบทของปัญหาชีวิตจริง</p>

## ตาราง 3 (ต่อ)

การจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิง คณิตศาสตร์	การรู้เรื่องคณิตศาสตร์
<p>6. ใช้ตัวแบบในสถานการณ์จริง ครูให้นักเรียนนำตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ พร้อมทั้งรายงานผลของการใช้และผลลัพธ์ที่ได้รวมไปถึงตัดสินใจในการนำไปใช้กับสถานการณ์ในชีวิตจริง</p>	<p>3. ตีความ และประเมินผลลัพธ์ตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์กลับไปสู่บริบทในชีวิตจริง ประเมินความเป็นเหตุเป็นผลของวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในบริบทของปัญหาชีวิตจริง อธิบายความสัมพันธ์ของผลลัพธ์หรือข้อสรุปทางคณิตศาสตร์กับบริบทของปัญหาชีวิตจริง</p>

จากตารางข้างต้น จะเห็นได้ว่าการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์นั้นมีความสอดคล้องกับกระบวนการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ในทุกชั้น ซึ่งจะสอดคล้องต่อการพัฒนาการรู้เรื่องคณิตศาสตร์

### วิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน

การวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน (Classroom Action Research) เป็นรูปแบบหนึ่งของการนำการวิจัยปฏิบัติการ (Action Research) มาแก้ปัญหาในห้องเรียน ผู้วิจัยจึงได้ทำการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการวิจัยปฏิบัติการ ซึ่งในที่นี้จะกล่าวถึงความหมายของการวิจัยปฏิบัติการ และขั้นตอนของการวิจัยปฏิบัติการ โดยมีรายละเอียดดังนี้

#### 1. ความหมายของการวิจัยปฏิบัติการ

นักวิชาการและนักการศึกษาหลายท่านได้ให้คำนิยามหรือความหมายของการวิจัยปฏิบัติการไว้ดังนี้

คงศักดิ์ ธาตุทอง (2542, น. 40-41) ได้กล่าวว่า การวิจัยปฏิบัติการเป็นการทำวิจัยซึ่งเป็นการทำงานร่วมกันของผู้ที่เกี่ยวข้อง เพื่อช่วยพัฒนาทั้งงานของผู้วิจัยและงานของผู้ร่วมวิจัยไปพร้อมๆกัน ในการทำการวิจัยนั้นผู้วิจัยต้องมองว่าผู้ร่วมวิจัยเป็นคนที่มีความตั้งใจไม่ใช่วัตถุสิ่งของ

พร้อมทั้งช่วยกระตุ้นให้เกิดการทำงานร่วมกันอย่างมีจุดหมาย และช่วยให้ผู้ร่วมงานสร้างผลงานด้วยตัวของพวกเขาเอง

ประวิต เอรารวรรณ์ (2545, น. 5) กล่าวว่า การวิจัยปฏิบัติการ หมายถึงกระบวนการศึกษาค้นคว้าร่วมกันอย่างเป็นระบบของผู้ปฏิบัติงาน เพื่อทำความเข้าใจต่อปัญหาหรือข้อสงสัยที่กำลังเผชิญอยู่และให้ได้แนวทางการปฏิบัติหรือวิธีการแก้ไขปรับปรุง ที่ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงที่ดีขึ้นในการปฏิบัติงานซึ่งถ้ากล่าวในบริบทของโรงเรียนก็คือการวิจัยที่เกิดขึ้นในโรงเรียนและชั้นเรียนโดยที่ครูพยายามปรับปรุงการจัดการเรียนการสอนของตนเองจากการสะท้อนตนเอง การหาข้อสรุปเพื่อแก้ปัญหาที่กำลังเผชิญอยู่ รวมทั้งการใช้ความเข้าใจและมโนทัศน์ของตนเองมากกว่าของผู้เชี่ยวชาญ การวิจัยปฏิบัติการจึงเป็นการเปิดโอกาสให้ผู้ปฏิบัติงานและผู้เกี่ยวข้องให้ใช้ความสามารถหรือควบคุมสภาพการณ์ที่เป็นอยู่ด้วยตนเอง

ธีรวุฒิ เอกะกุล (2552, น. 5) กล่าวว่า การวิจัยปฏิบัติการ หมายถึง การรวบรวม และหรือการแสวงหาข้อเท็จจริง โดยใช้ขั้นตอนกระบวนการทางวิทยาศาสตร์เพื่อให้ได้มาซึ่งข้อสรุปอันนำไปสู่การแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ ทั้งในด้านประสิทธิภาพและประสิทธิผลของงานในขอบข่ายที่รับผิดชอบ โดยผู้วิจัยมีการปรับปรุงแก้ไข และดำเนินการซ้ำหลายๆ ครั้ง จนกระทั่งผลการปฏิบัติงานนั้นบรรลุจุดประสงค์หรือแก้ไขปัญหานั้นประสบความสำเร็จ

สุวิมล ว่องวานิช (2557, น. 21) กล่าวว่า การวิจัยปฏิบัติการเป็นการค้นหาข้อความรู้ที่มีขั้นตอนหลักสำคัญ คือการวิจัยและการปฏิบัติ เป็นกระบวนการที่มีการดำเนินงานเป็นวงจรต่อเนื่องและทำเป็นส่วนหนึ่งของการปฏิบัติงาน อีกทั้งยังมีการสะท้อนผลเกี่ยวกับการปฏิบัติงานของตนเองและผลที่เกิดขึ้น โดยเปิดโอกาสให้ผู้ที่มีส่วนเกี่ยวข้องมีส่วนร่วมในการวิพากษ์วิจารณ์การทำงานและผลที่ได้รับ สุดท้ายคือผลที่ได้จากการวิจัยจะนำไปสู่การเปลี่ยนแปลงการทำงานที่ดีขึ้น

Kemmis, & McTaggart (2543) ได้ร่วมกันให้ความหมายของการวิจัยปฏิบัติการว่าเป็นรูปแบบของวิธีการศึกษาค้นคว้าแบบสะท้อนตนเองเป็นหมู่คณะของกลุ่มผู้ปฏิบัติงานในสถานการณ์ทางสังคม เพื่อต้องการที่จะพัฒนาหลักขณะของวิธีการปฏิบัติงาน เพื่อให้ได้รูปแบบหรือแนวทางไปใช้ในการพัฒนาคุณภาพการปฏิบัติงานนั้น และขณะเดียวกันก็เป็นการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับการปฏิบัติงานนั้นๆให้สอดคล้องกับภาวะของสังคมและสถานการณ์ที่เกี่ยวข้อง กลุ่มผู้ร่วมงานการวิจัยนี้อาจรวมถึง ครู นักเรียน ผู้บริหาร ผู้ปกครอง และสมาชิกคนอื่นๆ ในชุมชนที่มีส่วนเกี่ยวข้องที่สนใจร่วมกัน

จากความหมายของการวิจัยปฏิบัติการดังกล่าว สรุปได้ว่า การวิจัยปฏิบัติการเป็นการศึกษาค้นคว้า และทำความเข้าใจต่อปัญหาหรือข้อสงสัยที่กำลังเผชิญอยู่ เพื่อหาวิธีการที่จะนำไปสู่การแก้ปัญหาหรือหารูปแบบในการพัฒนาวิธีการปฏิบัติงาน โดยกลุ่มผู้ร่วมงานการวิจัยที่เกี่ยวข้องและมีการดำเนินการซ้ำหลายๆ ครั้งเป็นวงจรจนบรรลุเป้าหมาย

ในทำนองเดียวกัน ก็ได้มีผู้ให้ความหมายของการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน ดังนี้

สุมาลี จันทรชิต (2548, น. 12) ให้นิยามการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนว่าเป็นการวิจัยที่กระทำโดยตัวครูเอง โดยจะได้รับความร่วมมือหรือความช่วยเหลือจากผู้ที่มีส่วนร่วม และต้องมีการสะท้อนผลกลับจากผู้ที่เกี่ยวข้องทุกครั้งเพื่อปรับปรุงการสอนของตัวครูให้ดีขึ้น

ธีรวิมล เอกะกุล (2552, น. 50) กล่าวว่า การวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน หมายถึง การศึกษาค้นคว้าหาความรู้เพื่อแก้ไขปัญหาที่เกิดขึ้นในห้องเรียนหรือเพื่อส่งเสริมพัฒนาการเรียนรู้ของนักเรียนที่ครูครูรับผิดชอบในรายวิชานั้นๆ และนำผลการปฏิบัติการมาใช้ในการปรับปรุงการเรียนการสอน เพื่อให้เกิดประโยชน์สูงสุดต่อตัวนักเรียน ซึ่งเป็นการวิจัยที่ทำอย่างรวดเร็ว นำผลการปฏิบัติการไปใช้อย่างทันที่ และทำการสะท้อนผลกลับเพื่อเป็นการพัฒนาการเรียนการสอนให้มีประสิทธิภาพมากขึ้นต่อไป

สุวิมล ว่องวาณิช (2557, น. 21) อธิบายการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน ว่าเป็นการวิจัยที่ทำโดยครูครูในชั้นเรียน เพื่อแก้ไขปัญหาที่เกิดขึ้นในชั้นเรียน และนำผลจากการวิจัยมาปรับปรุงแก้ไขการเรียนการสอนหรือเพื่อส่งเสริมการเรียนรู้ของผู้เรียนให้ดียิ่งๆ ขึ้นไป ทั้งนี้ก็เพื่อให้เกิดประโยชน์มากที่สุดต่อตัวผู้เรียน เป็นการวิจัยที่ทำแต่ละชั้นตอนอย่างรวดเร็ว เพื่อให้ได้ผลและนำผลไปใช้แก้ไขทันที และสะท้อนข้อมูลเกี่ยวกับการปฏิบัติงานต่างๆ โดยให้ตัวเองและเพื่อนร่วมงานภายในโรงเรียนหรือผู้ที่เกี่ยวข้องสามารถวิพากษ์ อภิปราย แลกเปลี่ยนเรียนรู้ในแนวทางที่ได้ปฏิบัติ และผลที่เกิดขึ้น เพื่อพัฒนาการเรียนรู้ของทั้งครูและนักเรียน

จากการสังเคราะห์ความหมายเกี่ยวกับการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนสรุปได้ว่า การวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน คือ การนำการวิจัยปฏิบัติการมาใช้ในชั้นเรียน กล่าวคือ เมื่อชั้นเรียนเกิดปัญหาขึ้น ตัวครูจะเป็นผู้ศึกษาปัญหา แสวงหาวิธีแก้ปัญหา แล้วนำวิธีนั้นมาลองปรับใช้กับชั้นเรียน และนำผลมาใช้ในการปรับปรุงการเรียนการสอน อีกทั้งต้องมีการสะท้อนผลจากตัวครูและเพื่อนร่วมงานหรือผู้ที่เกี่ยวข้องด้วย เพื่อให้เกิดประโยชน์สูงสุดต่อตัวนักเรียน และเพื่อพัฒนาการจัดการเรียนการสอนของตัวครู

## 2. ขั้นตอนของการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน

จากความหมายของการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนที่ว่าเป็นกระบวนการศึกษาค้นคว้าเพื่อแก้ปัญหาผู้วิจัยจึงได้ศึกษาถึงขั้นตอนของการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน เพื่อนำไปเป็นแนวทางในการวิจัยครั้งนี้ โดยมีรายละเอียดดังนี้

ธีรวุฒิ เอกะกุล (2552, น. 62-63) ได้เสนอขั้นตอนการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนว่ามีขั้นตอนการวิจัยที่สำคัญทั้งหมด 7 ขั้นตอน ดังนี้

1. การวิเคราะห์ปัญหาในชั้นเรียน โดยเริ่มด้วยการวิเคราะห์สภาพปัญหาที่เกิดขึ้นจริง
  2. การออกแบบการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน เป็นการเลือกรูปแบบการวิจัยปฏิบัติการที่เหมาะสมกับปัญหาที่จะทำวิจัย
  3. การค้นหาและพัฒนานวัตกรรมการศึกษา ในขั้นนี้เป็นการเลือกนวัตกรรมการศึกษาที่มีความเหมาะสมกับสภาพ และบริบทของผู้เรียน
  4. การเขียนโครงร่างการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน เพื่อเป็นกรอบแนวคิดขั้นดำเนินการ
  5. การสร้างเครื่องมือการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน ควรดำเนินการหาค่าคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ และควรมีค่าคุณภาพที่น่าเชื่อถือ
  6. การประมวลผลการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน เป็นการเลือกใช้วิธีการวิเคราะห์ข้อมูลที่สอดคล้องกับวัตถุประสงค์การวิจัย และเหมาะสมกับข้อมูลที่ได้เก็บรวบรวมไว้
  7. การเขียนรายงานการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียน ซึ่งเป็นขั้นตอนสุดท้ายของการวิจัย
- Kemmis, & McTaggart (2000) กล่าวว่า การวิจัยปฏิบัติการ คือการทำงานที่เป็นการสะท้อนผลการปฏิบัติงานที่เป็นวงจรแบบขดลวด หรือเรียกย่อๆ ว่า วงจร PAOR ประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่

1. การวางแผน (planning) เป็นการวางแผนหลังจากที่ทำการวิเคราะห์และกำหนดประเด็นปัญหาที่ชัดเจนแล้ว
2. การปฏิบัติ (acting) เป็นการปฏิบัติตามแผนที่วางไว้
3. การสังเกต (observing) คือการสังเกตผลที่เกิดขึ้นตั้งแต่เริ่มจนถึงสิ้นสุดการปฏิบัติงาน
4. การสะท้อนกลับ (reflecting) เพื่อปรับปรุงแก้ไขการปฏิบัติงานที่ผ่านมา

สิรินภา กิจเกื้อกุล (2557, น. 149-152) ได้เสนอขั้นตอนการทำวิจัย โดยผนวกแนวคิดของ Kemmis (1988; Schmuck, 2006) ไว้ดังนี้



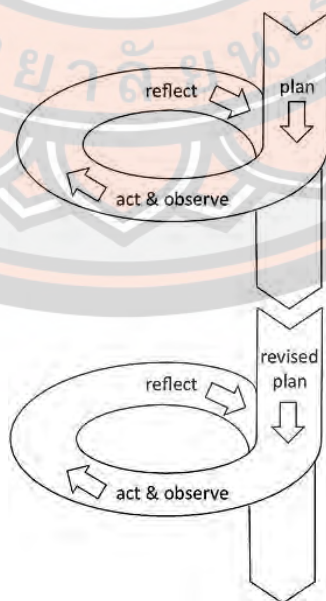
1. ขั้นวางแผน (Plan) เริ่มต้นจากการคิดใคร่ครวญถึงปัญหาที่เกิดขึ้น แล้วรวบรวมความรู้และประสบการณ์ ศึกษาเอกสาร งานวิจัยที่เกี่ยวข้องต่างๆ เพื่อสร้างวิธีการจัดการเรียนรู้ที่จะสามารถนำไปสู่เป้าหมายได้

2. ขั้นปฏิบัติ (Act) นำวิธีการที่ได้จากขั้นที่ 1 ไปทดลองใช้กับกลุ่มเป้าหมาย

3. ขั้นสังเกต (Observe) ในขั้นนี้ครูจะทำการตรวจสอบตัวเองว่าวิธีการที่เลือกนั้นได้ผลหรือไม่ หากพบข้อบกพร่องครูต้องดำเนินแก้ไขอย่างรวดเร็ว โดยในขั้นนี้ครูต้องเปิดโอกาสให้ผู้ที่เกี่ยวข้องสะท้อนถึงความรู้สึก และสิ่งที่ได้เรียนรู้ และมีการจดบันทึกเกี่ยวกับเหตุการณ์ที่เป็นอุปสรรคหรือปัญหาเสมอ

4. ขั้นสะท้อนผล (Reflect) ครูนำผลที่ได้จากขั้นตอนที่ 3 มาสะท้อนตัวเอง และหาแนวทางปรับวิธีปฏิบัติให้ได้ผลดีขึ้นร่วมกับผู้ที่เกี่ยวข้อง หากพบว่าที่ปฏิบัติไปนั้นเหมาะสมแล้ว ก็ให้ตั้งเป้าหมายที่สูงขึ้น จากนั้นเริ่มขั้นตอนที่ 1 วางแผนอีกครั้งไปเรื่อยๆ จนสามารถใช้กระบวนการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนพัฒนาการจัดการเรียนรู้ของตัวเองได้

จากการศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับขั้นตอนของการวิจัยปฏิบัติการ สรุปได้ว่า ขั้นตอนการวิจัยปฏิบัติการนั้นจะดำเนินงานเป็นวงจรต่อเนื่อง เพื่อนำผลที่ได้ไปปรับปรุงการปฏิบัติงาน ดังนั้นในการวิจัยครั้งนี้ใช้รูปแบบการวิจัยปฏิบัติการ (Action Research) ตามแนวคิดของ Kemmis and McTaggart (2543) ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ ขั้นวางแผน (Plan) ขั้นปฏิบัติ (Act) ขั้นสังเกต (Observe) และขั้นสะท้อนผล (Reflect) ดังภาพ 2



ภาพ 2 แสดงวงจรวิจัยปฏิบัติการของ Kemmis, & McTaggart (2000)

### 3. การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพจะต้องมีการนำข้อมูลดิบที่ได้มาตีความหมายข้อมูล และ ลงข้อสรุป ทั้งนี้ลักษณะการวิเคราะห์ดังต่อไปนี้

1. การจัดจำแนกข้อมูลออกเป็นส่วนๆ แล้วสร้างความสัมพันธ์เพื่อให้เกิดความหมาย จากนั้นตีความหมายและเชื่อมโยงสิ่งเหล่านี้เพื่อบอกความหมาย

2. กระบวนการอุปนัยและนิรนัย โดยอาศัยข้อมูลหรือหลักฐานย่อยๆ หลายข้อมูลแล้วหา ความเหมือนหรือความแตกต่างจนได้ลักษณะหนึ่งๆ ที่เกิดขึ้นเป็นแบบแผน จากนั้นนำแบบแผนที่ได้ ไปอธิบายและจัดกลุ่มข้อมูลอื่นๆ

3. เป็นพลวัตสามารถย้อนกลับไปกลับมาได้ โดยการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ ควร กระทำในขณะที่เก็บรวบรวมข้อมูล เพื่อให้ทราบถึงทิศทางในการวิเคราะห์ข้อมูล รวมทั้งได้ข้อสรุป ชั่วคราวที่เป็นประโยชน์ในการหาคำตอบเพิ่มเติม

4. กระบวนการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ ได้แก่ 1) การเตรียมข้อมูลดิบที่เก็บรวบรวมได้ จากการสังเกต การสัมภาษณ์ การบันทึกหลังสอน หรือใบกิจกรรมของนักเรียน นำมาวิเคราะห์ ข้อมูลเบื้องต้น 2) การลดและแยกข้อมูล โดยการคัดเลือกข้อมูลดิบที่ได้ว่าส่วนใดสามารถตอบ คำถามวิจัยได้ ส่วนที่ไม่เกี่ยวข้องก็ตัดทิ้งไป เมื่อลดทอนข้อมูลแล้วทำการตีความหมายข้อมูล แล้วดึงข้อมูลส่วนที่สำคัญออกมาทำการให้รหัสข้อมูล (coding) กำหนดรหัสโดยใช้สัญลักษณ์ และ กำหนดดัชนีรหัส (index) 3) รวมกลุ่มข้อมูล โดยรวมกลุ่มข้อมูลที่มีรหัสเดียวกันให้เป็นหมวดหมู่ (category) เพื่อสร้างความสัมพันธ์ของข้อมูลในแต่ละกลุ่ม 4) หาลักษณะร่วม โดยการสร้างความสัมพันธ์และเชื่อมโยงข้อมูลจากหมวดหมู่เข้าด้วยกันเพื่อให้เกิดแก่นเรื่อง (theme) เป็นรูปแบบ (pattern) ของข้อมูลที่ตกผลึกแล้วและใช้ตอบคำถามวิจัย (สิรินภา กิจเกื้อกูล, 2557)

จากการสืบค้นข้อมูลเกี่ยวกับการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ สรุปได้ว่า การวิเคราะห์เชิงคุณภาพมีขั้นตอนการเตรียมและจัดจำแนกข้อมูล ทำการให้รหัส จัดหมวดหมู่ และทำการหา ลักษณะร่วมเพื่อทำการสรุปเป็นผลของการวิเคราะห์

### 4. ความน่าเชื่อถือของงานวิจัยเชิงคุณภาพ

ความน่าเชื่อถือ (Credibility) ของงานวิจัยเชิงคุณภาพ เป็นการแสดงให้เห็นว่าผู้วิจัยได้ ออกแบบดำเนินการวิจัยได้ถูกต้อง นำไปสู่การได้ข้อมูลและผลการวิจัยที่ตรงประเด็น (ลีซา ลดาชาติ, 2555) ทำได้หลากหลายวิธี ได้แก่

1. การตรวจสอบแบบสามเส้า (Triangulation) เช่น การใช้เครื่องมือวิจัยมากกว่า 1 ชนิด เก็บข้อมูลชนิดเดียวกัน (Method triangulation) การใช้แหล่งข้อมูลมากกว่า 1 แหล่ง ให้ข้อมูล ประเด็นเดียวกัน (Resource triangulation) การมีผู้วิจัยมากกว่า 1 คน มาวิเคราะห์ข้อมูล

ชุดเดียวกัน (Researcher triangulation) การใช้ทฤษฎีมากกว่า 1 ทฤษฎี มาวิเคราะห์ข้อมูล (Theory triangulation) การเก็บข้อมูลวิจัยมากกว่า 1 ช่วงเวลา (Time triangulation) ทั้งนี้ เพื่อเปรียบเทียบว่าผลลัพธ์ที่ได้จะไปในทิศทางเดียวกันหรือไม่

2. การตรวจสอบกับผู้ให้ข้อมูล (Member checking) เป็นการนำข้อมูลที่บันทึกได้ กลับไปให้ผู้ถูกวิจัยยืนยันว่าสิ่งที่ได้จากการบันทึกตรงกับข้อเท็จจริงที่เกิดขึ้น

3. การตรวจสอบกับผู้เชี่ยวชาญ (Peer debriefing) เป็นการนำข้อมูลพร้อม ผลการวิเคราะห์ไปให้ผู้เชี่ยวชาญภายนอกตรวจสอบว่ากระบวนการคิดวิเคราะห์ข้อมูลได้ดำเนิน ถูกต้อง ตามหลักวิชาการหรือไม่

4. การเข้าไปมีส่วนร่วมหรือการฝังตัวในบริบท สถานการณ์ หรือสิ่งที่ศึกษาเป็น ระยะเวลายาวนาน (Prolonged Engagement) เป็นการสร้างความคุ้นเคย ความเข้าใจระหว่าง ผู้วิจัยกับผู้ให้ข้อมูล ช่วยให้ผู้วิจัยได้ข้อมูลตรงตามสภาพจริง

จากการสืบค้นข้อมูลในการตรวจสอบความน่าเชื่อถือของวิจัยเชิงคุณภาพ ผู้วิจัยได้ เลือกใช้การตรวจสอบแบบสามเส้า ชนิดการใช้แหล่งข้อมูลมากกว่า 1 แหล่ง ให้ข้อมูลประเด็น เดียวกัน (Resource triangulation) โดยจะมีผู้วิจัยและครูพี่เลี้ยงเป็นผู้ให้ข้อมูลเกี่ยวกับแนวทางใน การจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อพัฒนาการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ และใช้ การ ใช้เครื่องมือวิจัยมากกว่า 1 ชนิด เก็บข้อมูลชนิดเดียวกัน (Method triangulation) โดยใช้ใบกิจกรรม และแบบประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการเก็บข้อมูล

## งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

### 1. งานวิจัยในประเทศ

บัญชา ชินโณ (2557) ได้พัฒนากิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้รูปแบบแบ่งกลุ่ม ผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ส่งผลต่อความสามารถใน การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์พฤติกรรมการทำงานกลุ่มและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4/1 โรงเรียนโพธิพิทยา คมภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2555 จำนวน 32 คน ซึ่งได้มาด้วยวิธีการสุ่มแบบกลุ่ม (Cluster Random Sampling) ผลการวิจัยพบว่า 1) ประสิทธิภาพของแผนการจัดการเรียนรู้แบบ ร่วมมือโดยใช้รูปแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์มีค่า เท่ากับ 72.46/71.44 2) แผนการจัดการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้รูปแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ ร่วมกับกระบวนการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ มีดัชนีประสิทธิภาพเท่ากับ 0.6034 3) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้รูปแบบการ

แบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ผ่านเกณฑ์ร้อยละ 65 ขึ้นไปอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

4) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้รูปแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

5) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้รูปแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ มีพฤติกรรมการทำงานกลุ่มอยู่ในเกณฑ์ระดับดีขึ้นไปอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

6) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้รูปแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ มีเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

7) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีความสามารถทางการเรียนต่างกันหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้รูปแบบแบ่งกลุ่มผลสัมฤทธิ์ร่วมกับกระบวนการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

รุ่งทิภา บุญมาโตน (2559) ได้ศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้บริบทเป็นฐานที่พัฒนาการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ และศึกษาผลการจัดการเรียนรู้โดยใช้บริบทเป็นฐาน ที่มีต่อการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ เรื่องความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 กลุ่มเป้าหมายในการวิจัยคือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 39 คน ในโครงการห้องเรียนพิเศษ โรงเรียนขนาดใหญ่พิเศษ ในจังหวัดพิษณุโลก โดยใช้รูปแบบการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนตามวงจร PAOR ทั้งหมด 3 วงจร ผลการวิจัยพบว่า แนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้บริบทเป็นฐานที่พัฒนาการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ให้ความสำคัญกับการเริ่มต้นบทเรียนด้วยสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของนักเรียน การใช้คำถามปลายเปิดเพื่อเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็น การส่งเสริมให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติเพื่อสร้างองค์ความรู้ใหม่ การส่งเสริมให้นักเรียนแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกับเพื่อน และเน้นให้นักเรียนได้สร้างสถานการณ์ในบริบทใหม่ ทำให้นักเรียนที่เรียนด้วยการจัดการเรียนรู้โดยใช้บริบทเป็นฐาน ส่วนใหญ่มีการรู้เรื่องคณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี กล่าวคือนักเรียนสามารถระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริงได้ถูกต้อง สมบูรณ์และนำเสนอสถานการณ์โดยใช้ตัวแปร/ สัญลักษณ์/ แผนภาพให้อยู่ในรูปอย่างง่ายได้อย่างถูกต้องบางส่วน นักเรียนเลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้อง เหมาะสม สอดคล้องกับปัญหานั้นวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง ถูกต้อง แต่การแสดงลำดับขั้นตอนของการแก้ปัญหายังไม่ชัดเจนและสรุปคำตอบได้ถูกต้อง

บางส่วน และนักเรียน สามารถตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์กลับไปสู่บริบทของปัญหา อธิบายความสัมพันธ์สมเหตุสมผลของผลลัพธ์ได้ถูกต้องและอธิบายความสัมพันธ์สมเหตุสมผลของวิธีการ แก้ปัญหาได้

ศิริชชรินทร์ ยศสรวรินทร์ (2559) ศึกษาความสามารถและพฤติกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิตของนักเรียนด้วยกิจกรรม การเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ กับกลุ่มตัวอย่างเป็น นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 24 คน และมีนักเรียนเป้าหมายทั้งหมด 4 คน ผลการวิจัย 1) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหา ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับวิชาคณิตผ่านเกณฑ์มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวน นักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .01 2) นักเรียนมีประสบการณ์ในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับวิชาคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถพัฒนา ความสามารถในการทำความเข้าใจสถานการณ์จริงและปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหา ทางคณิตศาสตร์ การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และการแปล ความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริงได้ถูกต้องพร้อม ทั้งอธิบายได้ชัดเจนขึ้น

ศุภชัย กรอยสระน้อย (2559) ได้จัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยกระบวนการของ แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เพื่อพัฒนาสมรรถนะกลุ่มการเชื่อมโยง เรื่องกราฟ สำหรับนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยมีวัตถุประสงค์ 1) เพื่อเปรียบเทียบสมรรถนะกลุ่มการเชื่อมโยงเรื่องกราฟ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการ ของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ 2) เพื่อเปรียบเทียบสมรรถนะกลุ่มการเชื่อมโยงเรื่องกราฟสำหรับ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 75 กลุ่ม ตัวอย่างคือนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนแห่งหนึ่งในอำเภอเมืองกำแพงเพชร จังหวัดกำแพงเพชร ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2557 จำนวน 37 คน ผลการวิจัยพบว่า 1) สมรรถนะ กลุ่มการเชื่อมโยงเรื่องกราฟสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 หลังจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้ กระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สูงกว่าก่อนจัดกิจกรรมการเรียนรู้อย่างมีนัยสำคัญ ทางสถิติที่ระดับ .05 2) สมรรถนะกลุ่มการเชื่อมโยงเรื่องกราฟสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของนักเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 75 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

## 2. งานวิจัยต่างประเทศ

Blum (1993) เสนอผลการสำรวจความหมายของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในการเรียนการสอนและการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน มันประกอบด้วย 4 ส่วน ในส่วนที่ 1 จะมีการชี้แจงแนวคิดพื้นฐานบางอย่างที่เกี่ยวข้องในหัวข้อนี้ โดยเฉพาะการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ได้ทำการนิยามในรูปทั่วไปและครอบคลุม ส่วนที่ 2 จะแสดงข้อโต้แย้งในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในโรงเรียนและมหาวิทยาลัยและระบุข้อสำคัญที่มีต่อการศึกษาคณิตศาสตร์ในโรงเรียน ส่วนที่ 3 จะอธิบายถึงบทบาทของการสร้างแบบจำลองในหลักสูตรคณิตศาสตร์ในปัจจุบันและในการสอนในชีวิตประจำวัน อุปสรรคบางประการสำหรับการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในห้องเรียนจะถูกวิเคราะห์ตลอดจนโอกาสและความเสี่ยงในการใช้คอมพิวเตอร์ ในส่วนที่ 4 จะมีการนำเสนอเครื่องมือและทรัพยากรที่เลือกใช้ในการสอนแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่พัฒนาขึ้นในช่วง 2-3 ปีที่ผ่านมาในอเมริกา ออสเตรเลีย และยุโรป ตัวอย่างนี้จะแสดงให้เห็นถึงทิศทางการพัฒนาที่มีแนวโน้มมาก ซึ่งผลการสำรวจ ในส่วนที่ 1 การส่วนของแอปพลิเคชันของคณิตศาสตร์อาจใช้แตกต่างกันออกไป ซึ่งสถานการณ์ในโลกแห่งความเป็นจริงอาจเรียกได้ว่าเป็นแอปพลิเคชันโดยการใช้คณิตศาสตร์เพื่อตรวจสอบสถานการณ์จริงอาจใช้คณิตศาสตร์หรือการเชื่อมต่อกับโลกแห่งความจริงกับคณิตศาสตร์สามารถมองเห็นได้ว่าเป็นการประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์ อย่างเท่าเทียมกันการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์อาจหมายถึงกระบวนการของการสร้างแบบจำลองนำไปสู่สถานการณ์จริง สรุบบางแบบทางคณิตศาสตร์หรือกระบวนการแก้ปัญหาทั้งหมดที่ใช้หรืออีกรูปแบบหนึ่งของการเชื่อมต่อกับโลกแห่งความจริงกับคณิตศาสตร์ ส่วนที่ 2 การอภิปรายในการศึกษาคณิตศาสตร์ในการสร้างแบบจำลองยังไม่แน่ชัด ซึ่งแต่ละบุคคลและกลุ่มที่แตกต่างกันนั้น เน้นจุดมุ่งหมายที่แตกต่างกันสำหรับการสอนคณิตศาสตร์ และข้อโต้แย้งต่างๆในการสร้างโมเดล ดังนั้นจึงเป็นไปได้ที่จะระบุข้อสำคัญที่มีต่อการศึกษาคณิตศาสตร์ในโรงเรียน ผลส่วนที่ 3 อุปสรรคในการสร้างแบบจำลองเพื่อบรรลุการสร้างแบบจำลองมีสองสิ่งที่ต้องทำ ประการแรกเพื่อเริ่มต้นกิจกรรมการเรียนการสอนของครูทุกรูปแบบเพื่อจัดหาครูที่มีความรู้ ความสามารถและโดยเฉพาะอย่างยิ่งมีทัศนคติที่ดีที่จะรับมือกับความต้องการในการสอนแบบจำลองให้ได้มากที่สุด ประการที่สองเพื่อพัฒนารูปแบบการประเมินที่เหมาะสม ที่นี้เราสามารถเรียนรู้ได้มากจากวีดีโอชาวต่างชาติและออสเตรเลียและจากประสบการณ์ของพวกเขาทั้งดีและไม่ดี กิจกรรมเหล่านี้ต้องได้รับการปฏิบัติโดยครูเอง ส่วนที่ 4 หลักสูตรของแต่ละประเทศที่มีการประยุกต์ใช้ความรู้กับสถานการณ์ในชีวิตจริง

Harvey, & Averill (2012) ได้ศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในเนื้อหาพีชคณิต สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในประเทศนิวซีแลนด์ โดยใช้บริบทชีวิตจริงใน

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอน เครื่องมือที่ใช้ได้แก่ วัสดุทัศนที่บันทึกระหว่างการจัดการเรียน การสอนและแบบสะท้อนความคิดเห็นจากครู โดยครูเป็นผู้ให้สถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับชีวิตจริงแก่นักเรียน จากการศึกษาแสดงให้เห็นถึงความสำคัญในการชี้แนะแนวทางแก่นักเรียน ซึ่งส่งเสริมให้เกิดความสำเร็จของกระบวนการทำงาน และการเรียนรู้ของนักเรียน สำหรับการจัดการกิจกรรมมีการเชื่อมโยงเนื้อหาเกี่ยวกับบริบทชีวิต ซึ่งสามารถกระตุ้นให้นักเรียนเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี นอกจากนี้ตัวอย่างในบทเรียนยังแสดงให้เห็นว่าการเรียนรู้โดยบริบทเป็นฐานนั้นสามารถส่งเสริมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี ช่วยพัฒนาความเข้าใจของนักเรียน โดยที่บทเรียนนั้นจะต้องระวังไม่ให้ความซับซ้อนมากเกินไป

Kim, & Kim (2010) ได้ศึกษาพฤติกรรมการมุ่งมั่นในชั้นเรียนของนักเรียนในประเทศเกาหลีใต้ที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ผ่านการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ซึ่งมีทั้ง 3 ขั้นตอนหลัก 1) ค้นหาตัวแบบ ซึ่งจะผ่านการทำความเข้าใจ ระบุประเด็นสำคัญ สร้างไอเดีย ทำข้อตกลงของตัวแบบ 2) สำรวจและค้นหาตัวแบบ ซึ่งเป็นการสร้างตัวแสดงแทน 3) การประยุกต์ตัวแบบ เป็นการเชื่อมโยงให้เข้ากับเนื้อหาหรือสถานการณ์ โดยมีวัตถุประสงค์คือ ศึกษาทักษะในการสร้างสรรค์ผลิตภัณฑ์ และเพื่อพัฒนาทัศนคติในการเรียนรู้ด้วยตนเอง โดยมีการตรวจสอบจากพฤติกรรมการมุ่งมั่นในชั้นเรียนของนักเรียน ด้วยการแบ่งกลุ่มตัวอย่างออกเป็น 2 กลุ่มคือกลุ่มที่ใช้การจัดการเรียนการสอนที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์กับกลุ่มที่ไม่ได้ใช้การจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อเปรียบเทียบระดับพฤติกรรม ผลการศึกษาพบว่านักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ มีการพัฒนาประสบการณ์ ทัศนคติ และ ความรู้ทางด้านคณิตศาสตร์มากขึ้น ซึ่งนักเรียนได้ใช้ทักษะในการสืบเสาะหาความรู้ด้วยตนเอง มีความยืดหยุ่นในการใช้ความรู้และมีการใช้กระบวนการคิดทั้งไปแล้วย้อนกลับ จนนักเรียนสามารถสามารถใช้ทักษะในการแก้ไขปัญหาได้เป็นอย่างดี

Papageorgiou (2009) รายงานกรณีศึกษาซึ่งเป็นกิจกรรมที่กระตุ้นให้เกิดแบบจำลอง เป็นวิธีการสอนที่สามารถเชิญนักเรียนให้เข้าร่วมกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างจากสิ่งที่พวกเขาเคยชิน การศึกษาวิจัยนี้สร้างขึ้นจากการแทรกแซงการเรียนการสอนสั้น ๆ ในโรงเรียนมัธยมศึกษาตอนปลายของประเทศกรีซและได้รับการออกแบบมาเพื่อเปิดเผยความเกี่ยวข้องของคณิตศาสตร์กับชีวิตจริงและลักษณะทางสังคมของคณิตศาสตร์ผ่านกิจกรรมแบบเปิดกว้างการทำงานเป็นกลุ่มและวิธีการสอนแบบเน้นนักเรียนเป็นศูนย์กลาง ผู้เข้าร่วมเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 2 ห้องเรียน โดยแบ่งเป็นกลุ่มควบคุมหนึ่งกลุ่มและอีกกลุ่มหนึ่งเป็นกลุ่มทดลองเพื่อที่จะสำรวจว่าอะไรคือสิ่งที่สามารถทำให้ประสบการณ์การสร้างแบบจำลองทาง

คณิตศาสตร์อาจส่งผลต่อความเชื่อและทัศนคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน ผลการวิจัยพบว่า  
ไม่มีความแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญระหว่างกลุ่มที่ได้รับผลกระทบจากการแทรกแซง  
อย่างไรก็ตาม มีปัจจัยที่เป็นตัวชี้วัดให้เห็นว่ามี การได้รับการสนับสนุนเพื่อให้กิจกรรม  
ดังกล่าวให้มีผลดีในด้านต่างๆ ของการเรียนการสอนในห้องเรียนคณิตศาสตร์ นั่นคือนักเรียนที่  
ประสบความสำเร็จน้อยดูเหมือนจะมีส่วนร่วมมากขึ้นในการเรียนคณิตศาสตร์ ครูได้รับแรงบันดาลใจ  
ที่จะจัดการสอนให้นักเรียนทำงานเป็นกลุ่ม หลังจากสังเกตความกระตือรือร้นของนักเรียน  
ในระหว่างการเข้ารับการจัดการเรียนการสอน

จากเอกสารงานวิจัยทั้งในและต่างประเทศที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า การจัดการ  
การเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ สามารถพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ทัศนคติที่มีต่อวิชา  
คณิตศาสตร์ รวมไปถึงความสามารถในการเชื่อมโยงสำหรับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์นั้นสามารถ  
พัฒนาได้โดย การจัดการเรียนรู้ที่ใช้บริบทเป็นฐาน ซึ่งมีการใช้สถานการณ์ในบริบทต่างๆ เข้ามา  
มีส่วนร่วมในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จะเห็นได้ว่า การจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์นั้น  
มีความคล้ายคลึงกับการจัดการเรียนรู้ที่ใช้บริบทเป็นฐาน



## บทที่ 3

### วิธีการดำเนินงานวิจัย

การศึกษาครั้งนี้เป็นการวิจัยปฏิบัติการเพื่อพัฒนาการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยใช้การจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งได้ดำเนินการตามลำดับขั้นตอน ดังรายละเอียดต่อไปนี้

1. ผู้เข้าร่วมวิจัย
2. รูปแบบการวิจัย
3. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
4. ขั้นตอนการดำเนินการทำวิจัย
5. การเก็บและรวบรวมข้อมูล
6. วิธีการวิเคราะห์ข้อมูล

#### ผู้เข้าร่วมวิจัย

ผู้เข้าร่วมที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5.1 จำนวน 36 คน ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2559 ประกอบด้วยนักเรียนชาย จำนวน 15 คน และนักเรียนหญิง จำนวน 21 คน จากการเลือกแบบเจาะจง

#### รูปแบบการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ใช้รูปแบบการวิจัยปฏิบัติการ (Action Research) ตามแนวคิดของ Kemmis, & McTaggart (2000) เป็นแนวทางในการดำเนินการวิจัยเพื่อพัฒนาการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ โดยใช้การจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอนใน 1 วงจร ได้แก่

1. ขั้นวางแผน (Plan)
2. ขั้นปฏิบัติการ (Action)
3. ขั้นสังเกตการณ์ (Observation)
4. ขั้นสะท้อนผล (Reflect)

ในการวิจัย เรื่อง การวิจัยปฏิบัติการเพื่อพัฒนาการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา

ปีที่ 5 ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนของการวิจัยเชิงปฏิบัติการ โดยมีลักษณะทำซ้ำเป็นวงจร ทั้งหมด 4 วงจร แบ่งได้ดังนี้

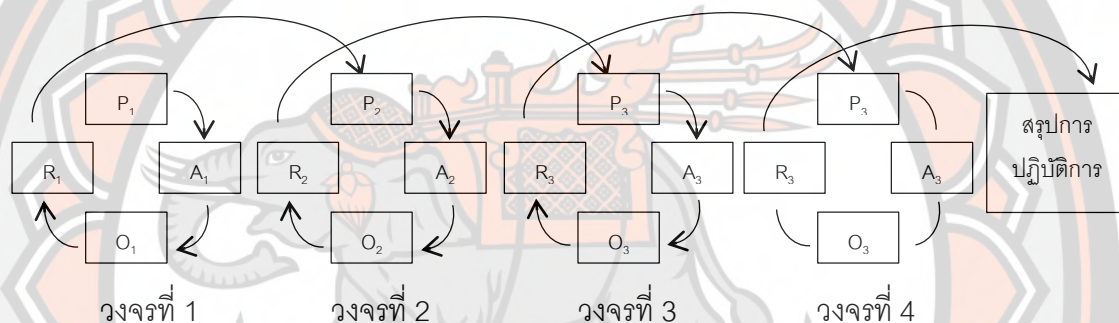
วงจรที่ 1 ประกอบด้วยแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ลำดับเลขคณิต

วงจรที่ 2 ประกอบด้วยแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง ลำดับเรขาคณิต

วงจรที่ 3 ประกอบด้วยแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง อนุกรมเลขคณิต

วงจรที่ 4 ประกอบด้วยแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง อนุกรมเรขาคณิต

โดยลักษณะของวงจรทั้ง 4 แสดงดังภาพ 3



ภาพ 3 แสดงวงจรของการวิจัยเชิงปฏิบัติการ

### เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

#### 1. เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยนี้แบ่งออกเป็น 2 ส่วนคือ

##### 1.1 เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 4 แผนการจัดการเรียนรู้ ใช้เวลาทั้งหมด 12 ชั่วโมง ประกอบด้วย

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ลำดับเลขคณิต จำนวน 3 ชั่วโมง

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง ลำดับเรขาคณิต จำนวน 3 ชั่วโมง

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง อนุกรมเลขคณิต จำนวน 3 ชั่วโมง

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง อนุกรมเรขาคณิต จำนวน 3 ชั่วโมง

## 1.2 เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

1.2.1 แบบสังเกตการจัดการเรียนรู้

1.2.2 ใบกิจกรรม

1.2.3 แบบประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม

โดยเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลจะจำแนกตามวัตถุประสงค์ของงานวิจัย ดังแสดงในตาราง 4

ตาราง 4 แสดงความสัมพันธ์ของจุดประสงค์ของการวิจัยกับเครื่องมือการวิจัย

ที่	จุดประสงค์	เครื่องมือที่ใช้
1.	เพื่อศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้ในห้องเรียนด้วยการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวเชิงทางคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5	แบบสังเกตการจัดการเรียนรู้
2.	เพื่อศึกษาผลการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวเชิงคณิตศาสตร์ที่มีต่อการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5	ใบกิจกรรม แบบประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับอนุกรม

## 2. การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

การสร้างเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย เป็นไปตามขั้นตอนดังต่อไปนี้

### 2.1 แผนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อใช้เป็นเครื่องมือในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ที่ส่งเสริมการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 โดยเก็บรวบรวมข้อมูลจากแบบบันทึกหลังแผนการจัดการเรียนรู้ โดยผู้วิจัยเป็นผู้จดบันทึก บรรยายเหตุการณ์ ปัญหา และสิ่งที่เกิดขึ้นแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ว่า

เป็นอย่างไร มีความเหมาะสมหรือไม่ ควรแก้ไขปรับปรุงอย่างไร เพื่อเป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งมีขั้นตอนการสร้างดังต่อไปนี้

2.1.1 ศึกษาและวิเคราะห์หลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียน โดยศึกษาคำอธิบายรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ค32102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 มาตรฐาน ตัวชี้วัด และผลการเรียนรู้ของสถานศึกษาในเรื่อง ลำดับและอนุกรม

2.1.2 ศึกษากระบวนการทางคณิตศาสตร์ของการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ จากกรอบการประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของ PISA 2015

2.1.3 ศึกษาบริบทสำหรับการประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์จากกรอบการประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของ PISA 2015 เพื่อนำมาใช้ประกอบเป็นสถานการณ์ในการจัดการเรียนรู้ โดยผู้วิจัยได้พิจารณาบริบทที่เกี่ยวข้องกับนักเรียนที่เป็นกลุ่มเป้าหมาย พบว่าทุกบริบทตามกรอบการประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของ PISA 2015 เป็นบริบทที่เกี่ยวข้องกับนักเรียนได้แก่ บริบทส่วนตัว บริบทสังคม บริบทการทำงานอาชีพ และบริบทวิทยาศาสตร์

2.1.4 ศึกษาลักษณะและขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ รวมถึงเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้

2.1.5 สร้างแผนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 4 แผนการจัดการเรียนรู้ ใช้เวลาทั้งหมด 12 ชั่วโมง แสดงดังตาราง 5

ตาราง 5 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างแผนการจัดการเรียนรู้กับเวลาที่ใช้ในการจัดกิจกรรม

แผน ที่	ชื่อแผนการจัดการ เรียนรู้	เวลา (ชั่วโมง)	สถานการณ์	บริบทของ สถานการณ์
1	ลำดับเลขคณิต	3	หุ่น	สังคม
2	ลำดับเรขาคณิต	3	ยาเพนิซิลิน	ส่วนตัว
3	อนุกรมเลขคณิต	3	บันจี้กระยาน	วิทยาศาสตร์
4	อนุกรมเรขาคณิต	3	ไวกีง	อาชีพ

โดยแผนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการการเรียนรู้เรื่องคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 แต่ละแผนประกอบด้วย

- 1) ชื่อแผนการเรียนรู้
- 2) มาตรฐานและตัวชี้วัด
- 3) จุดประสงค์การเรียนรู้
- 4) กิจกรรมการเรียนรู้ประกอบด้วย 6 ขั้นตอน ของการจัดการเรียนรู้ที่ใช้

ตัวแบบทางคณิตศาสตร์

ขั้นตอนที่ 1 วิเคราะห์ปัญหา

ขั้นตอนที่ 2 สร้างสมมติฐานและระบุตัวแปร

ขั้นตอนที่ 3 ลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ขั้นตอนที่ 4 วิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์

ขั้นตอนที่ 5 ทำซ้ำ

ขั้นตอนที่ 6 ใช้ตัวแบบในสถานการณ์จริง

5) สื่อการเรียนรู้

6) แหล่งการเรียนรู้

7) การวัดและประเมินผล

2.1.6 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่สร้างขึ้นเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์และผู้เชี่ยวชาญ ทั้งหมด 3 ท่าน ประกอบด้วย

อาจารย์ในระดับอุดมศึกษา สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา/การสอนคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ จำนวน 1 ท่าน

อาจารย์ในระดับอุดมศึกษา สาขาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ จำนวน 1 ท่าน

ครูประจำการกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ผู้มีความเชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ และมีประสบการณ์การสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายไม่น้อยกว่า 10 ปี จำนวน 1 ท่าน เพื่อประเมินความเหมาะสมของแผนการจัดการเรียนรู้

2.1.7 นำแผนการจัดการเรียนรู้มาปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์และผู้เชี่ยวชาญ และนำไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบความถูกต้องอีกครั้ง โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1) กำหนดเวลาในการจัดการเรียนรู้ให้เหมาะสมกับเนื้อหา และขั้นตอนในการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

2) ปรับขั้นตอนการสอนในการนำเข้าสู่บทเรียน ให้เป็นการอธิบายและบอกจุดประสงค์ของการเรียนในครั้งนี้

3) เพิ่มเวลาในขั้นการอภิปรายกลุ่มแล้วลดระยะเวลาในการระบุปัญหากับการสร้างตัวแปรและสมมติฐาน

4) เพิ่มการสรุปการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้

2.1.8 จัดทำแผนการจัดการเรียนรู้ฉบับสมบูรณ์

## 2.2 แบบสังเกตการจัดการเรียนรู้

แบบสังเกตการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นเพื่อใช้เป็นเครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัยขณะที่ดำเนินกิจกรรม โดยให้ครูที่เลี้ยงและผู้วิจัยจัดบันทึก บรรยายเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนในแต่ละวงจรวว่าเป็นอย่างไร มีความเหมาะสมหรือไม่ สามารถช่วยพัฒนาการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ได้หรือไม่ อย่างไร และควรแก้ไขหรือปรับปรุงอย่างไร เพื่อเป็นแนวทางในการปรับปรุงแก้ไขแผนการจัดการเรียนรู้ครั้งต่อไป ซึ่งมีขั้นตอนการสร้างดังต่อไปนี้

2.2.1 ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบสังเกตการจัดการเรียนรู้

2.2.2 กำหนดขอบเขตของการสังเกต ได้แก่ การจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัยสามารถพัฒนาการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ได้จริงหรือไม่ อย่างไร โดยพิจารณาจากการจัดการเรียนรู้ในแต่ละชั้น การจัดการเรียนการสอนมีปัญหาและอุปสรรคอย่างไร และมีแนวทางในการแก้ไขปรับปรุงอย่างไร

2.2.3 สร้างแบบสังเกตการจัดการเรียนรู้

2.2.4 นำแบบสังเกตการจัดการเรียนรู้เสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์

2.2.5 ปรับปรุงแก้ไขแบบสังเกตการจัดการเรียนรู้ตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ โดยมีการปรับหัวข้อในการสังเกตการจัดการเรียนรู้ โดยแยกเป็นการสังเกตในแต่ละขั้นตอนของการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่มีต่อกระบวนการของการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ในแต่ละกระบวนการ และเพิ่มส่วนคำชี้แนะเพิ่มเติม ข้อดี ข้อเสีย ลงไปในแบบสังเกตการจัดการเรียนรู้

2.2.6 จัดทำแบบสังเกตการจัดการเรียนรู้ฉบับสมบูรณ์

## 2.3 ไบกิจกรรรม

ผู้วิจัยสร้างไบกิจกรรมขึ้นเพื่อใช้เป็นเครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับกระบวนการของการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ไบกิจกรรมจะเป็นส่วนหนึ่งของแผนการจัดการเรียนรู้ โดยนักเรียนจะเขียนบันทึกลงในไบกิจกรรมในทุกแผนการจัดการเรียนรู้ซึ่งแต่ละไบกิจกรรมมีขั้นตอนการสร้างดังต่อไปนี้

2.3.1 กระบวนการพัฒนาไบกิจกรรมดำเนินการพร้อมกับการพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

2.3.2 ประเด็นในการปรับปรุงแก้ไขไบกิจกรรมตามคำแนะนำของอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1) สถานการณ์ได้มีการเปลี่ยนสถานการณ์ที่ 1 จากเรื่อง กิด้า เป็นเรื่อง หุ่น และสถานการณ์ที่ 4 เรื่องบาสเก็ตบอล เป็นเรื่อง ไวกี้ง ให้มีความเหมาะสมกับเนื้อหา ในเรื่องลำดับเลขคณิต และอนุเรขาคณิต ตามลำดับ และในส่วนของสถานการณ์ที่ 2 เรื่อง ยาเพนิซิลิน และ 3 เรื่องบันจี้กระยาน ได้ทำการปรับสถานการณ์ให้เข้าใจง่ายมากยิ่งขึ้น และเพิ่มข้อมูลในแต่ละสถานการณ์ให้มากขึ้น

2) ปรับข้อคำถามในไบกิจกรรมให้สามารถทำความเข้าใจได้ง่ายขึ้น มีประเด็นในการถามอย่างชัดเจน และกำหนดเวลาในการทำในแต่ละขั้นตอน

3) ปรับการให้คะแนนให้เป็นไปตามกรอบการประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ 2015 โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนตามระดับที่ได้กำหนดไว้ดังตาราง 7-9

2.3.3 จัดทำไบกิจกรรมฉบับสมบูรณ์

## 2.4 แบบประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม

แบบประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่สร้างขึ้นนี้ใช้เป็นเครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับกระบวนการของการรู้เรื่องคณิตศาสตร์หลังการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัย โดยนักเรียนจะได้ทำแบบประเมินเมื่อสิ้นสุดการจัดการเรียนรู้ทั้ง 4 วงจรแล้ว ซึ่งมีขั้นตอนการสร้างดังต่อไปนี้

2.4.1 ศึกษาเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการสร้างแบบประเมินตามกรอบการประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของ PISA ในปี 2015

2.4.2 ศึกษาและวิเคราะห์หลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียน โดยศึกษาคำอธิบายรายวิชา คณิตศาสตร์ 4 ค32102 ลำดับและอนุกรม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 และมาตรฐานและตัวชี้วัดสถานศึกษาในเรื่อง ลำดับและอนุกรม เพื่อนำมาเป็นข้อมูลในการสร้างแบบประเมิน

2.4.3 กำหนดรูปแบบของแบบประเมิน โดยในงานวิจัยนี้ผู้วิจัยสร้างข้อคำถามเป็นแบบอัตนัยประกอบไปด้วย 4 คำถามแต่ละคำถามจะมี 2 คำถามย่อย ข้อคำถามย่อยที่ 1 จะเน้นในการประเมินการคิดสถานการณ์ในเชิงคณิตศาสตร์และการใช้หลักการ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา ส่วนข้อคำถามที่ 2 จะประเมินการตีความ และประเมินผลลัพธ์ โดยใช้รูปแบบการตอบแบบเขียนตอบอิสระ เนื่องด้วยรูปแบบการเขียนตอบแบบอิสระนั้นมีข้อได้เปรียบในการแสดงให้เห็นถึงกระบวนการคิดของนักเรียนได้อย่างชัดเจน ซึ่งผู้วิจัยต้องการที่จะทราบกระบวนการคิดของนักเรียน จึงได้เลือกรูปแบบการเขียนตอบแบบอิสระเพียงรูปแบบเดียว พร้อมทั้งสร้างเกณฑ์การให้คะแนนที่ใช้สำหรับใบกิจกรรมและแบบประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์

2.4.4 สร้างแบบประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์จำนวน 6 ข้อที่ครอบคลุม 3 กระบวนการและเกณฑ์การให้ระดับคะแนน ดังแสดงในตาราง 6

2.4.5 นำแบบประเมินและเกณฑ์การให้ระดับคะแนนเสนอต่ออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์และผู้เชี่ยวชาญ ทั้งหมด 3 ท่าน ประกอบด้วย

อาจารย์ในระดับอุดมศึกษา สาขาคณิตศาสตร์ศึกษา/การสอนคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ จำนวน 1 ท่าน

อาจารย์ในระดับอุดมศึกษา สาขาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์ จำนวน 1 ท่าน

ครูประจำการกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ผู้มีความเชี่ยวชาญด้านการสอนคณิตศาสตร์ และมีประสบการณ์การสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายไม่น้อยกว่า 10 ปี จำนวน 1 ท่าน เพื่อตรวจสอบความเหมาะสมของเนื้อหากับสถานการณ์ ความยากง่ายของสถานการณ์ ความสอดคล้องของข้อคำถามกับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ และรูปแบบการประเมิน



ตาราง 6 แสดงความสัมพันธ์ของการสร้างและใช้แบบประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม

เรื่อง	สร้าง (ข้อ)	บริบท			ใช้จริง (ข้อ)	
		ส่วนตัว	การทำงาน อาชีพ	สังคม วิทยาศาสตร์		
ลำดับและอนุกรม เลขคณิต	3	1	1	1	-	2
ลำดับและอนุกรม เรขาคณิต	3	1	1	-	1	2
รวม	6					4

2.4.6 ปรับปรุงแก้ไขแบบประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ โดยมีรายละเอียดดังนี้

- 1) ปรับแก้สถานการณ์ให้มีความซับซ้อนน้อยลง
- 2) ปรับรูปแบบของคำถามให้ภาษาเป็นทางการขึ้น
- 3) ปรับแก้ไขตัวเลขในสถานการณ์ให้สามารถหาคำตอบได้โดยไม่ต้องใช้

เครื่องคิดเลขในการคำนวณ

2.4.7 ปรับปรุงแก้ไขเกณฑ์การให้คะแนนเกณฑ์การให้ระดับคะแนนตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญ โดยมีรายละเอียดดังนี้

ปรับขยายการให้คะแนนจากระดับคะแนน 0 1 และ 2 เป็น 0 1 2 3 และ 4 ในกระบวนการคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์และการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา เป็น 0 1 2 และ 3 ในกระบวนการตีความและประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ โดยยึดเอาระดับสูงสุดเป็นระดับคะแนนสูงสุดและลดหลั่นลงมาเพื่อให้สอดคล้องตามกรอบการประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ 2015 โดยใช้เกณฑ์การให้คะแนนตามระดับที่ได้กำหนดไว้ดังตาราง 7-9

ตาราง 7 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนด้านการคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์

ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
4	นักเรียนสามารถระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริงหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ถูกต้องครบถ้วนและสามารถนำเสนอสถานการณ์โดยใช้ตัวแปร สัญลักษณ์ แผนภาพ หรือ ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ให้อยู่ในรูปอย่างง่ายได้อย่างถูกต้องเหมาะสม
3	นักเรียนสามารถระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริงหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ถูกต้องบางส่วนแต่สามารถนำเสนอสถานการณ์โดยใช้ตัวแปร สัญลักษณ์ แผนภาพ หรือ แบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ให้อยู่ในรูปอย่างง่ายให้อยู่ในรูปอย่างง่ายได้อย่างถูกต้องเหมาะสม หรือ นักเรียนสามารถระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริงหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ถูกต้องครบถ้วนแต่สามารถนำเสนอสถานการณ์โดยใช้ตัวแปร สัญลักษณ์ แผนภาพ หรือ แบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ให้อยู่ในรูปอย่างง่ายได้ถูกต้องเพียงบางส่วน
2	นักเรียนสามารถระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริงหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ถูกต้องบางส่วนและสามารถนำเสนอสถานการณ์โดยใช้ตัวแปร สัญลักษณ์ แผนภาพ หรือ แบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ให้อยู่ในรูปอย่างง่ายได้ถูกต้องเพียงบางส่วน
1	นักเรียนสามารถไม่สามารถระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริงหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้แต่นักเรียนสามารถนำเสนอสถานการณ์โดยใช้ตัวแปร สัญลักษณ์ แผนภาพ หรือ แบบจำลองให้อยู่ในรูปอย่างง่ายได้อย่างถูกต้องเหมาะสม

## ตาราง 7 (ต่อ)

ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
	หรือนักเรียนสามารถระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริงหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ถูกต้องครบถ้วนแต่ไม่สามารถนำเสนอสถานการณ์โดยใช้ตัวแปร สัญลักษณ์ แผนภาพ หรือ แบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ให้อยู่ในรูปอย่างง่ายได้
0	นักเรียนสามารถไม่สามารถระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริงหรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้และไม่สามารถนำเสนอสถานการณ์โดยใช้ตัวแปร สัญลักษณ์ แผนภาพ หรือ แบบจำลองเชิงคณิตศาสตร์ให้อยู่ในรูปอย่างง่ายได้ หรือไม่มีร่องรอยการดำเนินการ

## ตาราง 8 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนด้านการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา

ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
4	นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบท กฎ นิยาม หรือสูตรทางคณิตศาสตร์มาใช้หาวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม และสามารถนำกฎเกณฑ์ ขั้นตอนวิธี และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องทุกขั้นตอนและได้ผลลัพธ์ที่ถูกต้อง
3	นักเรียนสามารถนำทฤษฎีบท กฎ นิยาม หรือสูตรทางคณิตศาสตร์มาใช้หาวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม และสามารถนำกฎเกณฑ์ ขั้นตอนวิธี และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องทุกขั้นตอนแต่ได้ผลลัพธ์ที่ไม่ถูกต้อง
2	นักเรียนนำทฤษฎีบท กฎ นิยาม หรือสูตรทางคณิตศาสตร์มาใช้หาวิธีในการแก้ปัญหาไม่เหมาะสม แต่สามารถนำกฎเกณฑ์ ขั้นตอนวิธี และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องทุกขั้นตอนและได้ผลลัพธ์ที่ถูกต้อง หรือ

## ตาราง 8 (ต่อ)

ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
	นักเรียนนำทฤษฎีบท กฎ นิยาม หรือสูตรทางคณิตศาสตร์มาใช้หาวิธีในการแก้ปัญหาเหมาะสม แต่ไม่สามารถนำกฎเกณฑ์ ขั้นตอนวิธี และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องทุกขั้นตอนและได้ผลลัพธ์ที่ไม่ถูกต้อง
1	นักเรียนนำทฤษฎีบท กฎ นิยาม หรือสูตรทางคณิตศาสตร์มาใช้หาวิธีในการแก้ปัญหาไม่เหมาะสม และไม่สามารถนำกฎเกณฑ์ ขั้นตอนวิธี และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องทุกขั้นตอน แต่ได้ผลลัพธ์ที่ถูกต้อง
0	นักเรียนไม่สามารถนำทฤษฎีบท กฎ นิยาม หรือสูตรทางคณิตศาสตร์มาใช้หาวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม และไม่สามารถนำกฎเกณฑ์ ขั้นตอนวิธี และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้องทุกขั้นตอนและได้ผลลัพธ์ที่ไม่ถูกต้อง หรือไม่มีร่องรอยการดำเนินการ

## ตาราง 9 แสดงเกณฑ์การให้คะแนนด้านการตีความและประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์

ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
3	นักเรียนสามารถอธิบายได้พร้อมให้เหตุผลว่าผลลัพธ์ที่ได้เหมาะสมหรือไม่เหมาะสมกับบริบทของปัญหา สามารถตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์กลับไปสู่บริบทในชีวิตจริงได้ และสามารถบอกได้ว่าวิธีการแก้ปัญหามีความเหมาะสมหรือไม่
2	นักเรียนไม่สามารถอธิบายได้หรือให้เหตุผลว่าผลลัพธ์ที่ได้เหมาะสมหรือไม่เหมาะสมกับบริบทของปัญหา แต่สามารถตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์กลับไปสู่บริบทในชีวิตจริงได้ และสามารถบอกได้ว่าวิธีการแก้ปัญหามีความเหมาะสมหรือไม่ หรือ

## ตาราง 9 (ต่อ)

ระดับคะแนน	เกณฑ์การให้คะแนน
	<p>นักเรียนสามารถอธิบายได้พร้อมให้เหตุผลว่าผลลัพธ์ที่ได้เหมาะสมหรือไม่เหมาะสมกับบริบทของปัญหา และสามารถบอกได้ว่าวิธีการแก้ปัญหามีความเหมาะสมหรือไม่ แต่ไม่สามารถตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์กลับไปสู่บริบทในชีวิตจริงได้</p> <p>หรือ</p> <p>นักเรียนสามารถอธิบายได้พร้อมให้เหตุผลว่าผลลัพธ์ที่ได้เหมาะสมหรือไม่เหมาะสมกับบริบทของปัญหา สามารถตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์กลับไปสู่บริบทในชีวิตจริงได้ แต่ไม่สามารถบอกได้ว่าวิธีการแก้ปัญหามีความเหมาะสมหรือไม่</p>
1	<p>นักเรียนไม่สามารถอธิบายได้หรือให้เหตุผลว่าผลลัพธ์ที่ได้เหมาะสมหรือไม่เหมาะสมกับบริบทของปัญหา ไม่สามารถตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์กลับไปสู่บริบทในชีวิตจริงได้ แต่สามารถบอกได้ว่าวิธีการแก้ปัญหามีความเหมาะสมหรือไม่</p> <p>หรือนักเรียนไม่สามารถอธิบายได้หรือให้เหตุผลว่าผลลัพธ์ที่ได้เหมาะสมหรือไม่เหมาะสมกับบริบทของปัญหา และไม่สามารถบอกได้ว่าวิธีการแก้ปัญหามีความเหมาะสมหรือไม่ แต่สามารถตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์กลับไปสู่บริบทในชีวิตจริงได้</p> <p>หรือ</p> <p>นักเรียนสามารถอธิบายได้พร้อมให้เหตุผลว่าผลลัพธ์ที่ได้เหมาะสมหรือไม่เหมาะสมกับบริบทของปัญหา แต่ไม่สามารถตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์กลับไปสู่บริบทในชีวิตจริงได้ และไม่สามารถบอกได้ว่าวิธีการแก้ปัญหามีความเหมาะสมหรือไม่</p>
0	<p>นักเรียนไม่สามารถอธิบายได้หรือให้เหตุผลว่าผลลัพธ์ที่ได้เหมาะสมหรือไม่เหมาะสมกับบริบทของปัญหา ไม่สามารถตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์กลับไปสู่บริบทในชีวิตจริงได้ และไม่สามารถบอกได้ว่าวิธีการแก้ปัญหามีความเหมาะสมหรือไม่</p> <p>หรือไม่มีร่องรอยการดำเนินการ</p>

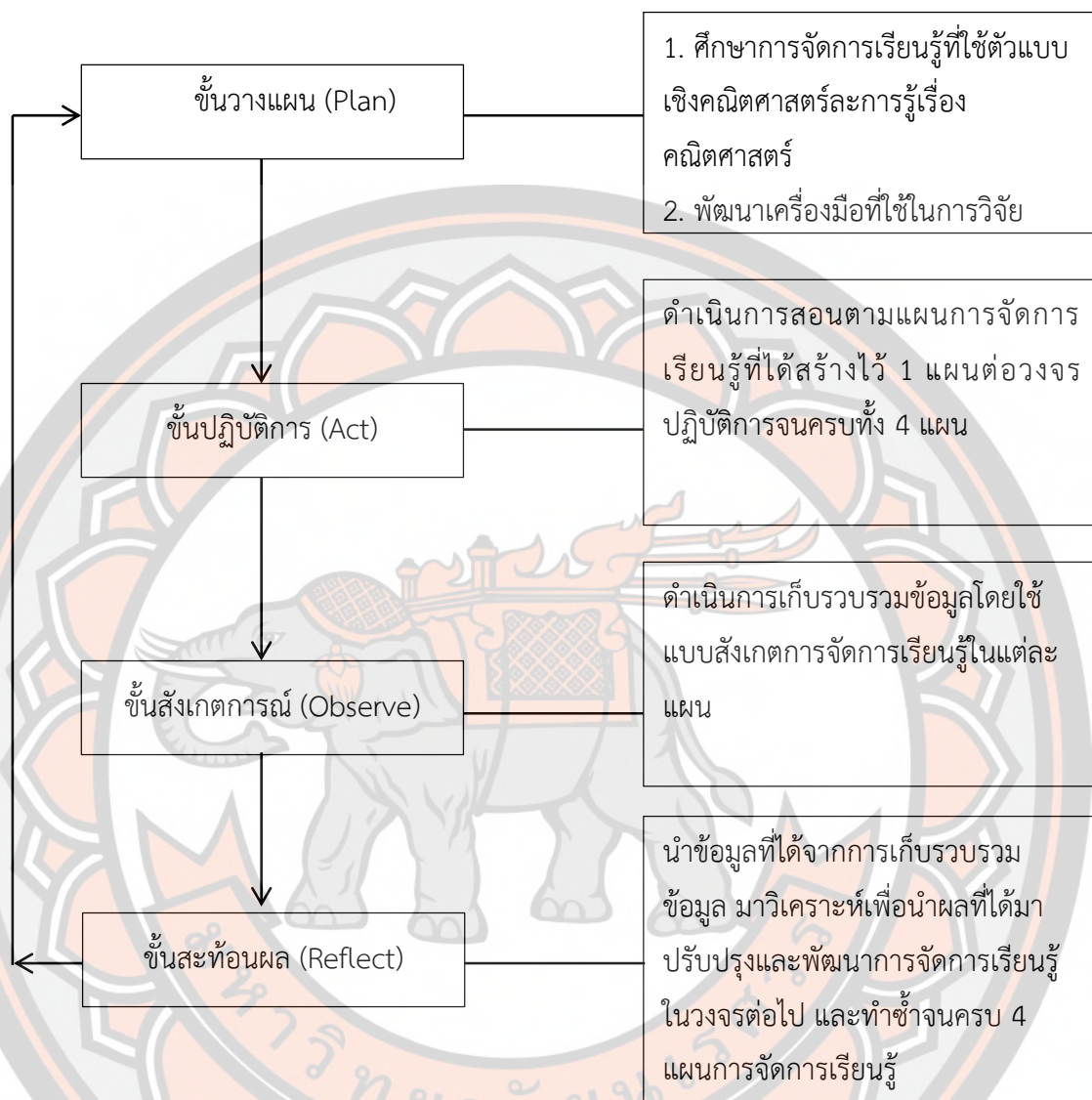
เมื่อพิจารณาเกณฑ์การให้คะแนนที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้นเปรียบเทียบกับระดับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ตามกรอบการประเมินของ PISA ผู้วิจัยพบว่าเกณฑ์การให้คะแนนการคิดสถานการณ์เชิงคณิตศาสตร์ในตารางที่ 7 สอดคล้องกับระดับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ดังนี้ ระดับคะแนน 4 สอดคล้องกับระดับการรู้เรื่องระดับ 6 ระดับคะแนน 3 สอดคล้องกับระดับ 5 ระดับคะแนน 2 คล้องกับระดับ 3-4 และระดับคะแนน 1 สอดคล้องกับระดับ 1-2 เกณฑ์การให้คะแนนการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาในตารางที่ 8 สอดคล้องกับระดับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ดังนี้ ระดับคะแนน 4 สอดคล้องกับระดับการรู้เรื่องระดับ 6 ระดับคะแนน 3 สอดคล้องกับระดับ 4-5 ระดับคะแนน 2 คล้องกับระดับ 3 และระดับคะแนน 1 สอดคล้องกับระดับ 1-2 เกณฑ์การให้คะแนนการตีความและประเมินผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ในตารางที่ 9 สอดคล้องกับระดับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ดังนี้ ระดับคะแนน 3 สอดคล้องกับระดับการรู้เรื่องระดับ 5-6 ระดับคะแนน 2 คล้องกับระดับ 3-4 และระดับคะแนน 1 สอดคล้องกับระดับ 1-2 เมื่อให้คะแนนในใบกิจกรรมและแบบประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ผู้วิจัยจะทำการเปรียบเทียบพฤติกรรมของระดับคะแนนกับพฤติกรรมของระดับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์เพื่อแปรผลเป็นระดับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียน

2.4.8 คัดเลือกข้อคำถามในแบบประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ จำนวน 4 ข้อ โดยพิจารณาจากสถานการณ์ในข้อคำถามที่ใกล้เคียงกับชีวิตประจำวันของนักเรียน ครอบคลุมจุดประสงค์การเรียนรู้มากกว่า 1 ข้อ สถานการณ์อยู่ในเนื้อหาเพียงเรื่องลำดับและอนุกรมเท่านั้น

#### 2.4.9 จัดทำแบบประเมินฉบับสมบูรณ์

### ขั้นตอนการดำเนินการทำวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ใช้รูปแบบการวิจัยเชิงปฏิบัติการในชั้นเรียน ซึ่งได้ดำเนินการตามขั้นตอนของการวิจัยปฏิบัติการในชั้นเรียนดังแผนภาพ 4 ต่อไปนี้



ภาพ 4 แสดงขั้นตอนการวิจัยเชิงปฏิบัติการ

#### การเก็บและรวบรวมข้อมูล

ในการดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูลมีขั้นตอนการดำเนินการดังนี้

1. ประชุมนิเทศและชี้แจงจุดประสงค์การจัดการเรียนรู้ให้กับนักเรียนที่เข้าร่วม
2. ดำเนินการตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนารูเรื่องคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม จำนวน 4 แผน ตามชั่วโมงปกติของโรงเรียน โดยใช้เวลาในการจัดการเรียนรู้ทั้งหมด 12 ชั่วโมง

3. ในระหว่างทำการจัดการเรียนรู้แต่ละแผน ผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์ร่วมกันสังเกต การจัดการกิจกรรมการเรียนรู้และจุดบันทึกลงในแบบสังเกตการจัดการเรียนรู้ และนักเรียนเขียนบันทึก ลงในใบกิจกรรม

4. เมื่อจบการจัดการเรียนรู้ในแต่ละแผนการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยเก็บรวบรวมใบกิจกรรม แบบสังเกตการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัยและของผู้ร่วมสังเกตการณ์ เพื่อนำข้อมูลที่ได้มาเขียนเป็น สรุปผลการสังเกตการจัดการเรียนรู้แล้ววิเคราะห์เพื่อทำการสะท้อนผลและปรับปรุงแผนการจัดการ เรียนรู้ในครั้งต่อไป

5. เมื่อดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครบทั้ง 4 แผนการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยให้นักเรียน ทำแบบประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์เป็นเวลา 1 ชั่วโมง

6. นำผลที่ได้จากการเก็บรวบรวมทั้งหมดไปทำการวิเคราะห์ข้อมูล

### วิธีการวิเคราะห์ข้อมูล

ในการวิเคราะห์ข้อมูลนั้น ผู้วิจัยได้นำข้อมูลจากการเก็บรวบรวมข้อมูลโดยใช้เครื่องมือ ต่างๆ มาวิเคราะห์ โดยการวิเคราะห์นั้นจะแบ่งออกเป็น 2 ส่วน ตามวัตถุประสงค์ทั้ง 2 ข้อได้แก่

1. เพื่อศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้ในห้องเรียนด้วยการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิง คณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปี ที่ 5

2. เพื่อศึกษาผลการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ที่มีต่อการรู้เรื่อง คณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 รายละเอียดดังตาราง 10

ตาราง 10 แสดงความสัมพันธ์ของเครื่องมือที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลตามจุดประสงค์ของ งานวิจัย

วัตถุประสงค์	แบบบันทึกหลัง แผนการจัดการ เรียนรู้	แบบสังเกต การจัดการ เรียนรู้	ใบ กิจกรรม	แบบประเมินการรู้ เรื่องคณิตศาสตร์
ข้อที่ 1	✓	✓		
ข้อที่ 2			✓	✓

ซึ่งมีรายละเอียดการวิเคราะห์ข้อมูลดังนี้



## 1. การวิเคราะห์ข้อมูลศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้ในห้องเรียนด้วยการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ในการวิเคราะห์ข้อมูลนั้น ผู้วิจัยได้ใช้เครื่องมือในการเก็บรวบรวมข้อมูล ดังนี้ แบบบันทึกหลังแผนการจัดการเรียนรู้ และแบบสังเกตการจัดการเรียนรู้แบบรายการตรวจสอบ (check list) ซึ่งจะทำการวิเคราะห์เมื่อสิ้นสุดในแต่ละวงจรปฏิบัติการ และจะวิเคราะห์ภาพรวมทั้งหมดเมื่อดำเนินการจัดการเรียนรู้ครบทั้ง 4 วงจร โดยมีรายละเอียดการวิเคราะห์ดังนี้

1.1 ผู้วิจัยรวบรวมข้อมูลจากเครื่องมือ แบบสังเกตการจัดการเรียนรู้

1.2 ผู้วิจัยทำการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงเนื้อหา (content analysis) โดยนำข้อมูลที่ได้จากการเก็บรวบรวมจากแบบบันทึกหลังแผนการจัดการเรียนรู้และแบบสังเกตการจัดการเรียนรู้ โดยมีขั้นตอนดังต่อไปนี้

1.2.1 ผู้วิจัยทำการวิเคราะห์และตีความข้อมูลที่ได้จากแบบสังเกตการจัดการเรียนรู้

1.2.2 ผู้วิจัยทำการจัดระเบียบเนื้อหาของข้อมูลตามประเด็นที่ผู้วิจัยต้องการวิเคราะห์ ได้แก่ 1) การจัดการเรียนรู้สามารถพัฒนาการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ได้หรือไม่ อย่างไร 2) ปัญหาหรืออุปสรรคที่พบจากการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัย และ 3) แนวทางการปรับปรุงแก้ไข ปัญหาสำหรับการจัดการเรียนรู้ครั้งต่อไป โดยประเด็นเหล่านี้จะแสดงถึงความเกี่ยวข้องต่อการปรับปรุงและพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

1.2.3 ผู้วิจัยนำข้อมูลที่มีความสอดคล้องกันมาจัดกลุ่มข้อมูลให้อยู่ในหมวดหมู่เดียวกันเพื่อง่ายต่อการวิเคราะห์และอภิปรายผล โดยมีประเด็นการจัดกลุ่มดังนี้

แบบสังเกตการจัดการเรียนรู้ แบ่งออกเป็น 2 กลุ่ม ได้แก่ ผลของการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ และปัญหาและอุปสรรคที่พบ โดยแต่ละกลุ่มจะถูกนำมาจำแนกเป็นข้อมูลเชิงบวกและเชิงลบ

1.2.4 ผู้วิจัยทำการสรุปข้อมูล โดยรายงานผลในลักษณะการเขียนบรรยายผลการจัดการเรียนรู้ในแต่ละชั้น ปัญหา อุปสรรค และแนวทางการแก้ไข เพื่อทำการปรับปรุงและพัฒนาแผนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการรู้เรื่องคณิตศาสตร์

1.2.5 ผู้วิจัยทำการตรวจสอบความน่าเชื่อถือของข้อมูลเชิงคุณภาพด้วยการตรวจสอบสามเส้าด้านแหล่งข้อมูล (Resource Triangulation) แหล่งข้อมูลที่ได้มาจาก ผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์จัดการเรียนรู้ โดยนำข้อมูลมาวิเคราะห์และพิจารณาถึงผลการดำเนินการว่าให้ข้อมูลในประเด็นที่สอดคล้องและเป็นไปในทิศทางเดียวกันหรือไม่

## 2. การวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อศึกษาผลการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ที่มีต่อการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ เรื่องลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ในการวิเคราะห์ข้อมูลจากใบกิจกรรม และแบบประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ซึ่งจะทำกรวิเคราะห์ให้ใบกิจกรรมเมื่อสิ้นสุดในแต่ละวงจรปฏิบัติการ และ จะวิเคราะห์ภาพรวมทั้งหมดพร้อมกับวิเคราะห์แบบประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์เมื่อดำเนินการ จัดการเรียนรู้ครบทั้ง 4 วงจร จากนั้นนำผลการวิเคราะห์ข้อมูลทั้งสองแหล่งมาเปรียบเทียบกัน เพื่อตรวจสอบความสอดคล้องของผลการวิเคราะห์ข้อมูล โดยมีรายละเอียดการวิเคราะห์ดังนี้

### 2.1 การวิเคราะห์ข้อมูลจากใบกิจกรรม

2.1.1 ผู้วิจัยรวบรวมข้อมูลจากใบกิจกรรม โดยวิเคราะห์การเขียนคำตอบเพื่อให้ คะแนนตามเกณฑ์ที่ผู้วิจัยได้กำหนดขึ้นดังตาราง 7-9

2.1.2 ผู้วิจัยทำการรวมคะแนนเพื่อจัดระดับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์เกณฑ์ที่ผู้วิจัย ได้กำหนดขึ้น ดังตาราง 2

2.1.3 ผู้วิจัยเปรียบเทียบคะแนนการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่ได้จากใบกิจกรรมที่ 1, 2, 3 และ 4 ซึ่งถ้าหากผลคะแนนของนักเรียนสูงขึ้นตามใบกิจกรรมที่ได้จากวงจรปฏิบัติการที่ 1, 2, 3 และ 4 แสดงให้เห็นว่านักเรียนได้มีการพัฒนาการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ และแสดงให้เห็นว่า การจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นสามารถพัฒนาการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ของนักเรียนได้

### 2.2 การวิเคราะห์ข้อมูลจากแบบประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับ และอนุกรม

2.2.1 ผู้วิจัยรวบรวมข้อมูลจากแบบประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับ และอนุกรม โดยวิเคราะห์การเขียนคำตอบเพื่อให้คะแนนตามเกณฑ์ที่ผู้วิจัยได้กำหนดขึ้น ดังตาราง 7-9

2.2.2 ผู้วิจัยทำการรวมคะแนนเพื่อจัดระดับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์เกณฑ์ที่ผู้วิจัย ได้กำหนดขึ้นดังตาราง 2

2.2.3 ผู้วิจัยเปรียบเทียบคะแนนการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่ได้จากแบบประเมินกับ เกณฑ์ ซึ่งถ้าหากผลคะแนนของนักเรียนเป็นไปตามเกณฑ์ที่กำหนด แสดงให้เห็นว่านักเรียนได้มีการ พัฒนาการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ และแสดงให้เห็นว่าการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นสามารถพัฒนาการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้

ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากการวิเคราะห์ให้ใบกิจกรรมและแบบประเมินการรู้เรื่อง คณิตศาสตร์มาเปรียบเทียบเพื่อตรวจสอบความสอดคล้องและทิศทางของข้อมูล

## บทที่ 4

### ผลการวิจัย

การวิจัยเชิงปฏิบัติการเพื่อพัฒนาการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ในครั้งนี้เป็นการศึกษาเพื่อตอบคำถามวิจัยทั้ง 2 คำถาม ดังนี้

1. การจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ส่งเสริมการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 5 ควรมีแนวทางอย่างไร
2. การจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ สามารถพัฒนาการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 เรื่อง ลำดับและอนุกรม ได้หรือไม่ อย่างไร

### ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ โดยมีรายละเอียดดังนี้

1. แนวทางการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ที่ส่งเสริมการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ เรื่องลำดับและอนุกรมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
2. ผลการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ที่ส่งเสริมการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรมของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

### ตอนที่ 1 แนวทางการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ที่ส่งเสริมการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ผู้วิจัยขอเสนอข้อมูลโดยแบ่งออกเป็น 2 ส่วน ได้แก่ 1) ผลการดำเนินการจัดการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 2 3 และ 4 และ 2) แนวทางการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ ที่ส่งเสริมการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ดังรายละเอียดต่อไปนี้

#### 1. ผลการดำเนินการจัดการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 2 3 และ 4

การดำเนินการวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามขั้นตอนของการวิจัยปฏิบัติการในการศึกษาแนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 ขั้นวางแผน (Plan) เป็นขั้นตอนที่ผู้วิจัยสำรวจข้อมูลและนำข้อมูลมาใช้ในการวางแผนการจัดการเรียนรู้

ขั้นที่ 2 ขั้นปฏิบัติการ (Action) เป็นขั้นตอนที่ผู้วิจัยดำเนินการจัดการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ผู้วิจัยได้ออกแบบไว้

ขั้นที่ 3 ขั้นสังเกตการณ์ (Observation) เป็นขั้นตอนการสังเกตพฤติกรรมต่างๆ ที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนระหว่างการจัดการเรียนรู้ โดยผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์จัดการเรียนรู้ช่วยกันสังเกตและจดบันทึกโดยใช้เครื่องมือ แบบสังเกตการจัดการเรียนรู้

ขั้นที่ 4 ขั้นสะท้อนผล (Reflect) เป็นขั้นตอนที่ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากขั้นสังเกตการณ์มาวิเคราะห์ สะท้อนผล และนำไปใช้ปรับปรุงแผนการจัดการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการต่อไปโดยจะมีลักษณะเป็นการปฏิบัติซ้ำเป็นวงจรทั้งหมด 4 วงจร

### 1.1 การดำเนินการจัดการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการที่ 1

การดำเนินการจัดการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการที่ 1 มีลักษณะการดำเนินการจัดการเรียนรู้ ดังต่อไปนี้

**ขั้นที่ 1 ขั้นวางแผน (Plan)** ผู้วิจัยได้ทำการศึกษารูปแบบการเรียนการสอน การวัดประเมินผลและสภาพปัญหาที่เกี่ยวข้องกับการสอนในรายวิชาคณิตศาสตร์ในประเทศ พร้อมทั้งวิเคราะห์หาข้อบกพร่องซึ่งถึงสภาพปัญหาจากเอกสารสรุปผลการประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ 2015 พบว่า เมื่อเปรียบเทียบผลการประเมินคณิตศาสตร์ใน PISA 2012 กับ PISA 2015 พบว่า เกือบทุกกลุ่ม โรงเรียนมีคะแนนคณิตศาสตร์ลดลง (สรุปผลการวิจัย PISA 2015, 2017)

จากการสังเกตการจัดการเรียนรู้และเข้าปฏิบัติการสอนในรายวิชาคณิตศาสตร์ พบว่า ในการจัดการเรียนรู้ที่ใช้รูปแบบการจัดการเรียนรู้แบบการบรรยาย ซึ่งเป็นการสอนที่มุ่งเน้นให้นักเรียนได้ศึกษาหลักการทางคณิตศาสตร์ ได้เห็นถึงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และได้ลงมือปฏิบัติตามการบรรยาย ส่งผลให้นักเรียนมีความเบื่อหน่าย เหนื่อยล้าต่อการเรียนรู้ในรายวิชาคณิตศาสตร์ และไม่เข้าใจเนื้อหาในบางส่วน แต่ถ้าเปลี่ยนเป็นการจัดการเรียนรู้ที่มีสถานการณ์ที่มีความน่าสนใจ นักเรียนสนใจ หรือมีกิจกรรมอื่นๆ เช่น กิจกรรมกลุ่ม เกมส์ การแข่งขัน การอภิปรายหน้าชั้นเรียนและในกลุ่ม จะทำให้นักเรียนมีความกระตือรือร้นในการเรียนรู้มากขึ้น และกระตุ้นให้นักเรียนได้ใช้ความคิดมากขึ้น ทำให้นักเรียนเกิดคำถามมากขึ้นและต้องการหาคำตอบที่ถูกต้องด้วยตนเองมากขึ้น และจากการที่ได้เข้าปฏิบัติการสอน พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่จะมีความสนใจในการเรียนรู้เมื่อนักเรียนพบปัญหาที่เกี่ยวข้องกับสิ่งที่ตัวนักเรียนสนใจ เหตุการณ์ที่น่าประหลาดใจ เป็นเหตุการณ์ที่นักเรียนไม่เคยคิดว่าคณิตศาสตร์จะมีความเกี่ยวข้อง หรือเป็นสิ่งเล็กๆ ใกล้เคียง หรือรายวิชาอื่นๆ ที่ต้องใช้วิชาคณิตศาสตร์ เมื่อนักเรียนได้พบเจอกับสิ่งต่างๆ เหล่านี้ นักเรียนจะเกิดคำถามมากขึ้น และอยากที่จะเรียนรู้มากขึ้น แต่เมื่อนำสถานการณ์เข้ามาใช้จริง นักเรียนกลับไม่สามารถมองปัญหาต่างๆ ที่กำหนดให้ นั้น ให้อยู่ในรูปแบบของคณิตศาสตร์ได้ และไม่เข้าใจว่าจะ

ใช้เนื้อหา หรือหลักการทางคณิตศาสตร์ใด ในการแก้ปัญหาต่างๆ แต่เมื่อนักเรียนได้รับการแนะนำ หรือรู้วิธีการแก้ปัญหา นักเรียนก็สามารถดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้ แต่กลับไม่สามารถตีความกลับไปสู่สถานการณ์ได้อย่างเหมาะสม และบางครั้งก็ไม่สามารถอธิบายกระบวนการการหาคำตอบได้อย่างครบถ้วน เช่น ตัวแปรที่สำคัญต่อการแก้ปัญหา ความเข้าใจผิดทางด้านความรู้เชิงจำนวน

จากการศึกษาการจัดการเรียนรู้ ผู้วิจัยพบการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นการจัดการเรียนรู้ที่มีกระบวนการที่ใช้คณิตศาสตร์ในการแสดง วิเคราะห์ และหาข้อสันนิษฐานเพื่อหาข้อมูลเกี่ยวกับเหตุการณ์ในชีวิตจริง ซึ่งมีความสอดคล้องกับการจัดการเรียนรู้ที่จะช่วยกระตุ้นความสนใจของนักเรียนและเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ แสดงสถานการณ์จริงให้อยู่ในรูปแบบเชิงคณิตศาสตร์ ใช้กระบวนการในการแก้ปัญหา และได้ตีความกลับไปสู่สถานการณ์โดยผู้วิจัยได้ออกแบบและวางแผนการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อพัฒนาการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ทั้งหมด 4 แผนการจัดการเรียนรู้ จำนวน 12 ชั่วโมง โดยแต่ละแผนประกอบด้วย ใบสถานการณ์ ใบกิจกรรม โดยที่ใบกิจกรรมประกอบไปด้วย 5 คำถาม ที่จะดำเนินตามขั้นตอนทั้งหมด 6 ขั้นตอนได้

ขั้นตอนที่ 1 ระบุปัญหา

ขั้นตอนที่ 2 สร้างสมมติฐานและระบุตัวแปร

ขั้นตอนที่ 3 ลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ขั้นตอนที่ 4 วิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์

ขั้นตอนที่ 5 ทำซ้ำ

ขั้นตอนที่ 6 ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

**ขั้นที่ 2 ขั้นปฏิบัติการ (Action)** ในขั้นตอนนี้ผู้วิจัยได้ดำเนินการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1 เรื่อง ลำดับเลขคณิต จำนวน 3 ชั่วโมง ซึ่งใช้ใบสถานการณ์เรื่อง หุ่น และใบกิจกรรมที่ประกอบด้วย 5 ข้อคำถาม ตามขั้นตอนทั้ง 6 ขั้นตอน ดังนี้ 1) ขั้นตอนที่ 1 ผู้วิจัยนำเข้าสู่บทเรียนด้วยการใช้คำถามเรื่องหุ่นกับนักเรียน ว่านักเรียนรู้จักหุ่นหรือไม่ นักเรียนคิดว่าหุ่นคืออะไร และจากนั้นครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่มและแจกใบสถานการณ์ ใบกิจกรรมให้กับนักเรียน และอ่านทำความเข้าใจพร้อมๆ กันทั้งชั้นเรียน รวมไปถึงการถามถึงส่วนสำคัญของสถานการณ์ว่ามีอะไรสำคัญบ้าง ครูได้ร่วมอภิปรายและบอกถึงส่วนสำคัญที่ขาดหายไปในการอภิปราย หลังจากนั้นครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มช่วยกันเขียนสิ่งสำคัญและปัญหาที่

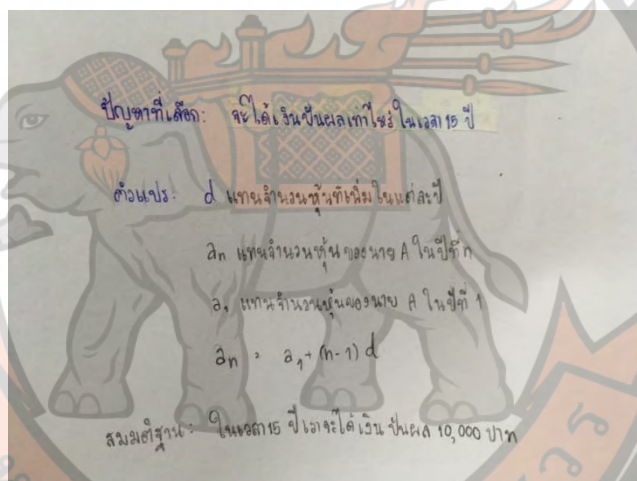
เกี่ยวข้องกับสถานการณ์เรื่อง หุ่น เพื่อเป็นการตอบคำถามข้อที่ 1 ในใบกิจกรรม 2) หลังจากที่ทุกกลุ่มได้ส่วนสำคัญและปัญหาแล้วนั้น ครูได้ทำการเลือกปัญหาที่เกี่ยวกับสถานการณ์มา 1 ปัญหา และให้นักเรียนทั้งชั้นเรียนร่วมกันสร้างตัวแปรพร้อมกันกับผู้วิจัย โดยผู้วิจัยได้เริ่มถามถึงเนื้อหาที่เกี่ยวข้อง โดยถามว่า นักเรียนคิดว่าจากสถานการณ์เรื่อง หุ่น นี้เกี่ยวข้องกับเนื้อหาส่วนใด นักเรียนส่วนใหญ่ตอบว่า เป็นเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับลำดับและอนุกรม ผู้วิจัยอธิบายต่อ ถ้าเป็นเรื่องลำดับอนุกรม ถ้าผู้วิจัยให้  $a_1$  เป็นพจน์ที่ 1 ซึ่งแทนจำนวนหุ่นของนาย A ในปีที่ 1 แล้วจากนั้นให้นักเรียนสร้างตัวแปร  $a_n$  ซึ่งเป็นพจน์ทั่วไป พร้อมทั้งสร้างสมมติฐานเบื้องต้นสำหรับปัญหานี้ โดยเขียนคำตอบลงไป ในข้อคำถามที่ 2 ของใบกิจกรรม และผู้วิจัยก็ทำการสร้างตัวแปรของตนเองโดยเขียนแสดงอยู่บน กระดาน และถามคำถามนักเรียนถึงตัวแปรที่นักเรียนสร้างขึ้นมามีแนวคิดอย่างไร และสมมติฐานเป็นอย่างไร หลังจากนั้น ผู้วิจัยได้อธิบายการสร้างตัวแปรที่ควรที่จะสร้าง และเปิดโอกาสให้นักเรียนแต่ละกลุ่มได้ถาม และแก้ไขตัวแปรของกลุ่มตนเอง 3) ในขั้นตอนนี้ ครูได้เปิดโอกาสให้นักเรียนได้ลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์เพื่อหาคำตอบของปัญหา โดยใช้ความรู้เรื่อง ลำดับเลขคณิต โดยที่ครูจะแสดงกระบวนการทางคณิตศาสตร์หลังจากทุกกลุ่มดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์เสร็จเป็นที่เรียบร้อยแล้ว 4) ผู้วิจัยและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับกระบวนการของผู้วิจัยบนกระดาน และตัวแปรที่ใช้ในการแก้ปัญหานั้นได้คำตอบของปัญหาออกมา ว่ากระบวนการตั้งแต่การสร้างตัวแปร สมมติฐาน และการดำเนินการตามกระบวนการคณิตศาสตร์มีความสมเหตุสมผลหรือไม่ เพราะเหตุใด และเขียนตอบลงในข้อคำถามที่ 4 ของใบกิจกรรม พร้อมทั้งเปิดโอกาสให้นักเรียนแต่ละกลุ่มที่ยังไม่พอใจหรือต้องการปรับปรุงกระบวนการต่างๆ ได้ทำการแก้ไข ปรับปรุงกระบวนการและตัวแปรของกลุ่มตนเองในกระบวนการนี้ 5) ในกระบวนการสุดท้ายนี้ หลังจากที่นักเรียนได้ปรับปรุงขั้นตอน หรือกระบวนการต่างๆ จนพอใจแล้ว ผู้วิจัยและนักเรียนร่วมกันอภิปรายถึงวิธีการ หรือแนวคิดที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญห และการตัดสินใจในการนำไปใช้กับสถานการณ์อื่นๆ ที่อยู่ในชีวิตประจำวัน หรือสถานการณ์ที่เกี่ยวข้อง โดยให้นักเรียนเขียนอธิบายการหาคำตอบและการนำไปใช้ในชีวิตประจำวันหรือสถานการณ์อื่นๆ ลงในข้อคำถามข้อที่ 5

**ขั้นที่ 3 ขั้นสังเกตการณ์ (Observation)** ในขั้นตอนนี้ผู้วิจัยได้สังเกตการเปลี่ยนแปลงต่างๆ ที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนระหว่างการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ โดยผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์จัดการเรียนรู้ช่วยกันสังเกตและจดบันทึกลงในแบบสังเกตการจัดการเรียนรู้ โดยผู้วิจัยได้ผลดังต่อไปนี้

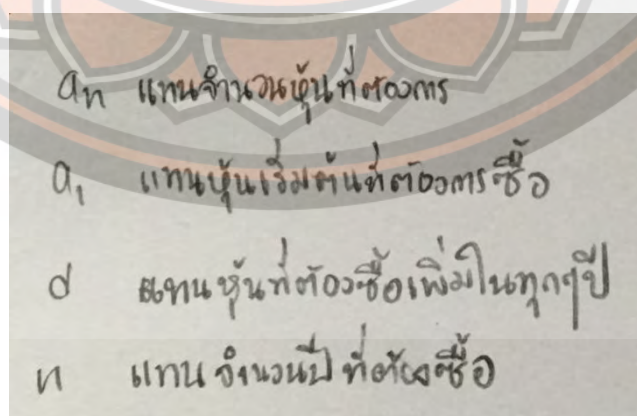
**ขั้นตอนที่ 1 ระบุปัญหา (identify the problem)** ในขั้นตอนนี้ ผู้วิจัยได้ตั้งคำถามแก่นักเรียนเกี่ยวกับเรื่องหุ้น โดยถามนักเรียนว่านักเรียนรู้จักหุ้นหรือไม่ โดยที่นักเรียนรู้ส่วนมากรู้จักหุ้น แล้วครูถามคำถามต่อไปเพื่อต้องการทราบข้อมูลเชิงลึกว่านักเรียนมีความรู้เรื่องหุ้นมากแค่ไหน โดยการถามคำถามว่า นักเรียนคิดว่าหุ้นนั้นคืออะไร นักเรียนส่วนมากมีความเข้าใจว่าหุ้นนั้นคือ คือสิ่งที่บริษัทขายให้นักลงทุนได้ซื้อแล้วจะได้ส่วนแบ่งจากบริษัทนั้นๆ ซึ่งอยู่ในรูปเงินปันผล หลังจากที่ผู้วิจัยได้แจกใบสถานการณ์ และอธิบายสถานการณ์ นักเรียนบางส่วนก็เกิดคำถามเกี่ยวกับการซื้อหุ้นและการจ่ายเงินปันผล ซึ่งนำไปสู่คำถามของผู้วิจัยที่ถามนักเรียนว่า เราจะทำอย่างไรถ้าเรานั้นมีเงินเดือนอยู่จำนวนหนึ่ง แต่ต้องการซื้อหุ้น และเมื่อซื้อหุ้นแล้วจะได้กำไรจากการซื้อหุ้นได้อย่างไร ซึ่งในสถานการณ์ได้มีการกำหนดราคาหุ้นเอาไว้ ซึ่งผู้วิจัยสังเกตเห็นว่า ในกระบวนการนี้สามารถส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดสถานการณ์จริงให้อยู่ในรูปทางคณิตศาสตร์ได้ เนื่องจากนักเรียนได้มีการใช้ความคิดในการเชื่อมโยงสถานการณ์ให้เข้ากับเนื้อหาทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้ในการแก้ปัญหา แต่นักเรียนยังไม่สามารถมองปัญหาในมุมมองที่แตกต่างออกไปได้ โดยปัญหาที่นักเรียนสร้างนั้นมีความคล้ายคลึงกัน และเป็นไปในแนวเดียวกันกับที่ผู้วิจัยยกตัวอย่าง และการสังเกตของผู้ร่วมสังเกต พบว่านักเรียนมีความสับสนในกระบวนการนี้ เนื่องจากผู้วิจัยไม่ได้อธิบายขั้นตอนในการทำกิจกรรมก่อนการเริ่มกิจกรรมจนทำให้นักเรียนบางส่วนไม่กระตือรือร้นในการทำกิจกรรม ซึ่งอาจจะส่งผลทำให้นักเรียนไม่ได้รับการส่งเสริมในการระบุปัญหาในชีวิตประจำวันให้เชื่อมโยงกับคณิตศาสตร์ได้

**ขั้นตอนที่ 2 สร้างสมมติฐานและระบุตัวแปร (make assumptions and identify variables)** ในกระบวนการนี้ ผู้วิจัยได้เลือกปัญหาของตนเองและเปิดโอกาสให้นักเรียนแต่ละกลุ่มได้เลือกประเด็น หรือ ปัญหาที่กลุ่มของตนเองสนใจแล้วทำการถามถึงเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่มีความเกี่ยวข้องกับสถานการณ์หรือปัญหาของนักเรียน ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่ใช้เนื้อหาในเรื่อง ลำดับและอนุกรม ซึ่งผู้วิจัยได้ถามต่อไปว่าแล้วเราคิดว่าเป็นลำดับหรืออนุกรมมีนักเรียน 2-3 คนที่ตอบได้ว่าเป็นลำดับ แต่นักเรียนคนอื่นๆ ยังไม่แน่ใจ ซึ่งเมื่อผู้วิจัยกำหนดให้  $a_1$  เป็นจำนวนหุ้นของนาย A ในปีที่ 1 แล้วทำการถามนักเรียนว่านาย A ต้องการจะซื้อหุ้นเพิ่มเป็นจำนวนเท่าไรต่อปีแล้วนักเรียนคิดว่าถ้านาย A ซื้อเพิ่มแบบนี้ทุกๆ ปี ในปีถัดไปนาย A จะมีจำนวนหุ้นเป็นเท่าใด ซึ่งลักษณะของจำนวนหุ้นของนาย A เป็นอย่างไร นักเรียนส่วนใหญ่เมื่อดำเนินการตามกระบวนการตามคำแนะนำของผู้วิจัย ก็สามารถเข้าใจถึงรูปแบบของลำดับเลขคณิตได้เป็นอย่างดี โดยมองว่าการเพิ่มขึ้นหรือลดแบบจำนวนเท่าเดิมนั้น ทำให้เกิดลำดับที่มีผลต่างร่วมเท่ากัน ซึ่งในสถานการณ์นี้ก็คือการซื้อหุ้นเพิ่มเป็นจำนวนเท่าเดิมในทุกๆ ปี แล้วจากนั้นนักเรียนก็สามารถสร้างตัวแปรและสร้างสมมติฐาน เพื่อเป็นการกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา โดยระหว่างการ

ดำเนินกระบวนการนี้ ผู้วิจัยสังเกต พบว่า นักเรียนแต่ละกลุ่มมีการเลือกประเด็นและปัญหาที่มีความคล้ายคลึงกัน ซึ่งทำให้นักเรียนแต่ละกลุ่มสามารถปรึกษากันได้และแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน แต่จะมีบางกลุ่มที่มีการคัดลอกกระบวนการหรือวิธีการของกลุ่มอื่นซึ่งทำให้นักเรียนกลุ่มนั้นไม่สามารถอธิบายแนวทางในการแก้ปัญหาได้อย่างมั่นใจ โดยผู้วิจัยได้ถามถึงการสร้างตัวแปรของนักเรียน โดยถามว่า “ลองอธิบายตัวแปรของกลุ่มเราให้ครูฟังหน่อยสิ” นักเรียนในกลุ่มนั้นมีอาการระแวง ไม่กล้าตอบ และมองหาเพื่อนๆ ให้ตอบแทนหรือขอความช่วยเหลือ ซึ่งส่งผลไปถึงการสร้างตัวแปร โดยกลุ่มที่มีการเลือกประเด็นของตนเองอย่างเข้าใจ สามารถที่จะสร้างตัวแปรและอธิบายได้อย่างมั่นใจ แต่ยังมีกรกำหนดตัวแปรที่ไม่สอดคล้องกัน ดังภาพ 5 และภาพ 6



ภาพ 5 แสดงการสร้างตัวแปรของนักเรียนที่ถูกต้อง



ภาพ 6 แสดงการสร้างตัวแปรของนักเรียนที่ไม่สอดคล้องกัน



ซึ่งจะเห็นได้ว่าการให้คำนิยามของตัวแปรนั้นไม่สอดคล้องกัน ซึ่งจะส่งผลทำให้นักเรียนมีความสับสนต่อการดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์และการแปรผลของผลลัพธ์ที่ได้ และส่วนกลุ่มที่คัดลอกแนวความคิดของกลุ่มอื่นนั้น นักเรียนจะไม่สามารถตอบความหมายของตัวแปรได้อย่างมั่นใจและเมื่อถามถึงแนวทางการแก้ปัญหา นักเรียนกลุ่มนั้นก็ไม่สามารถตอบได้อย่างถูกต้องและมั่นใจ และในกระบวนการนี้ นักเรียนทุกกลุ่มจะมีคำถามเกี่ยวกับการตั้งชื่อตัวแปร โดยนักเรียนถามว่า “อาจารย์คะ หนูจะต้องให้ตัวแปรแบบไหนหรือคะ ต้องเหมือนอาจารย์ไหมคะ” ซึ่งจากการจัดการเรียนรู้ในชั้นตอนนี้แสดงให้เห็นว่าการสร้างตัวแปรและสมมติฐานช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดสถานการณ์ให้อยู่ในรูปแบบเชิงคณิตศาสตร์ และทำให้อยู่รูปร่างง่ายเพื่อให้เข้ากับเนื้อหาเรื่องลำดับเลขคณิต ซึ่งปัญหาที่เกิดขึ้นในกระบวนการนี้จะเป็นการกำหนดตัวแปรที่มีความเชื่อมโยงและเวลาที่ให้นักเรียนทำการสร้างตัวแปรและสร้างสมมติฐานที่มากเกิดไป และไม่ได้เปิดโอกาสให้ได้พูดคุยกับผู้วิจัยและตรวจสอบความถูกต้องของตัวแปรมากพอ

**ขั้นตอนที่ 3 ลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (do the math)** ในกระบวนการนี้ ผู้วิจัยได้ใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้ลองคิดตามไปกับผู้วิจัยว่า ในเมื่อการซื้อหุ้นของนาย A เป็นลำดับเลขคณิตแล้ว ถ้าอย่างนั้นถ้าอยากรู้ว่าในปีที่ 20 หรือปีที่ 50 นาย A จะมีหุ้นเป็นจำนวนเท่าใด จะสามารถทราบได้อย่างไรโดยไม่ทำการคำนวณจนถึงปีที่ 20 และ 50 ซึ่งผู้วิจัยได้กำหนด ให้  $a_n$  เป็นจำนวนหุ้นของนาย A ในปีที่  $n$  โดยบอกให้นักเรียนลองกำหนด  $n$  เป็น 1 2 และ 3 ตามลำดับ และดูความสัมพันธ์ ซึ่งนักเรียนก็สามารถทราบถึงความสัมพันธ์นั้นได้ ซึ่งอยู่ในรูปของ  $a_n = a_1 + (n-1)d$  แล้วให้นักเรียนแต่ละกลุ่มลงมือแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบของประเด็นหรือปัญหาของกลุ่มตนเอง โดยที่ผู้วิจัยก็จะดำเนินการตามกระบวนการเดียวกันในหัวข้อที่ผู้วิจัยเลือกโดยเขียนไว้บนกระดาน ซึ่งพบว่า จากการเลือกประเด็นปัญหาที่มีความสอดคล้องกันของนักเรียนแต่ละกลุ่ม ทำให้แต่ละกลุ่มนั้นมีกระบวนการที่ค่อนข้างคล้ายคลึงกัน ไม่มีประเด็นอื่นๆ ที่แตกต่างและน่าสนใจมากพอให้ทำการพูดคุย ถกเถียงกัน ซึ่งประเด็นที่มีการถกเถียงกันนั้น จะเป็นประเด็นการใช้ตัวแปรในการแก้ปัญหา เนื่องจากมีนักเรียนบางกลุ่มที่มีการคัดลอกแนวทางของกลุ่มอื่นมาใช้ ซึ่งทำให้ไม่สามารถตอบคำถามเมื่อผู้วิจัยถามได้อย่างมั่นใจ แต่ก็สามารถหาคำตอบได้อย่างถูกต้องดังแสดงในภาพ 7 จะเห็นได้ว่าขั้นตอนนี้ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้ใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา ซึ่งในกระบวนการจะมีนักเรียนเพียงแค่ 1-2 คนเท่านั้นที่ลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์จริง ส่วนสมาชิกคนอื่นๆ นั้นก็ไม่ได้ให้ความร่วมมือกันในกลุ่มเลย

$1,000, 1,500, 2,000 \dots a_{15}$   
 ถ้า  $a_n$  ทศสูตร  $a_n = a_1 + (n-1)d$   
 $a_{15} = 1,000 + (15-1)500$   
 $a_{15} = 1,000 + (14)(500)$   
 $a_{15} = 1,000 + 7,000$   
 $a_{15} = 8,000$  หุน  
 $S_n = \frac{(\text{ต้น} + \text{ปลาย}) \times n}{2}$   
 โดย  $n$  คือ  $\left( \frac{\text{ปลาย} - \text{ต้น}}{\text{จ.น. ที่เพิ่มซ้ำ}} \right) + 1$   
 แทนค่า  $n = \left( \frac{8,000 - 1,000}{500} \right) + 1$   
 $= 15$   
 $S_n = \frac{(1,000 + 8,000) \times 15}{2}$   
 $= 9,000 \times \frac{15}{2}$   
 $= 67,500$   
 ได้เงินปันผลรวมทั้งหมด  $S_n \times 0.6$   
 $= 67,500 \times 0.6$   
 $= 40,500$  บาท

ภาพ 7 แสดงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

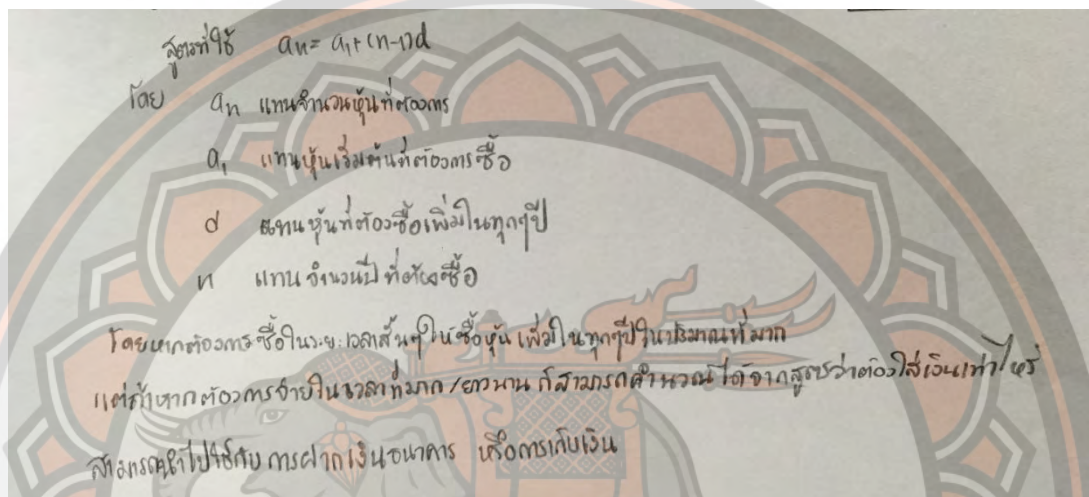
ขั้นตอนที่ 4 วิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์ (analyze and assess the solution) ในการกระบวนการนี้ จะอยู่ในส่วนของการตอบคำถามข้อที่ 4 ของใบกิจกรรมซึ่งผู้วิจัยได้ให้นักเรียนได้ทำการสำรวจและตรวจสอบ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มตนเอง รวมไปถึงการประเมินผลลัพธ์ของกลุ่มตนเองว่ามีความสมเหตุสมผลหรือไม่และกลุ่มของตนเองพอใจกับคำตอบนั้นหรือไม่อย่างไร โดยให้เขียนอธิบายเป็นการตอบคำถามในข้อที่ 4 ของใบกิจกรรม จากการสังเกตพบว่านักเรียนส่วนใหญ่จะมองว่ากระบวนการที่ทำนั้นมีความสมเหตุสมผลแล้ว ซึ่งเมื่อหลังจากที่นักเรียนได้พจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต นักเรียนจึงทำการคำนวณตามปัญหา ซึ่งสิ่งที่โจทย์ต้องการคือ จำนวนหุ้นของนายเอ ทั้งหมด 100,000 หุ้น ซึ่งยังมีนักเรียนทำการคำนวณผิดพลาด และมีการเข้าใจผิดเกี่ยวกับเรื่องของความรู้สึกเชิงจำนวน (numbers sense) ซึ่งจะทำให้เกิดความผิดพลาดต่อผลลัพธ์ที่ได้ออกมา และนักเรียนแต่ละกลุ่มยัง

ไม่สามารถเขียนอธิบายกระบวนการของกลุ่มตนเองได้อย่างชัดเจน มีการคิดข้ามขั้นตอน มีตัวเลขที่ไม่ทราบที่มา และกระบวนการที่ใช้ นั้น มีความยุ่งยากเกินความจำเป็น ซึ่งในกระบวนการนี้ ผู้วิจัยได้มีการเปิดโอกาสให้นักเรียนแต่ละกลุ่มได้มีการพูดคุย ปรีกษา ถกเถียงกัน ในประเด็นต่างๆ เพื่อเป็นการแลกเปลี่ยนความรู้ซึ่งกันและกัน ซึ่งผู้วิจัยได้ให้คำแนะนำและชี้ให้เห็นถึงข้อผิดพลาด อย่างเช่น จำนวนปีที่นักเรียนได้มาคือ 12.5 ปี ซึ่งมีนักเรียนบางส่วนคิดว่าเป็น 12 ปี 5 เดือน แต่คำตอบที่ถูกต้องคือ 12 ปี 6 เดือน และพบปัญหาเรื่องเวลาที่ไม่เพียงพอสำหรับทุกๆ กลุ่มในการเสนอความคิดเห็น ไม่ได้รับการแนะนำที่ทั่วถึงจากผู้วิจัย ซึ่งในกระบวนการนี้ควรมีการให้นักเรียนมีการอภิปรายผลลัพธ์ของแต่ละกลุ่มเพื่อให้นักเรียนกลุ่มอื่นๆ ได้ทำการวิเคราะห์ร่วมกัน

**ขั้นตอนที่ 5 ทำซ้ำ (iterate)** ในกระบวนการนี้ ผู้วิจัยได้เปิดโอกาสให้นักเรียนแต่ละกลุ่มได้ทำการปรับแก้ ไม่ว่าจะ เป็น ประเด็นปัญหา ตัวแปร กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านมานั้น จนนักเรียนแต่ละกลุ่มนั้นพอใจ ซึ่งพบว่า นักเรียนแต่ละกลุ่มนั้นส่วนใหญ่ไม่มีความต้องการในจะทำกระบวนการซ้ำอีกครั้ง เนื่องด้วยระยะเวลาที่จำกัดและ นักเรียนคิดว่าไม่มีความจำเป็นที่จะต้องทำซ้ำอีกครั้ง ซึ่งก็จะมีเพียงแค่ 1-2 กลุ่มเท่านั้นที่ลงมือดำเนินการตามกระบวนการทำซ้ำ เพื่อเป็นการตรวจสอบความถูกต้องหรือปรับแก้ผลลัพธ์ของตนเอง ซึ่งทำให้กลุ่มที่ดำเนินการตามกระบวนการทำซ้ำได้คำตอบที่ดีมากขึ้น และเข้าใจกระบวนการได้เป็นอย่างดี แต่เมื่อผู้วิจัยเข้าไปกระตุ้นด้วยการใช้คำถามปลายเปิดพร้อมอธิบาย เช่น “นักเรียนคิดว่าตัวแปรที่อะไรที่มีผลทำให้เกิดผลลัพธ์แบบนี้” หรือ “จากตัวแบบที่ได้นักเรียนคิดว่าสามารถอธิบายสถานการณ์ได้อย่างไรบ้าง” จึงสามารถกระตุ้นให้นักเรียนลงมือทำการแก้ไขกระบวนการของตนเอง ซึ่งปัญหาของกระบวนการนี้คือ นักเรียนจะรู้สึกเบื่อเมื่อต้องกลับไปทำกระบวนการซ้ำๆ

**ขั้นตอนที่ 6 ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (implement the model)** ในกระบวนการนี้ ผู้วิจัยได้ให้นักเรียนเขียนอธิบายการได้มาซึ่งผลลัพธ์ และตัวแปรที่ส่งผลกระทบต่อผลลัพธ์ของนักเรียน โดยให้เขียนอธิบายเป็นการตอบคำถามในข้อคำถามที่ 5 ของใบกิจกรรม ประกอบกับการตัดสินใจใช้ตัวแบบหรือกระบวนการของนักเรียนกับสถานการณ์อื่นๆ โดยให้ระบุเป็นสถานการณ์ที่นักเรียนคาดการณ์ว่าจะนำไปใช้ได้ในชีวิตประจำวันหรือสถานการณ์อื่นๆ ดังแสดงในภาพ 8 ซึ่งในกระบวนการนี้ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนแต่ละกลุ่มนั้นไม่สามารถที่จะเขียนอธิบายได้ว่าผลลัพธ์ที่ได้มานั้น ตัวแปรอะไรเป็นตัวแปรสำคัญต่อผลลัพธ์ และกระบวนการอะไรบ้างที่มีความเกี่ยวข้องโดยตรงและไม่สามารถอธิบายได้อย่างละเอียดว่ากระบวนการที่ได้ทำนั้นได้ผลมาอย่างไร ซึ่งส่งไปถึงการตัดสินใจในการนำตัวแบบหรือกระบวนการไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันหรือสถานการณ์อื่นๆ จนผู้วิจัยต้องให้คำแนะนำว่า ให้นักเรียนลองกลับไปดูที่กระบวนการสร้างตัวแปร และลองสังเกตว่าอะไรเป็นส่วนที่ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงของลำดับ และให้นักเรียนช่วยกัน

นำเสนอว่าเราจะสามารถใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์คือ พจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิตไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์อะไรได้บ้างแล้วสถานการณ์นี้เหมาะสมกับการใช้หรือไม่ จนนักเรียนมีความเข้าใจและสามารถเลือกใช้ตัวแบบได้อย่างเหมาะสม



ภาพ 8 แสดงการอธิบายการระบวนการได้มาซึ่งคำตอบและเลือกใช้ตัวแบบกับสถานการณ์อื่น

**ขั้นที่ 4 ขั้นสะท้อนผล (Reflect)** ในขั้นตอนนี้ผู้วิจัยได้นำข้อมูลที่รวบรวมได้จากขั้นสังเกตการณ์ จากแบบสังเกตการจัดการเรียนรู้โดยผู้ร่วมสังเกตการณ์จัดการเรียนรู้ มาทำการวิเคราะห์เพื่อหาแนวทางในการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ซึ่งผลการสะท้อนแสดงดังต่อไปนี้

**ขั้นตอนที่ 1 ระบุปัญหา (identify the problem)** ในขั้นตอนนี้ผู้วิจัยมีความคิดเห็นว่าการจัดการเรียนรู้ในขั้นตอนนี้ เป็นการนำเข้าสู่บทเรียน ซึ่งจะสามารถช่วยดึงความสนใจของนักเรียนให้มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมได้มากขึ้น ซึ่งสถานการณ์ที่ใช้นั้นมีความน่าสนใจและทำให้นักเรียนมีความอยากรู้ในสถานการณ์ที่นำมาใช้และเป็นกระบวนการที่กระตุ้นให้นักเรียนได้คิดสถานการณ์ มองเห็นประเด็นปัญหา ให้อยู่รูปเชิงคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี ซึ่งสอดคล้องกันกับผู้ร่วมสังเกตการณ์ที่มีความคิดเห็นว่าเป็นขั้นตอนที่สามารถส่งเสริมให้นักเรียนมีการคิดสถานการณ์ให้อยู่ในรูปแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี และเป็นการช่วยกระตุ้นความสนใจในการเรียนให้กับนักเรียนได้เป็นอย่างดี

### ปัญหาที่พบและแนวทางแก้ไขปรับปรุง

1. ผู้วิจัยยังไม่สามารถอธิบายสถานการณ์ได้อย่างคล่องแคล่ว และชัดเจนมากพอ จนทำให้นักเรียนเกิดคำถามระหว่างการจัดการเรียนรู้ถึงข้อมูลต่างๆ ในเอกสารการจัดการเรียนรู้ โดยปรับด้วยกันทำความเข้าใจในเอกสารมากยิ่งขึ้นและสร้างคำตอบที่คาดว่าจะเป็นไปได้มาก่อนล่วงหน้าการสอน

2. เวลาในการทำความเข้าใจสถานการณ์และการระบุประเด็นควรมีการจำกัดเวลาที่เหมาะสม เพื่อไม่ให้เกิดการจัดการเรียนรู้มีความเบื่อหน่ายจนเกินไป โดยมีแนวทางการแก้ไขคือกำหนดเวลาให้ชัดเจน และทดสอบด้วยตัวของผู้วิจัยก่อนเข้าสอน

**ขั้นตอนที่ 2 สร้างสมมติฐานและระบุตัวแปร (make assumptions and identify variables)** ผู้วิจัยมีความคิดเห็นว่า ในกระบวนการนี้ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้มีการสร้างตัวแปรซึ่งเป็นการ ทำสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ให้อยู่ในรูปแบบเชิงคณิตศาสตร์มากขึ้น เป็นการสร้างเครื่องมือทางคณิตศาสตร์เพื่อช่วยให้ง่ายต่อการคำตอบ รวมไปถึงการนำเสนอข้อมูลที่สามารถเข้าใจได้อย่างง่าย และรวมไปถึงการคาดการณ์สถานการณ์ที่จะเกิดขึ้นด้วยการสร้างสมมติฐาน เพื่อทำนายผลลัพธ์ที่ได้ ผู้ร่วมสังเกตการณ์มีความเห็นที่แตกต่างไปว่า ในขั้นตอนนี้ยังไม่ชัดเจนพอที่จะแสดงให้เห็นถึงการส่งเสริมการทำสถานการณ์ให้อยู่ในรูปแบบเชิงคณิตศาสตร์ เนื่องด้วยนักเรียนยังไม่ได้รับการอธิบายอย่างชัดเจนถึงขั้นตอนการทำ และการกำหนดตัวแปรนั้น นักเรียนยังไม่มีประสบการณ์ในการสร้างมาก่อนจึงทำให้นักเรียนไม่สามารถที่จะสร้างตัวแปรได้อย่างมั่นใจ และควรมีเวลาที่ชัดเจนในการกิจกรรมในแต่ละขั้นตอน

### ปัญหาที่พบและแนวทางแก้ไขปรับปรุง

1. นักเรียนไม่สามารถสร้างตัวแปรที่มีความเชื่อมโยงกันได้อย่างถูกต้อง โดยแนวทางในแก้ปัญหาคือ ต้องมีการกำหนดนิยามของตัวแปรให้ชัดเจนโดยผู้วิจัยเป็นคนอธิบาย

2. นักเรียนไม่สามารถให้นิยามของตัวแปรได้อย่างถูกต้องเหมาะสม แนวทางในการแก้ไข คือ ผู้วิจัยจะต้องใช้คำถามและแสดงตัวอย่างให้เห็น เพื่อความชัดเจนต่อการให้นิยาม

3. ใช้เวลาในการทำมากเกินไป แนวทางการแก้ไข มีการกำหนดเวลาที่ เหมาะสม ต่อการสร้างตัวแปร ให้นิยาม และสร้างสมมติฐาน

**ขั้นตอนที่ 3 ลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (do the math)** ผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์มีความคิดเห็นว่า ในกระบวนการนี้ เป็นกระบวนการที่จะตรวจสอบถึงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน การเลือกใช้ขั้นตอนในการทำ เทคนิคในการ

แก้ปัญหา และกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา กระบวนการนี้ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนหาวิธีการทางคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาได้และส่งเสริมให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหา

### **ปัญหาที่พบและแนวทางแก้ไขปรับปรุง**

1. ไม่มีการกำหนดเวลาที่ชัดเจนในการดำเนินการตามกระบวนการนี้ จนทำให้นักเรียนบางกลุ่มเกิดความเบื่อหน่าย เนื่องด้วยกลุ่มอื่นยังไม่เสร็จ แนวทาง กำหนดเวลาในการทำให้เหมาะสม แต่ถ้ามีกลุ่มในเสร็จก่อน ผู้วิจัยจะเข้าไปให้ความสนใจในทันทีเพื่อไม่ให้เกิดความเบื่อหน่าย

2. นักเรียนดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์แบบลำดับขั้นตอน แนวทางการแก้ไข อธิบายให้นักเรียนเขียนขั้นตอนในการทำให้ละเอียดขึ้นโดยใช้อุปมาการให้คะแนนเป็นความครบถ้วนของกระบวนการทางคณิตศาสตร์

**ขั้นตอนที่ 4 วิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์ (analyze and assess the solution)** ผู้วิจัยมีความคิดเห็นว่า ในกระบวนการนี้ ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้มีการวิเคราะห์กระบวนการในการหาคำตอบรวมถึงการประเมินผลลัพธ์ ได้พอสมควร ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่สามารถอธิบายการวิเคราะห์ของกลุ่มตนเองได้มั่นใจ ผู้ร่วมสังเกตการณ์มีความเห็นเป็นไปในแนวทางเดียวกับผู้วิจัยว่า ในขั้นตอนนี้มีแนวโน้มที่จะส่งเสริมให้นักเรียนอธิบายความเหมาะสมของวิธีการที่นักเรียนเลือก ให้นักเรียนอธิบายความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์ และให้นักเรียนตีความผลลัพธ์กลับไปสู่ปัญหาได้ แต่ผู้วิจัยยังไม่สามารถตรวจดูกิจกรรมได้อย่างทั่วถึง ซึ่งควรมีการจัดโต๊ะให้เหมาะสม

### **ปัญหาที่พบและแนวทางแก้ไขปรับปรุง**

1. ไม่สามารถตรวจดูกิจกรรมได้อย่างทั่วถึง แนวทางในการแก้ไข จัดโต๊ะให้เหมาะสม และหมั่นเดินตรวจดูให้ครบทุกกลุ่ม

2. นักเรียนไม่เขียนการวิเคราะห์ของกลุ่มตนเองอย่างละเอียด แนวทางการแก้ไข วิเคราะห์ให้ดูเป็นตัวเอง แบบระบุหัวข้อ

**ขั้นตอนที่ 5 ทำซ้ำ (iterate)** ผู้วิจัยมีความเห็นว่า ในกระบวนการนี้ ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกกระบวนการในการตรวจสอบความถูกต้อง ความเรียบร้อย และช่วยเพิ่มความละเอียดละออ ในการทำงานมากขึ้น ผู้ร่วมสังเกตการณ์มีความเห็นว่า มีแนวโน้มที่จะช่วยส่งกระบวนการระบุปัญหา ทำสถานการณ์ให้อยู่ในรูปแบบเชิงคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และการวิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์ ซึ่งจะช่วยเพิ่มความรอบคอบในการทำงานให้กับนักเรียนมากขึ้น

### ปัญหาที่พบและแนวทางแก้ไขปรับปรุง

นักเรียนไม่มีความต้องการในการทำกระบวนนี้มากเท่าที่ควร แนวทางการแก้ไข ผู้วิจัยเข้าไปตรวจดูข้อมูลให้ทั่วถึงทุกกลุ่ม และแนะนำแนวทางในการแก้ไขเพื่อเป็นการดึงดูดให้นักเรียนลงมือดำเนินการตามกระบวนการณ์

### ขั้นตอนที่ 6 ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (implement the model)

ผู้วิจัยที่ความเห็นว่า ในกระบวนการณ์นี้ ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการตัดสินใจในการเลือกใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ กับสถานการณ์หรือปัญหาอื่น ๆ และช่วยเพิ่มการเห็นคุณค่าของการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งสอดคล้องกับผู้ร่วมสังเกตการณ์ที่มีความเห็นว่า กระบวนการณ์นี้มีแนวโน้มที่จะส่งเสริมให้นักเรียนนำความรู้ไปใช้ในชีวิตจริงหรือสถานการณ์อื่นๆได้

### ปัญหาที่พบและแนวทางแก้ไขปรับปรุง

1. นักเรียนยังไม่มีความกระตือรือร้นเท่าที่ควรในการคิดจินตนาการ และตัดสินใจเลือกใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในสถานการณ์อื่นๆ แนวทางการแก้ไข กระตุ้นด้วยการใช้คำถามหรือชี้แนะเบื้องต้น

2. นักเรียนไม่เห็นความจำเป็นในการทำกิจกรรม แนวทางการแก้ไข ควรมีการนำกิจกรรมที่มีความเข้าใจเพื่อเป็นการกระตุ้นให้นักเรียนและช่วยให้นักเรียนมีความเข้าใจในการทำกิจกรรม

### 1.2 การดำเนินการจัดการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการที่ 2

การดำเนินการจัดการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการที่ 2 มีลักษณะการดำเนินการจัดการเรียนรู้ ดังต่อไปนี้

**ขั้นที่ 1 ขั้นวางแผน (Plan)** ผู้วิจัยได้นำข้อมูลจากผลการสะท้อนการดำเนินการตามวงจรปฏิบัติการที่ 1 มาทำการพิจารณาเกี่ยวกับปัญหาที่เกิดขึ้น จากการจัดการเรียนรู้เรื่องลำดับเลขคณิต ได้แก่ มีการอธิบายขั้นตอนให้มีความชัดเจนมากยิ่งขึ้น กำหนดเวลาที่ชัดเจนในการดำเนินการตามกระบวนการณ์ในแต่ละขั้น เพิ่มกิจกรรมการสืบค้นข้อมูลเพื่อให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติในขั้นระบุปัญหา บอกเงื่อนไขการให้คะแนนในส่วนการเขียนกระบวนการณ์ทางคณิตศาสตร์ ให้มีความละเอียดมากขึ้น วางแผนการจัดสิ่งแวดล้อมภายในชั้นเรียนด้วยการแบ่งโต๊ะเป็นกลุ่มๆ จากนั้นนำมาปรับปรุงในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง ลำดับเรขาคณิต จำนวนทั้งสิ้น 3 ชั่วโมง

**ขั้นที่ 2 ขั้นปฏิบัติการ (Action)** ในขั้นตอนนี้ผู้วิจัยได้ดำเนินการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง ลำดับเรขาคณิต จำนวน 3 ชั่วโมง ซึ่งใช้ใบสถานการณ์เรื่อง Penicillin (เพนิซิลลิน) และใบกิจกรรมที่ประกอบด้วย 5 ข้อคำถามตามขั้นตอนทั้ง 6 ขั้นตอนดังนี้ 1) ขั้นตอนที่ 1 ครูนำเข้าสู่บทเรียนด้วยการใช้คำถามเรื่อง

ยาเพนิซิลินกับนักเรียน ว่านักเรียนรู้จักยาเพนิซิลินหรือไม่ นักเรียนคิดว่ายาเพนิซิลินคืออะไรและใช้รักษาอาการอะไร และจากนั้นครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่มโดยให้แต่ละกลุ่มจัดโต๊ะ ให้เป็นกลุ่มเดียวกัน และแจกใบสถานการณ์ ใบกิจกรรมให้กับนักเรียน และอ่านทำความเข้าใจพร้อมๆ กันทั้งชั้นเรียน ผวนวกันการหาข้อมูลเพิ่มเติมจากอินเทอร์เน็ต หลังจากนั้นให้นักเรียนนำข้อมูลต่างๆ มาเขียนประเด็นสำคัญ ปัญหา และข้อมูลที่ได้หามาขึ้น ลงในการตอบข้อคำถามข้อที่ 1 ของใบกิจกรรม โดยครูไม่ได้มีส่วนร่วมใดในการทำกิจกรรม แต่จะเป็นผู้ให้คำปรึกษาเมื่อเห็นว่านักเรียนหลุดจากประเด็นที่ทำ 2) หลังจากทีทุกกลุ่มได้ส่วนสำคัญและปัญหาแล้วนั้น ครูได้ทำการให้นักเรียนทำการตอบคำถามข้อที่ 2 ของใบกิจกรรม ซึ่งเป็นการสร้างตัวแปร และสร้างสมมติฐาน โดยที่ประเด็นหรือปัญหาในการสร้างนั้นจะขึ้นอยู่กับการตัดสินใจเลือกประเด็นหรือปัญหาของนักเรียนแต่ละกลุ่ม ซึ่งครูมีบทบาทในการให้คำแนะนำให้คำปรึกษาต่อนักเรียน 3) ในขั้นตอนนี้ นักเรียนได้ลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์เพื่อหาคำตอบของปัญหา โดยใช้ความรู้เรื่องลำดับเรขาคณิต โดยที่ครูจะคอยสังเกตการณ์และแนะแนวทางการดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนทุกกลุ่ม 4) ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับกระบวนการ และตัวแปรที่ใช้ในการแก้ปัญหาจนได้คำตอบของปัญหาออกมา ว่ากระบวนการตั้งแต่การสร้างตัวแปร สมมติฐาน และการดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์มีความสมเหตุสมผลหรือไม่ เพราะอะไร และเขียนตอบลงในข้อคำถามที่ 4 ของใบกิจกรรม พร้อมทั้งเปิดโอกาสให้นักเรียนแต่ละกลุ่มที่ยังไม่พอใจหรือต้องการปรับปรุงกระบวนการต่างๆ ได้ทำการแก้ไข ปรับปรุงกระบวนการและตัวแปรของกลุ่มตนเองในกระบวนการนี้ 5) ในกระบวนการสุดท้ายนี้ หลังจากที่นักเรียนได้ปรับปรุงขั้นตอน หรือกระบวนการต่างๆ จนพอใจแล้ว ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายถึงวิธีการ หรือแนวคิดที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหา และการตัดสินใจในการนำไปใช้กับสถานการณ์อื่นๆ ที่อยู่ในชีวิตประจำวัน หรือสถานการณ์ที่เกี่ยวข้อง โดยให้นักเรียนเขียนอธิบายการหาคำตอบและการนำไปใช้ในชีวิตประจำวันหรือสถานการณ์อื่นๆ ลงในข้อคำถามข้อที่ 5

**ขั้นที่ 3 ขั้นสังเกตการณ์ (Observation)** ในขั้นตอนนี้ผู้วิจัยได้สังเกตการณ์เปลี่ยนแปลงต่างๆ ที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนระหว่างการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ โดยผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์จัดการเรียนรู้ช่วยกันสังเกตและจดบันทึก เครื่องมือที่ใช้คือแบบสังเกตการณ์จัดการเรียนรู้ จากการสังเกตการณ์จัดการเรียนรู้โดยผู้วิจัยได้ผลดังต่อไปนี้

**ขั้นตอนที่ 1 ระบุปัญหา (identify the problem)** ในกระบวนการนี้ ผู้วิจัยได้ตั้งคำถามแก่นักเรียนเกี่ยวกับเรื่องยาเพนิซิลิน มีนักเรียนเพียงบางส่วนเท่านั้นที่สามารถตอบได้ว่า ยาเพนิซิลินนั้นเป็นยาปฏิชีวนะ แต่ไม่มีความรู้ว่ายานานั้นใช้สำหรับรักษาอะไร และ



นักเรียนส่วนใหญ่ก็เกิดคำถามที่ว่ายาเพนิซิลินจะเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์อย่างไร ซึ่งต่อมาผู้วิจัยได้ให้นักเรียนได้หาข้อมูลยาเพนิซิลินผ่านทางอินเทอร์เน็ต และทำการระบุประเด็นหรือปัญหาจากสถานการณ์ ผู้วิจัยสังเกตเห็นว่า นักเรียนแต่ละกลุ่มมีความกระตือรือร้นมากขึ้นในการหาข้อมูลผ่านทางอินเทอร์เน็ต และทำให้บรรยากาศในห้องเรียนมีความสุขสนุกสนาน นักเรียนสามารถระบุประเด็นได้มากขึ้น เชื่อมโยงมากขึ้น ซึ่งเห็นได้จาก นักเรียนให้ปริมาณยาเริ่มต้นในกระแสเลือดเป็นพจน์ที่ 1 และทำการสังเกตการลดลง ซึ่งนักเรียนสามารถสร้างลำดับเรขาคณิตได้ โดยผู้วิจัยได้กระตุ้นด้วยคำถามโดยถามถึงค่าการลดลงของตัวยา ซึ่งอยู่ในรูปแบบของ อัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิต ซึ่งเมื่อนักเรียนได้รับการกระตุ้นทำให้นักเรียนมีความเข้าใจเรื่องอัตราส่วนร่วมมากยิ่งขึ้น และจากการสังเกตของผู้ร่วมสังเกตการณ์ พบว่า นักเรียนมีความสับสนน้อยลงในกระบวนการนี้ เนื่องจากผู้วิจัยได้มีการอธิบายขั้นตอนในการทำกิจกรรมก่อนการเริ่มกิจกรรมและมีเวลากำหนดอย่างชัดเจน และทำให้บรรยากาศในห้องเรียนเต็มไปด้วยความกระตือรือร้นของนักเรียน ความเอาใจใส่และการมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม ซึ่งส่งผลทำให้นักเรียนได้รับการส่งเสริมในการระบุปัญหาในชีวิตประจำวันให้เชื่อมโยงกับคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น แต่ยังคงไม่มีความหลากหลายในการระบุตัวแปร

**ขั้นตอนที่ 2 สร้างสมมติฐานและระบุตัวแปร (make assumptions and identify variables)** ในกระบวนการนี้ ผู้วิจัยให้นักเรียนแต่ละกลุ่มได้ทำเลือกประเด็น หรือปัญหาที่กลุ่มของตนสนใจแล้วทำการสร้างตัวแปรและสร้างสมมติฐาน เพื่อเป็นการกำหนดแนวทางในการแก้ปัญหา โดยระหว่างการดำเนินกระบวนการนี้ ผู้วิจัยสังเกตเห็น พบว่า นักเรียนแต่ละกลุ่มมีการเลือกประเด็นและปัญหาที่ยังมีความคล้ายคลึงกันอยู่ ซึ่งสามารถทำการพูดคุยสอบถาม แลกเปลี่ยนข้อมูลกันระหว่างกลุ่มได้ และยังมีนักเรียนเพียงบางกลุ่มเท่านั้นที่ทำการคัดลอกประเด็นหรือปัญหาของกลุ่มอื่น รวมไปถึงตัวแปรและสมมติฐาน ซึ่งส่งผลทำให้นักเรียนกลุ่มนั้น ไม่สามารถตอบคำถามเมื่อผู้วิจัยเข้าไปสอบถามได้ และทำการเข้าไปสอบถามเพื่อนกลุ่มที่ทำการคัดลอกมาเพื่อหาแนวทางในการทำกิจกรรมต่อไป ซึ่งในกระบวนการนี้ นักเรียนแต่ละกลุ่มยังประสบปัญหา และมีคำถามในการสร้างตัวแปร เนื่องด้วยเป็นเนื้อหาที่มีความแตกต่าง จากกิจกรรมในครั้งก่อนมา ซึ่งทำให้นักเรียนยังไม่สามารถสร้างคำนิยามของตัวแปรได้อย่างถูกต้องเท่าที่ควร และตัวแปรที่มีความเชื่อมโยงกันยังไม่สามารถให้คำนิยามของตัวแปรได้เชื่อมกัน ดังภาพ 9

ภาชนะถูกอุดซี่มเท่าไรในช่วงเวลาที่ 4  
 $a_1 =$  ปริมาณยาที่ถูกอุดซี่มเข้าทางใน ช่วงเวลาแรก.

$$a_n = \frac{180}{n} \cdot r^{n-1}$$

$n = 4$

$r = 0.6$

180 10  
 23.329  
 5.0388

ภาพ 9 แสดงการสร้างตัวแปรของนักเรียนที่ไม่เชื่อมโยงกัน

ซึ่งเมื่อผู้วิจัยได้เข้าไปให้คำแนะนำ โดยตามถึงการให้นิยามของนักเรียน นักเรียนจึงสามารถให้นิยามของตัวแปรได้เป็นอย่างดี โดยในระหว่างนั้น ครูให้นักเรียนสังเกตการเปลี่ยนแปลงของยาเพนิซิลินในเลือดจนสามารถบอกได้ว่าเนื้อหาที่ใช้เป็นเนื้อในส่วนของลำเรขาคณิต และสามารถสร้างพจน์ทั่วไปพร้อมให้นิยามได้อย่างถูกต้องซึ่งอยู่ในรูปของ  $a_n = ar^{(n-1)}$  ผู้ร่วมสังเกตการณ์ พบว่า นักเรียนมีความกระตือรือร้นมากขึ้นในการทำกิจกรรม แต่ยังมีนักเรียนบางส่วนที่ไม่ให้ความร่วมมือ ผู้วิจัยมีการตรวจดูกิจกรรมได้ทั่วถึงมากขึ้น

**ขั้นตอนที่ 3 ลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (do the math)** ในกระบวนการนี้ ผู้วิจัยได้ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มลงมือแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบของประเด็นหรือปัญหาของกลุ่มตนเอง โดยที่ผู้วิจัยจะทำการเดินตรวจดูการดำเนินกิจกรรมและให้คำแนะนำบางส่วนสำหรับกลุ่มที่หลุดประเด็นหรือมีปัญหา ซึ่งพบว่า จากการเลือกประเด็นปัญหาที่มีความคล้ายคลึงกันของนักเรียนแต่ละกลุ่ม ทำให้แต่ละกลุ่มนั้นมีกระบวนการที่ค่อนข้างคล้ายคลึงกัน ไม่มีประเด็นอื่นๆ ที่แตกต่างและน่าสนใจมากพอให้ทำการพูดคุย ถกเถียงกัน ซึ่งประเด็นที่มีการ ถกเถียงกันนั้น จะเป็นประเด็นการใช้ตัวแปรในการแก้ปัญหา เนื่องจากมีนักเรียนบางกลุ่มที่มีการคัดลอกแนวทางของกลุ่มอื่นมาใช้ ซึ่งทำให้ไม่สามารถตอบคำถามได้อย่างมั่นใจ เมื่อผู้วิจัยถาม แต่ก็สามารถหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง ซึ่งในกระบวนการจะมีนักเรียนเพียงแค่ 1-2 คนเท่านั้นที่ลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์จริง ส่วนสมาชิกคนอื่นๆ นั้นก็ไม่ได้ให้ความร่วมมือกันในกลุ่มเท่าที่ควร ซึ่งผู้วิจัยได้เข้าไปทำการกระตุ้นให้นักเรียนช่วยเพื่อนในการดำเนินการตามกระบวนการแก้ปัญหาเพื่อหาผลลัพธ์ แต่นักเรียนกลับไม่สนใจ และผู้วิจัยได้ให้

คำแนะนำในการเลือกใช้กลยุทธ์ในการหาคำตอบ ซึ่งในการหาคำตอบมีนักเรียนบางส่วนใช้ฟังก์ชันลอการิทึม มาช่วยในการแก้ปัญหา ซึ่งผู้วิจัยมองว่าไม่มีความจำเป็นจะต้องใช้ฟังก์ชันลอการิทึม จึงได้ให้คำแนะนำ โดยการสร้างลำดับไปเรื่อยๆ ซึ่งสามารถใช้เครื่องคิดเลขด้วยได้ ซึ่งก่อนหน้านั้นนักเรียนไม่ได้ใช้เครื่องคิดเลขช่วยในการคิดเลข ซึ่งอาจทำให้เกิดความล่าช้าในการดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์

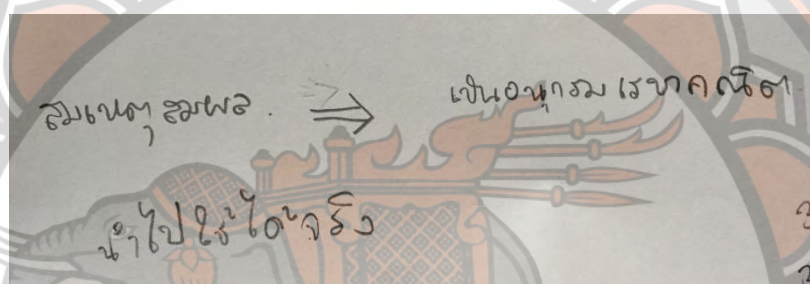


ภาพ 10 แสดงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในใบกิจกรรมที่ 2

จะเห็นได้ว่าในภาพ 10 แสดงให้เห็นว่านักเรียนกลุ่มนี้ทำการคัดลอกคำตอบของกลุ่มอื่น นอกเหนือจากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่กลุ่มตนเองได้ทำ และการเขียนแสดงวิธีทำตามกลุ่มอื่นก็ไม่ได้สอดคล้องกับข้อคำถามที่นักเรียนในกลุ่มเลือกไว้

**ขั้นตอนที่ 4 วิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์ (analyze and assess the solution)** ในการกระบวนการนี้ จะอยู่ในส่วนของการตอบคำถามข้อที่ 4 ของใบกิจกรรมซึ่งผู้วิจัยได้ให้นักเรียนได้ทำการสำรวจและตรวจสอบ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ของกลุ่มตนเอง

รวมไปถึงการประเมินผลลัพธ์ของกลุ่มตนเองว่ามีความสมเหตุสมผลหรือไม่และกลุ่มของตนเองพอใจกับคำตอบนั้นหรือไม่อย่างไร โดยให้เขียนอธิบายเป็นการตอบคำถามในข้อที่ 4 ของใบกิจกรรม ซึ่งในกระบวนการนี้ได้มีการเพิ่มการอภิปรายผลลัพธ์ของแต่ละกลุ่มเพื่อให้นักเรียนกลุ่มอื่นๆ ได้ทำการวิเคราะห์ร่วมกัน จากการสังเกตพบว่านักเรียนส่วนใหญ่จะมองว่ากระบวนการที่ทำนั้นมีความสมเหตุสมผลแล้ว ทั้งที่ยังมีบางกลุ่มใช้ตัวแปรและกระบวนการบางส่วนที่ยังไม่รอบคอบจนทำให้เกิดความสับสนในการใช้เนื้อหาคณิตศาสตร์ ดังแสดงในภาพ 11



ภาพ 11 แสดงการวิเคราะห์กระบวนการของนักเรียน

ซึ่งจะทำให้เกิดความผิดพลาดต่อผลลัพธ์ที่ได้ออกมา แต่มีนักเรียนบางกลุ่มที่มีพัฒนาการที่ดีขึ้นในการใช้ตัวแปรและมีความรอบคอบมากขึ้นในการลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และยังมีนักเรียนบางกลุ่มยังไม่สามารถเขียนอธิบายกระบวนการของกลุ่มตนเองได้อย่างชัดเจน มีการคิดลัดขั้นตอน มีตัวเลขที่ไม่ทราบที่มา และกระบวนการที่ใช้ นั้น มีความยุ่งยากเกินความจำเป็น โดยนักเรียนจะมีปัญหากับส่วนที่เป็น อัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิตที่เมื่อมีการคำนวณเกิดขึ้นนักเรียนจะรู้สึกเบื่อกว่าต่อคำถาม ซึ่งในกระบวนการนี้ ผู้วิจัยได้มีเปิดโอกาสให้นักเรียนแต่ละกลุ่มได้มีการพูดคุย ปรึกษา ถกเถียงกัน ในประเด็นต่างๆ เพื่อเป็นการแลกเปลี่ยนความรู้ซึ่งกันและกัน รวมไปถึงการหาข้อมูลเพิ่มเติมทางอินเทอร์เน็ต ซึ่งพบปัญหาเรื่องเวลาที่ไม่เพียงพอสำหรับทุกๆ กลุ่มในการเสนอความคิดเห็น ในส่วนของผู้ร่วมสังเกตการณ์พบว่า ยังมีนักเรียนบางกลุ่มที่ไม่ได้รับการแนะนำที่ทั่วถึงจากผู้วิจัย ในส่วนการอภิปรายกลุ่ม มีนักเรียนเพียงส่วนน้อยที่ให้ความสนใจต่อการอภิปรายกลุ่มของเพื่อนๆ กลุ่มอื่นที่ไม่ใช่กลุ่มของตน

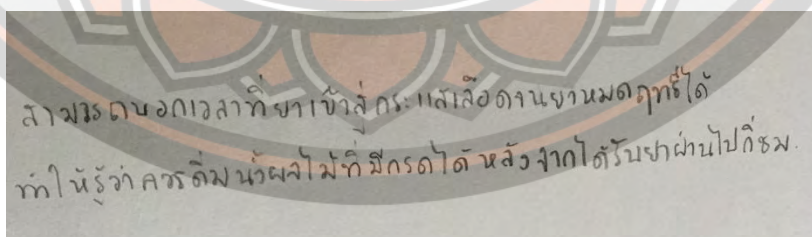
**ขั้นตอนที่ 5 ทำซ้ำ (iterate)** ในกระบวนการนี้ ผู้วิจัยได้เปิดโอกาสให้นักเรียนแต่ละกลุ่มได้ทำการปรับแก้ ไม่ว่าจะพบ ประเด็นปัญหา ตัวแปร กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ผ่านมานั้น จนนักเรียนแต่ละกลุ่มนั้นพอใจ ซึ่งพบว่า นักเรียนแต่ละกลุ่มนั้นส่วนใหญ่ไม่มีความต้องการในจะทำกระบวนการซ้ำอีกครั้ง เนื่องด้วยระยะเวลาที่จำกัดและ นักเรียนคิดว่าไม่มี

ความจำเป็นที่จะต้องทำซ้ำอีกครั้ง ซึ่งก็จะมีเพียงแค่ 1-2 กลุ่มเท่านั้นที่ลงมือดำเนินการตามกระบวนการทำซ้ำ เพื่อเป็นการตรวจสอบความถูกต้องหรือปรับแก้ผลลัพธ์ของตนเอง ซึ่งทำให้กลุ่มที่ดำเนินการตามกระบวนการทำซ้ำได้คำตอบที่ดีมากขึ้น และเข้าใจกระบวนการได้เป็นอย่างดี ผู้วิจัยได้เข้าไปให้การกระตุ้นนักเรียนให้ตรวจสอบกระบวนการของตนเอง ซึ่งเมื่อผู้วิจัยมองเห็นประเด็นในการวิเคราะห์หรือการลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ผิดพลาดจึงนำข้อมูลส่วนนั้นมากระตุ้นนักเรียนจนสามารถทำให้นักเรียนแก้ไขกระบวนการของตนเอง ซึ่งผู้วิจัยสามารถกระตุ้นนักเรียนได้เพียงบางกลุ่มเท่านั้น แต่ปัญหาของกระบวนการนี้คือ นักเรียนจะรู้สึกเบื่อเมื่อต้องกลับไปทำกระบวนการซ้ำๆ

### ขั้นตอนที่ 6 ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (implement the model)

ในกระบวนการนี้ ผู้วิจัยได้ให้นักเรียนเขียนอธิบายการได้มาซึ่งผลลัพธ์ และตัวแปรที่ส่งผลต่อผลลัพธ์ของนักเรียน โดยให้เขียนอธิบายเป็นการตอบคำถามในข้อคำถามที่ 5 ของใบกิจกรรม ประกอบกับการตัดสินใจใช้ตัวแบบหรือกระบวนการของนักเรียนกับสถานการณ์อื่นๆ โดยให้ระบุเป็นสถานการณ์ที่นักเรียนคาดการณ์ว่าจะนำไปใช้ได้ในชีวิตประจำวันหรือสถานการณ์อื่นๆ ซึ่งในกระบวนการนี้ผู้วิจัยพบว่า ยังมีนักเรียนหลายกลุ่มนั้นไม่สามารถที่จะเขียนอธิบายได้ว่าผลลัพธ์ที่ได้มานั้น ตัวแปรอะไรเป็นตัวแปรสำคัญต่อผลลัพธ์ และกระบวนการอะไรบ้างที่มีความเกี่ยวข้องโดยตรงและไม่สามารถอธิบายได้อย่างละเอียดว่ากระบวนการที่ได้ทำนั้นได้ผลมาอย่างไร ซึ่งส่งไปถึงการตัดสินใจในการนำตัวแบบหรือกระบวนการไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน หรือสถานการณ์อื่นๆ และนักเรียนไม่ได้เขียนคำอธิบายออกมาอย่างชัดเจน เพียงแค่ตอบคำถามด้วยคำตอบสั้นๆ

ดังภาพ 12



ภาพ 12 แสดงการอธิบายการได้มาซึ่งผลลัพธ์ของนักเรียน

แต่เมื่อผู้วิจัยเข้าไปพูดคุยและซักถาม พร้อมกระตุ้นด้วยคำถาม แลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน ทำให้ผู้วิจัยเข้าใจกระบวนการของนักเรียนมากขึ้น และให้นักเรียนเขียนสิ่งที่พูดคุยกันนั้นลงในเอกสาร และเมื่อมีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน ทำให้นักเรียนมีความมั่นใจมากขึ้นในการตัดสินใจในการ

เลือกใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ได้อย่างเหมาะสม และรวมไปถึงมีการเลือกสถานการณ์อื่นในการประยุกต์ได้ดีมากยิ่งขึ้น

**ขั้นที่ 4 ขั้นสะท้อนผล (Reflect)** ในขั้นตอนนี้ผู้วิจัยได้นำข้อมูลที่รวบรวมได้จากขั้นสังเกตการณ์ จากแบบสังเกตการณ์จัดการเรียนรู้โดยผู้ร่วมสังเกตการณ์จัดการเรียนรู้ มาทำการวิเคราะห์เพื่อหาแนวทางในการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ซึ่งผลการสะท้อนผลแสดงดังต่อไปนี้

**ขั้นตอนที่ 1 ระบุปัญหา (identify the problem)** ในขั้นตอนนี้ผู้วิจัยมีความคิดเห็นว่า การจัดการเรียนรู้ในขั้นตอนนี้ เป็นการนำเข้าสู่บทเรียน ซึ่งจะสามารถช่วยดึงความสนใจของนักเรียนให้มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมได้มากขึ้น โดยจากการปรับแก้ไขจากการจัดการเรียนรู้ในวงจรที่ 1 แสดงให้เห็นว่า สถานการณ์ที่น่าสนใจสามารถกระตุ้นความสนใจของนักเรียนได้เป็นอย่างดี รวมไปถึงการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ทำการหาข้อมูลด้วยตนเองนั้นทำให้บรรยากาศภายในห้องเรียนอบอุ่นไปด้วยความตั้งใจ กระตือรือร้นต่อการทำกิจกรรม นักเรียนให้ความสนใจมากยิ่งขึ้น แต่ก็ยังไม่สามารถกระตุ้นนักเรียนได้ทั้งหมด และยังส่งเสริมการคิดสถานการณ์ในเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งแสดงให้เห็นจากนักเรียนสามารถสร้างลำดับเรขาคณิตได้ และสังเกตเห็นถึงรูปแบบในการเปลี่ยนแปลงของลำดับที่บ่งบอกถึงการเป็นลำดับเรขาคณิต ซึ่งอยู่ในรูปของอัตราส่วนร่วม ผู้ร่วมสังเกตการณ์มีความคิดเห็นว่า ในกระบวนการนี้ มีแนวโน้มที่ดีขึ้นต่อการส่งเสริมการระบุปัญหาของนักเรียน เนื่องด้วย ตัวสถานการณ์มีความน่าสนใจและมีการให้นักเรียนได้สืบเสาะหาข้อมูลจากอินเทอร์เน็ต ซึ่งให้นักเรียนเกิดความตั้งใจมากยิ่งขึ้น แต่ควรจะจำกัดการใช้โทรศัพท์ เนื่องจากเมื่อนักเรียนใช้โทรศัพท์ หรือคอมพิวเตอร์ เพื่อหาข้อมูลแล้ว นักเรียนได้ใช้เพื่อจุดประสงค์อื่นด้วย

#### **ปัญหาที่พบและแนวทางแก้ไขปรับปรุง**

1. ผู้วิจัยยังไม่สามารถอธิบายสถานการณ์ได้อย่างชัดเจนมากพอ จนทำให้นักเรียนเกิดคำถามระหว่างการจัดการเรียนรู้ถึงข้อมูลต่างๆ ในเอกสารการจัดการเรียนรู้ แนวทางในการแก้ไข ทำการฝึกซ้อมการทำกิจกรรมก่อนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จริงก่อน

2. นักเรียนมีการคัดลอกประเด็นปัญหา และข้อมูลของกลุ่มอื่นๆ แนวทางในการแก้ไข ผู้วิจัยอาจสั่งห้ามให้ปรึกษากับกลุ่มอื่นๆ ในช่วงเวลาในการทำกิจกรรมนี้

**ขั้นตอนที่ 2 สร้างสมมติฐานและระบุตัวแปร (make assumptions and identify variables)** ผู้วิจัยมีความคิดเห็นว่า ในกระบวนการนี้เป็นส่วนสำคัญช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้มีการสร้างตัวแปรซึ่งเป็นการ ทำสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ให้อยู่ในรูปแบบเชิง

คณิตศาสตร์มากขึ้น เป็นการสร้างเครื่องมือทางคณิตศาสตร์เพื่อช่วยให้ง่ายต่อการคำตอบ รวมไปถึง การนำเสนอข้อมูลที่สามารถเข้าใจได้อย่างง่าย และรวมไปถึงการคาดการณ์สถานการณ์ที่จะเกิดขึ้นด้วยการสร้างสมมติฐาน เพื่อทำนายผลลัพธ์ที่ได้ แต่เป็นขั้นตอนที่เกิดปัญหามากที่สุด ไม่ว่าจะเป็นการสร้างตัวแปร การให้นิยามของตัวแปร มีคัดลอกกันของนักเรียน การสร้างสมมติฐาน ความไม่ให้ความร่วมมือของนักเรียนภายในกลุ่ม แต่บางกลุ่มที่สามารถสร้างตัวแปรได้นั้นก็จะสามารถทำได้อย่างดี แต่กลุ่มที่ทำไม่ได้นั้นจะทำการคัดลอกทันที ผู้ร่วมสังเกตการณ์ มีความเห็นว่า ในขั้นตอนนี้ยังชัดเจนไม่พอที่จะแสดงให้เห็นถึงการส่งเสริมการทำสถานการณ์ให้อยู่ในรูปแบบเชิงคณิตศาสตร์ การกำหนดตัวแปรนั้น นักเรียนยังไม่มีประสบการณ์ที่เพียงพอในการให้นิยามของตัวแปร ที่เชื่อมโยงกับสถานการณ์ ห้องเรียนค่อนข้างมีความวุ่นวาย

### ปัญหาที่พบและแนวทางแก้ไขปรับปรุง

1. นักเรียนไม่สามารถให้คำนิยามตัวแปรที่มีความเชื่อมโยงกันได้อย่างถูกต้อง โดยแนวทางในแก้ปัญหาคือ ให้คำแนะนำในการให้คำนิยามกับนักเรียนเมื่อผู้วิจัยเห็นว่านักเรียนหลุดประเด็นในการให้นิยาม
2. ใช้เวลาในการทำมากเกินไป แนวทางการแก้ไข มีการกำหนดเวลาที่เหมาะสม ต่อการสร้างตัวแปร ให้นิยาม และสร้างสมมติฐาน

### ขั้นตอนที่ 3 ลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์

(do the math) ผู้วิจัยมีความคิดเห็นว่า ในกระบวนการนี้ เป็นกระบวนการที่จะตรวจสอบถึงกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน การเลือกใช้ขั้นตอนในการทำ เทคนิคในการแก้ปัญหา และกลยุทธ์ในการแก้ปัญหา แต่จะมีนักเรียนเพียงส่วนน้อยเท่านั้นที่ลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยสมาชิกกลุ่มคนอื่นๆ ไม่ได้ให้ความช่วยเหลือกับเพื่อนคนที่ดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ผู้ร่วมสังเกตการณ์มีความเห็นว่า ในกระบวนการนี้ยังคงช่วยส่งเสริมให้นักเรียนหาวิธีการทางคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาได้และส่งเสริมให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหา

### ปัญหาที่พบและแนวทางแก้ไขปรับปรุง

นักเรียนดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์แบบลัดขั้นตอน แนวทางการแก้ไข อธิบายให้นักเรียนเขียนขั้นตอนในการทำให้ละเอียดขึ้นโดยใช้อุบายการให้คะแนนเป็นส่วนๆของการทำ

**ขั้นตอนที่ 4 วิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์ (analyze and assess the solution)** ผู้วิจัยมีความคิดเห็นว่า ในกระบวนการนี้ ยังคงช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้มีการวิเคราะห์กระบวนการในการหาคำตอบรวมไปถึงการประเมินผลลัพธ์ได้พอสมควร นักเรียนไม่เขียนอธิบายการวิเคราะห์ และเริ่มเบี่ยงหนีต่อการทำกิจกรรม ผู้ร่วมสังเกตการณ์มีความเห็นว่า

ในขั้นตอนนี้มีแนวโน้มที่จะส่งเสริมให้นักเรียนอธิบายความเหมาะสมของวิธีการที่นักเรียนเลือกให้นักเรียนอธิบายความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์ และให้นักเรียนตีความผลลัพธ์กลับไปสู่ปัญหาได้ นักเรียนมีความเบื่อหน่ายต่อการทำกิจกรรมเพิ่มขึ้น ตัวกิจกรรมไม่ดึงดูดนักเรียนเท่าที่ควร

### ปัญหาที่พบและแนวทางแก้ไขปรับปรุง

1. กิจกรรมขั้นนี้ไม่สามารถดึงดูดความสนใจ แนวทางในการแก้ไข อาจจะมีการปรับกิจกรรมให้มีความน่าสนใจมากขึ้น หรืออาจเพิ่มกิจกรรมในส่วนนี้
2. นักเรียนไม่เขียนการวิเคราะห์ของกลุ่มตนเองอย่างละเอียด แนวทางการแก้ไข วิเคราะห์ให้ดูเป็นตัวเอง แบบระบุหัวข้อ

**ขั้นตอนที่ 5 ทำซ้ำ (iterate)** ผู้วิจัยมีความเห็นว่า ในกระบวนการนี้ ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกกระบวนการในการตรวจสอบความถูกต้อง ความเรียบร้อย และช่วยเพิ่มความละเอียดละออในการทำงานมากขึ้น นักเรียนมีความเบื่อหน่ายต่อการทำกิจกรรมนี้ และไม่มีความต้องการจะทำกระบวนการนี้ ผู้ร่วมสังเกตการณ์มีความเห็นว่า มีแนวโน้มที่จะช่วยส่งเสริมกระบวนการระบุปัญหา ทำสถานการณ์ให้อยู่ในรูปแบบเชิงคณิตศาสตร์ การแก้ปัญห การวิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์ ซึ่งจะช่วยเพิ่มความรอบคอบในการทำงานให้กับนักเรียนมากขึ้น นักเรียนมีความเบื่อหน่ายต่อการทำกิจกรรมนี้ และไม่มีความต้องการจะทำกระบวนการนี้

### ปัญหาที่พบและแนวทางแก้ไขปรับปรุง

นักเรียนไม่มีความต้องการในการทำกระบวนการนี้มากเท่าที่ควร แนวทางการแก้ไข ผู้วิจัยเข้าไปตรวจสอบข้อมูลให้ทั่วถึงทุกกลุ่ม และแนะนำแนวทางในการแก้ไขเพื่อเป็นการดึงดูดให้นักเรียนลงมือดำเนินการตามกระบวนการนี้

**ขั้นตอนที่ 6 ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (implement the model)** ผู้วิจัยที่ความเห็นว่า ในกระบวนการนี้ ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนเกิดการตัดสินใจในการเลือกใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ กับสถานการณ์หรือปัญหาอื่นๆ และช่วยเพิ่มการเห็นคุณค่าของการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการส่งเสริมการตีความกลับไปสู่สถานการณ์ ผู้ร่วมสังเกตการณ์มีความเห็นว่า กระบวนการนี้มีแนวโน้มที่จะส่งเสริมให้นักเรียนนำความรู้ไปใช้ในชีวิตจริงหรือสถานการณ์อื่นๆ ได้

### ปัญหาที่พบและแนวทางแก้ไขปรับปรุง

นักเรียนยังเลือกสถานการณ์ที่ไม่แตกต่างมาจากสถานการณ์ที่ให้ในการตัดสินใจเลือกใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ แนวทางการแก้ไขแนะนำแนวทางให้นักเรียนได้ลองคิด



### 1.3 การดำเนินการจัดการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการที่ 3

การดำเนินการจัดการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการที่ 3 มีลักษณะการดำเนินการจัดการเรียนรู้ ดังต่อไปนี้

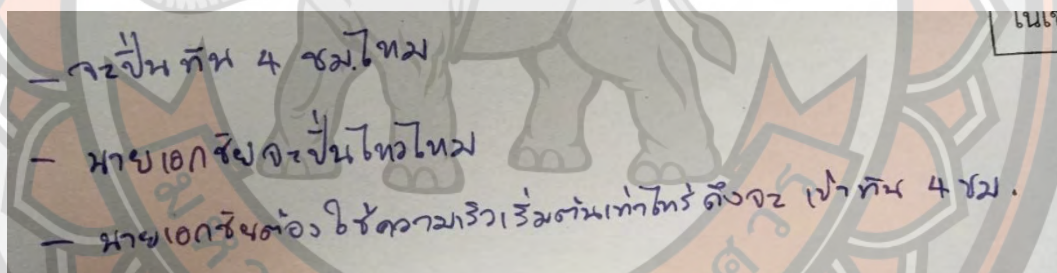
**ขั้นที่ 1 ขั้นวางแผน (Plan)** ผู้วิจัยได้นำข้อมูลจากผลการสะท้อนการดำเนินการตามวงจรปฏิบัติการที่ 2 มาทำการพิจารณาเกี่ยวกับปัญหาที่เกิดขึ้น จากการจัดการเรียนรู้เรื่องลำดับเรขาคณิต คือ การเพิ่มการอธิบายผลที่นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติในชั้นการวิเคราะห์และประเมินผลลัพท์ และเพิ่มการอธิบายการคัดเลือกสถานการณ์อื่นๆ ที่สามารถนำมาใช้ได้พร้อมแนวทางในการนำไปใช้ พร้อมทั้งปรับเวลาให้มีความกระชับมากยิ่งขึ้น และเน้นให้นักเรียนเขียนคำอธิบายให้ชัดเจนมากยิ่งขึ้น จากนั้นนำมาปรับปรุงในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่องอนุกรมเลขคณิต จำนวน 3 ชั่วโมง

**ขั้นที่ 2 ขั้นปฏิบัติการ (Action)** ในขั้นตอนนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการตามแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3 เรื่อง อนุกรมเลขคณิต จำนวน 3 ชั่วโมง ซึ่งดำเนินตามแผนการดังนี้ 1) ขั้นตอนที่ 1 ระบุปัญหา ในขั้นตอนนี้ผู้วิจัยได้ให้นักเรียนทำความเข้าใจเกี่ยวกับสถานการณ์เรื่อง ปั่นจักรยาน โดยที่ผู้วิจัยให้นักเรียนหาข้อมูลเพิ่มเติมเกี่ยวกับการปั่นจักรยานที่เป็นกีฬามาราธอน โดยกำหนดเป็นหัวข้อให้นักเรียนได้ทำการสืบค้น ก่อนทำการระบุประเด็นปัญหาและสิ่งสำคัญในสถานการณ์ 2) ขั้นตอนที่ 2 ผู้วิจัยให้นักเรียนได้ทำการคัดเลือกประเด็นปัญหาของกลุ่มตนเอง และทำการสร้างตัวแปรพร้อมให้นิยามของตัวแปร พร้อมสร้างสมมติฐาน 3) หลังจากที่นักเรียนแต่ละกลุ่มสร้างตัวแปรและสมมติฐานแล้วนั้น ครูให้นักเรียนลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ โดยในครั้งนี้ผู้วิจัย ให้ความสนใจกลุ่มที่มีการคัดลอกเพื่อนกลุ่มๆ เป็นพิเศษ และเน้นให้นักเรียนทุกกลุ่มดำเนินการตามกระบวนการอย่างละเอียดรอบคอบมากขึ้นด้วยการให้เวลาในการทำมากขึ้นแต่ไม่ปล่อยกลุ่มที่ทำเสร็จแล้วว่าง ด้วยการเข้าไปสอบถามและเมื่อผู้วิจัยมองเห็นว่าสามารถทำขั้นตอนต่อไปได้แล้วก็ปล่อยให้นักเรียนกลุ่มนั้นๆ ดำเนินการตามกระบวนการถัดไปในทันที เพื่อไม่ให้เกิดความเบื่อหน่าย 4) ในกระบวนการนี้ ผู้วิจัยได้ให้นักเรียนทำการวิเคราะห์และประเมินผลลัพท์และได้เพิ่มการอธิบายเพื่อเพิ่มความน่าสนใจให้แก่ นักเรียน พร้อมเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แก้ไขตัวแบบหรือกระบวนการ 5) หลังจากที่นักเรียนวิเคราะห์และประเมินผลลัพท์เสร็จแล้ว ได้ให้นักเรียนทำการตัดสินใจเลือกใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์กับสถานการณ์อื่นๆ พร้อมอธิบายและบอกแนวทางในการใช้

**ขั้นที่ 3 ขั้นสังเกตการณ์ (Observation)** ในขั้นตอนนี้ผู้วิจัยได้สังเกตการณ์เปลี่ยนแปลงต่างๆ ที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนระหว่างการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

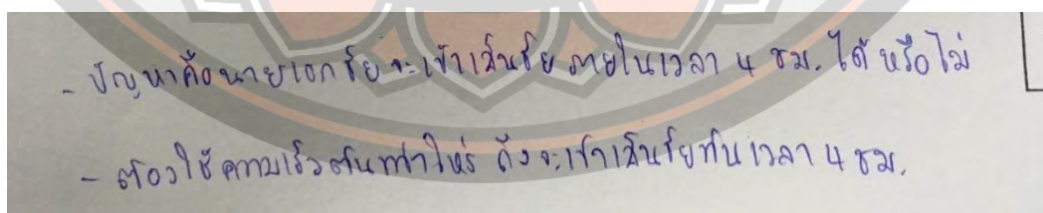
โดยผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์จัดการเรียนรู้ช่วยกันสังเกตและจดบันทึก เครื่องมือที่ใช้คือ แบบสังเกตการจัดการเรียนรู้ จากการสังเกตการจัดการเรียนรู้โดยผู้วิจัยได้ผลดังต่อไปนี้

**ขั้นตอนที่ 1 ระบุปัญหา (identify the problem)** ในกระบวนการนี้ ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนให้ความร่วมมือเป็นอย่างดี นักเรียนมีความตั้งใจในการสืบค้นข้อมูล และสามารถระบุประเด็นปัญหาได้ตรงประเด็น บรรยายภาคในห้องเรียนดี และไม่มีอาการคัดลอกกันเกิดขึ้น ระหว่างการจัดการเรียนรู้ และนักเรียนสามารถที่จะระบุได้อย่างทันทีเกี่ยวกับเนื้อหาที่ใช้กับ สถานการณ์นี้คือ ลำดับเลขคณิตซึ่งถูกต้องเพียงบางส่วน แต่เป็นเหตุที่ส่งผลให้เห็นว่า นักเรียนมี พัฒนาการทางด้านการคิดสถานการณ์ในเชิงคณิตศาสตร์ และเมื่อผู้วิจัยเข้าไปให้คำแนะนำ เพิ่มเติมนักเรียนก็สามารถบอกได้ว่าเนื้อหาที่ใช้ นั้นเป็นถึง อนุกรมเลขคณิต ผู้ร่วมสังเกตการณ์ สังเกตพบว่า การจัดการเรียนรู้มีความเป็นระเบียบมากขึ้น การจัดการเรียนรู้มีความราบรื่น นักเรียนตั้งใจในการทำกิจกรรมในชั้นเรียน ซึ่งอาจจะช่วยส่งเสริมการคิดสถานการณ์ในเชิง คณิตศาสตร์ได้



จะปั้น ก้อน 4 ชม. ไหม  
 - นายเอกชัยจะปั้นไหวไหม  
 - นายเอกชัยต่อว่า 6 ชั่วโมงเร็ว เริ่มปั้นทำไต่ร่ ถึงจะ ปั้น ก้อน 4 ชม.

ภาพ 13 แสดงการระบุปัญหาของนักเรียน

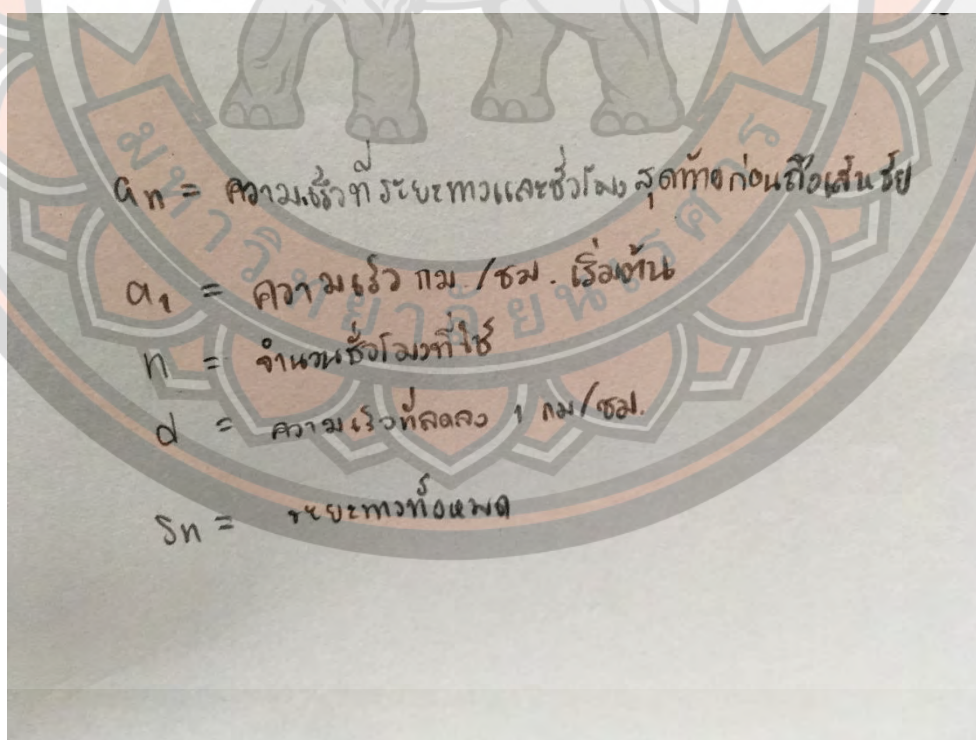


- ปัญหาคือ นายเอกชัย จะปั้น ก้อน ในเวลา 4 ชม. ได้ ไหม  
 - ต่อว่า 6 ชั่วโมงเร็ว เริ่มปั้นทำไต่ร่ ถึงจะ ปั้น ก้อน ในเวลา 4 ชม.

ภาพ 14 แสดงการระบุปัญหาของนักเรียน

จากภาพ 13 และ 14 แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีการระบุตัวแปรที่หลากหลายมากขึ้น สามารถระบุ ปัญหาจากสถานการณ์ได้ดียิ่งขึ้น

**ขั้นตอนที่ 2 สร้างสมมติฐานและระบุตัวแปร (make assumptions and identify variables)** ในกระบวนการนี้ ผู้วิจัยพบว่า สถานการณ์นี้เป็นสถานการณ์ที่ใกล้ตัวนักเรียน และนักเรียนมีประสบการณ์กับสถานการณ์ จึงทำให้นักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้นในการสร้างตัวแปรและการให้คำนิยามของตัวแปร และการสร้างสมมติฐาน ดังแสดงในภาพ 15 บรรยากาศในห้องเรียนเป็นไปด้วยความเรียบร้อย นักเรียนให้ความร่วมมือเป็นอย่างดี ซึ่งเมื่อสถานการณ์มีความใกล้เคียงกับประสบการณ์ของนักเรียน นักเรียนจึงสามารถระบุตัวแปรที่สำคัญได้ อย่างเช่น ความเร็วในการปั่น ระยะเวลา การลดลงของความเร็วที่มีผลต่อระยะเวลา แต่ยังมีนักเรียนส่วนหนึ่งที่ยังคงใช้ความสัมพันธ์ของความเร็ว ได้ไม่ถูกต้อง แต่เมื่อผู้วิจัยเข้าไปให้คำแนะนำนักเรียนก็สามารถที่จะทำความเข้าใจได้เป็นอย่างดี ซึ่งการให้คำแนะนำของผู้วิจัยยังคงเป็นส่วนที่สำคัญต่อกระบวนการทำของนักเรียน ซึ่งแสดงให้เห็นว่า ถ้าผู้วิจัยเข้าไปสอบถามนักเรียน แลกเปลี่ยนความคิดเห็น จะช่วยทำให้นักเรียนกล้าแสดงความคิดเห็นและเข้าใจในกระบวนการมากยิ่งขึ้น ผู้ร่วมสังเกตการณ์ สังเกตพบว่า การจัดการเรียนรู้เป็นไปด้วยความราบรื่น นักเรียนให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมมากยิ่งขึ้น แต่ผู้วิจัยไม่สามารถตรวจดูนักเรียนได้อย่างทั่วถึง



ภาพ 15 แสดงการสร้างตัวแปรของนักเรียน

### ขั้นตอนที่ 3 ลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์

(do the math) ในกระบวนการนี้ ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนแต่ละกลุ่มสามารถดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี มีการเขียนกระบวนการที่มีความละเอียดรอบคอบมากยิ่งขึ้น มีการดำเนินการตามกระบวนการแบบลำดับขั้นตอนเพียงบางกลุ่มเท่านั้น แต่เมื่อผู้วิจัยเข้าไปสอบถามนักเรียนก็สามารถตอบคำถามได้อย่างมั่นใจ และถูกต้อง ซึ่งผู้วิจัยได้เข้าไปให้กลยุทธ์ที่มีขั้นตอนในการหาพจน์ทั่วไปของอนุกรมเลขคณิต ซึ่งผู้วิจัยให้นักเรียนสังเกตลำดับที่นักเรียนสร้างที่เกิดจากผลรวมของลำดับเลขคณิต ซึ่งเมื่อนำลำดับของผลรวมของลำดับเลขคณิตมาสังเกตนั้น จะเห็นได้ว่าลำดับที่ได้ใหม่นั้นอยู่ในรูปแบบของลำดับเลขคณิตอีกครั้ง ซึ่งเป็นรูปแบบของอนุกรมเลขคณิต  $S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$  พร้อมทั้งให้คำแนะนำเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนได้คิดเพิ่มเติมมากยิ่งขึ้นซึ่งทำให้นักเรียนมีความสนใจมากยิ่งขึ้นในการกิจกรรม ดังตัวอย่างในภาพ 16 ที่นักเรียนเขียนอธิบายรายละเอียดเพิ่มเติมได้มากขึ้น ผู้ร่วมสังเกตการณ์ สังเกตพบว่า ในกระบวนการนี้ ดำเนินไปด้วยความราบรื่น นักเรียนให้ความร่วมมือดีขึ้น นักเรียนมีความเข้าใจในกระบวนการในการทำมากขึ้น

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$$
 เก็บข้อมูลไว้

จากคำถามว่าเมื่อ 48 เวลา ๑ ชม. ในตบวิวิธศิลป์ แต่เพิ่มความเร็วจาก 15 กม./ชม. เป็น 20.5 กม./ชม.

โจทย์สรุป  $S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$  จากคำถามว่าที่ชม. ที่ 4

$76 = \frac{4}{2} [2(a_1) + (4-1)(-1)]$   $41 = 2a_1$

$76 = 2 [2a_1 + (-3)]$   $a_1 = 20.5 \text{ กม./ชม.}$

$76 = [2a_1 + (-3)]$

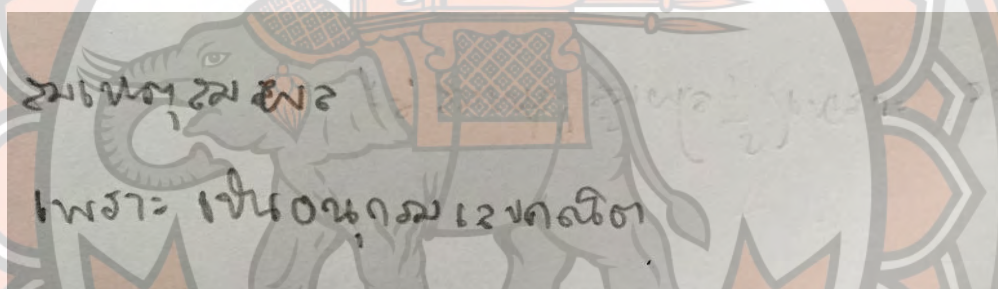
จะได้ 4 พจน์แรกค่าคือ 20.5, 19.5, 18.5, 17.5 = 76 กม.

$\therefore$  ความเร็วเริ่มต้นที่ 16 คือ 20.5 กม./ชม. เสียเวลา 4 ชม. ว่างเสียอยู่

ภาพ 16 แสดงการดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ขั้นตอนที่ 4 วิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์ (analyze and assess the solution) ในกระบวนการนี้ ผู้วิจัยพบว่า ในกระบวนการนี้ ยังไม่สามารถแก้ไขการเขียนอธิบายการวิเคราะห์กระบวนการของนักเรียนได้ และนักเรียนจะเขียนผลการวิเคราะห์เพียงแค่สมเหตุสมผล ดังแสดงในภาพ 17 โดยที่ไม่ได้อธิบายถึงความสมเหตุสมผล แต่เมื่อเข้าไปสอบถามจะมีนักเรียนเพียงบางส่วนเท่านั้นที่สามารถตอบคำถามได้ แต่หลังจากการอภิปรายกระบวนการ

ของนักเรียนทำให้นักเรียนได้ทำการแก้ไขและเขียนข้อมูลเพิ่มเติมลงในใบกิจกรรมมากขึ้น ซึ่งในระหว่างการอภิปราย มีการถกเถียงกันถึงกระบวนการที่ใช้ และตัวแปรที่ได้กำหนด ซึ่งนักเรียนส่วนใหญ่จะใช้ความเร็วในการให้นิยาม ซึ่งเป็นความสัมพันธ์ที่ค่อนข้างซับซ้อน ดังนั้นผู้วิจัยจึงได้ให้คำแนะนำไปว่า ถ้าเราเปลี่ยนเป็นระยะทางละโดยเวลานั้นถูกกำหนดให้เป็นลำดับ ซึ่งทำให้นักเรียนมีความเข้าใจมากยิ่งขึ้น ซึ่งแสดงให้เห็นว่าเมื่อนักเรียนมีการอภิปรายและได้รับคำแนะนำจากผู้วิจัย ทำให้นักเรียนมีความเข้าใจที่ดีมากยิ่งขึ้น ผู้ร่วมสังเกตการณ์ สังเกตพบว่า กิจกรรมดำเนินไปด้วยความเรียบร้อย นักเรียนมีการอภิปรายข้อมูลของกลุ่มตนเองซึ่งส่งเสริมให้นักเรียนทำการวิเคราะห์ไปพร้อมๆ กัน แต่มีเวลาที่น้อยเกินไปสำหรับการอภิปราย ซึ่งการอภิปรายกลุ่มอาจจะช่วยส่งเสริมการตีความ วิเคราะห์ และประเมินผลลัพธ์ของนักเรียนได้



ภาพ 17 แสดงการวิเคราะห์กระบวนการของนักเรียน

**ขั้นตอนที่ 5 ทำซ้ำ (iterate)** ในกระบวนการนี้ ผู้วิจัยยังไม่สามารถแก้ปัญหาในการกระตุ้นให้นักเรียนดำเนินการตามกระบวนการนี้ได้ ซึ่งยังพบว่านักเรียนส่วนใหญ่ไม่มีความต้องการในการดำเนินการตามกระบวนการซ้ำอีกครั้ง และไม่ต้องการตรวจสอบอีกครั้ง เนื่องจากมั่นใจว่า กระบวนการของตนนั้นถูกต้องซึ่งได้ผลลัพธ์ออกมาแล้ว แต่เมื่อนักเรียนกลุ่มอื่นๆ อภิปรายในประเด็นเดียวกันแต่กลับได้ผลลัพธ์ที่แตกต่างกัน จึงเกิดการถกเถียงกันในด้านของผลลัพธ์ และถึงจะกลับมาตรวจสอบผลลัพธ์ของตนเองอีกครั้งและทำการปรับแก้ ผู้ร่วมสังเกตการณ์ สังเกตพบว่า กระบวนการนี้ค่อนข้างมีความน่าเบื่อ นักเรียนไม่ให้ความร่วมมือเท่าที่ควร และผู้วิจัยไม่ได้กระตุ้นให้นักเรียนดำเนินการตามกระบวนการนี้

**ขั้นตอนที่ 6 ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (implement the model)** ในกระบวนการนี้ ผู้วิจัยพบว่า นักเรียนมีการเขียนอธิบายการได้มาซึ่งผลลัพธ์และกระบวนการได้มากยิ่งขึ้น ดังแสดงในภาพ 18 และ 19 รวมถึงมีการเลือกสถานการณ์ที่เหมาะสมมากยิ่งขึ้น พร้อมอธิบายแนวทางในการใช้ได้ชัดเจน และร่วมกันอภิปรายการประยุกต์ใช้ได้ที่น่าสนใจ

ผู้ร่วมสังเกตการณ์ สังเกตพบว่า กระบวนการนี้ดำเนินไปด้วยความราบรื่น การอภิปรายผลและการเลือกสถานการณ์ในการประยุกต์ใช้ ช่วยกระตุ้นให้นักเรียนมีความสนใจมากขึ้นในการทำกิจกรรม

ถ้า นางเอกชัย เริ่มที่ความเร็ว  $15 \text{ km/hr}$  นางเอกชัย จะวิ่งได้เพียง  $54 \text{ km}$   
โดยความเร็วที่ไล่ จะสัมพันธ์กับ ระยะทางที่วิ่งได้ในแต่ละชั่วโมง.

$$S_n = \frac{n}{2} (2a_1 + (n-1)d)$$

$$76 = \frac{4}{2} (2a_1 + (4-1)d)$$

$$76 = 2(2a_1 + 3d)$$

$$76 = 4a_1 + 6d$$

$$\frac{76 + 6d}{4} = a_1$$

$$a_1 = 20.5$$

$\therefore$  นางเอกชัย ต้องเริ่มต้นวิ่งที่ความเร็ว  $20.5 \text{ km/hr}$  จึงจะปั่นได้  
เส้นรอบวงในเวลา 4 ชม.

ภาพ 18 แสดงการอธิบายกระบวนการได้มาซึ่งผลลัพธ์

สำนักหน้า ๗๗ ๓ ; การจัดการเพื่อสืบโศกขจร ๗๓๖

ภาพ 19 แสดงการเลือกสถานการณ์เพื่อประยุกต์ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

ขั้นที่ 4 **ขั้นสะท้อนผล (Reflect)** ในขั้นตอนนี้ผู้วิจัยได้นำข้อมูลที่รวบรวมได้จากขั้นสังเกตการณ์ จากแบบสังเกตการจัดการเรียนรู้โดยผู้ร่วมสังเกตการณ์จัดการเรียนรู้ มาทำการวิเคราะห์เพื่อหาแนวทางในการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการเรียนรู้เรื่อง

คณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ซึ่งผลการสะท้อนแสดงดังต่อไปนี้

**ขั้นตอนที่ 1 ระบุปัญหา (identify the problem)** ในขั้นตอนนี้ผู้วิจัยมีความคิดเห็นว่า การจัดการเรียนรู้เป็นไปอย่างราบรื่น นักเรียนให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมเป็นอย่างดี และนักเรียนมีความเข้าใจในกระบวนการมากยิ่งขึ้น การสืบค้นข้อมูลยังเป็นตัวกระตุ้นที่ดีต่อการเรียนรู้และการทำกิจกรรมต่อไป และเห็นได้ว่าสถานการณ์ที่มีความใกล้เคียงกับประสบการณ์ของนักเรียนช่วยให้นักเรียนสามารถดำเนินการตามกระบวนการระบุประเด็นได้อย่างหลากหลาย และช่วยให้มองสถานการณ์ให้อยู่ในเชิงคณิตศาสตร์ได้ดียิ่งขึ้น ผู้ร่วมสังเกตการณ์มีความคิดเห็นว่า ในกระบวนการนี้ยังคงส่งเสริมให้นักเรียนคิดสถานการณ์ให้อยู่ในรูปแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้ และสถานการณ์ที่เคียงกับประสบการณ์ของนักเรียนช่วยกระตุ้นความกระตือรือร้นได้เป็นอย่างดี

#### **ปัญหาที่พบและแนวทางแก้ไขปรับปรุง**

ยังมีนักเรียนบางส่วนที่ยังไม่ให้ความร่วมมือ แนวทางการแก้ไข ให้ความสนใจนักเรียนกลุ่มนั้นมากขึ้นและหาข้อมูลที่น่าสนใจมาพูดคุยเพื่อกระตุ้นการเรียนรู้

**ขั้นตอนที่ 2 สร้างสมมติฐานและระบุตัวแปร (make assumptions and identify variables)** ผู้วิจัยมีความคิดเห็นว่า กระบวนการนี้นักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้น และมีความเข้าใจในการทำกิจกรรมมากขึ้น พร้อมทั้งให้ความร่วมมือเป็นอย่างดี แต่ยังมีนักเรียนบางส่วนที่ยังไม่ให้ความร่วมมือเท่าที่ควร ซึ่งจะไม่สามารถตอบคำถามในการสร้างตัวแปรเมื่อผู้วิจัยเข้าไปสอบถาม ผู้ร่วมสังเกตการณ์มีความเห็นว่า กระบวนการนี้ยังคงช่วยส่งเสริมให้นักเรียนคิดสถานการณ์ให้อยู่ในรูปแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้ กระบวนการดำเนินไปด้วยความราบรื่น นักเรียนให้ความร่วมมือ แต่ยังมีเนื้อหาที่ยังมีความคลุมเคลือจนทำให้นักเรียนเกิดความสับสนในการสร้างตัวแปรและสมมติฐาน

#### **ปัญหาที่พบและแนวทางแก้ไขปรับปรุง**

ข้อมูลที่เข้ามาในสถานการณ์มีความคลุมเคลือ จนทำให้นักเรียนเกิดความสับสนต่อการสร้างตัวแปรและสมมติฐาน แนวทางการแก้ไข สร้างข้อมูลให้ชัดเจน และให้คำแนะนำต่อนักเรียนให้ละเอียดเพิ่มมากขึ้น

**ขั้นตอนที่ 3 ลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (do the math)** ผู้วิจัยมีความคิดเห็นว่า กระบวนการนี้ยังคงช่วยส่งเสริมการทำกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี และส่งเสริมให้นักเรียนได้ใช้กลยุทธ์อื่นๆ เข้ามาช่วยในการหาคำตอบ

ผู้ร่วมสังเกตการณ์มีความเห็นว่า ในกระบวนการนี้ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกกระบวนการทางคณิตศาสตร์และกลยุทธ์ในการหาคำตอบได้เป็นอย่างดี

### **ปัญหาที่พบและแนวทางแก้ไขปรับปรุง**

นักเรียนดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์แบบลัดขั้นตอน แนวทางการแก้ไข ผู้วิจัยเข้าไปตรวจดู และทำการสอบถามและให้นักเรียนเขียนกระบวนการที่ขาดหายเพิ่มเติมไปด้วย

**ขั้นตอนที่ 4 วิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์ (analyze and assess the solution)** ผู้วิจัยมีความคิดเห็นว่า ในขั้นตอนนี้ยังไม่สามารถแก้ไขการเขียนอธิบายผลการวิเคราะห์ได้ แต่มีนักเรียนบางกลุ่มที่ให้ความร่วมมือในการเขียนผลการวิเคราะห์และการประเมินผลลัพธ์ ซึ่งกระบวนการนี้ยังคงต้องได้รับการปรับปรุง รวมไปถึงการอธิบายผลที่จะต้องให้เวลาในอธิบายมากขึ้น ผู้ร่วมสังเกตการณ์ มีความเห็นว่า กระบวนการนี้ยังไม่สามารถส่งเสริมการวิเคราะห์และการประเมินผลลัพธ์ได้ การอธิบายผลยังไม่สามารถกระตุ้นนักเรียนได้มากเท่าที่ควร

### **ปัญหาที่พบและแนวทางแก้ไขปรับปรุง**

นักเรียนยังไม่ให้ความร่วมมือในการเขียนผลการวิเคราะห์และการประเมินผลลัพธ์ แนวทางการแก้ไข ผู้วิจัยใช้คำถามเพื่อกระตุ้นความสนใจจากนักเรียน

**ขั้นตอนที่ 5 ทำซ้ำ (iterate)** ผู้วิจัยมีความเห็นว่า กระบวนการนี้ยังไม่สามารถกระตุ้นให้นักเรียนทุกคนให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมได้เท่าที่ควร และทำให้นักเรียนเกิดความเบื่อหน่ายต่อการทำกิจกรรม แต่การกระตุ้นของผู้วิจัยช่วยทำให้กิจกรรมดำเนินไปได้ด้วยดี บรรยากาศในชั้นเรียนดีขึ้น และลดความเบื่อหน่ายของนักเรียนได้ ผู้ร่วมสังเกตการณ์มีความเห็นว่า กระบวนการนี้ยังไม่สามารถช่วยกระตุ้นความละเอียดละออ และความรอบคอบในการทำได้ แต่ผู้วิจัยได้เข้าไปตรวจสอบนักเรียนได้ทั่วถึงมากยิ่งขึ้น

### **ปัญหาที่พบและแนวทางแก้ไขปรับปรุง**

นักเรียนไม่มีความต้องการในการทำกระบวนการนี้มากเท่าที่ควร แนวทางการแก้ไข ควรมีการให้ดำเนินการตามกระบวนการนี้ไปพร้อมๆ กันกับการอธิบายผลลัพธ์ และแนวทางในการทำ ในกระบวนการที่ 6

**ขั้นตอนที่ 6 ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (implement the model)** ผู้วิจัยที่ความเห็นว่า ในกระบวนการนี้ การอธิบายผลลัพธ์และแนวทางในการหาคำตอบ รวมไปถึงการอธิบายสถานการณ์ที่กลุ่มตนเองเลือกในการประยุกต์ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของกลุ่มตนเองนั้น ช่วยส่งเสริมการตรวจสอบความถูกต้องของผลลัพธ์ของกลุ่มตนเองได้เป็นอย่างดี และช่วยสนับสนุนกระบวนการทำซ้ำ ผู้ร่วมสังเกตการณ์มีความเห็นว่า ในกระบวนการนี้ ช่วยให้นักเรียน



สามารถประยุกต์แนวคิดหรือตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ได้ และช่วยเพิ่มความรอบคอบในการทำงานได้

### ปัญหาที่พบและแนวทางแก้ไขปรับปรุง

เวลาในการอภิปรายมีจำกัดทำให้การอภิปรายของนักเรียนไม่ครบทุกกลุ่ม แนวทางในการแก้ไข จัดสรรเวลาให้สำหรับกระบวนการนี้ให้มากขึ้น

#### 1.4 การดำเนินการจัดการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการที่ 4

การดำเนินการจัดการเรียนรู้ในวงจรปฏิบัติการที่ 4 มีลักษณะการดำเนินการจัดการเรียนรู้ ดังต่อไปนี้

**ขั้นที่ 1 ขั้นวางแผน (Plan)** ผู้วิจัยได้นำข้อมูลจากผลการสะท้อนการดำเนินการตามวงจรปฏิบัติการที่ 3 มาทำการพิจารณาเกี่ยวกับปัญหาที่เกิดขึ้น จากการจัดการเรียนรู้เรื่องอนุกรมเลขคณิต คือ การเพิ่มเวลาการอภิปรายขึ้นการวิเคราะห์กระบวนการและผลลัพธ์รวมถึงขั้นใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการอธิบายแนวทางในการมาซึ่งผลลัพธ์ การคัดเลือกสถานการณ์อื่นๆ ที่สามารถนำมาโมเดลไปใช้ พร้อมแนวทางในการนำไปใช้ โดยลดเวลาในส่วนของภาระตัวแปร สร้างสมมติฐาน ปรับข้อมูลในสถานการณ์ที่ 4 ให้มีข้อมูลเพิ่มมากขึ้น ชัดเจนมากยิ่งขึ้น เปิดกว้างมากยิ่งขึ้นจากนั้นนำมาปรับปรุงในแผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4 เรื่อง อนุกรมเรขาคณิต จำนวน 3 ชั่วโมง

**ขั้นที่ 2 ขั้นปฏิบัติการ (Action)** ผู้วิจัยได้ดำเนินการจัดการเรียนรู้ตามแผนการจัดการเรียนรู้ เรื่อง อนุกรมเรขาคณิต จำนวน 3 ชั่วโมง โดยดำเนินการดังนี้ 1) ขั้นตอนที่ 1 ผู้วิจัยให้นักเรียนทำความเข้าใจกับสถานการณ์ และผู้วิจัยได้ใช้คำถามเพื่อตรวจสอบความเข้าใจ โดยใช้เป็นคำถามปลายเปิดมากยิ่งขึ้น โดยถามเกี่ยวกับประสบการณ์ของนักเรียนที่เคยผ่านการเล่นเครื่องเล่นไวกกิงมาหรือไม่ แล้วลักษณะทั่วไปของเครื่องเล่นไวกกิงเป็นอย่างไร แล้วทำการโยงเข้าที่สถานการณ์ที่กำหนดให้พร้อมให้นักเรียนอ่านทำความเข้าใจ และให้คำแนะนำพร้อมให้นักเรียนเรียนระบุประเด็นปัญหา 2) ขั้นตอนที่ 2 ครูให้นักเรียนได้ทำการสร้างตัวแปรและสร้างสมมติฐานด้วยตนเอง 3) ขั้นตอนที่ 3 นักเรียนได้ลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์เพื่อทำการหาคำตอบ 4) ขั้นตอนที่ 4 นักเรียนได้ร่วมกันอภิปรายและทำการวิเคราะห์ประเมินผลลัพธ์ของกลุ่มตนเองและภายในชั้นเรียน ซึ่งหัวข้อในการอภิปรายมีมากยิ่งขึ้น ซึ่งเกิดจากการระบุปัญหาของนักเรียนที่มีความแตกต่างกัน ซึ่งผู้วิจัยได้พยายามให้คำแนะนำในการอภิปรายของนักเรียนให้ได้มากที่สุดเท่าที่ทำได้ 5) ขั้นตอนที่ 5 และขั้นตอนที่ 6 จะถูกดำเนินไปพร้อมๆ กัน โดยจะให้นักเรียนอภิปรายผลลัพธ์ที่ได้ และแนวทางในการได้มาซึ่งผลลัพธ์และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ปรับแก้ผลลัพธ์และวิธีการของกลุ่มตนเอง แล้วจากนั้นถึงจะเป็นการอภิปรายการ

ประยุกต์ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์กับสถานการณ์อื่นที่กลุ่มของนักเรียนได้ตัดสินใจเลือกพร้อมอธิบายแนวทางในการนำไปใช้ ซึ่งบทบาทของผู้วิจัยส่วนใหญ่แล้วจะเป็นการให้คำแนะนำกับนักเรียน

**ขั้นที่ 3 ขั้นสังเกตการณ์ (Observation)** ในขั้นตอนนี้ผู้วิจัยได้สังเกตการณ์เปลี่ยนแปลงต่างๆ ที่เกิดขึ้นในชั้นเรียนระหว่างการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ โดยผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์จัดการเรียนรู้ช่วยกันสังเกตและจดบันทึก เครื่องมือที่ใช้คือแบบสังเกตการจัดการเรียนรู้ จากการสังเกตการจัดการเรียนรู้โดยผู้วิจัยได้ผลดังต่อไปนี้

**ขั้นตอนที่ 1 ระบุปัญหา (identify the problem)** ในกระบวนการนี้ การจัดการเรียนรู้เป็นไปด้วยความราบรื่น นักเรียนให้ความร่วมมือเป็นอย่างดี สถานการณ์มีข้อมูลที่กว้างซึ่งนักเรียนสามารถระบุประเด็นปัญหาได้อย่างหลากหลายและน่าสนใจ ซึ่งในสถานการณ์นี้มีนักเรียนเพียงบางส่วนที่ไม่มีประสบการณ์เกี่ยวกับเครื่องเล่น ไวคิง ซึ่งจะทำให้ไม่สามารถเข้าใจบริบทของสถานการณ์ได้ และไม่ทราบข้อมูลเกี่ยวกับอายุการใช้ของยางรถยนต์ ซึ่งนักเรียนจะยังมีข้อสงสัยว่าจะใช้เนื้อหาส่วนใดมาแก้ปัญหา แต่เมื่อผู้วิจัยได้เข้าไปให้คำแนะนำ อธิบายสถานการณ์ต่อนักเรียน จึงทำให้นักเรียนมองเห็นถึงความเชื่อมโยงของสถานการณ์กับเนื้อหาคณิตศาสตร์มากยิ่งขึ้น ซึ่งเป็นเนื้อหาในส่วนของ อนุกรมเรขาคณิต ซึ่งส่งผลให้นักเรียนสามารถระบุประเด็นปัญหาได้เป็นอย่างดี ผู้ร่วมสังเกตการณ์ สังเกตพบว่า การจัดการเรียนรู้มีความราบรื่นมากขึ้น กิจกรรมที่ทำส่งเสริมกระบวนการให้นักเรียนได้ระบุประเด็นได้ดียิ่งขึ้น แต่กระบวนการเดิมๆ ทำให้เกิดความเบื่อหน่ายต่อการทำกิจกรรม ผู้วิจัยให้ความสนใจนักเรียนได้ดีขึ้น สามารถบริหารจัดการเวลาในชั้นเรียนได้ดีขึ้น และเข้าไปตรวจสอบกิจกรรมของนักเรียนได้อย่างทั่วถึง

**ขั้นตอนที่ 2 สร้างสมมติฐานและระบุตัวแปร (make assumptions and identify variables)** ในกระบวนการนี้ นักเรียนสามารถสร้างตัวแปรและให้นิยามของตัวแปรได้เป็นอย่างดี มีข้อผิดพลาดเพียงเล็กน้อย ซึ่งเมื่อผู้วิจัยเข้าไปให้คำแนะนำนักเรียนจึงสามารถแก้ไขได้อย่างถูกต้อง ดังแสดงให้เห็นในภาพ 20 ว่ามีร่องรอยการแก้ไขของนักเรียนเกิดขึ้นในการให้นิยามของตัวแปร และดำเนินกิจกรรมได้อย่างราบรื่น แต่ข้อมูลที่มีมากเกินไปและความซับซ้อนนั้นทำให้นักเรียนเกิดความสับสน และมีนักเรียนบางส่วนที่ยังไม่ทราบแนวทางในการประยุกต์ใช้เนื้อหาเรื่องอนุกรมเรขาคณิต แต่เมื่อได้รับคำแนะนำจากผู้วิจัย นักเรียนจึงมองเห็นภาพรวม ในการใช้อุกรมเรขาคณิตเข้ามาใช้ในการแก้ปัญหา ผู้ร่วมสังเกตการณ์ สังเกตพบว่า การจัดการเรียนรู้มีประสิทธิภาพมากขึ้น ราบรื่นยิ่งขึ้น แต่กระบวนการเดิมๆ เกิดความเบื่อหน่ายต่อการทำกิจกรรม

$$a_n = \text{ระยะทางที่บอลตกที่ } n \text{ วินาที}$$

$$a_1 = \text{ระยะทางเริ่มต้น เมื่อเวลาผ่านไป ๑ วินาที ระยะทางมากที่สุด}$$

$$S_n = \text{ผลรวมของระยะทางที่บอลวิ่งได้ที่ } n \text{ วินาที}$$

$$r = \text{ผลคูณร่วมของอนุกรมเรขาคณิต}$$

จากโจทย์ แล้วจะได้ผลเฉลยว่า  $r = 25\% \therefore r = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$

ภาพ 20 แสดงการสร้างตัวแปรของนักเรียน

**ขั้นตอนที่ 3 ลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (do the math)** ในกระบวนการนี้ ผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์ พบว่า นักเรียนให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมนี้ดีขึ้น แต่ยังมีนักเรียนบางส่วนที่ไม่ให้ความร่วมมือเช่นเคย ซึ่งเมื่อผู้วิจัยเข้าไปตรวจสอบ กระตุ้น นักเรียนจึงเข้าไปให้ความสนใจกับกลุ่มเพื่อนที่ดำเนินการตามกระบวนการ ซึ่งทำให้เห็นได้ว่าการที่ผู้วิจัยเข้าไปตรวจสอบนักเรียนอย่างทั่วถึง และให้ความสนใจต่อนักเรียน ช่วยกระตุ้นให้นักเรียนทำกิจกรรมได้เป็นอย่างดี ถึงจะเป็นกระบวนการที่นักเรียนสามารถทำได้อยู่แล้ว แต่เมื่อผู้วิจัยไปให้คำแนะนำเพิ่มเติมจึงทำให้นักเรียนมีความสนใจมากขึ้น และไม่รู้สึกลังเลหรือเหนื่อยต่อการทำกิจกรรม ซึ่งทำให้กระบวนการทางคณิตศาสตร์นั้นมีความสมบูรณ์มากขึ้น แต่กระบวนการเดิมๆ ในกิจกรรมทำให้เกิดความเบื่อหน่ายต่อการทำกิจกรรม

**ขั้นตอนที่ 4 วิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์ (analyze and assess the solution)** ในกระบวนการนี้ ผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์ พบว่า นักเรียนให้ความร่วมมือมากขึ้นในการอภิปรายและการวิเคราะห์กระบวนการ ประเมินผลลัพธ์ แต่ก็ยังมีนักเรียนบางส่วนที่ยังไม่ได้ให้ความสนใจกับกลุ่มเพื่อนที่อภิปรายอยู่ในขณะที่กลุ่มของตนเองทำการปรับแก้กระบวนการของตนเอง ซึ่งผู้วิจัยได้กล่าวให้นักเรียนฟังและร่วมอภิปรายร่วมกับนักเรียนกลุ่มอื่นก่อนแล้วจะใช้เวลาในการแก้ไข ซึ่งจากการกระทำดังกล่าว แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีความกระตือรือร้นในการแก้ไขกระบวนการของตนเองมากขึ้นหลังจากการอภิปราย ซึ่งเมื่อมีการถกเถียงกันในหัวข้อต่างๆ ทำให้นักเรียนมีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นมากขึ้น แต่ผู้วิจัยยังคงไม่สามารถกระตุ้นให้นักเรียนอธิบายกระบวนการให้ละเอียด ซึ่งนักเรียนจะเขียนการวิเคราะห์แบบสั้นเป็นส่วนใหญ่

**ขั้นตอนที่ 5 ทำซ้ำ (iterate)** ในกระบวนการนี้ เกิดความเบื่อหน่ายต่อนักเรียนเป็นอย่างมาก ทำให้นักเรียนไม่มีความต้องการในการทำกิจกรรม แต่นักเรียนทุกกลุ่มก็ยังคงตรวจสอบผลลัพธ์ของกลุ่มตนเอง และพร้อมที่จะแก้ไขผลลัพธ์และกระบวนการหลังจากการอภิปรายของกลุ่มอื่น ซึ่งผู้วิจัยต้องเข้าไปกระตุ้นโดยต้องตั้งประเด็นที่เกิดความผิดพลาดจากการสร้างตัวแปร หรือการดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาเพื่อโต้แย้ง และชักจูงให้นักเรียนปรับแก้กระบวนการของตนเอง ซึ่งพบว่า ประเด็นที่น่าขึ้นมานั้นต้องเป็นประเด็นที่เป็นข้อบกพร่องที่เป็นจุดใหญ่ ซึ่งจะทำให้นักเรียนยอมรับที่จะแก้ไข ซึ่งการเข้าไปกระตุ้นช่วยให้นักเรียนดำเนินการตามกระบวนการนี้ได้

**ขั้นตอนที่ 6 ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (implement the model)** ในกระบวนการนี้ ผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์ พบว่า การอธิบายที่มาของผลลัพธ์และกระบวนการของนักเรียนได้ดีขึ้น และนักเรียนมีการเลือกสถานการณ์ที่หลากหลายมากยิ่งขึ้นซึ่งทำให้เกิดการแลกเปลี่ยนความคิดมากขึ้น และมีการถกเถียงกันมากขึ้นเกี่ยวกับ การประยุกต์ใช้อนุกรมเรขาคณิตกับสถานการณ์อื่น ซึ่งแสดงให้เห็นว่าการที่ผู้วิจัยเข้าไปมีส่วนร่วมในการให้คำแนะนำถามคำถามกับนักเรียนช่วยกระตุ้นให้นักเรียนใช้ความคิดได้เป็นอย่างดี และมีการแลกเปลี่ยนความคิดเกี่ยวกับการเลือกประยุกต์ใช้เนื้อหาได้เป็นอย่างดี และยังทำให้นักเรียนเข้าใจในเนื้อหาของอนุกรมเรขาคณิตมากยิ่งขึ้น

**ขั้นที่ 4 ขั้นสะท้อนผล (Reflect)** ในขั้นตอนนี้ผู้วิจัยได้นำข้อมูลที่รวบรวมได้จากขั้นสังเกตการณ์ จากแบบสังเกตการจัดการเรียนรู้โดยผู้ร่วมสังเกตการณ์จัดการเรียนรู้ มาทำการวิเคราะห์เพื่อหาแนวทางในการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ซึ่งผลการสะท้อนแสดงดังต่อไปนี้

**ขั้นตอนที่ 1 ระบุปัญหา (identify the problem)** ในขั้นตอนนี้ผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์มีความคิดเห็นว่า ในกระบวนการนี้ยังคงส่งเสริมให้นักเรียนคิดสถานการณ์ให้อยู่ในรูปแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้ และสถานการณ์ที่น่าสนใจช่วยกระตุ้นความกระตือรือร้นได้เป็นอย่างดี แต่ยังคงมีการปรับกิจกรรมให้มีความแตกต่างจากเดิมบ้างเพื่อไม่ให้เกิดความเบื่อหน่ายต่อการทำกิจกรรม

### **ปัญหาที่พบและแนวทางแก้ไขปรับปรุง**

ยังมีนักเรียนบางส่วนที่ยังไม่ให้ความร่วมมือ แนวทางการแก้ไข ให้นักเรียนสนใจนักเรียนกลุ่มนั้นมากขึ้นและหาข้อมูลที่น่าสนใจมาพูดคุยเพื่อกระตุ้นการเรียนรู้

**ขั้นตอนที่ 2 สร้างสมมติฐานและระบุตัวแปร (make assumptions and identify variables)** ผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์มีความคิดเห็นว่า กระบวนการนี้ยังคงช่วยส่งเสริมให้นักเรียนคิดสถานการณ์ให้อยู่ในรูปแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้ แต่เมื่อมีข้อมูลที่มากเกินไปหรือข้อมูลมีความซับซ้อน อาจทำให้นักเรียนเกิดความเบื่อหน่าย และไม่สนใจในการทำกิจกรรม

#### **ปัญหาที่พบและแนวทางแก้ไขปรับปรุง**

1. กระบวนการเดิมทำให้นักเรียนเกิดความเบื่อหน่าย แนวทางการแก้ไข เพิ่มกิจกรรมที่มีความหลากหลายหรือปรับกิจกรรมบางส่วนให้มีความแตกต่างจากกิจกรรมเดิม
2. ข้อมูลที่มากเกินไปและเนื้อหาที่มีความซับซ้อนนั้นส่งผลทำให้นักเรียนเกิดความเบื่อหน่ายต่อการทำกิจกรรม แนวทางการแก้ไข ข้อมูลที่มากเกินไปควรมีการจัดเรียงข้อมูลให้เป็นสัดส่วน และเนื้อหาที่ซับซ้อนนั้นควรให้คำอธิบายเพิ่มเติมให้ชัดเจนยิ่งขึ้น

**ขั้นตอนที่ 3 ลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (do the math)** ผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์มีความเห็นว่า ในกระบวนการนี้ช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกกระบวนการทางคณิตศาสตร์และกลยุทธ์ในการหาคำตอบได้เป็นอย่างดี

#### **ปัญหาที่พบและแนวทางแก้ไขปรับปรุง**

นักเรียนดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์แบบลัดขั้นตอน แนวทางการแก้ไข ผู้วิจัยเข้าไปตรวจดู และทำการสอบถามและให้นักเรียนเขียนกระบวนการที่ขาดหายเพิ่มเติมไปด้วย

**ขั้นตอนที่ 4 วิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์ (analyze and assess the solution)** ผู้วิจัยมีความคิดเห็นว่า กระบวนการนี้ช่วยส่งเสริมการวิเคราะห์และการประเมินผลลัพธ์ได้ แต่ด้วยข้อมูลที่มีมากเกินไปและมีความซับซ้อนทำให้นักเรียนบางส่วนไม่สามารถวิเคราะห์หรือไม่ต้องการทำกิจกรรมนี้

#### **ปัญหาที่พบและแนวทางแก้ไขปรับปรุง**

นักเรียนยังไม่ให้ความร่วมมือในการเขียนผลการวิเคราะห์และการประเมินผลลัพธ์ แนวทางการแก้ไข ผู้วิจัยใช้คำถามเพื่อกระตุ้นความสนใจจากนักเรียน

**ขั้นตอนที่ 5 ทำซ้ำ (iterate)** ผู้วิจัยมีความเห็นว่า กระบวนการนี้สามารถช่วยกระตุ้นความละเอียดละออ และความรอบคอบในการทำงานได้ แต่ต้องให้การกระตุ้นจากการอภิปรายผลในกระบวนการที่ 6

**ขั้นตอนที่ 6 ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (implement the model)** ผู้วิจัยและผู้ร่วมสังเกตการณ์มีความเห็นว่า ในกระบวนการนี้ การอภิปรายผลลัพธ์และแนวทางในการหาคำตอบ รวมไปถึงการอภิปรายสถานการณ์ที่กลุ่มตนเองเลือกในการประยุกต์ตัวแบบเชิง

คณิตศาสตร์ของกลุ่มตนเองนั้น ยังคงช่วยส่งเสริมการตรวจสอบความถูกต้องของผลลัพธ์ของกลุ่มตนเองและกลุ่มอื่นๆ ได้เป็นอย่างดี และช่วยสนับสนุนกระบวนการทำซ้ำ

### ปัญหาที่พบและแนวทางแก้ไขปรับปรุง

เวลาในการอภิปรายมีจำกัดทำให้การอภิปรายของนักเรียนไม่ครบทุกกลุ่ม แนวทางในการแก้ไข จัดสรรเวลาให้สำหรับกระบวนการนี้ให้มากขึ้น

จากการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อพัฒนาการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สามารถสรุปได้ดังตาราง 11 และแสดงให้เห็นถึงแนวทางการจัดการเรียนรู้ได้ดังนี้



ตาราง 11 แสดงสรุปผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อพัฒนาการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ขั้นตอนการ จัดการเรียนรู้	วงจรปฏิบัติการ				แนวทางการจัดการ เรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิง คณิตศาสตร์
	วงจรปฏิบัติการที่ 1	วงจรปฏิบัติการที่ 2	วงจรปฏิบัติการที่ 3	วงจรปฏิบัติการที่ 4	
ระบุปัญหา (identify the problem)	นักเรียนให้ความสนใจ และร่วมมือในการทำ กิจกรรมเป็นอย่างดีเนื่อง ด้วยตัวสถานการณ์ที่มี ความน่าสนใจ ซึ่ง นักเรียนสามารถทำการ ระบุประเด็น ปัญหาจาก สถานการณ์ตามผู้วิจัย ได้	นักเรียนให้ความร่วมมือ กับกิจกรรมเป็นอย่างดี เนื่องด้วยตัวสถานการณ์ ที่มีความน่าสนใจ แต่ นักเรียนยังไม่สามารถ ระบุประเด็นปัญหาได้ อย่างหลากหลายเนื่อง ด้วยสถานการณ์ห่างไกล กับนักเรียนแต่เมื่อได้รับ คำแนะนำนักเรียนก็ สามารถระบุประเด็นได้	นักเรียนสามารถระบุ ประเด็นปัญหาได้ดีขึ้น มีความหลากหลายมาก ขึ้น และมีความ สอดคล้องกับ สถานการณ์เนื่องด้วยตัว สถานการณ์ใกล้เคียงกับ ประสบการณ์ของ นักเรียน แต่ยังมี บางส่วนที่ต้องได้รับ คำแนะนำจากผู้วิจัย	นักเรียนสามารถระบุ ประเด็นปัญหาได้ดีขึ้น มีความหลากหลายมาก ขึ้น และมีความ สอดคล้องกับ สถานการณ์	ขั้นตอนนี้ควรเน้นไปที่ การนำเสนอสถานการณ์ ให้มีความน่าสนใจ เลือกสถานการณ์ที่ ใกล้เคียงกับ ประสบการณ์ของ นักเรียนหรือเป็น สถานการณ์ที่มีความ น่าสนใจ และครูจะต้อง ทำความเข้าใจ สถานการณ์นั้นๆมาก เป็นอย่างดี

ตาราง 11 (ต่อ)

ขั้นตอนการ จัดการเรียนรู้	วงจรปฏิบัติการ				แนวทางการจัดการ เรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิง คณิตศาสตร์
	วงจรปฏิบัติการที่ 1	วงจรปฏิบัติการที่ 2	วงจรปฏิบัติการที่ 3	วงจรปฏิบัติการที่ 4	
สร้าง สมมติฐานและ ระบุตัวแปร (make assumptions and identify variables)	นักเรียนยังไม่สามารถ เริ่มต้นการสร้างตัวแปร และการให้นิยามของตัว แปรได้ แต่เมื่อได้รับ คำแนะนำนักเรียนก็ สามารถสร้างตัวแปรให้ อยู่ในภาษาเชิง คณิตศาสตร์พร้อมทั้งให้ คำนิยามตามผู้วิจัยได้ ซึ่งเมื่อนักเรียนสามารถ ระบุตัวแปรได้แล้วนั้น นักเรียนสามารถสร้าง สมมติฐานได้	นักเรียนยังคงมีปัญหาใน การเริ่มสร้างตัวแปรให้อยู่ ในภาษาเชิง คณิตศาสตร์และการให้ นิยามเกี่ยวกับตัวแปรที่มี ความสอดคล้องกัน แต่ เมื่อได้รับคำแนะนำ นักเรียนจึงสามารถสร้าง ตัวแปรได้ แต่สามารถ สร้างสมมติฐานได้	นักเรียนสามารถสร้างตัว แปรให้อยู่ในภาษาเชิง คณิตศาสตร์และให้ นิยามของตัวแปรได้ อย่างเหมาะสม สอดคล้องกัน แต่ยังคง ต้องได้รับคำแนะนำจาก ผู้วิจัย	นักเรียนสามารถสร้างตัว แปรให้อยู่ในภาษาเชิง คณิตศาสตร์และให้ นิยามของตัวแปรได้ อย่างเหมาะสมและ สอดคล้อง	ขั้นตอนนี้ควรเน้นไปที่ การ ตรวจสอบนักเรียน ให้ทั่วถึง การให้ คำแนะนำ การอธิบาย การสร้างตัวแปรให้อยู่ใน ภาษาเชิงคณิตศาสตร์ ที่ถูกต้อง และการให้ นิยามของตัวแปรนั้นๆ คอยใช้คำถามกระตุ้น และชี้แนะนักเรียนถึง แนวทางที่ถูกต้อง



ตาราง 11 (ต่อ)

ขั้นตอนการ จัดการเรียนรู้	วงจรปฏิบัติการ				แนวทางการจัดการ เรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิง คณิตศาสตร์
	วงจรปฏิบัติการที่ 1	วงจรปฏิบัติการที่ 2	วงจรปฏิบัติการที่ 3	วงจรปฏิบัติการที่ 4	
<b>ลงมือ ดำเนินการ ตาม กระบวนการ ทาง คณิตศาสตร์ (do the math)</b>	นักเรียนสามารถ ดำเนินการตาม กระบวนการทาง คณิตศาสตร์ในการหา ผลลัพธ์ได้อย่างครบถ้วน ในส่วนที่เป็นขั้นตอนที่ สำคัญ แต่ยังคงมีการทำ ข้ามขั้นตอน	นักเรียนสามารถ ดำเนินการตาม กระบวนการทาง คณิตศาสตร์ในการหา ผลลัพธ์ได้ แต่ยังคงมีการ ทำข้ามขั้นตอน และยังคง มีนักเรียนบางส่วนที่ เลือกใช้หลักการที่ซับซ้อน มาแต่เมื่อได้รับคำแนะนำ นักเรียนก็สามารถเลือกใช้ หลักการที่เหมาะสม ยิ่งขึ้น	นักเรียนสามารถ ดำเนินการตาม กระบวนการทาง คณิตศาสตร์ในการหา ผลลัพธ์ได้ครบถ้วนทั้ง ส่วนขั้นตอนที่เป็นส่วน สำคัญและรายละเอียด ของชั้นย่อย	นักเรียนสามารถ ดำเนินการตาม กระบวนการทาง คณิตศาสตร์เพื่อหา ผลลัพธ์ได้ครบถ้วนทั้ง ส่วนขั้นตอนที่เป็นส่วน สำคัญและรายละเอียด แต่ยังคงมีนักเรียน บางส่วนที่เลือกใช้ หลักการที่ซับซ้อนมาแต่ เมื่อได้รับคำแนะนำก็ สามารถเลือกใช้ได้อย่าง เหมาะสม	โดยครูควรหมั่นเข้าไป ตรวจดูกระบวนการของ นักเรียนอย่างทั่วถึง เพื่อให้คำแนะนำ ชี้แนะ แนวทางที่ถูกต้อง แต่ไม่ ควรบอกคำตอบที่ ถูกต้องกับนักเรียนก่อน และไม่ควรบอกว่า ขั้นตอนนั้นผิด

ตาราง 11 (ต่อ)

ขั้นตอนการ จัดการเรียนรู้	วงจรปฏิบัติการ				แนวทางการจัดการ เรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิง คณิตศาสตร์
	วงจรปฏิบัติการที่ 1	วงจรปฏิบัติการที่ 2	วงจรปฏิบัติการที่ 3	วงจรปฏิบัติการที่ 4	
วิเคราะห์และ ประเมิน ผลลัพธ์ (analyze and assess the solution)	นักเรียนสามารถ วิเคราะห์กระบวนการ ของตนเองพร้อมประเมิน ผลลัพธ์ได้ถึง ข้อผิดพลาดและที่มา ของผลลัพธ์ดีขึ้น หลังจากการพูดคุย แลกเปลี่ยนความคิดเห็น กันกับเพื่อนในชั้นเรียน และผู้วิจัย	นักเรียนสามารถวิเคราะห์ และประเมินผลลัพธ์ได้ เพียงเล็กน้อย ซึ่งหลังจาก การอภิปรายกระบวนการ ของนักเรียน ทำให้ นักเรียนมีความเข้าใจใน การวิเคราะห์มากยิ่งขึ้น และสามารถทำการ ปรับแก้การวิเคราะห์ของ ตนเองให้ดีขึ้นได้ แต่ นักเรียนยังคงเขียนตอบ สั้นๆ	นักเรียนสามารถ วิเคราะห์ และประเมิน ผลลัพธ์ของตนเองได้ดี ยิ่งขึ้นแต่ยังมีการเขียน อธิบายแบบสั้นๆ	นักเรียนสามารถ วิเคราะห์ และประเมิน ผลลัพธ์ของตนเองได้ดี ยิ่งขึ้นแต่ยังมีการเขียน อธิบายแบบสั้นๆแต่เมื่อ ผู้วิจัยเข้าไปสอบถาม นักเรียนสามารถตอบ คำถามอย่างชัดเจน	ครูควรเน้นไปที่การ อภิปรายกระบวนการ อะไรของนักเรียน และ สร้าง/เปิดโอกาสการ แลกเปลี่ยนความคิดเห็น กันภายในชั้นเรียน และ หมั่นตรวจสอบ กระบวนการอะไรของ นักเรียนให้ทั่วถึง พร้อม ให้คำแนะนำต่อนักเรียน

ตาราง 11 (ต่อ)

ขั้นตอนการ จัดการเรียนรู้	วงจรปฏิบัติการ				แนวทางการจัดการ เรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิง คณิตศาสตร์
	วงจรปฏิบัติการที่ 1	วงจรปฏิบัติการที่ 2	วงจรปฏิบัติการที่ 3	วงจรปฏิบัติการที่ 4	
ทำซ้ำ (iterate)	นักเรียนให้ความร่วมมือ ในการทบทวน กระบวนการที่ย้อนไป ที่ละขั้นตอนเพื่อแก้ไขตัว แปร กระบวนการทาง คณิตศาสตร์ และ วิเคราะห์ผลงานตนเอง อีกครั้งตามผู้วิจัย	นักเรียนไม่ต้องการทำซ้ำ ในการทบทวน กระบวนการย้อนไป แต่ เมื่อได้รับการกระตุ้นจาก ผู้วิจัย นักเรียนจึงลงมือ ทบทวนกระบวนการย้อน ไป ซึ่งช่วยให้เกิดความ ผิดพลาดน้อยลงในการ ระบุตัวแปร ให้นิยาม สร้างหรือพัฒนาตัวแบบ เชิงคณิตศาสตร์ และการ หาผลลัพธ์	นักเรียนไม่ต้องการทำซ้ำ ในการทบทวน กระบวนการย้อนไปแต่ ยังคงมีนักเรียนบางกลุ่ม ดำเนินการทบทวน กระบวนการซ้ำซึ่งส่งผล ทำให้เกิดความผิดพลาด น้อยลงในการระบุตัว แปร ให้นิยาม สร้างหรือ พัฒนาตัวแบบเชิง คณิตศาสตร์ และการหา ผลลัพธ์	นักเรียนรู้สึกเบื่อหน่าย และไม่ต้องทบทวน กระบวนการอีก แต่ยังคง มีนักเรียนบางกลุ่มที่ ผู้วิจัยเข้าไปกระตุ้นให้ ทบทวนกระบวนการที่ ทำแล้ว ซึ่งส่งผลทำให้ เกิดความผิดพลาด น้อยลงในการระบุตัว แปร ให้นิยาม สร้างหรือ พัฒนาตัวแบบเชิง คณิตศาสตร์และการหา ผลลัพธ์	ขั้นตอนนี้ควรควรตั้ง ประเด็นจากการทำ ขั้นตอนที่ 3 และ 4 และ ชี้ให้เห็นถึงความสำคัญ ในการแก้ไขข้อผิดพลาด เพื่อให้นักเรียนยอมรับ เงื่อนไขในการแก้ไข ต่อไป

ตาราง 11 (ต่อ)

ขั้นตอนการ จัดการเรียนรู้	วงจรปฏิบัติการ				แนวทางการจัดการ เรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิง คณิตศาสตร์
	วงจรปฏิบัติการที่ 1	วงจรปฏิบัติการที่ 2	วงจรปฏิบัติการที่ 3	วงจรปฏิบัติการที่ 4	
ใช้ตัวแบบเชิง คณิตศาสตร์ (implement the model)	นักเรียนสามารถอธิบาย กระบวนการได้มาซึ่ง ผลลัพธ์ตามคำแนะนำ ของผู้วิจัยได้ และมีการ เสนอสถานการณ์ในการ ประยุกต์ที่หลากหลาย แต่ไม่แตกต่างจาก สถานการณ์เดิม	นักเรียนไม่อธิบายการ ได้มาซึ่งผลลัพธ์ให้ ครบถ้วน และยังคงไม่ สามารถเลือก สถานการณ์ที่แตกต่าง จากสถานการณ์ที่กำหนด มาให้เพื่อประยุกต์ใช้ตัว แบบเชิงคณิตศาสตร์	นักเรียนมีการอธิบายที่ดี ขึ้นและมีการเลือก สถานการณ์ที่มีความ น่าสนใจในการประยุกต์ ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ได้ดี	นักเรียนมีการอธิบายที่ดี ขึ้นและเลือกประยุกต์ตัว แบบเชิงคณิตศาสตร์กับ สถานการณ์อื่นๆได้ อย่างน่าสนใจ	ขั้นตอนนี้ควรเน้นไปที่ การเข้าไปให้คำแนะนำ กับนักเรียน และถาม คำถามเพื่อให้นักเรียน อธิบายการได้มาซึ่ง ผลลัพธ์รวมถึง สถานการณ์ที่นักเรียน จะนำไปประยุกต์ใช้

**ขั้นตอนที่ 1 ระบุปัญหา (identify the problem)** ในกระบวนการนี้เป็นกระบวนการแรกที่จะเป็นส่วนที่กระตุ้นการเรียนรู้ของนักเรียน และเป็นส่วนที่ช่วยดึงดูดความสนใจในการวิชาคณิตศาสตร์ให้เพิ่มมากขึ้น ซึ่งส่วนสำคัญในการดำเนินการจัดการเรียนรู้ในกระบวนการนี้คือ ครูควรเลือกสถานการณ์ให้มีความน่าสนใจ ใกล้เคียงกับประสบการณ์ของนักเรียน หรืออาจจะเป็นเหตุการณ์ที่ได้รับความนิยมในขณะนั้น ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนระบุประเด็นปัญหาได้อย่างหลากหลาย และน่าสนใจ ซึ่งระหว่างการจัดการเรียนรู้ในกระบวนการนี้ ครูควรทำความเข้าใจในสถานการณ์เป็นอย่างดี เพื่อที่จะสามารถตั้งคำถามในการกระตุ้นให้นักเรียนคิดประเด็นปัญหาได้อย่างหลากหลาย โดยบทบาทของครูนั้น ครูควรเป็นผู้นำนักเรียนและกระตุ้นนักเรียนให้เกิดความสนุกสนานในชั้นเรียน ซึ่งครูจะต้องมีการใช้คำถามที่เป็นคำถามปลายเปิด คำถามที่ไม่มีความซับซ้อน กระตุ้นให้นักเรียนได้คิด หรือครูอาจจะยกตัวอย่างได้บ้างเป็นบางครั้ง

**ขั้นตอนที่ 2 สร้างสมมติฐานและระบุตัวแปร (make assumptions and identify variables)** กระบวนการนี้เป็นกระบวนการเริ่มต้นในการดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจะเป็นการพัฒนาการคิดสถานการณ์ในเชิงคณิตศาสตร์ โดยการสร้างตัวแปร และสมมติฐาน โดยกระบวนการนี้ครูควรอธิบายถึงขอบเขตเนื้อหาที่เป็นไปได้ที่สามารถใช้ได้กับสถานการณ์เพื่อเป็นการจำกัดกรอบความคิดของนักเรียน ไม่ให้นักเรียนหลุดประเด็นในการทำกิจกรรม โดยระหว่างการดำเนินการกระบวนการนี้ ครูควรปล่อยให้ให้นักเรียนได้ดำเนินการตามกระบวนการด้วยตนเองก่อนและจากนั้นตรวจสอบความถูกต้อง พร้อมให้คำแนะนำ และแก้ไขในส่วนที่หลุดประเด็นออกไป ซึ่งจะทำให้นักเรียนได้เกิดการเรียนรู้จากความผิดพลาดและได้เรียนรู้ว่าตนเองพลาดตรงส่วนใด บทบาทของครู ครูควรเป็นผู้แนะนำ โดยจะใช้คำถามเพื่อเป็นการกระตุ้นให้นักเรียนได้คิด และตรวจสอบความถูกต้องของตนเอง

**ขั้นตอนที่ 3 ลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (do the math)** ในกระบวนการนี้ เป็นกระบวนการที่จะส่งเสริมให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติการทางคณิตศาสตร์ การใช้กลยุทธ์ โครงสร้าง กระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้อย่างเต็มที่ โดยครูควรเตรียมเอกสารที่เป็นกระดาษที่พื้นที่ว่างไว้เพื่อให้นักเรียนได้ทำการทบทวน หรือเขียนกระบวนการของนักเรียนลงไป โดยระหว่างการจัดการเรียนรู้ในกระบวนการนี้ควรให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเองก่อน และหลังจากนั้นควรจะไปตรวจสอบเพื่อให้คำแนะนำ แต่ไม่ควรบอกว่าวิธีการของนักเรียนนั้นไม่ถูกต้อง บทบาทของครู ครูเป็นผู้ให้คำแนะนำ ตรวจสอบความถูกต้องระหว่างการดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน และใช้คำถามกระตุ้นนักเรียน หรือคำถามชวนคิดในแนวทางการดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเมื่อนักเรียนหลุดประเด็นหรือทำกระบวนการที่ผิด แต่ไม่ควรบอกนักเรียนโดยตรงว่าวิธีนี้ผิด

#### ขั้นตอนที่ 4 วิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์ (analyze and assess the solution)

กระบวนการนี้เป็นกระบวนการที่สำคัญต่อการพัฒนา การวิเคราะห์ ติความ และประเมินผลลัพธ์ ของนักเรียน โดยกระบวนการนี้ครูจะต้องเปิดโอกาสให้นักเรียนได้อภิปรายผล และการวิเคราะห์ กระบวนการของนักเรียน เพื่อให้นักเรียนคนอื่นๆ ได้ทำการวิเคราะห์ไปด้วยพร้อมๆกัน แต่ถ้ามีเวลา จำกัดครูอาจจะสุ่มหรือคัดเลือกนักเรียนเพื่อทำการอภิปราย โดยหลังจากการอภิปรายจะเป็นส่วนที่ ครูจะต้องอธิบายความถูกต้องของกระบวนการที่ครูได้พบเห็นจากการเข้าไปตรวจสอบและ ให้คำแนะนำกับนักเรียนเพื่อเป็นการสอนวิธีการที่ถูกต้อง หรือข้อจำกัดในกระบวนการต่างๆ พร้อมทั้งยกตัวอย่างให้ชัดเจนเพื่อให้ นักเรียนได้ตรวจสอบความถูกต้องของตนเองและทำการแก้ไขได้ โดยบทบาทของครู ครูควรเป็นผู้นำในการอภิปราย เพื่อให้การอภิปรายดำเนินไปด้วยความ เรียบร้อย และเมื่ออภิปรายเสร็จ ครูควรเป็นผู้ที่แสดงตัวอย่าง วิธีการดำเนินการตามกระบวนการ ข้อจำกัด ในกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องให้นักเรียนได้เรียนรู้ พร้อมทั้งยกตัวอย่างให้ชัดเจน

#### ขั้นตอนที่ 5 ทำซ้ำ (iterate) กระบวนการนี้เป็นกระบวนการที่จะช่วยให้นักเรียนได้

ตรวจสอบความถูกต้อง และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ทำการปรับแก้ในส่วนของกระบวนการทาง คณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งจะค่อนข้างมีปัญหาในการกระตุ้นให้นักเรียนทำกระบวนการเดิมอีกครั้ง ดังนั้นครูจึงต้องเป็นผู้ประเมินว่ากระบวนการนี้สามารถผ่านไปได้อีกหรือไม่ บทบาทของครู ครูควรเป็น ผู้ตัดสินใจในการดำเนินกิจกรรมนี้ และพร้อมที่กระตุ้นให้นักเรียนดำเนินการตามกระบวนการอีก ครั้ง ถ้ามีการดำเนินการตามกระบวนการนี้ ครูควรให้ความสนใจกับนักเรียนมากขึ้นเป็นพิเศษเนื่อง ด้วยนักเรียนอาจจะเกิดความเบื่อหน่ายในการทำกิจกรรมเดิมซ้ำๆ

#### ขั้นตอนที่ 6 ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (implement the model) กระบวนการนี้เป็น

กระบวนการที่จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้ทำการประยุกต์ใช้ความรู้ของนักเรียนกับสถานการณ์ อื่นๆ และเพิ่มการเห็นคุณค่าต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ ในกระบวนการนี้ครูควรต้องทำความเข้าใจในเนื้อหา และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของสถานการณ์ที่เลือกมาเป็นอย่างดี และสามารถ บอกได้ว่าตัวแบบของสถานการณ์นี้สามารถประยุกต์ใช้ความรู้ในสถานการณ์ใดได้บ้าง และ ทำอย่างไร เพื่อที่จะสามารถสร้างคำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดสถานการณ์อื่นๆ ในการ ประยุกต์ความรู้ ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของตนเอง บทบาทของครู ครูควรเป็นผู้นำในการดำเนิน กระบวนการนี้ โดยครูจะต้องเป็นผู้ใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนช่วยกันเลือกสถานการณ์อื่นๆ ที่มีความเกี่ยวข้องหรือสามารถที่จะประยุกต์องค์ความรู้ ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์นี้ได้

ตอนที่ 2 ผลการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ที่ส่งเสริมการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

1. การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ระหว่างการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เรื่องลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ในระหว่างการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผู้วิจัยได้ทำการดำเนินการจัดการเรียนรู้ทั้งหมด 4 วงจร วงจรละ 3 ชั่วโมง ซึ่งใช้เวลาทั้งหมด 12 ชั่วโมง ได้แก่ วงจรปฏิบัติการที่ 1 เรื่อง ลำดับเลขคณิต วงจรปฏิบัติการที่ 2 เรื่อง ลำดับเรขาคณิต วงจรปฏิบัติการที่ 3 เรื่อง อนุกรมเลขคณิต และวงจรปฏิบัติการที่ 4 เรื่อง อนุกรมเรขาคณิต โดยผู้วิจัยได้เก็บรวบรวมข้อมูลด้วย ใบกิจกรรม และแบบประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ โดยมีประเด็นในการเก็บข้อมูลเป็นกระบวนการทั้ง 3 กระบวนการของการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ได้แก่

1. การคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์
  - 1.1 ระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง
  - 1.2 ทำสถานการณ์หรือปัญหาให้อยู่ในรูปอย่างง่าย เพื่อให้การวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ง่ายขึ้น
  - 1.3 แปลงปัญหาให้อยู่ในรูปแบบของคณิตศาสตร์
2. การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา
  - 2.1 คิดและนำกลยุทธ์ในการหาวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไปใช้
  - 2.2 ใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยหาวิธีแก้ปัญหาที่ถูกต้องหรือเหมาะสม
  - 2.3 นำกฎเกณฑ์ ขั้นตอนวิธี และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหา
3. การตีความและประเมินผลลัพธ์
  - 3.1 ตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์กลับไปสู่บริบทในชีวิตจริง
  - 3.2 ประเมินความเป็นเหตุเป็นผลของวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในบริบทของปัญหาชีวิตจริง
  - 3.3 อธิบายความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์หรือข้อสรุปทางคณิตศาสตร์กับบริบทของปัญหา

โดยระดับคะแนนที่ใช้นั้นเป็นไปตามตารางที่ 7-9 คือ 0 1 2 3 ในกระบวนการตีความและประเมินผลลัพธ์ และ 0 1 2 3 4 ในกระบวนการคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์และกระบวนการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา แต่ระดับคะแนนที่

นักเรียนสามารถทำได้นั้นมีไม่ครบทุกระดับคะแนนที่กำหนด จึงขอแสดงผลการวิจัยเพียงระดับคะแนนที่นักเรียนสามารถทำได้ โดยรายละเอียดจะแสดงเป็นแต่ละกระบวนการดังต่อไปนี้

### 1.1 กระบวนการคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์

กระบวนการคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์นั้นเป็นกระบวนการแรกของการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบไปด้วย 1.1) ระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง 1.2) ทำสถานการณ์หรือปัญหาให้อยู่ในรูปอย่างง่าย เพื่อให้การวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ง่ายขึ้น 1.3) แปลงปัญหาให้อยู่ในรูปแบบของคณิตศาสตร์ ที่ผ่านการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ โดยนักเรียนจะถูกแบ่งออกเป็น 10 กลุ่ม กลุ่มละ 3-4 คน ผลการจัดการเรียนรู้แสดงในตาราง 12 ดังนี้

**ตาราง 12 แสดงจำนวนกลุ่มของนักเรียนที่ได้คะแนนในแต่ละระดับในการดำเนินการตามกระบวนการคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ในแต่ละวงจรปฏิบัติการ**

ระดับคะแนน	วงจรที่ 1			วงจรที่ 2			วงจรที่ 3			วงจรที่ 4		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
กระบวนการ	จำนวนกลุ่ม			จำนวนกลุ่ม			จำนวนกลุ่ม			จำนวนกลุ่ม		
1.1		3	7		1	9		1	9			10
1.2	3	6	1	3	7		2	7	1	1	5	4
1.3		2	8	1	3	6	1	7	2	1	4	5

จากตาราง 12 แสดงให้เห็นว่า

**วงจรปฏิบัติการที่ 1** กระบวนการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริง มีนักเรียนจำนวน 7 กลุ่มที่ได้คะแนน 3 คะแนน กระบวนการทำสถานการณ์หรือปัญหาให้อยู่ในรูปอย่างง่าย เพื่อให้การวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ง่ายขึ้น นักเรียนส่วนใหญ่จำนวน 6 กลุ่มทำคะแนนได้ 2 คะแนน และนักเรียนจำนวน 8 กลุ่มได้รับ 3 คะแนนในกระบวนการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปแบบของคณิตศาสตร์ ซึ่งเห็นได้ว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถที่จะดำเนินการตามกระบวนการ

**วงจรปฏิบัติการที่ 2** กระบวนการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริงซึ่งมีการเพิ่มขึ้นของจำนวนกลุ่มของนักเรียนที่ได้ 3 คะแนน เป็นจำนวน 9 กลุ่มจำนวนกลุ่ม



นักเรียนใน กระบวนการทำสถานการณ์หรือปัญหาให้อยู่ในรูปอย่างง่าย มีจำนวนถึง 7 กลุ่มที่ได้ 2 คะแนน และ กระบวนการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปแบบของคณิตศาสตร์มีจำนวนนักเรียน 6 กลุ่มที่ได้ 3 คะแนน

**วงจรถับปฏิบัติที่ 3** ในวงจรถับปฏิบัตินี้ กระบวนการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริงนั้นยังคงมีนักเรียนจำนวน 9 กลุ่มเช่นเดิมที่ได้ 3 คะแนน กระบวนการทำสถานการณ์หรือปัญหาให้อยู่ในรูปอย่างง่ายมีจำนวนนักเรียนยังคงมีจำนวนนักเรียน 7 กลุ่มที่ได้ 2 คะแนน และมีนักเรียน 1 กลุ่มที่ได้ 3 คะแนน แต่กระบวนการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปแบบของคณิตศาสตร์กลับมีการลดลงของจำนวนนักเรียนที่ได้ 3 คะแนน

**วงจรถับปฏิบัติที่ 4** ในวงจรถับปฏิบัตินี้ ทุกกระบวนการมีการเพิ่มขึ้นของจำนวนกลุ่มนักเรียนอย่างเห็นได้ชัดนั่นคือ กระบวนการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริงเพิ่มขึ้นเป็น 10 กลุ่มที่ได้ 3 คะแนน กระบวนการทำสถานการณ์หรือปัญหาให้อยู่ในรูปอย่างง่ายมีจำนวนกลุ่มของนักเรียนถึง 4 กลุ่มที่ได้ 3 คะแนน และกระบวนการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปแบบของคณิตศาสตร์ ได้คะแนน 3 คะแนนเพิ่มขึ้นเป็นจำนวน 5 กลุ่ม

ซึ่งจะเห็นได้ว่ากระบวนการคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 นั้นมีการพัฒนาอย่างเห็นได้ชัดจากจำนวนกลุ่มที่เพิ่มขึ้นของนักเรียนที่ได้ 3 คะแนน ซึ่งเพิ่มขึ้นในทุกๆกระบวนการย่อยทั้ง 3 กระบวนการ

## 1.2 กระบวนการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา

กระบวนการการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหานั้นเป็นกระบวนการที่สองของการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบไปด้วย 2.1) คิดและนำกลยุทธ์ในการหาวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไปใช้ 2.2) ใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยหาวิธีแก้ปัญหาที่ถูกต้องหรือเหมาะสม 2.3) นำกฎเกณฑ์ ขั้นตอนวิธี และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหา ที่ผ่านการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ โดยนักเรียนจะถูกแบ่งออกเป็น 10 กลุ่ม กลุ่มละ 3-4 คน ผลการจัดการเรียนรู้แสดงในตาราง 13 ดังนี้

ตาราง 13 แสดงจำนวนกลุ่มของนักเรียนที่ได้คะแนนในแต่ละระดับในการทำให้  
หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาในแต่ละวงจร  
ปฏิบัติการ

ระดับคะแนน	วงจรที่ 1			วงจรที่ 2			วงจรที่ 3			วงจรที่ 4		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
กระบวนการ	จำนวนกลุ่ม			จำนวนกลุ่ม			จำนวนกลุ่ม			จำนวนกลุ่ม		
2.1			10	1	1	8	1	1	8	1		9
2.2			10	1		9		1	9	1		9
2.3		1	9	1	1	8		1	9	1		9

จากตาราง 13 แสดงให้เห็นว่า

**วงจรปฏิบัติการที่ 1** ในวงจรปฏิบัติการนี้จะเห็นได้ว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถดำเนินการตามกระบวนการได้เป็นอย่างดี ซึ่งเห็นได้จากจำนวนนักเรียน 10 กลุ่ม ได้ 3 คะแนน ในกระบวนการคิดและนำกลยุทธ์ในการหาวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไปใช้และใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยหาวิธีแก้ปัญหาที่ถูกต้องหรือเหมาะสม และ 9 กลุ่ม ในการนำกฎเกณฑ์ ขั้นตอนวิธี และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหา

**วงจรปฏิบัติการที่ 2** ในวงจรปฏิบัติการนี้ ทั้ง 3 กระบวนการย่อย การคิดและนำกลยุทธ์ในการหาวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไปใช้ การใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยหาวิธีแก้ปัญหาที่ถูกต้องหรือเหมาะสม และการนำกฎเกณฑ์ ขั้นตอนวิธี และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหา มีจำนวนนักเรียนที่ได้ 3 คะแนนเป็นจำนวน 9 กลุ่ม 8 กลุ่ม และ 9 กลุ่มตามลำดับ

**วงจรปฏิบัติการที่ 3** ในวงจรปฏิบัติการนี้ นักเรียนยังคงสามารถดำเนินการตามกระบวนการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทั้งสามกระบวนการย่อยได้เป็นอย่างดี โดยที่จำนวนกลุ่มนักเรียนที่ได้ 3 คะแนน ในการคิดและนำกลยุทธ์ในการหาวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไปใช้มีจำนวน 8 กลุ่ม การใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยหาวิธีแก้ปัญหาที่ถูกต้องหรือเหมาะสมมีจำนวน 9 กลุ่ม และการนำกฎเกณฑ์ ขั้นตอนวิธี และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหา มีจำนวน 9 กลุ่ม

**วงจรถับปฏิบัติกรที่ 4** ในวงจรมีนักเรียนที่ได้คะแนน 3 คะแนน มีจำนวนทั้งหมด 9 กลุ่มในทุกๆ กระบวนการย่อย และมีจำนวน 1 กลุ่มที่ได้คะแนน 1 คะแนน อาจเป็นเพราะความไม่รอบคอบในการทำ

จากผลการจัดการเรียนรู้ในกระบวนการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา แสดงให้เห็นว่า นักเรียนสามารถดำเนินการตามกระบวนการนี้ได้เป็นอย่างดี

### 1.3 กระบวนการการตีความและประเมินผลลัพธ์

กระบวนการการการตีความและประเมินผลลัพธ์นั้นเป็นกระบวนการที่สามของการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบไปด้วย 3.1) ตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์กลับไปสู่บริบทในชีวิตจริง 3.2) ประเมินความเป็นเหตุเป็นผลของวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในบริบทของปัญหาชีวิตจริง 3.3) อธิบายความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์หรือข้อสรุปทางคณิตศาสตร์กับบริบทของปัญหา ที่ผ่านการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ โดยนักเรียนจะถูกแบ่งออกเป็น 10 กลุ่ม กลุ่มละ 3-4 คน ผลการจัดการเรียนรู้แสดงในตาราง 14 ดังนี้

**ตาราง 14 แสดงจำนวนกลุ่มของนักเรียนที่ได้คะแนนในแต่ละระดับในการทำการตีความและประเมินผลลัพธ์ในแต่ละวงจรถับปฏิบัติกร**

	วงจรถับปฏิบัติกรที่ 1			วงจรถับปฏิบัติกรที่ 2			วงจรถับปฏิบัติกรที่ 3			วงจรถับปฏิบัติกรที่ 4		
ระดับคะแนน	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
กระบวนการ	จำนวนกลุ่ม			จำนวนกลุ่ม			จำนวนกลุ่ม			จำนวนกลุ่ม		
3.1	2	8		9	1	8	1	1		8	1	1
3.2	1	8	1	9	1	7	3			8	1	1
3.3	7	3		9	1	9	1			10		

จากตาราง 14 แสดงให้เห็นว่า

**วงจรถับปฏิบัติกรที่ 1** ในวงจรถับปฏิบัติกรนี้ มีนักเรียนจำนวน 8 กลุ่ม ที่ได้ 2 คะแนน ในการตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์กลับไปสู่บริบทในชีวิตจริง และการประเมินความเป็นเหตุเป็นผลของวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในบริบทของปัญหาชีวิตจริง และนักเรียนจำนวน 7 กลุ่ม ได้ 1 คะแนน ในการอธิบายความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์หรือข้อสรุปทางคณิตศาสตร์กับบริบทของปัญหา

**วงจรปฏิบัติการที่ 2** ในวงจรปฏิบัติการนี้ นักเรียนส่วนใหญ่ได้คะแนน เพียงแค่ 1 คะแนน เป็นจำนวน 9 กลุ่ม สำหรับทุกกระบวนการย่อย แต่มีเพียง 1 กลุ่ม ในกระบวนการตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์กลับไปสู่บริบทในชีวิตจริงที่ได้ 3 คะแนน

**วงจรปฏิบัติการที่ 3** วงจรนี้เป็นวงจรมีพัฒนาที่ดีขึ้นนั่นคือ มีนักเรียนจำนวน 1 กลุ่มที่ได้คะแนน 2 คะแนน และ 3 คะแนน ในกระบวนการตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์กลับไปสู่บริบทในชีวิตจริง แต่มีนักเรียนถึง 3 กลุ่มที่ได้ 2 คะแนน สำหรับกระบวนการประเมินความเป็นเหตุเป็นผลของวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในบริบทของปัญหาชีวิตจริง

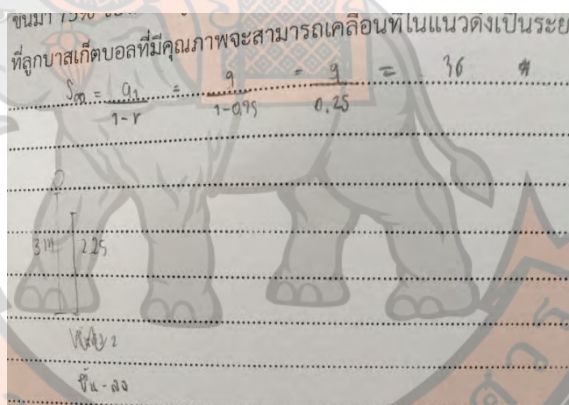
**วงจรปฏิบัติการที่ 4** ในวงจรมีนักเรียนจำนวน 1 กลุ่มที่ได้คะแนน 2 คะแนน และ 3 คะแนน ในกระบวนการตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์กลับไปสู่บริบทในชีวิตจริงและกระบวนการประเมินความเป็นเหตุเป็นผลของวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในบริบทของปัญหาชีวิตจริง ซึ่งแสดงมีการพัฒนาขึ้นจากวงจรก่อนหน้า

จากผลการจัดการเรียนรู้ทั้ง 4 วงจร กระบวนการการการตีความและประเมินผลลัพธ์นั้น แสดงให้เห็นว่า ยังไม่สามารถบอกได้ว่ากระบวนการนี้ได้รับการพัฒนา เนื่องด้วยมีความผันผวนของจำนวนกลุ่มที่ได้ระดับคะแนน 1 2 และ 3 ตลอดทั้ง วงจรปฏิบัติการ 2 ถึง 4

ซึ่งจากผลการวิจัยแสดงให้เห็นว่า กระบวนการที่ 1 การคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ และกระบวนการที่ 3 การตีความและประเมินผลลัพธ์ แสดงให้เห็นถึงการพัฒนาของกระบวนการทั้งสองกระบวนการของนักเรียน แต่อย่างไรก็ตาม กระบวนการที่ 2 การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา ยังไม่ได้แสดงให้เห็นได้อย่างชัดเจนว่ามีการพัฒนาของกระบวนการนี้ของนักเรียน

## 2. การรู้เรื่องคณิตศาสตร์หลังการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

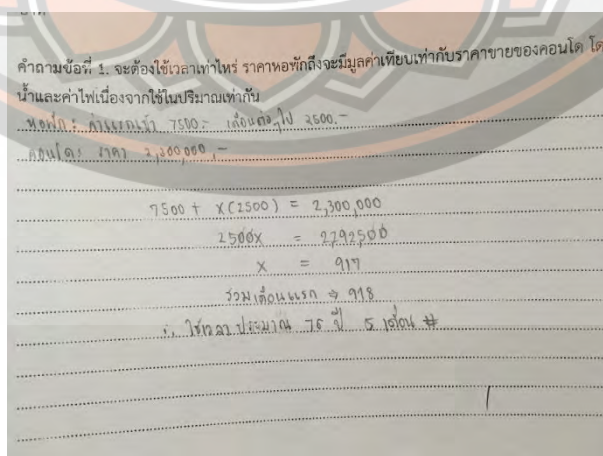
หลังการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เพื่อพัฒนาการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผู้วิจัยได้ทำการประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนเป็นรายบุคคล โดยใช้แบบประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ที่ประกอบไปด้วย 4 ข้อคำถาม โดยแต่ละคำถามจะมีคำถามย่อย 2 คำถามย่อย โดยที่คำถามข้อที่ 1 มุ่งเน้นไปที่การประเมินการคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ และการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา ส่วนคำถามย่อยอีกข้อนั้นมุ่งเน้นประเมินการตีความและประเมินผลลัพธ์โดยการให้คะแนนจะแสดงดังภาพ 21-25 และผลการประเมินแสดงดังตาราง 15



จำนวน 15 ข้อ  
 ที่ลูกบาศก์เกิดบอลที่มีคุณภาพจะสามารถเคลื่อนที่ในแนวตั้งเป็นระยะ  

$$S_n = \frac{a_1 \cdot n}{1-r} = \frac{9 \cdot 9}{1-0.25} = \frac{9}{0.25} = 36 \text{ ข้อ}$$

ภาพ 21 แสดงคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนน 0 คะแนน



คำถามข้อที่ 1. จะต้องใช้เวลาเท่าไร ราคาของทั้งสิ่งมีมูลค่าเทียบเท่ากับราคาขายของคอนโด โดย  
 น้ำและค่าไฟเนื่องจากใช้ในปริมาณเท่ากัน  
 ข้อที่ 1: ค่าแรก 7500, เลื่อนต่อ 2500.  
 ...ลงไฟ: ราคา 2,000,000  

$$7500 + x(2500) = 2,300,000$$

$$2500x = 2,292,500$$

$$x = 917$$
 รวมเดือนแรก 918  
 ...ใช้เวลาประมาณ 76 ปี 5 เดือน

ภาพ 22 แสดงคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนน 1 คะแนน

คำถามข้อที่ 1: จากกราฟแสดงลูกบาศก์ที่ลดลง ลูกบาศก์เกิดบอลที่ถูกปล่อยลงมาจากตึกชั้นที่ 3 กระดอนขึ้นมา 75% ของความสูงเดิมจะถือว่าลูกบาศก์เกิดบอลที่มีคุณภาพที่สามารถจัดจำหน่ายได้ จงหาว่าระยะทั้งหมดที่ลูกบาศก์เกิดบอลที่มีคุณภาพจะสามารถเคลื่อนที่ในแนวดิ่งเป็นระยะทางเท่าไร

$$7r \left[ (0.75)^1 r + (0.75)^2 r + \dots + r \times (0.75)^{n-1} \right]$$

$$S_n = 13.5 \frac{(0.75^n - 1)}{0.75 - 1}$$

$$= -54 (0.75^n - 1)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (-54) \left[ \lim_{n \rightarrow \infty} (0.75)^n - \lim_{n \rightarrow \infty} (1) \right]$$

$$= -54 (0 - 1)$$

$$= 54$$

∴ ลูกบาศก์เคลื่อนที่ได้ระยะทาง 54 m

ภาพ 23 แสดงคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนน 2 คะแนน

น้ำและค่าไฟเนื่องจากใช้ในปริมาณเท่ากัน

$$S_n = \frac{n}{2} (a_1 + (n-1)d)$$

$$1,900,000 = \frac{n}{2} (2,750 + (n-1)100)$$

$$2 \cdot 1,900,000 = 1,500n + 100n^2 - 1,500n$$

$$0 = 100n^2 + 1,400n - 4,100,000$$

$$0 = 100n^2 + 1470n - 41000$$

$$n = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-1470 \pm \sqrt{1470^2 - 4(100)(-41000)}}{2(100)}$$

$$= \frac{-1470 \pm \sqrt{4,401,000 - 16,400,000}}{200}$$

$$= \frac{-1470 \pm \sqrt{-12,000,000}}{200}$$

∴  $n = 105$

ภาพ 24 แสดงคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนน 3 คะแนน

เงินทำไร่ และดอกเบี้ยรวมที่ได้จากการฝากออมทรัพย์เป็นเท่าไร  
 2. ถ้านักเรียนมีเงินอยู่จำนวน 300,000 บาท เมื่อผ่านไป 1 ปี นักเรียนจะได้ดอกเบี้ยอย่างไร

(1) ฝากออมทรัพย์ ดอกเบี้ยที่ได้นั้น เป็น  $100000 \times 1.5 = 150000$  บาท  
 เงินต้นที่ฝากไว้ 300000 บาท  
 เงินต้นที่ฝากไว้ใน 1 ปี เท่ากับเงินต้น 300000 บาท  
 เงินต้นที่ฝากไว้ใน 1 ปี จะได้ออกเงิน  $300000 \times 2.5 = 750000$  บาท  
 เงินต้นที่ฝากไว้ใน 1 ปี จะได้ออกเงิน 750000 บาท

(2) ฝากออมทรัพย์  $300000 \times 2.5 = 750000$  บาท  
 เงินต้นที่ฝากไว้ใน 1 ปี จะได้ออกเงิน  $300000 \times 1.5 = 450000$  บาท

ภาพ 25 แสดงคำตอบของนักเรียนที่ได้คะแนน 4 คะแนน

ตาราง 15 แสดงจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนในแต่ละระดับในแต่ละข้อคำถาม

	กระบวนการที่ 1					กระบวนการที่ 2					กระบวนการที่ 3				
ระดับคะแนน	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4	0	1	2	3	
คำถามที่ 1	3	9	20	2	2	3	9	2	20	2	0	2	20	14	
คำถามที่ 2	3	4	20	7	2	3	4	4	23	2	2	15	10	9	
คำถามที่ 3	5	20	7	1	2	0	20	12	2	2	9	26	6	1	
คำถามที่ 4	18	10	6	2	0	18	10	6	2	0	20	7	9	0	

หมายเหตุ: กระบวนการที่ 1 คือการคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์

กระบวนการที่ 2 คือการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา

กระบวนการที่ 3 คือการตีความและประเมินผลลัพธ์

จากตาราง 15 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถตอบคำถามข้อที่ 1 และ 2 ได้เนื่องด้วยคำถามที่ 1 และ 2 นั้นมีความคล้ายคลึงกับสถานการณ์ที่นักเรียนเคยทำระหว่างการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ แต่ข้อคำถามที่ 3 และ 4 นั้นเป็นข้อคำถามที่มีความซับซ้อนมากขึ้นในแง่ของการแปลงรูปแบบของข้อมูลให้เหมาะสมกับเนื้อหาเรื่องลำดับและอนุกรมซึ่งนักเรียนยังไม่สามารถแปลง 25% ให้เห็น  $\frac{1}{4}$  ของปริมาณทั้งหมดได้ โดยค่า 25% นั้นไม่สามารถนำมาใช้ในการคิดคำนวณด้วยลำดับและอนุกรมได้ จึงทำให้นักเรียนส่วนใหญ่

ไม่สามารถตอบคำถามได้ นั่นคือนักเรียนไม่สามารถระบุประเด็นของสถานการณ์เพื่อแปลงให้อยู่ใน  
รูปภาพทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง

ผลการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ทั้ง 4 วงจรที่เก็บรวบรวมข้อมูล  
ได้จากใบกิจกรรมและแบบประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ แสดงให้เห็นว่า นักเรียนมีการพัฒนา  
ในกระบวนการคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์อย่างเห็นได้ชัด และการจัดการเรียนรู้  
ยังคงส่งเสริมให้นักเรียนได้ฝึกกระบวนการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ใน  
การแก้ปัญหา ถึงแม้ว่านักเรียนจะสามารถดำเนินการตามกระบวนการดังกล่าวได้เป็นอย่างดีอยู่แล้ว  
ซึ่งเห็นได้ถึงผลสัมฤทธิ์ระหว่างจำนวนกลุ่มนักเรียนที่ได้ระดับคะแนน 3 ในใบกิจกรรมและ  
แบบประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ แต่ในส่วนของกระบวนการตีความและประเมินผลลัพธ์นักเรียน  
ไม่ได้ให้ข้อมูลที่เพียงพอต่อการวิเคราะห์เนื่องจากนักเรียนเขียนคำตอบลงในใบกิจกรรมเพียง  
คำตอบสั้นๆ แต่เมื่อผู้วิจัยเข้าไปสอบถามนักเรียนก็สามารถตอบคำถามของผู้วิจัยได้ ซึ่งขัดแย้งกับ  
แบบประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่นักเรียนสามารถตอบคำถามในข้อคำถามที่ 2 ได้อย่างถูกต้อง  
และจากคะแนนจากการประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่แสดงให้เห็นว่าน่าจะมีการพัฒนาในด้าน  
การตีความและประเมินผลลัพธ์



## บทที่ 5

### บทสรุป

การวิจัยเรื่อง การวิจัยเชิงปฏิบัติการเพื่อพัฒนาการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาแนวทางการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 และเพื่อศึกษาผลการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่มีต่อการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ผู้วิจัยขอเสนอผลการวิจัยดังนี้

1. สรุปผลการวิจัย
2. อภิปรายผลการวิจัย
3. ข้อเสนอแนะ

#### สรุปผลการวิจัย

1. แนวทางการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ที่ส่งเสริมการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

จากผลการวิจัยผู้วิจัยได้ค้นพบแนวทางที่เหมาะสมในการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย 6 กระบวนการ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

**ขั้นตอนที่ 1 ระบุปัญหา (identify the problem)** เป็นขั้นตอนที่จะช่วยดึงความสนใจของนักเรียนให้มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรม โดยนักเรียนจะต้องสามารถระบุประเด็นที่สำคัญของสถานการณ์ได้ เพื่อนำไปใช้ในการสร้างตัวแปรในขั้นถัดไป ซึ่งจะเป็นตัวส่งเสริมการระบุประเด็นปัญหาจากสถานการณ์ที่เป็นกระบวนการย่อยของการคิดสถานการณ์ในเชิงคณิตศาสตร์ โดยครูนั้นควรเน้นไปที่การนำเสนอสถานการณ์ให้มีความน่าสนใจ โดยเลือกสถานการณ์ที่ใกล้เคียงกับประสบการณ์ของนักเรียนหรือมีความน่าสนใจ และครูจะต้องทำความเข้าใจสถานการณ์นั้นๆ มาเป็นอย่างดี พร้อมนำเสนอสถานการณ์ให้มีความน่าสนใจ และอธิบายสถานการณ์ให้นักเรียนเข้าใจได้เป็นอย่างดี และเมื่อมีคำถามที่ผิดแปลกจากที่ครูเตรียมมา ครูจำเป็นต้องสามารถที่จะแก้ไขสถานการณ์และอธิบายให้นักเรียนเข้าใจได้อย่างทันที

**ขั้นตอนที่ 2 สร้างสมมติฐานและระบุตัวแปร (make assumptions and identify variables)** เป็นขั้นตอนที่จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้คิดสถานการณ์ในเชิงคณิตศาสตร์มากที่สุด ซึ่งนักเรียนจะต้องสามารถทำการแปลงประเด็นปัญหาในอยู่ในรูปแบบภาษาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งในเรื่องลำดับอนุกรมคือตัวแปรที่อยู่ในรูปของพจน์ทั่วไป ผลต่างร่วม อัตราส่วนร่วม เป็นต้น ดังนั้นครูควรเน้นไปที่การเข้าไปตรวจสอบนักเรียนให้ทั่วถึง การให้คำแนะนำ อธิบายการสร้างตัวแปรที่ถูกต้อง และการให้นิยามของตัวแปรนั้นๆ ซึ่งถ้าครูเข้าไปตรวจสอบนักเรียนอย่างสม่ำเสมอ คอยใช้คำถามกระตุ้น และชี้แนะนักเรียนถึงแนวทางที่ถูกต้อง จะช่วยให้นักเรียนพัฒนาการแปลงสถานการณ์ให้อยู่ในรูปแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้อย่างดี

**ขั้นตอนที่ 3 ลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (do the math)** เป็นขั้นตอนที่จะช่วยส่งเสริมการใช้หลักการในการดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์เพื่อหาผลลัพธ์ ซึ่งนักเรียนจะได้ดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาโดยใช้ข้อมูลจากการสร้างตัวแปรในขั้นตอนก่อนหน้านี้เพื่อทำการหาตัวแบบและผลลัพธ์ของสถานการณ์ ดังนั้นครูควรให้ความสำคัญต่อการดำเนินการตามกระบวนการของนักเรียน โดยจะต้องเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเองก่อน โดยครูควรหมั่นเข้าไปตรวจสอบกระบวนการของนักเรียนอย่างทั่วถึง เพื่อให้คำแนะนำ ชี้แนะแนวทางที่ถูกต้อง แต่ไม่ควรบอกคำตอบที่ถูกต้องกับนักเรียนก่อนและไม่ควรบอกว่าขั้นตอนนั้นผิด แต่ควรให้คำแนะนำนักเรียนสามารถอธิบายกระบวนการของตนเองได้อย่างถูกต้องแล้วจึงบอกว่าถูกต้อง

**ขั้นตอนที่ 4 วิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์ (analyze and assess the solution)** เป็นขั้นตอนของการวิเคราะห์กระบวนการของนักเรียนซึ่งอาจจะสามารถทำไปพร้อมๆ กันกับขั้นตอนที่ 3 ซึ่งจะเป็นการที่นักเรียนจะได้ทำการตรวจสอบกระบวนการของตนเองว่ามีความผิดพลาดอะไรหรือไม่และวิเคราะห์ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของกลุ่มตนเองว่าผลลัพธ์ที่ได้นั้นมีความเหมาะสมหรือไม่ ตัวแบบสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาได้หรือไม่ โดยครูควรเน้นไปที่การอภิปรายกระบวนการของนักเรียน และทำการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกันภายในชั้นเรียน เพื่อให้ นักเรียนได้ใช้ความคิดในการวิเคราะห์ และหมั่นตรวจสอบกระบวนการของนักเรียนให้ทั่วถึง พร้อมให้คำแนะนำต่อนักเรียน ซึ่งจะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนพัฒนาการวิเคราะห์ ตีความ ซึ่งกระบวนการย่อยหนึ่งของการรู้เรื่องคณิตศาสตร์

**ขั้นตอนที่ 5 ทำซ้ำ (iterate)** ในขั้นตอนนี้เป็นขั้นตอนที่ค่อนข้างยุ่งยากที่จะกระตุ้นให้นักเรียนดำเนินการตามกระบวนการเดิมซ้ำอีกครั้ง ซึ่งควรทำไปพร้อมๆ กันกับขั้นตอนที่ 3 และ 4 ดังนั้น ในขั้นตอนนี้ครูควรเป็นผู้กระตุ้นให้นักเรียนดำเนินการตามกระบวนการซ้ำ โดยดึงประเด็น

จากการทำขั้นตอนที่ 3 และ 4 และชี้ให้เห็นถึงความสำคัญในการแก้ไขข้อผิดพลาด เพื่อให้นักเรียนยอมรับเงื่อนไขในการแก้ไขต่อไป

**ขั้นตอนที่ 6 ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (implement the model)** ในขั้นตอนนี้ ครูควรเน้นไปที่การ เข้าไปให้คำแนะนำกับนักเรียน และถามคำถามเพื่อให้ นักเรียนอธิบายการได้มาซึ่งผลลัพธ์รวมไปถึงสถานการณ์ที่นักเรียนจะนำไปประยุกต์ใช้ ว่าเพราะเหตุใดจึงคิดว่าจะนำไปประยุกต์กับสถานการณ์นั้น และจะประยุกต์อย่างไร ซึ่งในกระบวนการนี้นักเรียนจำเป็นต้องมีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น และนำเสนอถึงการหาผลลัพธ์ของนักเรียนซึ่งจะทำให้ครูสามารถพิจารณาและตรวจสอบความเป็นไปได้ในการประยุกต์ใช้ตัวแบบกับสถานการณ์อื่น ๆ ได้

## 2. สรุปผลการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ที่ส่งเสริมการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

ผลการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ที่ส่งผลต่อการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ที่ประกอบด้วย 3 กระบวนการ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

**2.1 การคิดสถานการณ์ในเชิงคณิตศาสตร์** ผลจากใบกิจกรรมแสดงให้เห็นว่าการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงช่วยส่งเสริมการคิดสถานการณ์ในเชิงคณิตศาสตร์ได้ โดยเห็นจากการเพิ่มขึ้นของจำนวนกลุ่มนักเรียนที่ได้ระดับคะแนน 3 ซึ่งจะเห็นได้ว่าการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริงนั้นมีการพัฒนามากที่สุด และการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปแบบของคณิตศาสตร์ และการทำสถานการณ์หรือปัญหาให้อยู่ในรูปแบบง่ายเพื่อทำให้การวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ง่ายมีการพัฒนารองลงมาตามลำดับ ซึ่งสอดคล้องกับผลจากแบบประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ที่นักเรียนสามารถทำคะแนนได้ดีในกระบวนการคิดสถานการณ์ในเชิงคณิตศาสตร์ ดังนั้นการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ช่วยส่งเสริมการคิดสถานการณ์ในเชิงคณิตศาสตร์ได้

**2.2 การใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา** ผลจากใบกิจกรรมของการจัดการเรียนรู้ แสดงให้เห็นว่านักเรียนสามารถดำเนินการตามกระบวนการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา ได้เป็นอย่างดีอยู่แล้ว แต่ยังคงขาดความรอบคอบในการทำอยู่ ซึ่งจะมีเพียงแค่การนำกฎเกณฑ์ ขั้นตอนวิธี และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหานี้ ยังไม่แสดงให้เห็นถึงการพัฒนาที่ชัดเจนเนื่องด้วยมีการทำข้ามขั้นตอนและมีข้อผิดพลาดอยู่บางครั้ง ซึ่งสอดคล้องกับการประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่นักเรียนยังคงข้ามขั้นตอนในการหาผลลัพธ์ของปัญหาและยังมีความคลาดเคลื่อนเกี่ยวกับความรู้สึกเชิงจำนวน

**2.3 ดีความและประเมินผลลัพท์** ผลจากไปกิจกรรมของการจัดการเรียนรู้ แสดงให้เห็นว่าการตีความของนักเรียนและการประเมินผลลัพท์ยังไม่เห็นความชัดเจนว่า การจัดการเรียนรู้สามารถพัฒนาการตีความและการประเมินผลลัพท์ได้ แต่มีแนวโน้มไปในทางที่ดีต่อการพัฒนาการตีความและประเมินผลลัพท์ เนื่องด้วยการวิเคราะห์ข้อมูลจากไปกิจกรรมนักเรียนไม่ได้เขียนบันทึกอย่างให้รายละเอียดเพียงพอแต่เมื่อผู้วิจัยเข้าไปสอบถามจึงได้คำตอบที่แสดงให้เห็นว่านักเรียนมีการพัฒนาขึ้นซึ่งผู้วิจัยสามารถกระตุ้นนักเรียนให้เขียนบันทึกลงในไปกิจกรรมเพียงบางกลุ่มเท่านั้น ซึ่งจะมีเพียงการประเมินความเป็นเหตุเป็นผลของวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในบริบทในชีวิตจริงที่แสดงให้เห็นว่ามีการพัฒนาเพียงเล็กน้อย ซึ่งมีความตรงกันข้ามกับผลจากแบบประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ที่นักเรียนสามารถตีความกลับไปอธิบายบริบทของสถานการณ์ได้เป็นอย่างดีในส่วนของสถานการณ์ที่ใกล้เคียงกับประสบการณ์ของนักเรียน

จากผลแสดงให้เห็นว่ากระบวนการคิดสถานการณ์ในเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีการพัฒนาอย่างเห็นได้ชัด แต่กระบวนการใช้หลักการและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาและการตีความและประเมินผลลัพท์ ของนักเรียนยังมีพัฒนาเพียงเล็กน้อย

### อภิปรายผลการวิจัย

#### 1. แนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้บริบทเป็นฐาน ที่พัฒนาการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

แนวทางการจัดการเรียนรู้โดยใช้บริบทเป็นฐานที่เหมาะสมต่อการพัฒนาการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ สามารถอภิปรายได้ดังนี้

**ขั้นตอนที่ 1 ระบุปัญหา** ในขั้นตอนนี้จะเห็นได้ว่าแนวทางการจัดการเรียนรู้เน้นไปที่ครูเลือกสถานการณ์ที่น่าสนใจ ใกล้เคียงกับประสบการณ์ของนักเรียนและนำเสนอสถานการณ์ได้อย่างน่าสนใจ เพื่อให้นักเรียนได้ทำการระบุประเด็นที่สำคัญจากสถานการณ์ เนื่องจากในวงจรปฏิบัติการที่ 1 เรื่องหุ่น สามารถดึงดูดความสนใจของนักเรียนในการทำกิจกรรมได้เป็นอย่างดี แต่จากบริบทของสถานการณ์ที่มีความห่างไกลกับประสบการณ์ของนักเรียนจึงทำให้นักเรียนยังไม่สามารถระบุประเด็นได้อย่างหลากหลาย ตรงประเด็น แต่หลังจากได้รับคำแนะนำจากผู้วิจัยนักเรียนสามารถระบุประเด็นตามผู้วิจัยได้ดีขึ้น และในวงจรปฏิบัติการที่ 2 เรื่อง ยาเพนิซิลิน เป็นสถานการณ์ที่น่าสนใจซึ่งนักเรียนไม่ทราบมาก่อนเลยว่ายาเพนิซิลินจะเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์เรื่องลำดับและอนุกรมอย่างไร ซึ่งทำให้นักเรียนมีความสนใจและกระตือรือร้นมากขึ้น แต่ด้วยตัวบริบทของสถานการณ์ที่ห่างไกลจากประสบการณ์ของนักเรียน เมื่อผู้วิจัยปล่อยให้ นักเรียนทำกิจกรรมด้วยตนเองส่งผลทำให้นักเรียนไม่สามารถระบุประเด็นได้ จึงทำให้ผู้วิจัยต้อง

อธิบายรายละเอียดของสถานการณ์ให้นักเรียนฟังก่อนเริ่มกิจกรรมพร้อมให้นักเรียนสืบค้นข้อมูลด้วยตนเอง ซึ่งทำให้นักเรียนมีความเข้าใจในสถานการณ์มากยิ่งขึ้นและสามารถระบุประเด็นปัญหาได้หลังจากได้รับคำแนะนำจากผู้วิจัย และในวงจรปฏิบัติการที่ 3 เรื่องปั่นจักรยาน ซึ่งเป็นสถานการณ์ที่มีความใกล้เคียงกับประสบการณ์ของนักเรียนและไม่ซับซ้อน ส่งผลทำให้นักเรียนสามารถระบุประเด็นได้อย่างหลากหลายมากยิ่งขึ้น และสอดคล้องกับสถานการณ์ และในวงจรปฏิบัติการที่ 4 เป็นสถานการณ์ที่ค่อนข้างซับซ้อน จึงทำให้นักเรียนระบุประเด็นได้ซึ่งเกิดจากการที่นักเรียนได้ฝึกการระบุประเด็นจากการจัดการเรียนรู้ที่ผ่านมา ดังนั้นจึงทำให้แนวทางการจัดการเรียนรู้ในขั้นนี้ควรเน้นไปที่ครูเลือกสถานการณ์ที่ใกล้เคียงกับประสบการณ์ของนักเรียนจะทำให้ นักเรียนเกิดความสบายใจและพร้อมที่จะทำสถานการณ์นี้เองด้วยนักเรียนมีประสบการณ์มาก่อน พร้อมทั้งการอธิบายสถานการณ์โดยจะเห็นได้ว่าสถานการณ์สามารถดึงดูดความสนใจของผู้เรียนได้เป็นอย่างดี และการอธิบายร่วมกับการให้คำแนะนำช่วยให้นักเรียนสามารถมองเห็นประเด็นต่างๆ ของสถานการณ์ได้เพิ่มมากขึ้น โดยจากการจัดการเรียนรู้ในขั้นตอนนี้ นักเรียนได้มีการทำการระบุประเด็นจากสถานการณ์โดยครูเป็นผู้สนับสนุน ให้คำแนะนำต่อนักเรียนทำให้เพิ่มทักษะในการดำเนินการตามกระบวนการระบุประเด็นปัญหาจากสถานการณ์ในชีวิตจริงซึ่งเป็นหนึ่งในกระบวนการย่อยของการคิดสถานการณ์ในเชิงคณิตศาสตร์

**ขั้นตอนที่ 2 สร้างสมมติฐานและระบุตัวแปร** ในขั้นตอนนี้ นักเรียนจะได้พัฒนาการแปลงสถานการณ์ในเชิงคณิตศาสตร์ โดยขั้นตอนนี้ควรเน้นไปที่ครูเข้าไปตรวจสอบนักเรียนให้ทั่วถึงการให้คำแนะนำ การอธิบายการสร้างตัวแปรที่ถูกต้อง และการให้นิยามของตัวแปรกับนักเรียน ซึ่งนักเรียนจะได้ทำการแปลงข้อมูลที่ได้จากการระบุประเด็นสำคัญในขั้นตอนที่ 1 ให้อยู่ในรูปแบบทางภาษาคณิตศาสตร์ ซึ่งถ้าครูเข้าไปตรวจสอบนักเรียนอย่างสม่ำเสมอ คอยใช้คำถามกระตุ้น และชี้แนะนักเรียนถึงแนวทางที่ถูกต้อง ซึ่งจะเห็นได้จากวงจรปฏิบัติการที่ 1 นักเรียนได้ทำการสร้างตัวแปรไปพร้อมๆ กันกับผู้วิจัย ซึ่งในระหว่างการสร้างนั้น ได้มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกันระหว่างนักเรียนและผู้วิจัยว่าทำไมถึงต้องสร้างตัวแปรแบบนั้น ซึ่งในวงจรปฏิบัติการนี้เป็นเรื่องลำดับเลขคณิต ซึ่งจะต้องมีการสร้างลำดับขึ้นมาในรูปของลำดับที่ 1 และลำดับทั่วไป พร้อมทั้งให้นิยามของแต่ละลำดับว่าแสดงถึงอะไรในสถานการณ์ ซึ่งเมื่อแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกัน ผู้วิจัยสามารถอธิบายวิธีการสร้างได้อย่างราบรื่นและนักเรียนมีความเข้าใจการสร้างได้เป็นอย่างดี ซึ่งในวงจรปฏิบัติการที่ 2 ผู้วิจัยได้ให้นักเรียนได้ลงมือสร้างตัวแปรด้วยตนเองก่อน แต่เมื่อเข้าไปตรวจ นักเรียนยังมีการให้นิยามของลำดับไม่สอดคล้องกันระหว่าง ลำดับในพจน์ที่ 1 และพจน์ทั่วไปของลำดับ ซึ่งเมื่อผู้วิจัยเข้าไปอธิบายและแลกเปลี่ยนความคิดกับนักเรียน จึงทำให้

นักเรียนเข้าใจและปรับเปลี่ยนนิยามให้สอดคล้องได้ และในส่วนของวงจรถับปฏิบัติที่ 3 และ 4 นักเรียนสามารถแปลงสถานการณ์ให้อยู่ในรูปเชิงคณิตศาสตร์ได้อย่างสอดคล้อง ถูกต้องมากยิ่งขึ้น ดังนั้นจึงเป็นผลทำให้แนวทางการจัดการเรียนรู้ในขั้นตอนนี้ควรเน้นไปที่การให้นักเรียนได้ดำเนินการตามกระบวนการสร้างตัวแปรด้วยตนเองก่อนแล้วผู้วิจัยจึงเข้าไปตรวจดูพร้อมให้คำแนะนำ จึงจะเป็นการส่งเสริมให้นักเรียนได้พัฒนาการคิดสถานการณ์ในเชิงคณิตศาสตร์

**ขั้นตอนที่ 3 ลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์** ในขั้นตอนนี้ จะเห็นได้ว่านักเรียนมีทักษะในการดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ได้เป็นอย่างดี เนื่องจากนักเรียนได้ฝึกการดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์มาอย่างต่อเนื่องจากนักเรียนได้ผ่านการฝึกการดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์จากการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ในทุกระดับชั้นที่ผ่านมาอย่างต่อเนื่อง โดยครูควรเตรียมความพร้อมในด้านของเนื้อหาให้เป็นอย่างดีเพื่อที่จะสามารถให้คำแนะนำและข้อเสนอแนะต่อกระบวนการของนักเรียนได้ โดยระหว่างการจัดการเรียนรู้ในขั้นตอนนี้ควรเน้นให้นักเรียนได้ลงมือปฏิบัติด้วยตนเองก่อน พร้อมทั้งให้ความใส่ใจในการเข้าไปตรวจดูเพื่อให้คำแนะนำกับนักเรียน ซึ่งจะทำให้นักเรียนได้รับแนวทางในการดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้องยิ่งขึ้น แต่ไม่ควรบอกวิธีทำของนักเรียนนั้นไม่ต้อง โดยหลังจากการกระตุ้นด้วยคำถามของผู้วิจัยในทุกๆ วงจรถับปฏิบัติทำให้นักเรียนเขียนอธิบายรายละเอียดขั้นตอนของกระบวนการได้ดียิ่งขึ้นเกิดการทำความเข้าใจขั้นตอนที่น้อยลง ซึ่งขั้นตอนนี้จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนได้ลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ใช้กลยุทธ์และเห็นความเชื่อมโยงของโครงสร้างทางคณิตศาสตร์

**ขั้นตอนที่ 4 วิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์** ในขั้นตอนนี้ควรเน้นไปที่การอภิปรายกระบวนการของนักเรียน และทำการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกันภายในชั้นเรียน เพื่อให้นักเรียนได้ใช้ความคิด วิเคราะห์ ตีความตัวเองแบบเชิงคณิตศาสตร์ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ของตนเองเพื่อเชื่อมโยงให้เข้ากับกับสถานการณ์ และพิจารณาความสมเหตุสมผล ประเมินผลลัพธ์ที่ได้ โดยครูควรหมั่นเข้าไปตรวจสอบกระบวนการของนักเรียนให้ทั่วถึง พร้อมให้คำแนะนำและชี้แนะส่วนที่ขาดหายไปก่อนนักเรียน ซึ่งในวงจรถับปฏิบัติที่ 1 พบว่านักเรียนยังไม่สามารถวิเคราะห์กระบวนการได้ด้วยตนเองแต่สามารถวิเคราะห์ตามผู้วิจัยได้ ซึ่งรวมไปถึงการประเมินผลลัพธ์ ซึ่งในวงจรถับปฏิบัติที่ 2 ได้มีการเพิ่มการอภิปรายเข้าไปในการจัดการเรียนรู้ ซึ่งทำให้นักเรียนได้มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น และนักเรียนได้มีการช่วยกันเสนอความคิด พร้อมทั้งช่วยกันวิเคราะห์ ประเมินผลลัพธ์ จนทำให้นักเรียนสามารถวิเคราะห์สถานการณ์ของตนเองได้ โดยในวงจรถับปฏิบัติที่ 3 และ 4 ได้ดำเนินการอภิปรายเช่นเดียวกับวงจรถับปฏิบัติที่ 2 ซึ่งทำให้นักเรียน

วิเคราะห์ และประเมินผลลัพ์ได้ดีขึ้น จึงส่งผลทำให้ ในขั้นตอนนี้ควรไปที่การอภิปรายกระบวนการของนักเรียนร่วมกับการที่ครูหมั้นเข้าไปตรวจสอบ ให้คำแนะนำ ซึ่งแนะส่วนที่หายไปซึ่งจะเป็นส่วนที่ทำให้ให้นักเรียนได้เห็นจุดที่นักเรียนไม่ได้สังเกตเห็นและไม่ได้ทำการวิเคราะห์และมีผลต่อตัวแบบหรือผลลัพ์ของนักเรียน ซึ่งเป็นการช่วยส่งเสริมการวิเคราะห์ ดีความ และประเมินผลลัพ์

**ขั้นตอนที่ 5 ทำซ้ำ** ในขั้นตอนนี้ครูควรเป็นผู้กระตุ้นให้นักเรียนดำเนินการตามกระบวนการซ้ำ โดยดึงประเด็นจากการทำขั้นตอนที่ 3 และ 4 และชี้ให้เห็นถึงความสำคัญในการแก้ไขข้อผิดพลาด เพื่อให้นักเรียนยอมรับเงื่อนไขในการแก้ไขต่อไป โดยขั้นตอนนี้นักเรียนส่วนใหญ่มีความรู้สึกไม่อยากทำกิจกรรมในขั้นตอนนี้ เนื่องจากเป็นการทบทวนกระบวนการเดิมและทำการแก้ไขหรือปรับปรุงกระบวนการอีกครั้ง ซึ่งนักเรียนไม่ต้องการดำเนินการตามกระบวนการเดิมซ้ำ แต่เมื่อผู้วิจัยเข้าไปตรวจสอบกระบวนการและดึงประเด็นที่ได้ทำการอภิปรายกันมาเสนอต่อ นักเรียนจึงสามารถกระตุ้นให้นักเรียนดำเนินการตามกระบวนการในขั้นตอนนี้ได้ ดังนั้นครูจึงจำเป็นต้องประเมินหรือกระตุ้นให้นักเรียนทำขั้นตอนนี้

**ขั้นตอนที่ 6 ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์** ในขั้นตอนนี้ครูควรเน้นไปที่การเข้าไปให้คำแนะนำกับนักเรียน และถามคำถามเพื่อให้นักเรียนอธิบายการได้มาซึ่งผลลัพ์รวมไปถึงสถานการณ์ที่นักเรียนจะนำไปประยุกต์ใช้ ว่าเพราะเหตุใดจึงคิดว่าจะนำไปประยุกต์กับสถานการณ์นั้น และจะประยุกต์อย่างไร โดยในขั้นตอนนี้มีจุดประสงค์เพื่อให้นักเรียนได้ทำการอธิบายถึงที่มาของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และผลลัพ์ที่ได้ พร้อมทั้งแนวทางในการประยุกต์ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์กับสถานการณ์อื่น ซึ่งในขั้นตอนนี้จะเห็นได้ว่านักเรียนยังไม่สามารถประยุกต์ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของนักเรียนกับสถานการณ์อื่นได้ เนื่องจากสถานการณ์ที่มีความห่างไกลจากประสบการณ์ของนักเรียน เช่น หุ่น ยาเพนิซิลิน เป็นต้น เมื่อนักเรียนดำเนินการตามกระบวนการเสร็จเรียบร้อยแล้วได้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่สามารถใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ดังกล่าวได้แล้วนั้น นักเรียนจะยังคงมีความคิดที่จะประยุกต์ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในรูปแบบเดียวกันกับสถานการณ์เดิม ตัวอย่างเช่นในเรื่องหุ่น นักเรียนจะยังคงเลือกสถานการณ์ที่เกี่ยวข้องกับเรื่องเงิน และยาเพนิซิลิน จะยังคงเป็นเรื่องเกี่ยวกับการดูแลสุขภาพหรือการสลายตัวของสารต่างๆ โดยหลังจากที่ผู้วิจัยเข้าไปตรวจสอบกระบวนการของนักเรียนพร้อมให้คำแนะนำ หรือชี้แนะแนวทางกับนักเรียน ทำให้นักเรียนสามารถมองเห็นจุดบกพร่องของตนเอง และมีแนวทางในการประยุกต์ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้หลากหลายยิ่งขึ้น ซึ่งจะเห็นได้ว่าสถานการณ์ที่ใกล้เคียงกับประสบการณ์ของนักเรียนมีส่วนในการตัดสินใจ

ประยุกต์ความรู้กับสถานการณ์ที่นักเรียนได้พบเจอ ซึ่งจะช่วยพัฒนากระบวนการตีความกลับไปสู่บริบทในชีวิตจริงของนักเรียน

จะเห็นได้ว่าการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่มีแนวทางให้นักเรียนได้ดำเนินการตามกระบวนการต่างๆ ด้วยตนเองโดยครูมีบทบาทเป็นผู้นำเสนอสถานการณ์ที่น่าสนใจและใกล้เคียงกับประสบการณ์ของนักเรียนพร้อมให้คำแนะนำ ชี้แนะแนวทางที่ถูกต้องและเอาใจใส่เข้าไปตรวจสอบกระบวนการของนักเรียนอย่างทั่วถึงและสม่ำเสมอ ช่วยให้นักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้นในกระบวนการของการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ซึ่งมีความสอดคล้องกับทฤษฎีการเรียนรู้ตามแนวทางคอนสตรัคติวิสต์ ทิศนา ขัมณี (2551, น. 288-291) ที่ว่า การเรียนรู้คือการสร้างโครงสร้างทางปัญญาที่สามารถคลี่คลายสถานการณ์ที่เป็นปัญหาและใช้เป็นเครื่องมือในการแก้ปัญหาหรืออธิบายสถานการณ์อื่นๆที่เกี่ยวข้องได้ ซึ่งนักเรียนเป็นผู้สร้างความรู้ด้วยวิธีต่างๆ กัน โดยอาศัยประสบการณ์เดิม โครงสร้างทางปัญญาที่มีอยู่ ความสนใจและแรงจูงใจภายในตนเองเป็นจุดเริ่มต้น และสอดคล้องกับอัมพร ม้าคนอง (2546, น. 6) ที่กล่าวไว้ว่าครูมีหน้าที่จัดให้นักเรียนได้ปรับขยายโครงสร้างทางปัญญาของนักเรียนเองในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้มีการปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียน และครูทำให้นักเรียนมีโอกาสแลกเปลี่ยนเรียนรู้ และอธิบายความรู้อย่างชัดเจนที่นักเรียนได้ค้นพบจากการทำใบกิจกรรม โดยผู้สอนคอยช่วยเหลือให้นักเรียนนำความรู้ที่มีอยู่ออกมาใช้ และไตร่ตรองสิ่งที่ได้จากการอภิปรายกับผู้อื่น ผู้สอนมีหน้าที่จัดสภาพแวดล้อมการเรียนรู้ให้เหมาะสม ตั้งประเด็นปัญหาที่ท้าทาย และช่วยเหลือให้นักเรียนสร้างความรู้ได้

## 2. ผลการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ที่ส่งเสริมการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ เรื่อง ลำดับและอนุกรม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

การจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สามารถช่วยส่งเสริมการพัฒนาการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้ สำหรับการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ด้านกระบวนการคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์นั้นมีการพัฒนาอย่างชัดเจน ซึ่งแสดงให้เห็นในขั้นตอนที่ 1 และ 2 ของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ที่นักเรียนได้ทำการระบุประเด็นสำคัญและสร้างตัวแปรซึ่งเป็นการแปลงสถานการณ์ให้อยู่ในรูปเชิงคณิตศาสตร์ กระบวนการย่อยที่พัฒนามากที่สุดคือกระบวนการระบุประเด็นทางคณิตศาสตร์ของปัญหาในชีวิตจริงและการแปลงปัญหาให้อยู่ในรูปแบบเชิงคณิตศาสตร์ แต่กระบวนการย่อยด้านการทำสถานการณ์หรือปัญหาให้อยู่ในรูปอย่างง่าย เพื่อทำให้การวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ง่ายขึ้นมีการพัฒนาน้อยที่สุดในส่วนของกระบวนการใช้หลักการ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นกระบวนการที่นักเรียนสามารถทำได้ดีอยู่แล้วนั้นพบว่ามียังกระบวนการนำกฎเกณฑ์ ขั้นตอนวิธี และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาที่นักเรียนไม่เขียนแสดงวิธีทำอย่างละเอียด



และข้ามขั้นตอนในการดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ แต่ในกระบวนการย่อยด้านกระบวนการคิดและนำกลยุทธ์ในการหาวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไปใช้และการใช้เครื่องมือทางคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยหาวิธีแก้ปัญหาที่ถูกต้องหรือเหมาะสมนั้น นักเรียนสามารถดำเนินการได้เป็นอย่างดี ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ ศิริชชินทร์ ยศสวรินทร์ (2559) และศุภชัย กรอยสระน้อย (2559) ที่ใช้การจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งทำให้นักเรียนมีการพัฒนาในการแก้ปัญหาในสถานการณ์จริง และสมรรถนะการเชื่อมโยงที่หมายถึง การแก้ปัญหาที่มีความซับซ้อนขึ้น ตามลำดับ สำหรับกระบวนการตีความและประเมินผลลัพธ์ที่ได้รับการพัฒนาในการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในชั้นหลักๆ คือขั้นตอนที่ 3, 4 และ 6 นักเรียนมีการพัฒนาค่อนข้างน้อย เนื่องด้วยตัวสถานการณ์บางสถานการณ์ที่มีความซับซ้อนและห่างไกลจากประสบการณ์ของนักเรียน จนไม่สามารถวิเคราะห์ได้ครบทุกส่วนของสถานการณ์จนเกิดข้อผิดพลาดขึ้น และผู้วิจัยไม่สามารถเข้าไปให้คำแนะนำและกระตุ้นได้อย่างทั่วถึง ซึ่งส่งผลทำให้นักเรียนไม่สามารถที่จะเขียนตอบในใบกิจกรรมเพื่อให้ข้อมูลต่อผู้วิจัยได้อย่างเพียงพอ ดังนั้นในการให้ระดับคะแนนในใบกิจกรรมของนักเรียนนั้นจึงอยู่ในระดับต่ำเป็นส่วนใหญ่ในวงจรปฏิบัติการที่ 3-4 เพราะไม่มีข้อมูลที่แสดงถึงพฤติกรรมที่สอดคล้องไปยังระดับคะแนนที่สูงขึ้น แต่จากการสอบถามระหว่างการจัดการกิจกรรมการเรียนรู้ก็พบว่านักเรียนสามารถได้ตอบและวิเคราะห์ร่วมกับผู้วิจัยได้เป็นอย่างดี นั่นอาจแสดงถึงว่านักเรียนมีความสามารถในการตีความแต่ไม่แสดงออกผ่านการเขียนลงในใบกิจกรรมได้อย่างครบถ้วน หรือนักเรียนไม่ชอบเขียนแสดงผลอย่างละเอียด นิยมเขียนสั้นๆ หรือ เข้าใจแต่ไม่เขียนตอบ ซึ่งผลของใบกิจกรรมแสดงให้เห็นว่ามีความขัดแย้งกับผลคะแนนของแบบประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ซึ่งนักเรียนสามารถทำคะแนนได้ในระดับคะแนน 2-3 ของแบบประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ซึ่งสอดคล้องกับการสอบถามนักเรียนของผู้วิจัย เมื่อพิจารณากระบวนการย่อยของกระบวนการตีความและประเมินผลลัพธ์พบว่ากระบวนการอธิบายความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์หรือข้อสรุปทางคณิตศาสตร์กับบริบทของปัญหามีการพัฒนาที่น้อยที่สุด เมื่อเทียบกับกระบวนการย่อยด้านการตีความผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์กลับไปสู่บริบทในชีวิตจริงและการประเมินความเป็นเหตุเป็นผลของวิธีแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในบริบทของปัญหาชีวิตจริง ซึ่งเป็นการแก้ปัญหาการวิจัยที่สอดคล้องกับข้อสรุปของสุชาดา บัณฑิตวิภาต (2557) ที่ว่า นักเรียนไทยมีกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านการคิดสถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ที่อ่อนกว่าอีกสองด้านที่เหลือ ครูจึงควรฝึกให้นักเรียนรู้จักการ อ่านเพื่อทำความเข้าใจ ตีโจทย์หรือสถานการณ์ให้เป็นปัญหา ทางคณิตศาสตร์ให้ได้ เพราะถือเป็นกระบวนการพื้นฐานทาง คณิตศาสตร์ ก่อนนำไปสู่กระบวนการอื่น ๆ ต่อไป

การจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์อาจจะเป็นตัวช่วยส่งเสริมให้นักเรียนให้สามารถพัฒนาการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ได้ กระบวนการด้านที่พัฒนาหลักๆ คือกระบวนการคิด สถานการณ์ของปัญหาในเชิงคณิตศาสตร์ และกระบวนการตีความและประเมินผลลัพธ์ ส่วนกระบวนการใช้หลักการ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา มีการพัฒนาที่น้อย เนื่องจากนักเรียนไทยมีพื้นฐานด้านนี้ค่อนข้างดีอยู่แล้วแต่อย่างไรก็ตาม ทั้ง 3 กระบวนการยังคงเป็นสิ่งที่ต้องพัฒนาควบคู่กันไป นั่นคือนักเรียนควรมีความเข้าใจในกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง และสามารถทำความเข้าใจสถานการณ์ต่างๆ ได้เป็นอย่างดีรวมไปถึงสามารถที่จะระบุประเด็นปัญหาและสร้างตัวแปร สมมติฐาน พร้อมทั้งการวิเคราะห์ ตีความตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ กลับไปสู่ชีวิตจริง และเกี่ยวข้องกับชีวิตของนักเรียนได้ นอกจากนี้ผลการวิจัยอาจชี้ให้เห็นว่าการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์นั้น ต้องใช้เวลาที่จัดการเรียนรู้มากพอสมควร เพียง 12 ชั่วโมง อาจไม่เพียงพอที่จะพัฒนาการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้อย่างครบถ้วน ทุกกระบวนการของการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ หรือควรจัดการเรียนรู้ในลักษณะที่แฝงหรือสอดแทรก การพัฒนาการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ให้อยู่ในการจัดการเรียนรู้อย่างเป็นปกติ

## ข้อเสนอแนะ

### 1. ข้อเสนอแนะในการนำไปใช้

1.1 ครูควรเลือกสถานการณ์ให้เหมาะสม น่าสนใจ และมีความใกล้เคียงกับประสบการณ์ของนักเรียน เพื่อดึงดูดความสนใจและเพื่อความต่อเนื่องในการทำกิจกรรมในขั้นตอนการจัดการเรียนรู้ต่อไป

1.2 ครูควรเป็นผู้กระตุ้นนักเรียนให้ทำกิจกรรมอย่างต่อเนื่อง โดยใช้คำถามปลายเปิดเพื่อให้นักเรียนได้ใช้ความคิดและถามคำถามอย่างต่อเนื่องทุกขั้นตอนโดยเฉพาะการพัฒนาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นหัวใจสำคัญของงานวิจัยนี้

1.3 ครูควรเพิ่มระยะเวลาในการอภิปรายเพิ่มมากขึ้นเพื่อเป็นการพูดคุยแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกันระหว่างครูและนักเรียน โดยส่วนสำคัญที่จะช่วยส่งเสริมให้นักเรียนสามารถสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ได้นั้นต้องเน้นไปที่ครูเข้าไปให้คำแนะนำต่อนักเรียน

### 2. ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

2.1 ผู้วิจัยควรศึกษาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในชีวิตจริงที่เชื่อมโยงกับเนื้อหาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ว่าสามารถนำมาสร้างเป็นนวัตกรรมเพื่อใช้แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้หรือไม่ และเมื่อนำผนวกกับการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์แล้วจะสร้างกระตุ้นให้นักเรียนสร้างนวัตกรรมใหม่ๆ เพื่อใช้แก้ปัญหาในชีวิตจริงได้หรือไม่ อย่างไร

2.2 ผู้วิจัยควรศึกษาเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ว่าสามารถช่วยส่งเสริมทักษะด้านความคิดสร้างสรรค์ได้หรือไม่ เนื่องด้วยผู้วิจัยสังเกตเห็นว่าในขั้นตอนการระบุปัญหา สามารถช่วยส่งเสริมการคิดคล่องแคล่วซึ่งเป็นหนึ่งในความคิดสร้างสรรค์ และจากผลการวิจัยพบว่าในขั้นการระบุปัญหาจากสถานการณ์นักเรียนสามารถเลือกประเด็นต่างได้อย่างน่าสนใจซึ่งอาจจะส่งผลต่อการคิดริเริ่มสร้างสรรค์

2.3 ผู้วิจัยควรศึกษาเกี่ยวกับการประเมินการรู้เรื่องการเงินเพิ่มเติม ซึ่งเป็นหนึ่งการหัวข้อของการประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ใน PISA 2018 ว่าสามารถจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์มาพัฒนาได้หรือไม่ อย่างไร





บรรณานุกรม

## บรรณานุกรม

- กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). *หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน 2551*. กรุงเทพฯ: ชุมชนุสสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- กรุงเทพธุรกิจ. (2555). *ครูไทยขาดการพัฒนา สอนคณิตศาสตร์ล่าหลัง*. สืบค้น 28 กันยายน 2555, จาก <https://www.kku.ac.th/newspaper/V.php?q=P0000168&l=t>
- กรุงเทพธุรกิจ. (2558). *มิติใหม่ครูไทยสอนในแบบบูรณาการ*. สืบค้น 13 กุมภาพันธ์ 2558, จาก [http://www.moe.go.th/moe/th/news/detail.php?NewsID=40449&Key=news\\_research](http://www.moe.go.th/moe/th/news/detail.php?NewsID=40449&Key=news_research)
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2557). *ผลการประเมิน PISA 2012 คณิตศาสตร์ การอ่าน และวิทยาศาสตร์ นักเรียนรู้อะไร และทำอะไรได้บ้าง*. กรุงเทพฯ: อรุณการพิมพ์.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2560). *กรอบโครงสร้างการประเมินผลนักเรียนโครงการ PISA 2015*. กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.).
- ชัยอนันต์ สมุทวณิช. (2540). *Good Governance กับการปฏิรูปการศึกษา การปฏิรูปการเมือง*. กรุงเทพฯ: สายธาร.
- ทองพันธ์ ยงกุล. (2554). *การวิเคราะห์พหุระดับปัจจัยที่มีอิทธิพลต่อการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ของนักเรียน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในจังหวัดศรีสะเกษ*. มหาสารคาม: มหาวิทยาลัยมหาสารคาม.
- ทีศนา เขมมณี. (2551). *ศาสตร์การสอน*. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- เทพสุดา เกตุทอง. (2551). *ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน จังหวัดลพบุรี (รายงานผลการวิจัย)*. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ธีรวัฒน์ นาคะบุตร. (2546). *ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical modelling)*. นครปฐม: สถาบันราชภัฏนครปฐม.

- บัญชา ชินโณ. (2557). การพัฒนากิจกรรมการเรียนรู้แบบร่วมมือโดยใช้รูปแบบกลุ่มผลสัมฤทธิ์ ร่วมกับกระบวนการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พฤติกรรมการทำงานกลุ่มและเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. สกลนคร. วารสารบัณฑิตศึกษา, 11(52), 75-88.
- รุ่งทิวา บุญมาโตน. (2559). การวิจัยปฏิบัติการเพื่อพัฒนาการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ด้วยการจัดการเรียนรู้โดยใช้บริบทเป็นฐาน (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต). พิษณุโลก: มหาวิทยาลัยนเรศวร.
- วิจารณ์ พานิช. (2555). วิธีสร้างการเรียนรู้เพื่อศิษย์ ในศตวรรษที่ 21. กรุงเทพฯ: มูลนิธิสดศรี-สฤษดิ์วงศ์.
- วีรพล เทพบรรหาร. (2560). ผลการใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวความคิดสอนแนะให้รู้คิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น (รายงานผลการวิจัย) กรุงเทพฯ. จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- คันสนีย์ เณรเทียน. (2560). การเรียนรู้คณิตศาสตร์ผ่านปัญหาในชีวิตจริงที่เน้นการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์. วารสารครุศาสตร์, 45(2), 238-253.
- ศิริชชินทร์ ยศสรวินทร์ รุ่งฟ้า จันท์จากรุณีย์ เสริมศรี ไทยแท้ และ สุกัญญา หะยีสสา. (2559). กิจกรรมการเรียนรู้การสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. วารสารวิทยาศาสตร์, 30(1), 249-264.
- ศุภชัย กรอยสระน้อย. (2559). การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยกระบวนการของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เพื่อพัฒนาสมรรถนะกลุ่มการเรียนรู้ เรื่องกราฟ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต). พิษณุโลก: มหาวิทยาลัยนเรศวร.
- สกล ตั้งแก้วสกุล. (2560). การพัฒนาชุดกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ตามแนวความคิดใช้บริบทเป็นฐาน ร่วมกับการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์ และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3. (รายงานผลการวิจัย) กรุงเทพฯ. จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555 ข). *ครูคณิตศาสตร์มืออาชีพ เส้นทางสู่ความสำเร็จ*. กรุงเทพฯ: 3-คิว มีเดีย.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2557). *ตัวอย่างข้อสอบ PISA 2012*.

กรุงเทพฯ: ห้างหุ้นส่วนจำกัด วี.เจ.พรีนติ้ง.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2558). *มารู้จัก PISA กันเถอะ*. สืบค้น 10 เมษายน 2560, จาก <http://pisathailand.ipst.ac.th/>

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ. (2559). *สรุปผลการประเมิน PISA 2015*. กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.

สำนักคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน. (2558). *ชุดฝึกอบรมการยกระดับคุณภาพผู้เรียนรู้ความพร้อมในการประเมินระดับนานาชาติ (PISA). การรู้เรื่องคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy)*. กรุงเทพฯ: สำนักคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน.

สุชาดา บัณฑวิภาต. (2557). การประเมินการรู้เรื่อง คณิตศาสตร์ของ PISA 2015. *นิตยสารสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี*, 42(188), 35-39.

สุทธิพร จิตต์มิตรภาพ. (2553). *การเปลี่ยนแปลงโลกของการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 และการพัฒนาสู่ "ครูมืออาชีพ"*. กรุงเทพฯ: สำนักงานคณะกรรมการการอุดมศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ.

สุธารอส นิลรอด. (2558). แนะนำ ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ผ่านงานคืบสู่เหย้า. *นิตยสารสสวท*, 43(196), 31-33.

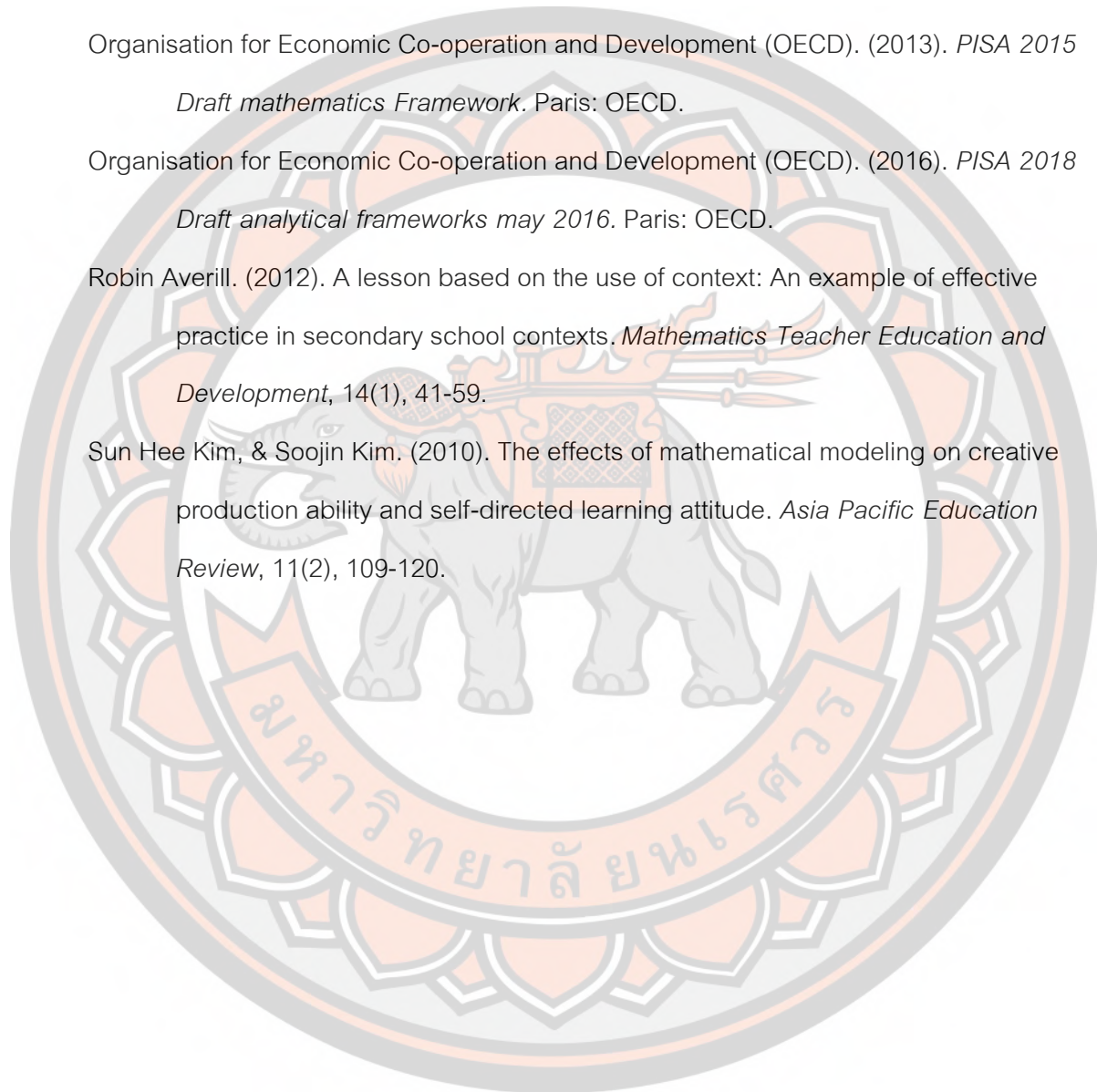
สุนีย์ คล้ายนิล, ปรีชาญ เดชศรี, นาวาอากาศหญิงอัมพลิกา ประโมจน์ย์. (2559). *การเรียนรู้เพื่อโลกวันนี้*. กรุงเทพฯ: เซเวนพรีนติ้ง กรุ๊ป.

อัมพร ม้าคอง. (2558). *คณิตศาสตร์สำหรับครูมัธยม*. กรุงเทพฯ: จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

Karen, B., Jessica L., Rachel L., Rose M.Z., Ben G., Mike L., ... Michelle Montgomery. (2016). *Guidelines for assessment & instruction in mathematical modelling education*. Philadelphia: Consortium for Mathematics and Its Applications, & Society for Industrial and Applied Mathematics.

Johnson D.a., & Rising G.R. (1972). *Guidelines for teaching Mathematics*. Belmont, California: Wadsworth.

- Maria L Hernandez, Rachel Levy, Mathew D. Felton-Koestler, & Rose Mary Zbie. (2016). Mathematical modeling in the high school curriculum. *The national Council of Teachers of Mathematics*, 110(5) 336-342.
- Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD). (2013). *PISA 2015 Draft mathematics Framework*. Paris: OECD.
- Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD). (2016). *PISA 2018 Draft analytical frameworks may 2016*. Paris: OECD.
- Robin Averill. (2012). A lesson based on the use of context: An example of effective practice in secondary school contexts. *Mathematics Teacher Education and Development*, 14(1), 41-59.
- Sun Hee Kim, & Soojin Kim. (2010). The effects of mathematical modeling on creative production ability and self-directed learning attitude. *Asia Pacific Education Review*, 11(2), 109-120.







ภาคผนวก

มหาวิทยาลัยพระนคร

## ภาคผนวก ก แผนการจัดการเรียนรู้โรงเรียนมัธยมสาธิตมหาวิทยาลัยนเรศวร

### แผนการจัดการเรียนรู้โรงเรียนมัธยมสาธิตมหาวิทยาลัยนเรศวร

กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ปีการศึกษา 2560 ภาคเรียนที่ 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 รหัสวิชา ค32102

หน่วยการเรียนรู้ 2 ลำดับและอนุกรม

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 15 เรื่อง ลำดับเลขคณิต เวลา 2 คาบ

#### มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมาย ทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และ เชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

#### ตัวชี้วัด

ค 4.4 ม.4-6/4 เข้าใจความหมายของลำดับและหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัด

ค 6.1 ม.4-6/4 ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ใน การสื่อสารการสื่อความหมาย และการนำเสนอ ได้อย่างถูกต้องและชัดเจน

#### สาระสำคัญ

นิยาม ลำดับเลขคณิต (arithmetic sequence) คือลำดับซึ่งมีผลต่างที่ได้จากการนำพจน์ที่  $n+1$  ลบด้วยพจน์ที่  $n$  เป็นค่าคงตัว สำหรับทุกจำนวนเต็มบวก  $n$  และเรียกค่าคงตัวที่เป็นผลต่างนี้ว่า ผลต่างร่วม (common difference)

#### จุดประสงค์การเรียนรู้

1. ด้านความรู้: เพื่อให้นักเรียน

1.1 สามารถระบุพจน์ที่ 1 และพจน์ทั่วไปของลำดับได้

1.2 สามารถระบุประเด็นที่สำคัญจากสถานการณ์ให้เชื่อมโยงกับลำดับเลขคณิตได้

- 1.3 สามารถระบุผลต่างรวมจากสถานการณ์ได้
2. ด้านทักษะ: เพื่อให้นักเรียน
  - 2.1 สามารถแปลงสถานการณ์ให้อยู่ในรูปของตัวแปรในลำดับเลขคณิตได้
  - 2.2 สามารถสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่สามารถหาคำตอบของปัญหาซึ่งอยู่ในรูปพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิตได้
  - 2.3 สามารถอธิบายสถานการณ์ด้วยลำดับเลขคณิตได้
3. ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์: เพื่อให้นักเรียน
  - 3.1 มีมุ่งมั่นในการทำงาน (มีความเพียรพยายามในการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์)

### สาระการเรียนรู้

นิยาม ลำดับเลขคณิต (arithmetic sequence) คือลำดับซึ่งมีผลต่างที่ได้จากการนำพจน์ที่  $n+1$  ลบด้วยพจน์ที่  $n$  เป็นค่าคงตัว สำหรับทุกจำนวนเต็มบวก  $n$  และเรียกค่าคงตัวที่เป็นผลต่างนี้ว่า ผลต่างร่วม (common difference)

จากบทนิยาม ถ้าให้  $d$  เป็นผลต่างร่วม จะได้  $a_{n+1} - a_n = d$  หรือ  $a_{n+1} = a_n + d$

จำนวนพจน์หาได้จาก  $k = \frac{a_k - a_1}{d} + 1$

พจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต  $a_n = a_1 + (n-1)d$  เมื่อ  $d$  เป็นผลต่างร่วม ดังนั้นจากนิยามจะเห็นได้ว่า ลำดับเลขคณิต เป็นลำดับที่การเพิ่มขึ้น ลดลง หรือมีค่าคงที่เป็นจำนวนที่มีค่าเท่ากับค่า  $d$  ซึ่งเป็นผลต่างร่วม

### กิจกรรมการเรียนรู้

คาบที่ 1-2

ชั้นนำ (5 นาที)

1. ครูใช้คำถาม “นักเรียนคิดว่า ลำดับเลขคณิตนั้นสามารถไปใช้อะไรได้บ้างในชีวิตจริง”  
แนวคำตอบ “ไม่ทราบครับ/ค่ะ” “การฝากเงินครับ/ค่ะ”
2. ครูอธิบายว่าลำดับเลขคณิตนั้นสามารถใช้ในการชีวิตจริงได้ “เรานำลำดับเลขคณิตมาใช้แล้วแต่นักเรียนนั้นอาจจะยังไม่รู้ตัว ดังนั้นวันนี้ครูจึงมีสถานการณ์ที่มีความเกี่ยวข้องกับลำดับเลขคณิตมาให้ให้นักเรียนได้ศึกษา”
3. ครูแจกใบสถานการณ์ที่ 1 เรื่อง หุ่น ให้นักเรียนทุกคนพร้อมกับใบกิจกรรมที่ 1

### ชั้นสอน (45 นาที)

ครูให้นักเรียนอ่านสถานการณ์เป็นเวลา 3 นาที

#### ขั้นตอนที่ 1 ระบุปัญหา (5 นาที)

1. ครูและนักเรียนช่วยกันกำหนดปัญหาจากสถานการณ์
2. ให้นักเรียนช่วยกันเขียนปัญหาหรือข้อคำถาม ลงในข้อที่ 1 ของใบกิจกรรมที่ 1 โดยให้

เขียนปัญหา หรือข้อคำถามเป็นข้อๆ

โดยครูสามารถใช้คำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิด

“นักเรียนคิดว่า จากสถานการณ์ข้างต้นนั้น นาย A ต้องการที่จะรู้อะไรและนาย A รู้  
อะไรบ้าง”

#### ตัวอย่างปัญหา

นาย A จะได้กำไรจากการซื้อหุ้นของบริษัท Workpoint เมื่อใด

นาย A จะต้องใช้เวลานานเท่าใดเพื่อที่จะซื้อหุ้นให้ครบ 100,000 หุ้น

#### ขั้นตอนที่ 2 สร้างสมมติฐานและระบุตัวแปร (5 นาที)

1. ครูให้นักเรียนเลือกปัญหาจากข้อที่ 1 ของใบกิจกรรมที่ 1 ที่นักเรียนมีความสนใจหรือต้องการจะแก้ปัญหานั้นๆ ซึ่งสามารถนำปัญหาข้อที่ 1 มารวมกันเป็นปัญหาเดียวได้ โดยให้เขียนลงไป  
ไปในข้อที่ 2 ของใบกิจกรรมที่ 1

2. ครูอาจแนะแนวทางโดยใช้คำถาม “จากสถานการณ์ข้างต้น นักเรียนคิดว่าปัญหาใดที่เกิดขึ้นกับนาย A ที่จะสามารถแก้ไขได้ หรือปัญหาต่างสามารถแก้ไขได้พร้อมๆกัน”

3. ครูให้นักเรียนกำหนดตัวแปรที่สำคัญและให้นักเรียนทำการกำหนดตัวแปรที่สำคัญ  
จากข้อความในสถานการณ์ที่กำหนดให้

#### ตัวอย่าง

ถ้านักเรียนเลือกปัญหา เมื่อใดที่นาย A จะสามารถมีหุ้นจำนวน 100,000 หุ้น

ให้  $a_1$  แทนจำนวนหุ้นของนาย A ในปีที่ 1

$a_n$  แทนจำนวนหุ้นของนาย A ในปีที่ n

n แทนจำนวนปี

d แทนจำนวนหุ้นที่ซื้อเพิ่มในแต่ละปี

ครูให้นักเรียนตั้งสมมติฐาน

#### ตัวอย่าง

นาย A จะต้องใช้เวลาประมาณ 100 ปี ถึงจะมีหุ้นครบ 100,000 หุ้น

### ขั้นตอนที่ 3 ลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ (20 นาที)

ครูให้นักเรียนลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์เพื่อหาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการหาคำตอบของปัญหา และให้นักเรียน ใช้กระบวนการทางคณิตศาสตร์ เพื่อสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ซึ่งอาจจะอยู่ในรูปแบบ สมการ แผนภูมิ กราฟ เป็นต้น ที่เป็นของตนเอง เพื่อใช้ในการแก้ปัญหาในข้อที่ 1 โดยใช้ข้อมูลจากข้อที่ 2 ของใบกิจกรรมที่ 1 โดยนักเรียน จะต้องเขียนกระบวนการทางคณิตศาสตร์ทั้งหมดลงใน ข้อที่ 3 ของใบกิจกรรม

#### ตัวอย่าง

จากข้อมูลในข้อที่ 2 เราจะสามารถสร้างลำดับเลขคณิตได้เป็น  
1000, 1500, 2000, 2500, ...

$$a_1 = 1000 \quad d = 500$$

$$a_1 = 1000$$

$$a_2 = 1500 = 1000 + 500$$

$$a_3 = 2000 = 1500 + 500 = 1000 + 2(500)$$

$$a_4 = 2500 = 2000 + 500 = 1000 + 3(500)$$

⋮

$$a_n = a_{n-1} + 500 = 1000 + (n-1)(500)$$

$$\therefore a_n = 1000 + (n-1)(500)$$

$$= 1000 + (500n - 500)$$

$$= 1000 - 500 + 500n$$

$$= 500(n+1)$$

$$a_n = 500(n+1)$$

โดย  $a_n$  จะเป็นบ่งบอกถึง จำนวนหุ้นของนาย A เมื่อซื้อหุ้นครั้งที่  $n$  ถ้าต้องการรู้เงินปันผล ณ ขณะนั้น ให้นำ 0.6 เข้าไปคูณกับตัว  $a_n = 500(n+1)$

### ขั้นตอนที่ 4 วิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์ (10 นาที)

ครูให้นักเรียนวิเคราะห์ผลลัพธ์ที่เกิดจากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของตนเอง

#### ตัวอย่าง

เนื่องจากผลลัพธ์ที่ได้คือ

ถ้าให้  $a_n$  เท่ากับจำนวนหุ้น 100,000 หุ้น จะได้  $n$  เท่ากับ 199 ปี ซึ่งผลลัพธ์ที่ได้นั้นไม่สามารถเป็นไปได้ในชีวิตจริงเนื่องจากนาย A ไม่สามารถมีอายุยืนยาวถึง 199 ปี

ครูให้นักเรียนตรวจสอบความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

ให้นักเรียนพิจารณาคำตอบของตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ของตนเอง ว่าสามารถแก้ปัญหาคำตอบให้ข้อที่ 1 ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด ซึ่งจะต้องนำข้อมูลในข้อที่ 2 และกระบวนการทำในข้อที่ 3 มาเทียบกันแล้วเขียนบันทึกลงใน ข้อที่ 4 ของใบกิจกรรมที่ 1

### ตัวอย่าง

จากการกำหนดตัวแปรในข้อที่ 2 ตัวแปรแต่ละตัวมีความสอดคล้องกันโดยเมื่อแทน  $n=1$  ข้อความในตัวแปร  $a_n$  สามารถแสดงแทนข้อความในตัวแปร  $a_1$  ได้และในการเลือกใช้ลำดับเลขคณิตก็มีความสมเหตุสมผลเนื่องจาก ลำดับที่ได้จากการซ้อนหุนเพิ่มขึ้นนั้นเป็นการซ้อนเพิ่มที่คงที่ ซึ่งสอดคล้องกับลำดับเลขคณิต

ครูอาจใช้คำถามเพื่อตรวจสอบ “นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้เป็นจริงได้หรือไม่ สามารถนำไปใช้ได้หรือไม่”

### คาบที่ 3

#### ชั้นสอน (40 นาที)

#### ขั้นตอนที่ 5 ทำซ้ำ (15 นาที)

1. ครูให้นักเรียนกลับไปดำเนินการตามกระบวนการในขั้นตอนที่ 2 หรือขั้นตอนที่ 3 อีกครั้ง ถ้าคำตอบจากกระบวนการที่ 4 ยังไม่สมเหตุสมผล หรือผลลัพธ์ที่ได้นั้นยังไม่ถูกต้อง หรือตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ยังไม่สมบูรณ์ หรือต้องการที่จะขยายตัวแบบให้มีความครอบคลุม สมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

2. หลังจากที่นักเรียนตอบคำถามข้อที่ 2,3 และ 4 เรียบร้อยแล้วนั้น เห็นว่า คำตอบที่ได้จากตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ยังไม่สามารถตอบคำถามในข้อที่ 1 ได้ ยังไม่สมเหตุสมผล หรือผลลัพธ์ที่ได้นั้นยังไม่ถูกต้อง หรือตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ยังไม่สมบูรณ์ หรือต้องการที่จะขยายตัวแบบให้มีความครอบคลุม สมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

3. ให้นักเรียนกลับไปแก้ไขกระบวนการสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์  
ถ้านักเรียนเห็นว่า การกำหนดตัวแปรที่มีผลทำให้คำตอบที่ได้นั้นไม่สมเหตุสมผล ก็สามารถกลับไปแก้ไขการกำหนดตัวแปรได้ในข้อที่ 2 ของใบกิจกรรม

4. ครูอาจช่วยแนะนำให้นักเรียนไปปรับแก้ข้อคำถามอื่นๆ “นักเรียนคิดว่าตัวแบบของเรา นั้นเป็นตัวแบบที่ถูกต้องแล้วหรือยัง ตัวแปรที่กำหนดนั้นสอดคล้องกันหรือไม่”

#### ขั้นตอนที่ 6 ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (5 นาที)

1. ครูให้นักเรียนนำตัวแบบไปใช้ตอบปัญหาและอธิบายผลลัพธ์ที่ได้จากตัวแบบ พร้อมทั้งอธิบายแนวทางในการใช้ตัวแบบในชีวิตจริง

2. ครูอาจจะแนะแนวทางได้ “นักเรียนคิดว่าคำตอบที่ได้นั้น เป็นคำตอบที่สามารถตอบคำถามในข้อที่ 1 ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด และถ้าในชีวิตจริง ถ้านักเรียนเป็นนาย A จะเลือกตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์นี้ในการแก้ปัญหาหรือไม่ เพราะเหตุใด”

### ขั้นสรุป (10 นาที)

1. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปกิจกรรมและความรู้ที่ได้เรียนในครั้งนี้

พจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต  $a_n = a_1 + (n-1)d$  เมื่อ  $d$  เป็นผลต่างร่วมลำดับเลขคณิต เป็นลำดับที่การเพิ่มขึ้น ลดลง หรือมีค่าคงที่ เป็นจำนวนที่มีค่าเท่ากับค่า  $d$  ซึ่งเป็นผลต่างร่วม นักเรียนสามารถสร้างตัวแบบที่มีลักษณะเป็นลำดับเลขคณิต

### สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

1. สถานการณ์ที่ 1 เรื่อง หุ่น
2. ใบกิจกรรมที่ 1

### การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

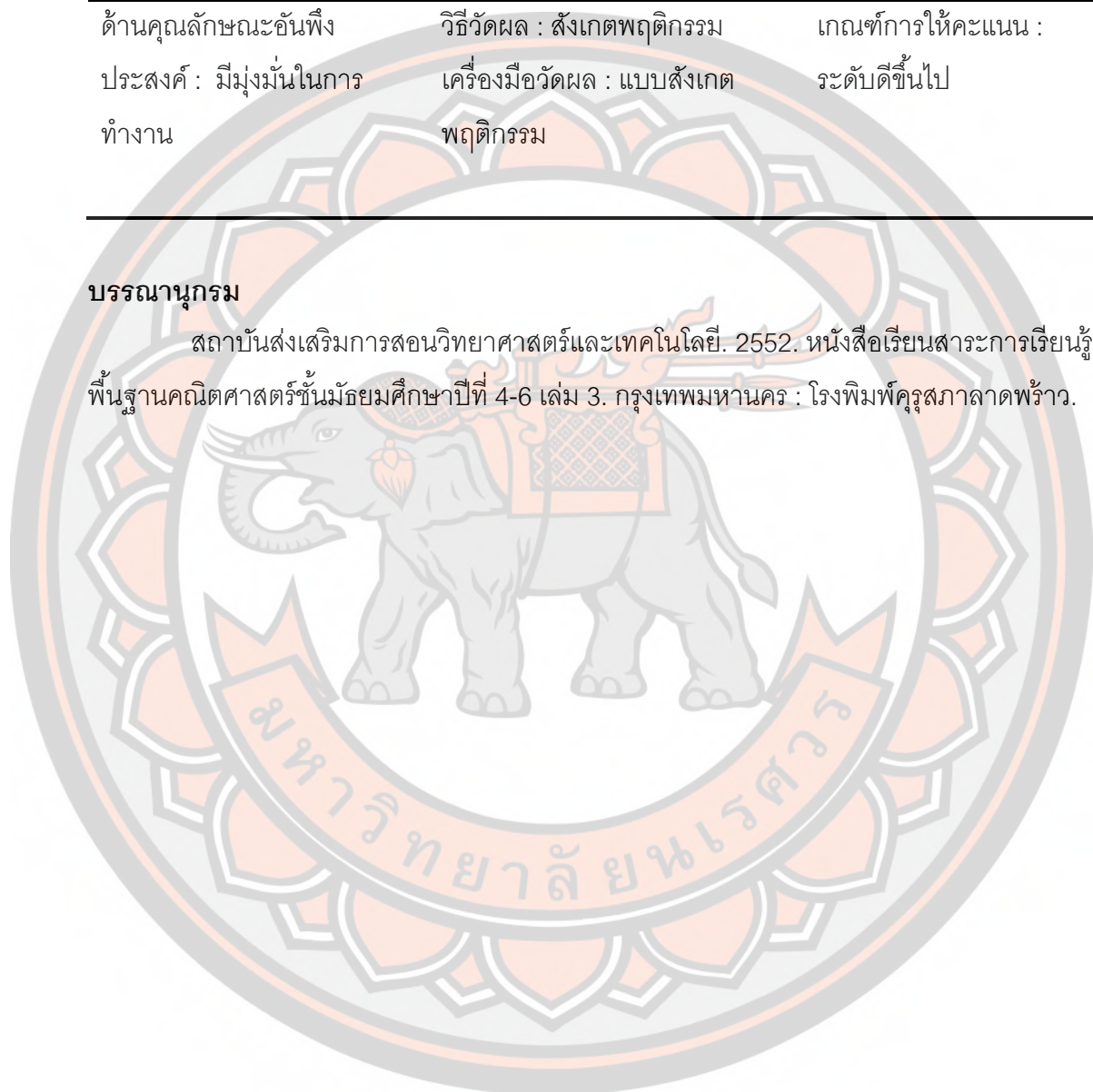
เพื่อให้สอดคล้องกับจุดประสงค์การเรียนรู้ การวัดและประเมินผลการเรียนรู้ในคาบนี้มีดังนี้

จุดประสงค์การเรียนรู้ที่ต้องการวัดและประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
ด้านความรู้ : สามารถแปลงข้อมูลให้อยู่ในรูปของลำดับเลขคณิตได้อย่างถูกต้อง	วิธีวัดผล: ตรวจใบกิจกรรมที่ 1 เครื่องมือวัดผล : ใบกิจกรรมที่ 1	เกณฑ์การให้คะแนน : ระดับดีขึ้นไป
ด้านทักษะ : สามารถสร้างตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่สามารถหาคำตอบของปัญหาได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์	วิธีวัดผล: ตรวจใบกิจกรรมที่ 1 เครื่องมือวัดผล : ใบกิจกรรมที่ 1	เกณฑ์การให้คะแนน : ระดับดีขึ้นไป

จุดประสงค์การเรียนรู้ ที่ต้องการวัดและ ประเมินผล	การวัดผล	การประเมินผล
ด้านคุณลักษณะอันพึง ประสงค์ : มีมุ่งมั่นในการ ทำงาน	วิธีวัดผล : สังเกตพฤติกรรม เครื่องมือวัดผล : แบบสังเกต พฤติกรรม	เกณฑ์การให้คะแนน : ระดับดีขึ้นไป

### บรรณานุกรม

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2552. หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้  
พื้นฐานคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 เล่ม 3. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.





บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

1. ผลการจัดการเรียนรู้

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

2. ปัญหาและอุปสรรค

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

3. แนวทางแก้ไข

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

ลงชื่อ.....ครู

(.....)

วันที่.....

การตรวจแผนการสอน/ความคิดเห็น/ข้อเสนอแนะ

.....

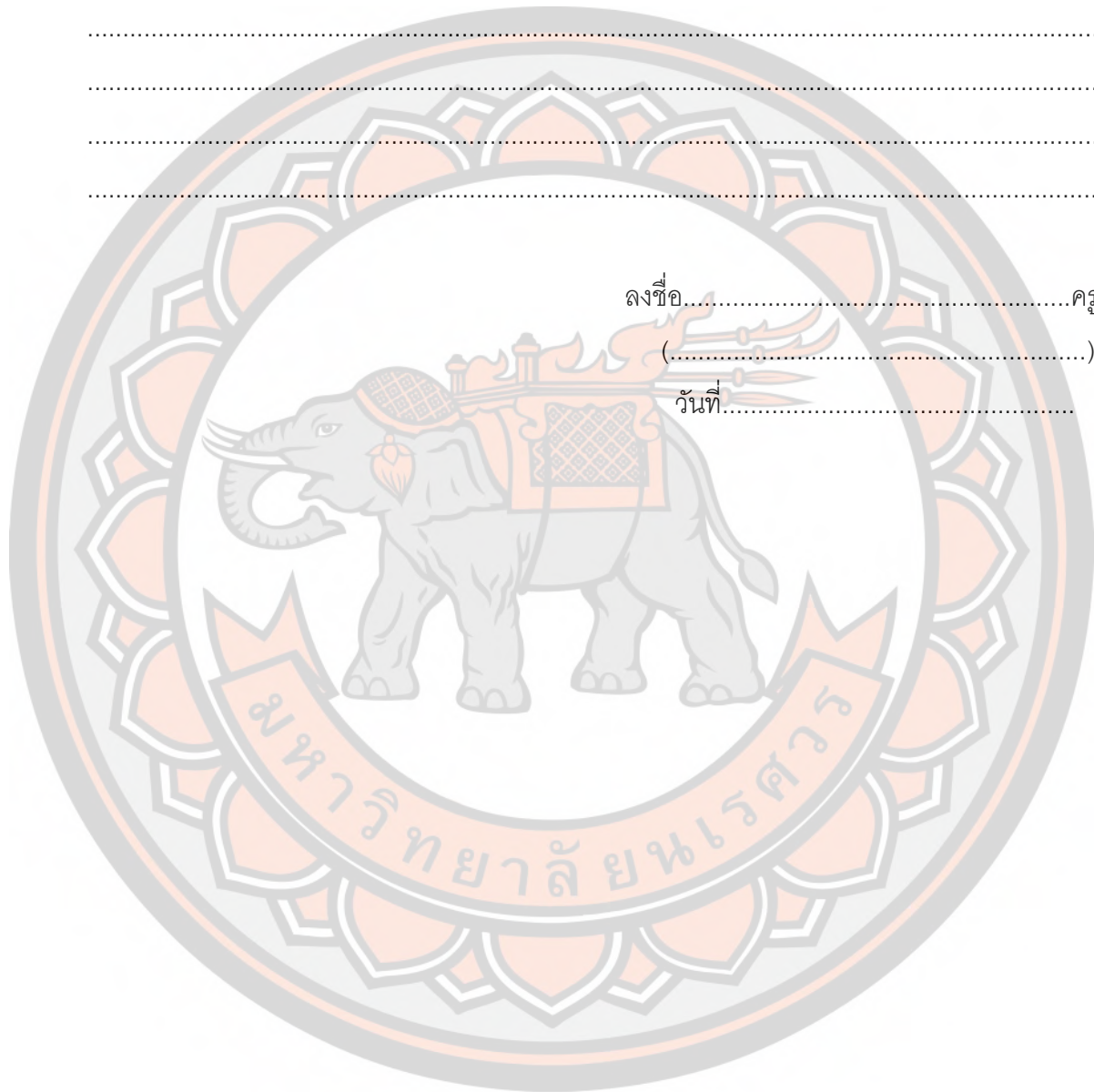
.....

.....

.....

.....

.....



ลงชื่อ.....ครู  
(.....)  
วันที่.....



แบบสังเกตพฤติกรรมระกวางการจัดการเรียนรู้  
รายวิชา คณิตศาสตร์ 4 ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5  
หน่วยการเรียนรู้ที่ 15 ชื่อหน่วย ลำดับเลขคณิต

ประเด็นการ ประเมิน	ระดับคะแนน			รวม
	0	1	2	
มีความเพียร พยายามใน การสร้างตัว แบบเชิง คณิตศาสตร์	ไม่มีร่างรอยการ สร้างตัวแบบเชิง คณิตศาสตร์	สร้างตัวแบบเชิง คณิตศาสตร์ได้แต่ไม่ มีการตรวจสอบ ความถูกต้อง	สร้างตัวแบบเชิง คณิตศาสตร์ได้อย่าง ถูกต้องและมีการ ตรวจสอบแก้ไข	2

# ภาคผนวก ข ใบกิจกรรมที่ 1 การเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ เรื่อง หุ้น

## ใบกิจกรรมที่ 1 สถานการณ์ที่ 1 หุ้น

**23** WORKPOINT  
ENTERTAINMENT PCL

### ข้อมูลหลักทรัพย์และผู้ถือหลักทรัพย์

#### จำนวนทุนจดทะเบียนและทุนชำระแล้ว

ณ วันที่ 31 ธันวาคม 2559 บริษัทมีทุนจดทะเบียน 452,094,295 บาท แบ่งเป็นหุ้นสามัญ 452,094,295 หุ้น มูลค่าที่ตราไว้หุ้นละ 1 บาท เป็นหุ้นที่ออกจำหน่ายและเรียกชำระแล้ว 417,263,236 หุ้น แบ่งเป็นหุ้นสามัญ 417,263,236 หุ้น มูลค่าที่ตราไว้หุ้นละ 1 บาท

#### ผู้ถือหุ้น

รายชื่อผู้ถือหุ้น 10 อันดับแรก ณ วันที่ 31 ธันวาคม 2559

ลำดับ	รายชื่อผู้ถือหุ้นรายใหญ่	จำนวนหุ้น	สัดส่วนการถือหุ้น (%)
1.	นายปัญญา นิรันดร์กุล <sup>1</sup>	108,131,140	25.915
2.	นายประภาส ชลศรานนท์	108,128,750	25.914
3.	MINDO ASIA INVESTMENTS LIMITED	44,800,000	10.737
4.	บริษัท ไทยเอ็นวีดีอาร์ จำกัด	19,817,847	4.750
5.	บริษัท เคนท์ลุ มีเดีย (ประเทศไทย) จำกัด	12,505,582	2.997
6.	นายสมพงษ์ ชลคดีดำรงกุล โดย บลจ.แอสเซทพลัส จำกัด	3,800,000	0.911
7.	นายสมบัติ พาณิชชีวะ	3,390,000	0.812
8.	กองทุนเปิด เค หุ้นทุนบริหารเพื่อการเลี้ยงชีพ	3,333,700	0.799
9.	บริษัท กรุงไทย-แอกซ่า ประกันชีวิต จำกัด(มหาชน) - เคแอม โกธา โดย บริษัทหลักทรัพย์จัดการกองทุนกรุงไทย จำกัด	2,796,040	0.670
10.	กองทุนเปิด กรุงไทย ซีเล็คทีฟ อีควิตี้ ฟันด์	2,576,300	0.617
<b>รวม</b>		<b>309,279,359</b>	<b>74.122</b>

ที่มา : บริษัท ศูนย์รับฝากหลักทรัพย์ (ประเทศไทย) จำกัด

หมายเหตุ : <sup>1</sup> การจัดกลุ่มนี้ เพื่อให้เป็นไปตามประกาศคณะกรรมการกำกับหลักทรัพย์และตลาดหลักทรัพย์ที่ ก.จ.17/2551 ลงวันที่ 15 ธันวาคม 2551 เท่านั้น มิใช่การ จัดกลุ่มตามมาตรา 258 แห่ง พ.ร.บ.หลักทรัพย์และตลาดหลักทรัพย์ พ.ศ. 2535 (รวมถึงที่มีการแก้ไข) แต่อย่างใด

ถ้า นาย A ต้องการซื้อหุ้นของบริษัท Workpoint โดยเริ่มต้นที่ 1,000 หุ้น และจะซื้อเพิ่มทีละ 500 หุ้น ทุกปี โดยบริษัท Workpoint มีนโยบายในการให้ปันผลสำหรับผู้ถือหุ้น ไม่เกิน 100,000 หุ้น ในอัตรา 0.60 บาทต่อหุ้น นาย A จะสามารถตรวจสอบได้อย่างไรว่า ตนเองจะได้รับเงินปันผลเท่าไร เมื่อเวลาผ่านไปกี่ปีถึงจะมีหุ้นเป็นจำนวน 100,000 หุ้น และจะได้กำไรจากเงินปันผลเมื่อใด

**คำชี้แจง:** ให้นักเรียนตอบคำตอบต่อไปนี้ คำถามข้อใดมีการดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ให้เขียนกระบวนการอย่างละเอียด

1. จากสถานการณ์ข้างต้นนักเรียนคิดว่ามีสิ่งใดที่เป็นปัญหาของสถานการณ์นั้น
- นาย A ไม่มีรูปแบบที่สามารถตรวจสอบได้ว่า เมื่อซื้อหุ้นแล้วจะได้รับเงินปันผลเท่าไร เมื่อเวลาผ่านไป เมื่อซื้อหุ้นเพิ่มขึ้น นาย A จะได้เงินปันผลเพิ่มขึ้นหรือน้อยลง เมื่อเวลาผ่านไปเท่าไร นาย A จะได้กำไรจากการซื้อหุ้น
- ใช้เวลานานเท่าไรในการที่จะซื้อหุ้นให้ได้ครบ 100,000 หุ้น

2. ให้นักเรียนเลือกปัญหา มา 1 ปัญหาจากข้อที่ 1 และทำการกำหนดตัวแปรที่สำคัญที่คาดว่าจะมีผลต่อปัญหาพร้อมทั้งสร้างข้อสมมติฐานของผลลัพธ์

นาย A ซื้อหุ้นเริ่มต้นที่ 1,000 หุ้น ให้เป็นลำดับที่ 1 โดยการซื้อหุ้นขึ้น 500 หุ้น

กำหนดให้เป็น ผลต่างร่วม

เพราะฉะนั้น จะได้ลำดับที่เป็นลำดับเลขคณิต 1,000, 1,500, 2,000, 2,500,...

หุ้นราคาต่อหุ้น คือ 1 บาทต่อหุ้น จ่ายเงินปันผล 0.60 บาทต่อหุ้น

$a_1 = 1,000$   $d = 500$

จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ



3. ให้นักเรียนนำข้อมูลที่ได้กำหนดไว้ในข้อที่ 2 มาดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์เพื่อหาตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่สามารถหาคำตอบของปัญหา (แสดงกระบวนการทางคณิตศาสตร์อย่างละเอียด)

1000, 1500, 2000, 2500, ...

$$a_1 = 1000 \quad d = 500$$

$$a_1 = 1000$$

$$a_2 = 1500 = 1000 + 500$$

$$a_3 = 2000 = 1500 + 500 = 1000 + 2(500)$$

$$a_4 = 2500 = 2000 + 500 = 1000 + 3(500)$$

⋮

$$a_n = a_{n-1} + 500 = 1000 + (n-1)(500)$$

$$\therefore a_n = 1000 + (n-1)(500)$$

$$= 1000 + (500n - 500)$$

$$= 1000 - 500 + 500n$$

$$= 500(n+1)$$

$$a_n = 500(n+1)$$

โดย  $a_n$  จะเป็นบ่งบอกถึง จำนวนหุ้นของนาย A เมื่อซื้อหุ้นครั้งที่  $n$  ถ้าต้องการรู้เงินปันผล ณ ขณะนั้น ให้นำ 0.6 เข้าไปคูณกับตัว  $a_n = 500(n+1)$

ดังนั้นเราจะได้ ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการหาเงินปันผลเป็น

$$0.6(500(n+1)) = 300(n+1) \text{ เป็นต้น}$$



4. ให้นักเรียนเช็คคำตอบที่ได้จากข้อที่ 3 และทำการวิเคราะห์ว่าคำตอบและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์นั้นมีความสมเหตุสมผลหรือไม่ สามารถนำไปใช้ได้จริงหรือไม่ พร้อมเขียนอธิบาย (ถ้าคำตอบมีความสมเหตุสมผลแล้วให้ทำข้อที่ 5 ต่อ แต่ถ้ายังไม่สมเหตุสมผลให้กลับไปดำเนินการตามกระบวนการที่ 1-2-3 อีกครั้ง)

ตัวแบบที่สร้างนั้นมีความสมเหตุสมผลเนื่องจากเกิดจากการกำหนดการซื้อหุ้นเริ่มต้น และผลต่างร่วมที่โจทย์กำหนดให้จนได้เป็นพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต และสามารถนำไปหาจำนวนหุ้นของนาย A ได้อย่างถูกต้อง



5. ให้นักเรียนอธิบายว่า ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ที่ได้นั้นสามารถหาคำตอบของปัญหาได้อย่างไร และสามารถนำไปใช้กับอะไรได้อีกบ้าง

ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ที่ได้คือ  $300(n+1)$  ซึ่งเป็นสูตรในการหาเงินปันผลนั้นมีความสมเหตุสมผล และสามารถหาคำตอบได้อย่างถูกต้อง เนื่องด้วย  $a_n$  นั้นเป็นลำดับเลขคณิตที่เกิดจากการให้  $a_1 = 1000$  ซึ่งเป็นการซื้อหุ้นเริ่มต้นของนาย A และทำการซื้อเพิ่มทีละ 500 หุ้น ซึ่งได้กำหนดให้เป็น ผลต่างรวม จนได้ออกมาเป็นพจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต  $a_n = 500(n+1)$  ซึ่งสามารถตรวจสอบได้ว่าเมื่อนาย A ซื้อหุ้นในครั้งที่  $n$  นาย A จะมีหุ้นอยู่เท่าใด และนำจำนวนหุ้นมาคิดเงินปันผล ซึ่งตัวแบบ  $a_n$  นี้สามารถบอกจำนวนเงินที่ใช้ในการซื้อหุ้นของ นาย A ได้อีกด้วย



## ภาคผนวก ค แบบสังเกตการจัดการเรียนรู้

### แบบสังเกตการจัดการเรียนรู้

สังเกตครั้งที่ ..... วันที่ ..... เดือน ..... พ.ศ.....2561....  
แผนการจัดการเรียนรู้ที่ ..... เรื่อง .....  
จำนวน .....2..... ชั่วโมง ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ .....5..... ภาคเรียนที่ .....2..... ปีการศึกษา ..2560...  
ครู นายชนน คันทาว์ตรี

---

### คำชี้แจง

- แบบสังเกตการจัดการเรียนรู้ฉบับนี้ ใช้สำหรับสังเกตการจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิง  
คณิตศาสตร์ เพื่อพัฒนาการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ซึ่งมีทั้งหมด 6 ขั้นตอน ได้แก่
  - ขั้นตอนที่ 1 ระบุปัญหา
  - ขั้นตอนที่ 2 สร้างสมมติฐานและระบุตัวแปร
  - ขั้นตอนที่ 3 ลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์
  - ขั้นตอนที่ 4 วิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์
  - ขั้นตอนที่ 5 ทำซ้ำ
  - ขั้นตอนที่ 6 ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์
- ขอให้ครูประจำการพิจารณาการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัย พร้อมทั้งบันทึกรายละเอียด  
ของการสังเกต ข้อคิดเห็นและข้อเสนอแนะ ในแต่ละขั้นของการจัดการเรียนรู้ของผู้วิจัย

## การจัดการเรียนรู้ที่ใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ประกอบด้วย 6 ขั้นตอนดังต่อไปนี้

### 1. ชั้นระบุปัญหา

1.1 ขั้นตอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียนระบุปัญหาในชีวิตประจำวันให้เชื่อมโยงคณิตศาสตร์ได้หรือไม่ อย่างไร

ได้  ไม่ได้  ไม่แน่ใจ

#### 1.2 ปัญหาและอุปสรรค

#### 1.3 แนวทางในการแก้ไขปรับปรุง

### 2. ชั้นสร้างสมมติฐานและระบุตัวแปร

2.1 ขั้นตอนนี้ส่งเสริมการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ในประเด็นต่อไปนี้หรือไม่ อย่างไร

2.1.1 ขั้นตอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียนกำหนดตัวแปรหรือเขียนแผนภาพเพื่อแก้ปัญหาได้หรือไม่ อย่างไร

ได้  ไม่ได้  ไม่แน่ใจ

2.2.2 ขั้นตอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียนหาวิธีการทางคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาได้หรือไม่ อย่างไร

ได้  ไม่ได้  ไม่แน่ใจ

#### 2.2 ปัญหาและอุปสรรค

### 2.3 แนวทางในการแก้ไขปรับปรุง

#### 3. ชั้นลงมือดำเนินการตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์

3.1 ชั้นตอนนี้ส่งเสริมการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ในประเด็นต่อไปนี้หรือไม่ อย่างไร

3.1.1 ชั้นตอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียนหาวิธีการทางคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาได้หรือไม่ อย่างไร

ได้     ไม่ได้     ไม่แน่ใจ

3.1.2 ชั้นตอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาได้หรือไม่ อย่างไร

ได้     ไม่ได้     ไม่แน่ใจ

#### 3.2 ปัญหาและอุปสรรค

#### 3.3 แนวทางในการแก้ไขปรับปรุง

#### 4. ชั้นวิเคราะห์และประเมินผลลัพธ์

4.1 ชั้นตอนนี้ส่งเสริมการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ในประเด็นต่อไปนี้หรือไม่ อย่างไร

4.1.1 ชั้นตอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียนอธิบายความเหมาะสมของวิธีการที่นักเรียนเลือกได้หรือไม่ อย่างไร

ได้     ไม่ได้     ไม่แน่ใจ

4.1.2 ขั้นตอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียนอธิบายความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์หรือไม่  
อย่างไร

ได้  ไม่ได้  ไม่แน่ใจ

4.1.3 ขั้นตอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียนตีความผลลัพธ์กลับไปสู่ปัญหาหรือไม่ อย่างไร

ได้  ไม่ได้  ไม่แน่ใจ

4.2 ปัญหาและอุปสรรค

4.3 แนวทางในการแก้ไขปรับปรุง

## 5. ขั้นการทำซ้ำ

5.1 ขั้นตอนนี้ส่งเสริมการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ ในประเด็นต่อไปนี้หรือไม่ อย่างไร

5.1.1 ขั้นตอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียนอธิบายความเหมาะสมของวิธีการที่นักเรียน  
เลือกได้หรือไม่ อย่างไร

ได้  ไม่ได้  ไม่แน่ใจ

5.1.2 ขั้นตอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียนอธิบายความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์หรือไม่  
อย่างไร

ได้  ไม่ได้  ไม่แน่ใจ

5.1.3 ขั้นตอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียนตีความผลลัพธ์กลับไปสู่ปัญหาหรือไม่ อย่างไร

ได้     ไม่ได้     ไม่แน่ใจ

5.1.4 ขั้นตอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียนหาวิธีการทางคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาได้หรือไม่ อย่างไร

ได้     ไม่ได้     ไม่แน่ใจ

5.1.5 ขั้นตอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาได้หรือไม่ อย่างไร

ได้     ไม่ได้     ไม่แน่ใจ

5.2 ปัญหาและอุปสรรค

5.3 แนวทางในการแก้ไขปรับปรุง

6. ชั้นใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์

6.1 ขั้นตอนนี้ส่งเสริมให้นักเรียนนำความรู้ไปใช้ในชีวิตจริงหรือสถานการณ์อื่นๆได้หรือไม่ อย่างไร

ได้     ไม่ได้     ไม่แน่ใจ

6.2 ปัญหาและอุปสรรค





## ภาคผนวก ง แบบประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์

### แบบประเมินการรู้เรื่องคณิตศาสตร์

คำสั่ง : จงตอบคำถามจากสถานการณ์ต่อไปนี้ พร้อมทั้งแสดงวิธีทำ

\*\*\*\*\*

#### สถานการณ์ที่ 1 หอพัก



ในการเข้าศึกษาต่อในระดับชั้นอุดมศึกษา นักศึกษาหรือนิสิตในแต่ละมหาวิทยาลัยนั้นจะต้องหาที่พัก ซึ่งจะมีให้เลือกอยู่หลากหลายแบบ ไม่ว่าจะเป็น หอพัก คอนโด บ้านเช่า เป็นต้น  
หอพักแห่งหนึ่งเปิดให้เช่า โดยมีค่าหอพัก เดือนละ 2500 บาท จ่ายครั้งแรกก่อนเข้าพัก 5000 บาท  
ค่าน้ำ 100 บาทต่อคน ค่าไฟ หน่วยละ 6 บาท  
คอนโดใกล้มหาวิทยาลัย เปิดขาย ในราคา 2,300,000 บาท โดย ค่าน้ำหน่วยละ 10.5 บาท ค่าไฟ  
หน่วยละ 2.5 บาท

**คำถามข้อที่ 1:** จะต้องใช้เวลาเท่าไร ราคาหอพักถึงจะมีมูลค่าเทียบเท่ากับราคาขายของคอนโด โดยไม่คิดค่าน้ำและค่าไฟเนื่องจากใช้ในปริมาณเท่ากัน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

---

 เกณฑ์การให้คะแนน
 

---

1 คะแนน

ให้  $a_1$  แทนค่าหอพักในเดือนที่ 1 $a_n$  แทนค่าหอพักในเดือนที่  $n$  $n$  แทนจำนวนเดือน $d$  แทนค่าหอพักที่เพิ่มขึ้นในแต่ละเดือน

จากโจทย์จะได้ลำดับเลขคณิตเป็น

$$7,500, 10,000, 12,500, 15,000, \dots, 2,500n + 5,000, \dots$$

โจทย์ต้องการรู้ว่าใช้เวลาเท่าใดที่ค่าหอพักจะมีมูลค่าเท่ากับมูลค่าของคอนโดในราคาขาย

ให้  $a_n$  เท่ากับค่าหอพักในเดือนที่  $n$  ที่มีมูลค่าเท่ากับ ราคาคอนโด คือ 2,300,000 บาท

จากลำดับข้างต้นเป็นลำดับเลขคณิต เราจึงใช้สูตรการหาผลบวกย่อย  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$2300000 = 7500 + (n-1)2500$$

$$= 5000 + 2500n$$

แทนค่า

$$n = \frac{2300000 - 5000}{2500}$$

$$n = 918$$

ดังนั้น จะต้องใช้เวลาถึง 918 เดือน หรือ 76 ปี 6 เดือน

0 คะแนน

เมื่อตอบคำตอบอื่น ๆ หรือไม่ตอบ

**ลักษณะเฉพาะของข้อสอบ**

เนื้อหาทางคณิตศาสตร์: ลำดับและอนุกรมเลขคณิต

บริบท: ส่วนตัว

กระบวนการ: การคิดเชิงคณิตศาสตร์/การใช้หลักการทางคณิตศาสตร์

รูปแบบของข้อสอบ: เขียนตอบแบบอิสระ





---

 เกณฑ์การให้คะแนน
 

---

1 คะแนน

ให้  $a_1$  แทนจำนวนดอกเบี๋ยแบบฝากประจำในปีที่ 1 $a_n$  แทนจำนวนดอกเบี๋ยแบบฝากประจำในปีที่  $n$  $n$  แทนจำนวนปี $d$  แทนจำนวนดอกเบี๋ยที่เพิ่มขึ้นในแต่ละปี $S_n$  แทนจำนวนดอกเบี๋ยทั้งหมดเมื่อเวลาผ่านไป  $n$  ปี

การฝากประจำสามารถฝากได้สูงสุดได้เดือนละ 2500 บาท ดังนั้น เมื่อครบ 1 ปีจะมีจำนวนเงินฝากทั้งหมด 300000 บาท เพราะฉะนั้นจะได้ลำดับเลขคณิตเป็น

$$300000, 600000, 900000, \dots, 300000n, \dots$$

ซึ่งจะต้องใช้เวลาทั้งหมด 10 ปี 4 เดือน จึงจะฝากเงินครบ 10 ล้านบาท ซึ่งในปีที่ 1 ได้ดอกเบี๋ยเท่ากับ 6900

ในปีที่ 2 ได้ดอกเบี๋ยเท่ากับ 13800

ในปีที่ 3 ได้ดอกเบี๋ยเท่ากับ 20700 ซึ่งจะอยู่ในรูปของลำดับเลขคณิต 6900, 13800, 20700, ..., 6900n, ... จะเห็นได้ว่า ดอกเบี๋ยเพิ่มขึ้นปีละ 6900 บาท

ดอกเบี๋ยของการฝากประจำจะมีจำนวนเงินทั้งหมดเป็นผลรวมของดอกเบี๋ยในเวลา 10 ปี ซึ่งอยู่ในรูปของอนุกรมเลขคณิต

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

$$S_{10} = \frac{10}{2}(2(6900) + (10-1)6900)$$

$$\text{แทนค่า} = 5(6900 + 69000)$$

$$= 5(75900)$$

$$= 379500$$

เนื่องจากการฝากเงินแบบประจำฝากได้เพียงแค่ 10 ปี 4 เดือน ซึ่งจะถูกต้องเป็นดอกเบี๋ยเพียงแค่ 10 ปีเท่านั้น ดังนั้น ดอกเบี๋ยที่ได้ทั้งหมดนั้นเท่ากับ 379500 บาท

ถ้ามีเงินเพียง 300000 บาทก็จะได้ดอกเบี๋ยเท่ากับ 6900 บาท

ให้  $b_1$  แทนจำนวนดอกเบี๋ยแบบฝากออมทรัพย์ในปีที่ 1

---

 เกณฑ์การให้คะแนน
 

---

$b_n$  แทนจำนวนดอกเบี๋ยแบบฝากออมทรัพย์ในปีที่  $n$

$n$  แทนจำนวนปี

$d$  แทนดอกเบี๋ยที่เพิ่มขึ้นในแต่ละปี

$S_n$  แทนจำนวนดอกเบี๋ยทั้งหมดเมื่อเวลาผ่านไป  $n$  ปี

การฝากเงินแบบออมทรัพย์ไม่มีจำนวนวงเงินที่จำกัด ดังนั้นจึงสามารถฝากที่เดียวได้ 10 ล้านบาท และสามารถถอนออกมาฝากอีกครั้งหรือ

ฝากเพิ่มหรือคงถอนและฝากให้จำนวนเงินคงที่

ถ้าฝากเงินแล้วคงจำนวนเงินไว้ที่ 10 ล้านบาท ในทุกๆปี ดังนั้น

ในแต่ละปีจะได้รับดอกเบี๋ยเท่ากับ 150000 บาท ดังนั้นจะได้ลำดับเลขคณิต

150000, 150000, 150000, ..., 150000, ...

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

$$S_{11} = \frac{11}{2}(2(150000) + (11-1)150000)$$

$$\text{แทนค่า} = 11(150000) + 10(150000)$$

$$= 21(150000)$$

$$= 3150000$$

ดังนั้นเมื่อเวลาผ่านไป 11 ปี จะได้ดอกเบี๋ยเป็นจำนวนเงิน 3150000

บาท

ถ้ามีจำนวนเงินเพียง 300000 บาท จะได้ดอกเบี๋ยเท่ากับ 4500 บาท

---

 0 คะแนน

เมื่อตอบคำตอบอื่น ๆ หรือไม่ตอบ

---

**ลักษณะเฉพาะของข้อสอบ**

**เนื้อหาทางคณิตศาสตร์:** ลำดับและอนุกรมเลขคณิต

**บริบท:** ส่วนตัว

**กระบวนการ:** การคิดเชิงคณิตศาสตร์/การใช้หลักการทางคณิตศาสตร์

**รูปแบบของข้อสอบ:** เขียนตอบแบบอิสระ

**คำถามข้อที่ 2:** จากข้อมูลในคำถามข้อที่ 1 รูปแบบการฝากเงินทั้ง 2 แบบมีความสัมพันธ์กับจำนวนเงินฝากอย่างไรและจะได้ดอกเบี้ยมากกว่าอีกรูปแบบเมื่อใด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

เกณฑ์การให้คะแนน

1 คะแนน

การฝากประจำเหมาะสมกับกลุ่มบุคคลที่ไม่มีเงินก้อนใหญ่แต่ต้องจะเก็บเงิน หรือต้องการออมเงินเป็นรายเดือน และมีจำนวนเงินฝากต่อปีไม่เกินวงเงินที่ธนาคารกำหนดซึ่งจะมีผลดีว่าการฝากแบบออมทรัพย์ซึ่งมีการให้ดอกเบี้ยที่น้อยกว่า

การฝากออมทรัพย์เหมาะกับกลุ่มบุคคลที่มีเงินเป็นจำนวนมากและเป็นเงินก้อนใหญ่ที่จะสามารถฝากได้ในครั้งเดียวซึ่งจะต้องมีจำนวนมากกว่าวงเงินที่จำกัดไว้สำหรับการฝากเงินแบบประจำจำนวนสองเท่าจึงจะได้ดอกเบี้ยมากกว่าการฝากแบบประจำ

0 คะแนน

เมื่อตอบคำตอบอื่น ๆ หรือไม่ตอบ

**ลักษณะเฉพาะของข้อสอบ**

**เนื้อหาทางคณิตศาสตร์:** ลำดับและอนุกรมเลขคณิต

**บริบท:** ส่วนตัว

**กระบวนการ:** การตีความและประเมินผลลัพธ์

**รูปแบบของข้อสอบ:** เขียนตอบแบบอิสระ





เกณฑ์การให้คะแนน

1 คะแนน

ให้  $S_n$  แทนระยะเคลื่อนที่ทั้งหมดในแนวตั้งของลูกบอล จะได้

$$\begin{aligned} S_n &= 9 + 9\left(\frac{3}{4}\right) + 9\left(\frac{3}{4}\right) + 9\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right) + 9\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right) + \dots \\ &= 9 + 18\left(\frac{3}{4}\right) + 18\left(\frac{3}{4}\right)^2 + 18\left(\frac{3}{4}\right)^3 + \dots + 18\left(\frac{3}{4}\right)^{n-1} \end{aligned}$$

$$= 9 + 18 \left( \frac{\left(\frac{3}{4}\right)\left(1 - \left(\frac{3}{4}\right)^n\right)}{1 - \left(\frac{3}{4}\right)} \right)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \lim_{n \rightarrow \infty} 9 + \lim_{n \rightarrow \infty} 18 \left( \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3}{4}\right) - \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3}{4}\right)^{n+1}}{\lim_{n \rightarrow \infty} 1 - \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3}{4}\right)} \right)$$

$$= 9 + \frac{18\left(\frac{3}{4}\right)}{1 - \frac{3}{4}}$$

$$= 9 + \frac{54}{\frac{1}{4}}$$

$$= 9 + 54$$

$$= 63$$

ดังนั้น ลูกบอลเคลื่อนที่ในแนวตั้งเป็นระยะทาง 63 เมตร

0 คะแนน

เมื่อตอบคำตอบอื่น ๆ หรือไม่ตอบ

ลักษณะเฉพาะของข้อสอบ

เนื้อหาทางคณิตศาสตร์: ลำดับและอนุกรมเรขาคณิต

บริบท: ส่วนตัว

กระบวนการ: การคิดเชิงคณิตศาสตร์/การใช้หลักการทางคณิตศาสตร์

รูปแบบของข้อสอบ: เขียนตอบอิสระ

**คำถามข้อที่ 2:** นักเรียนคิดว่าจากการทดสอบลูกบาสที่ทำการทดสอบนั้น มีคุณภาพหรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

เกณฑ์การให้คะแนน

1 คะแนน

มีคุณภาพเนื่องจากสามารถที่จะคำนวณระยะของ

0 คะแนน

เมื่อตอบคำถามอื่น ๆ หรือไม่ตอบ

**ลักษณะเฉพาะของข้อสอบ**

**เนื้อหาทางคณิตศาสตร์:** ลำดับและอนุกรมเรขาคณิต

**บริบท:** อาชีพ

**กระบวนการ:** การตีความและประเมินผลลัพธ์

**รูปแบบของข้อสอบ:** เขียนตอบแบบอิสระ



---

 เกณฑ์การให้คะแนน
 

---

1 คะแนน

0 คะแนน เมื่อตอบคำถามอื่น ๆ หรือไม่ตอบ

**ลักษณะเฉพาะของข้อสอบ**
**เนื้อหาทางคณิตศาสตร์:** ลำดับและอนุกรมเรขาคณิต

**บริบท:** อาชีพ

**กระบวนการ:** การคิดเชิงคณิตศาสตร์/การใช้หลักการทางคณิตศาสตร์

**รูปแบบของข้อสอบ:** เขียนตอบแบบอิสระ

**คำถามข้อที่ 2:** ถ้าข้อบังคับของห้องปฏิบัติการบอกไว้ว่า ระยะเวลาอดภัยที่จะเข้าปฏิบัติการทางเคมีของโรงงานนี้คืออากาศในห้องที่ปนเปื้อนสารเคมี มีปริมาณ 15% ดังนั้นถ้าเปิดเครื่องระบายอากาศเป็นเวลา 6 นาที จะสามารถเข้าห้องปฏิบัติการทางเคมีได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

---

 เกณฑ์การให้คะแนน
 

---

1 คะแนน

0 คะแนน เมื่อตอบคำถามอื่น ๆ หรือไม่ตอบ

**ลักษณะเฉพาะของข้อสอบ**
**เนื้อหาทางคณิตศาสตร์:** ลำดับและอนุกรมเรขาคณิต

**บริบท:** อาชีพ

**กระบวนการ:** การตีความและประเมินผลลัพธ์

**รูปแบบของข้อสอบ:** เขียนตอบแบบอิสระ



ประวัติผู้วิจัย

มหาวิทยาลัยพระนคร

## ประวัติผู้วิจัย

ชื่อ - ชื่อสกุล                      ชนน คันธาวัตร์  
วัน เดือน ปี เกิด                    6 มีนาคม 2537  
ที่อยู่ปัจจุบัน                        307 หมู่ 4 ตำบล นครไทย อำเภอนครไทย จังหวัดพิษณุโลก  
    65120  
ประวัติการศึกษา  
    พ.ศ. 2558                      วท.บ. (คณิตศาสตร์) มหาวิทยาลัยนเรศวร

