

บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยครั้งนี้ คณะผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ซึ่งนำมาเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551
2. หลักสูตรแกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ พุทธศักราช 2551
3. ทฤษฎีทางจิตวิทยาที่เกี่ยวข้องกับการสอนวิชาคณิตศาสตร์
4. หลักการและวิธีสอนคณิตศาสตร์
5. ความสำคัญของคณิตศาสตร์
6. โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
7. ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
8. ชุดฝึกทักษะ
9. เทคนิคการสอนแบบ K-W-D-L
10. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
11. ความคงทนในการเรียนรู้
12. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
 - 12.1 งานวิจัยในประเทศ
 - 12.2 งานวิจัยต่างประเทศ

1. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

หลักการ

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน มีหลักการที่สำคัญ ดังนี้

1. เป็นหลักสูตรการศึกษาเพื่อความเป็นเอกภาพของชาติ มีจุดหมายและมาตรฐานการเรียนรู้เป็นเป้าหมายสำหรับพัฒนาเด็กและเยาวชนให้มีความรู้ ทักษะ เจตคติ และคุณธรรม บนพื้นฐานของความเป็นไทยควบคู่กับความเป็นสากล

2. เป็นหลักสูตรการศึกษาเพื่อปวงชน ที่ประชาชนทุกคนมีโอกาสได้รับการศึกษาอย่างเสมอภาค และมีคุณภาพ
3. เป็นหลักสูตรการศึกษาที่สนองการกระจายอำนาจ ให้สังคมมีส่วนร่วมในการจัดการศึกษาให้สอดคล้องกับสภาพและความต้องการของท้องถิ่น
4. เป็นหลักสูตรการศึกษาที่มีโครงสร้างยืดหยุ่นทั้งด้านสาระการเรียนรู้ เวลาและการจัดการเรียนรู้
5. เป็นหลักสูตรการศึกษาที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ
6. เป็นหลักสูตรการศึกษาสำหรับการศึกษาในระบบ นอกกระบบ และตามอัธยาศัย ครอบคลุมทุกกลุ่มเป้าหมาย สามารถเทียบโอนผลการเรียนรู้ และประสบการณ์

จุดหมาย

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน มุ่งพัฒนาผู้เรียนให้เป็นคนดี มีปัญญา มีความสุขมีศักยภาพในการศึกษาต่อ และประกอบอาชีพ จึงกำหนดเป็นจุดหมายเพื่อให้เกิดกับผู้เรียนเมื่อจบการศึกษาขั้นพื้นฐาน ดังนี้

1. มีคุณธรรม จริยธรรม และค่านิยมที่พึงประสงค์ เห็นคุณค่าของตนเอง มีวินัยและปฏิบัติตนตามหลักธรรมของพระพุทธศาสนา หรือศาสนาที่ตนนับถือ ยึดหลักปรัชญาของเศรษฐกิจพอเพียง
2. มีความรู้ ความสามารถในการสื่อสาร การคิด การแก้ปัญหา การใช้เทคโนโลยี และมีทักษะชีวิต
3. มีสุขภาพกายและสุขภาพจิตที่ดี มีสุขนิสัย และรักการออกกำลังกาย
4. มีความรักชาติ มีจิตสำนึกในความเป็นพลเมืองไทยและพลโลก ยึดมั่นในวิถีชีวิต และการปกครองตามระบอบประชาธิปไตยอันมีพระมหากษัตริย์ทรงเป็นประมุข
5. มีจิตสำนึกในการอนุรักษ์วัฒนธรรมและภูมิปัญญาไทย การอนุรักษ์และพัฒนาสิ่งแวดล้อม มีจิตสาธารณะที่มุ่งทำประโยชน์และสร้างสิ่งที่ดีงามในสังคม และอยู่ร่วมกันในสังคมอย่างมีความสุข

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน และคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ในการพัฒนาผู้เรียนตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน มุ่งเน้นพัฒนาผู้เรียนให้มีคุณภาพตามมาตรฐานที่กำหนด ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนเกิดสมรรถนะสำคัญและคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ดังนี้

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน มุ่งให้ผู้เรียนเกิดสมรรถนะสำคัญ ๕ ประการ ดังนี้

1. ความสามารถในการสื่อสาร เป็นความสามารถในการรับและส่งสาร มีวัฒนธรรมในการใช้ภาษาถ่ายทอดความคิด ความรู้ความเข้าใจ ความรู้สึก และทัศนะของตนเองเพื่อแลกเปลี่ยนข้อมูลข่าวสารและประสบการณ์อันจะเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาตนเองและสังคม รวมทั้งการเจรจาต่อรองเพื่อขจัดและลดปัญหาความขัดแย้งต่าง ๆ การเลือกรับหรือไม่รับข้อมูลข่าวสารด้วยหลักเหตุผลและความถูกต้อง ตลอดจนการเลือกใช้วิธีการสื่อสาร ที่มีประสิทธิภาพโดยคำนึงถึงผลกระทบที่มีต่อตนเองและสังคม

2. ความสามารถในการคิด เป็นความสามารถในการคิดวิเคราะห์ การคิดสังเคราะห์ การคิดอย่างสร้างสรรค์ การคิดอย่างมีวิจารณญาณ และการคิดเป็นระบบ เพื่อนำไปสู่การสร้างองค์ความรู้หรือสารสนเทศเพื่อการตัดสินใจเกี่ยวกับตนเองและสังคมได้อย่างเหมาะสม

3. ความสามารถในการแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการแก้ปัญหาและอุปสรรคต่าง ๆ ที่เผชิญได้อย่างถูกต้องเหมาะสมบนพื้นฐานของหลักเหตุผล คุณธรรมและข้อมูลสารสนเทศ เข้าใจความสัมพันธ์และการเปลี่ยนแปลงของเหตุการณ์ต่าง ๆ ในสังคม แสวงหาความรู้ ประยุกต์ความรู้มาใช้ในการป้องกันและแก้ไขปัญหา และมีการตัดสินใจที่มีประสิทธิภาพโดยคำนึงถึงผลกระทบที่เกิดขึ้นต่อตนเอง สังคมและสิ่งแวดล้อม

4. ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต เป็นความสามารถในการนำกระบวนการต่าง ๆ ไปใช้ในการดำเนินชีวิตประจำวัน การเรียนรู้ด้วยตนเอง การเรียนรู้อย่างต่อเนื่อง การทำงาน และการอยู่ร่วมกันในสังคมด้วยการสร้างเสริมความสัมพันธ์อันดีระหว่างบุคคล การจัดการปัญหาและความขัดแย้งต่าง ๆ อย่างเหมาะสม การปรับตัวให้ทันกับการเปลี่ยนแปลงของสังคมและสภาพแวดล้อม และการรู้จักหลีกเลี่ยงพฤติกรรมไม่พึงประสงค์ที่ส่งผลกระทบต่อตนเองและผู้อื่น

5. ความสามารถในการใช้เทคโนโลยี เป็นความสามารถในการเลือก และใช้ เทคโนโลยีด้านต่าง ๆ และมีทักษะกระบวนการทางเทคโนโลยีเพื่อการพัฒนาตนเองและสังคม ในด้านการเรียนรู้ การสื่อสารการทำงาน การแก้ปัญหาอย่างสร้างสรรค์ ถูกต้อง เหมาะสม และมีคุณธรรม

คุณลักษณะอันพึงประสงค์

หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน มุ่งพัฒนาผู้เรียนให้มีคุณลักษณะอันพึงประสงค์ เพื่อให้สามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นในสังคมได้อย่างมีความสุข ในฐานะเป็นพลเมืองไทยและพลโลก ดังนี้

1. รักชาติ ศาสน์ กษัตริย์
2. ซื่อสัตย์สุจริต
3. มีวินัย
4. ใฝ่เรียนรู้
4. อยู่อย่างพอเพียง
6. มุ่งมั่นในการทำงาน
7. รักความเป็นไทย
8. มีจิตสาธารณะ

นอกจากนี้ สถานศึกษาสามารถกำหนดคุณลักษณะอันพึงประสงค์เพิ่มเติมให้สอดคล้องตามบริบทและจุดเน้นของตนเอง

2. หลักสูตรแกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ พุทธศักราช 2551

ทำไมต้องเรียนคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีความสำคัญยิ่งต่อการพัฒนาความคิดมนุษย์ ทำให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างถี่ถ้วนรอบคอบ ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ แก้ปัญหาและนำไปใช้ใน ชีวิตประจำวันได้อย่างถูกต้องเหมาะสม นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษา ทางด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยีและศาสตร์อื่นๆ คณิตศาสตร์จึงมีประโยชน์ต่อการดำเนินชีวิต ช่วยพัฒนาคุณภาพชีวิตให้ดีขึ้น และสามารถอยู่ร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีความสุข

คุณภาพของผู้เรียนเมื่อชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

เมื่อผู้เรียนจบการเรียนจบชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ผู้เรียนควรจะสามารถดังนี้

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับจำนวนจริง มีความเข้าใจเกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน ร้อยละ เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง สามารถดำเนินการเกี่ยวกับจำนวนเต็ม เศษส่วน ทศนิยม เลขยกกำลัง รากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง ใช้การประมาณค่าในการดำเนินการและแก้ปัญหา และนำความรู้เกี่ยวกับจำนวนไปใช้ใน ชีวิตจริงได้

2. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับพื้นที่ผิวของปริซึม ทรงกระบอก และปริมาตรของปริซึม ทรงกระบอก พีระมิด กรวย และทรงกลม เลือกใช้หน่วยการวัดในระบบต่าง ๆ เกี่ยวกับความยาว พื้นที่ และปริมาตรได้อย่างเหมาะสม พร้อมทั้งสามารถนำความรู้เกี่ยวกับการวัดไปใช้ในชีวิตจริงได้
3. สามารถสร้างและอธิบายขั้นตอนการสร้างรูปเรขาคณิตสองมิติโดยใช้วงเวียนและสันตรง อธิบายลักษณะและสมบัติของรูปเรขาคณิตสามมิติซึ่งได้แก่ ปริซึม พีระมิด ทรงกระบอก กรวย และทรงกลมได้
4. มีความเข้าใจเกี่ยวกับสมบัติของความเท่ากันทุกประการและความคล้ายของรูปสามเหลี่ยม เส้นขนาน ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับ และสามารถนำสมบัติเหล่านั้นไปใช้ในการให้เหตุผลและแก้ปัญหาได้ มีความเข้าใจเบื้องต้นเกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิต(geometric transformation) ในเรื่องการเลื่อนขนาน (translation) การสะท้อน (reflection) และการหมุน (rotation) และนำไปใช้ได้
5. สามารถนิยามและอธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ
6. สามารถวิเคราะห์และอธิบายความสัมพันธ์ของแบบรูป สถานการณ์หรือปัญหา และสามารถใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และกราฟการแก้ปัญหาได้
7. สามารถกำหนดประเด็น เขียนข้อความเกี่ยวกับปัญหาหรือสถานการณ์ กำหนดวิธีการศึกษา เก็บรวบรวมข้อมูลและนำเสนอข้อมูลโดยใช้แผนภูมิวงกลม หรือรูปแบบอื่นที่เหมาะสมได้
8. เข้าใจค่ากลางของข้อมูลในเรื่องค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยมของข้อมูลที่ยังไม่ได้แจกแจงความถี่ และเลือกใช้ได้อย่างเหมาะสม รวมทั้งใช้ความรู้ในการพิจารณาข้อมูลข่าวสารทางสถิติ
9. เข้าใจเกี่ยวกับการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ และความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ สามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์และประกอบการตัดสินใจในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้
10. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา ใช้ความรู้ ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้อง และชัดเจน เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทาง

คณิตศาสตร์และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์ และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไป
เชื่อมโยงกับกับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

สาระและมาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้
จำนวนในชีวิตจริง

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและ
ความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่าง ๆ และใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา

มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจระบบจำนวนและนำเสนอสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

สาระที่ 2 การวัด

มาตรฐาน ค 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งที่
ต้องการวัด

มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

สาระที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนึ่งภาพ (visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ
(spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (geometric model) ในการแก้ปัญหา

สาระที่ 4 พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป(pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิง
คณิตศาสตร์ (mathematical model) อื่นๆ แทนสถานการณ์ต่างๆ ตลอดจนแปลความหมายและ
นำไปใช้แก้ปัญหา

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการ
คาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจ
และแก้ปัญหา

สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร
การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์
และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

การวิเคราะห์ตัวชี้วัดชั้นปี/ ช่วงชั้น กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ตาราง 1 แสดงการวิเคราะห์ตัวชี้วัดชั้นปี สาระการเรียนรู้ และจุดประสงค์การเรียนรู้
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

ตัวชี้วัดชั้นปี	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้
1. หา ห.ร.ม. และ ค.ร.น. ของจำนวน นับที่กำหนดให้ 2. ใช้ความรู้เกี่ยวกับ ห.ร.ม. และ ค.ร.น. แก้ปัญหา 3. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา 4. ใช้ความรู้ทักษะกระบวนการทาง คณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการ แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้ อย่างเหมาะสม 5. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปได้อย่างเหมาะสม 6. ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทาง คณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อ ความหมาย และการนำเสนอได้อย่าง ถูกต้องและเหมาะสม 7. เชื่อมโยงความรู้ต่างๆใน คณิตศาสตร์และนำความรู้หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไป เชื่อมโยงกับศาสตร์อื่นๆ 8. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์	1. ห.ร.ม.และค.ร.น. - การหา ห.ร.ม. ของจำนวนนับ - การหาค.ร.น. ของจำนวนนับ - การแก้ปัญหาโดยใช้ ห.ร.ม. และค.ร.น.	1. หา ห.ร.ม. และค.ร.น. ของจำนวนนับที่กำหนดให้ได้ 2. ใช้ความรู้เกี่ยวกับ ห.ร.ม. และแก้ปัญหาค.ร.น.

ตาราง 1 (ต่อ)

ตัวชี้วัดชั้นปี	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้
<p>1. ระบุหรือยกตัวอย่างและเปรียบเทียบจำนวนเต็มบวก จำนวนเต็มลบ และศูนย์</p> <p>2. บวก ลบ คูณ และหารจำนวนเต็มและนำไปใช้แก้ปัญหา ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลที่เกิดขึ้นจากการบวก การลบ การคูณ การหาร และบอกความสัมพันธ์ของการบวกกับการลบการคูณกับการหารของจำนวนเต็ม</p> <p>3. นำความรู้และสมบัติเกี่ยวกับจำนวนเต็มไปใช้ในการแก้ปัญหา</p> <p>4. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา</p> <p>5. ใช้ความรู้ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม</p> <p>6. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปได้อย่างเหมาะสม</p> <p>7. ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม</p> <p>8. เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้หลักการ</p>	<p>2. จำนวนเต็ม</p> <p>- จำนวนเต็มบวก จำนวนเต็มลบและจำนวนเต็มศูนย์</p> <p>- การเปรียบเทียบจำนวนเต็ม</p> <p>- การบวก การลบ การคูณและการหารจำนวนเต็ม</p> <p>- สมบัติเกี่ยวกับจำนวนเต็มและการนำไปใช้</p>	<p>1. ระบุหรือยกตัวอย่างจำนวนเต็มบวก จำนวนเต็มลบ และศูนย์ได้</p> <p>2. เปรียบเทียบจำนวนเต็มได้</p> <p>3. บวก ลบ คูณ และหารจำนวนเต็มได้ อธิบายผลที่เกิดขึ้นจากการบวก การลบ การคูณ และการหารจำนวนเต็ม พร้อมทั้งบอกความสัมพันธ์ของการดำเนินการได้</p> <p>4. นำความรู้และสมบัติเกี่ยวกับจำนวนเต็มไป ใช้ได้</p> <p>5. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ ที่ได้</p>

ตาราง 1 (ต่อ)

ตัวชี้วัดชั้นปี	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้
<p>กระบวนการ ทางคณิตศาสตร์ไป เชื่อมโยงกับศาสตร์อื่นๆ</p> <p>9. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์</p> <p>1. เข้าใจเกี่ยวกับเลขยกกำลังที่มีเลข ชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มและเขียน แสดงจำนวนให้อยู่ในรูปสัญกรณ์ วิทยาศาสตร์ (scientificnotation)</p> <p>2. อธิบายผลที่เกิดขึ้นจากการยก กำลังของจำนวนเต็ม เศษส่วนและ ทศนิยม</p> <p>3. คุณและหารของเลขยกกำลังที่มี ฐานเดียวกันและเลขชี้กำลังเป็น จำนวนเต็ม</p> <p>4. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา</p> <p>5. ใช้ความรู้ทักษะกระบวนการทาง คณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการ แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้ อย่างเหมาะสม</p> <p>6. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปได้อย่างเหมาะสม</p> <p>7. ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทาง คณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อ ความหมาย และ การนำเสนอได้ อย่างถูกต้องและเหมาะสม</p> <p>8. เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ใน</p>	<p>3. เลขยกกำลัง</p> <ul style="list-style-type: none"> - ความหมายของเลขยกกำลัง - การเขียนแสดงจำนวนใน รูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ - การคูณและการหารเลขยก กำลังที่มีฐานเดียวกันและเลขชี้ กำลังเป็นจำนวนเต็ม 	<p>1. เขียนเลขยกกำลังที่มีเลขชี้ กำลังเป็นจำนวนเต็มแทน จำนวนที่กำหนดให้ได้</p> <p>2. ใช้เลขยกกำลังในการเขียน แสดงจำนวนใน รูปของสัญ กรณ์วิทยาศาสตร์ (scientificnotation) ได้</p> <p>3. คูณและหารเลขยกกำลังที่ มีฐานเดียวกัน และเลขชี้กำลัง เป็นจำนวนเต็มได้ตระหนักถึง ความสมเหตุสมผลของ คำตอบที่ได้</p>

ตาราง 1 (ต่อ)

ตัวชี้วัดชั้นปี	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้
<p>คณิตศาสตร์และนำความรู้หลักการกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่นๆ</p> <p>9. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์</p> <p>1. สร้างและบอกขั้นตอนการสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิต</p> <p>2. สร้างรูปเรขาคณิตสองมิติโดยใช้การสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิตและบอกขั้นตอนการสร้างโดยไม่เน้นการพิสูจน์</p> <p>3. สืบเสาะสังเกตและคาดการณ์เกี่ยวกับ สมบัติทางเรขาคณิต</p> <p>4. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา</p> <p>5. ใช้ความรู้ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม</p> <p>6. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปได้อย่างเหมาะสม</p> <p>7. ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม</p> <p>8. เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้หลักการ</p>	<p>4. พื้นฐานทางเรขาคณิต</p> <p>4.1 การสร้างรูปเรขาคณิตโดยใช้วงเวียนและเส้นตรง</p> <ul style="list-style-type: none"> - การสร้างส่วนของเส้นตรงให้ยาวเท่ากับความยาวของส่วนของเส้นตรงที่กำหนดให้ - การแบ่งครึ่งส่วนของเส้นตรงที่กำหนดให้ - การสร้างมุมให้มีขนาดเท่ากับขนาด ของมุมที่กำหนดให้ - การแบ่งครึ่งมุมที่กำหนดให้ - การสร้างเส้นตั้งฉากจากจุดภายนอกมายังเส้นตรงที่กำหนดให้ - การสร้างเส้นตั้งฉากที่จุดจุดหนึ่งบนเส้นตรงที่กำหนดให้ <p>4.2 การสร้างรูปเรขาคณิตอย่างง่ายโดยใช้การสร้างพื้นฐาน</p> <p>4.3 การสำรวจสมบัติทางเรขาคณิต</p>	<p>1. สร้างรูปเรขาคณิตและบอกขั้นตอนการสร้างต่อไปนี้ได้</p> <p>1.1 การสร้างส่วนของเส้นตรงให้ยาวเท่ากับความยาวของส่วนของเส้นตรงที่กำหนดให้ได้</p> <p>1.2 การแบ่งครึ่งส่วนของเส้นตรงที่กำหนดให้ได้</p> <p>1.3 การสร้างมุมให้มีขนาดเท่ากับขนาดของมุมที่กำหนดให้</p> <p>1.4 การแบ่งครึ่งมุมที่กำหนดให้</p> <p>1.5 การสร้างเส้นตั้งฉากจากจุดภายนอกมายังเส้นตรงที่กำหนดให้</p> <p>1.6 การสร้างเส้นตั้งฉากที่จุดจุดหนึ่งบนเส้นตรงที่กำหนดให้</p> <p>2. นำการสร้างพื้นฐานไปสร้างรูปเรขาคณิตอย่างง่ายได้</p> <p>3. สืบเสาะสังเกตและ</p>

ตาราง 1 (ต่อ)

ตัวชี้วัดชั้นปี	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้
<p>กระบวนการ ทางคณิตศาสตร์ไป เชื่อมโยงกับศาสตร์ อื่นๆ</p> <p>9. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์</p> <p>1. ระบุหรือยกตัวอย่างและ เปรียบเทียบเศษส่วนและทศนิยม</p> <p>2. บวก ลบ คูณ และหารเศษส่วน แลทศนิยมและนำไปใช้แก้ปัญหา ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของ คำตอบ อธิบายผลที่เกิดขึ้นจากการ บวก การลบ การคูณ การหาร และ บอกความสัมพันธ์ของการบวกกับ การลบการคูณกับการหารของ เศษส่วนและทศนิยม</p> <p>3. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา</p> <p>4. ใช้ความรู้ทักษะกระบวนการทาง คณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการ แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้ อย่างเหมาะสม</p> <p>5. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปได้อย่างเหมาะสม</p> <p>6. ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทาง คณิตศาสตร์ ในการสื่อสาร การสื่อ ความหมาย และ การนำเสนอได้ อย่างถูกต้องและเหมาะสม</p>	<p>5. เศษส่วนและทศนิยม</p> <ul style="list-style-type: none"> - การเปรียบเทียบเศษส่วนและ ทศนิยม - การบวก ลบ คูณ หาร เศษส่วนและทศนิยม - โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ เกี่ยวกับเศษส่วนและทศนิยม 	<p>คาดการณ์เกี่ยวกับ สมบัติ ทางเรขาคณิต</p> <p>1. เขียนเศษส่วนในรูปทศนิยม และเขียนทศนิยมซ้ำๆ ในรูป เศษส่วนได้</p> <p>2. เปรียบเทียบเศษส่วนและ ทศนิยมได้</p> <p>3. บวก ลบ คูณ หาร เศษส่วนและทศนิยมได้ อธิบายผลที่เกิดขึ้นจากการ บวก การลบ การคูณและการ หารจำนวนเต็ม เศษส่วน และทศนิยม พร้อมทั้งบอก ความสัมพันธ์ของการ ดำเนินการได้</p> <p>4. นำความรู้เกี่ยวกับเศษส่วน และทศนิยมไปใช้แก้โจทย์ ปัญหารวมทั้งสถานการณ์ เกี่ยวกับความน่าจะเป็นได้</p> <p>5. ตระหนักถึงความ สมเหตุสมผลของคำตอบ ที่ได้</p>

ตาราง 1 (ต่อ)

ตัวชี้วัดชั้นปี	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้
<p>7. เชื่อมโยงความรู้ต่างๆใน คณิตศาสตร์ และนำความรู้หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไป เชื่อมโยงกับศาสตร์อื่นๆ</p> <p>8. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์</p> <p>1. ใช้การประมาณค่าในสถานการณ์ ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม รวมถึงใช้ ในการพิจารณาความสมเหตุสมผล ของคำตอบที่ได้จากการคำนวณ</p> <p>2. อธิบายได้ว่าเหตุการณ์ที่ กำหนดให้เหตุการณ์ใดจะมีโอกาส เกิดขึ้นได้มากกว่ากัน</p> <p>3. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา</p> <p>4. ใช้ความรู้ทักษะกระบวนการทาง คณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการ แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้ อย่างเหมาะสม</p> <p>5. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปได้อย่างเหมาะสม</p> <p>6. ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทาง คณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อ ความหมาย และ การนำเสนอได้ อย่างถูกต้องและเหมาะสม</p> <p>7. เชื่อมโยงความรู้ต่างๆใน คณิตศาสตร์ และนำความรู้หลักการ</p>	<p>6. การประมาณค่า</p> <ul style="list-style-type: none"> - การประมาณค่าในสถาน- การณ์ต่างๆ - การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้การ ประมาณค่า 	<p>1. ใช้การประมาณค่าใน สถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่าง เหมาะสม</p> <p>2. บอกวิธีประมาณค่าที่ เหมาะสมในการคำนวณได้</p> <p>3. ตระหนักถึงความ สมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้ จากการคำนวณเมื่อเทียบกับการ ประมาณ</p>

ตาราง 1 (ต่อ)

ตัวชี้วัดชั้นปี	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้
<p>กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่นๆ</p> <p>8. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์</p> <p>1. อ่านและแปลความหมายกราฟบนระนาบพิกัดฉากที่กำหนดให้</p> <p>2. เขียนกราฟบนระนาบในระบบพิกัดฉากแสดงความเกี่ยวข้องของปริมาณสองชุดที่กำหนดให้</p> <p>3. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา</p> <p>4. ใช้ความรู้ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม</p> <p>5. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปได้อย่างเหมาะสม</p> <p>6. ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม</p> <p>7. เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้หลักการกระบวนการ ทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่นๆ</p> <p>8. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์</p>	<p>7. คู่อันดับและกราฟ</p> <ul style="list-style-type: none"> - คู่อันดับ - กราฟ - การนำไปใช้ 	<p>1. อ่านและแปลความหมายกราฟบนระนาบพิกัดฉากที่กำหนดให้ได้</p> <p>2. เขียนกราฟแสดงความเกี่ยวข้องของ ปริมาณสองชุดที่กำหนดให้ได้</p>

ตาราง 1 (ต่อ)

ตัวชี้วัดชั้นปี	สาระการเรียนรู้	จุดประสงค์การเรียนรู้
<p>1. วิเคราะห์และอธิบายความสัมพันธ์ของแบบรูปที่กำหนดให้</p> <p>2. แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวอย่างง่าย</p> <p>3. เขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากสถานการณ์หรือปัญหาอย่างง่าย</p> <p>4. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวอย่างง่ายพร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ</p> <p>5. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา</p> <p>6. ใช้ความรู้ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม</p> <p>7. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจและสรุปได้อย่างเหมาะสม</p> <p>8. ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและเหมาะสม</p> <p>9. เชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ในคณิตศาสตร์ และนำความรู้หลักการกระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่นๆ</p> <p>10. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์</p>	<p>8. สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว</p> <ul style="list-style-type: none"> - แบบรูปและความสัมพันธ์ - คำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว - การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติการเท่ากัน - โจทย์สมการเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 	<p>1. วิเคราะห์แบบรูปที่กำหนดให้และเขียนความสัมพันธ์จากแบบรูปที่กำหนดให้ได้</p> <p>2. ระบุจำนวนที่เป็นคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้</p> <p>3. แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวอย่างง่ายโดยใช้สมบัติของการเท่ากันได้ เขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแทนสถานการณ์หรือปัญหาอย่างง่ายได้</p> <p>4. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวอย่างง่ายได้</p> <p>5. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้</p>

คำอธิบายรายวิชา

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

รหัสวิชา ค21102

จำนวน 3 ชั่วโมง / สัปดาห์

น้ำหนัก 3 หน่วยกิต

ศึกษา ฝึกทักษะ/กระบวนการในสาระต่อไปนี้

เศษส่วนและทศนิยม การเขียนเศษส่วนด้วยทศนิยมและเขียนทศนิยมซ้ำเป็นเศษส่วน การเปรียบเทียบเศษส่วนและทศนิยม การบวก ลบ คูณ หาร เศษส่วนและทศนิยม โจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์เกี่ยวกับเศษส่วนและทศนิยม

การประมาณค่า การประมาณค่าในสถานการณ์ต่างๆ การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้การประมาณค่า

คู่อันดับและกราฟ คู่อันดับและกราฟ การนำไปใช้

สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว แบบรูปและความสัมพันธ์ คำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยใช้สมบัติการเท่ากัน โจทย์สมการเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ ภาพของรูปเรขาคณิตสองมิติที่เกิดจากการคลี่รูปเรขาคณิตสามมิติภาพสองมิติที่ได้จากการมองด้านหน้า(front view) ด้านข้าง(side view) หรือด้านบน(top view) ของรูปเรขาคณิตสามมิติ การวาดหรือประดิษฐ์รูปเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์

โดยจัดประสบการณ์หรือการสร้างสถานการณ์ในชีวิตประจำวันทีใกล้ตัวผู้เรียนได้ศึกษาค้นคว้าโดยการปฏิบัติจริง ทดลอง สรุปรายงาน เพื่อพัฒนาทักษะ/กระบวนการในการคิดคำนวณ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำประสบการณ์ด้านความรู้ ความคิดทักษะกระบวนการที่ได้ไปใช้ในการเรียนรู้สิ่งต่างๆ และใช้ในชีวิตประจำวันอย่างสร้างสรรค์ รวมทั้งเห็นคุณค่าและเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ สามารถทำงานอย่างเป็นระเบียบ มีความรอบคอบ มีความรับผิดชอบ มีวิจารณญาณ มีความเชื่อมั่นในตนเอง

การวัดและประเมินผล ใช้วิธีการที่หลากหลายตามสภาพความเป็นจริงให้สอดคล้องกับเนื้อหาและทักษะที่ต้องการวัด

3. ทฤษฎีทางจิตวิทยาที่เกี่ยวข้องกับการสอนคณิตศาสตร์

ครูคณิตศาสตร์จะสอนคณิตศาสตร์ได้ดี ถ้าครูสนใจจิตวิทยาของเด็กศึกษาแนวความคิด ทฤษฎีการเรียนรู้ของนักจิตวิทยา ซึ่งมีหลายทฤษฎีที่ใช้หลักการที่ใช้ประโยชน์ต่อการสอนคณิตศาสตร์เป็นอย่างมาก ในที่นี้จะเสนอทฤษฎีที่สำคัญของนักจิตวิทยา 5 ท่าน คือ บรูเนอร์ เพียเจต์ กาเย่ ออซูเบล และดีนส์ ดังนี้ (สมทรง สุพพานิช 2539, หน้า 46 – 49)

1. ทฤษฎีของบรูเนอร์ (Jerome S. Bruner)

1.1 เราสามารถจัดการสอนเนื้อหาวิชาใดๆ ให้กับเด็กในช่วงใดของชีวิตก็ได้ถ้า รู้จักจัดเนื้อหาให้อยู่ในหลักเกณฑ์ที่เหมาะสมต่อสติปัญญาของเด็ก

1.2 มนุษย์มีความพร้อมเนื่องจากได้รับการฝึกฝน ไม่ใช่คอยให้เกิดความพร้อมขึ้นเอง ทฤษฎีนี้นำมาใช้กับการเรียนการสอน คือ การให้เด็กได้คิดค้นกระทำสิ่งต่างๆ ด้วยตนเอง โดยมีความเข้าใจในเนื้อหาที่ต่อเนื่องกันแล้วนำความคิดนั้นไปใช้ให้เกิดความคิดใหม่

2. ทฤษฎีของเพียเจต์ (Jean Piaget)

เพียเจต์ได้แบ่งขั้นต่างๆ ของความรู้ความเข้าใจ ดังนี้

อายุ 0 -2 ปี อยู่ในระยะรับรู้และตอนสนอง

อายุ 2-7 ปี อยู่ในระยะเตรียมตัวปฏิบัติการรูปธรรม

อายุ 7-11 ปี อยู่ในระยะปฏิบัติการรูปธรรม

อายุ 11-15 ปี อยู่ในระยะปฏิบัติการนามธรรม

ทฤษฎีของเพียเจต์ นำมาใช้ในการสอน คือ

1. เด็กต้องมีโอกาสกระทำสิ่งต่างๆ ด้วยตนเอง
2. คำนึงถึงความพร้อมทางสมองก่อนสอน
3. เนื้อหาควรยากง่ายพอเหมาะที่เด็กจะเรียนรู้ได้จากประสบการณ์ที่มีอยู่
4. การค้นหาคำตอบควรเริ่มด้วยการเก็บรวบรวมข้อมูลและค้นคว้าหา

คำตอบ

3. ทฤษฎีของกาเย่ (Robert M. Gagne) กาเย่ มีความเห็นเกี่ยวกับการเรียนรู้ ดังนี้

3.1 การเรียนรู้ต้องสัมพันธ์กับความมุ่งหมายของการสอน

3.2 การเรียนต้องเป็นไปตามลำดับขั้นตอนการเรียนรู้สิ่งใหม่ ต้องมีพื้นฐานที่จะเรียนเรื่องเหล่านั้นอย่างเพียงพอทฤษฎีของกาเย่ นำมาใช้ในการสอน คือ ควรจัดเนื้อหาจากง่ายไปหายาก มีการตรวจสอบพื้นฐานความรู้ของผู้เรียนและเขียนวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมให้ชัดเจน

4. ทฤษฎีของออสซูเบล (David P. Ausubel) ออสซูเบล เห็นว่า การเรียนรู้จะช่วยให้เด็กแก้ปัญหาได้นั้นมี 2 วิธี คือ

4.1 การเรียนรู้โดยวิธียอมรับ (Reception Learning)

4.2 การสอนโดยวิธีการบรรยาย (Expository Learning)

หลักการและวิธีสอนของออสซูเบล คือ สอนแบบบรรยายเพื่อให้เกิดการเรียนรู้โดยวิธียอมรับ ซึ่งนำมาใช้ในการเรียนการสอนได้ คือ การช่วยให้ผู้เรียนจำสิ่งที่ได้เรียนมาแล้ว โดยครูช่วยให้มองเห็นความเหมือนหรือความแตกต่างของความรู้ใหม่และความรู้เดิม

5. ทฤษฎีของดีนส์ (Soltan Dienes) ทฤษฎีนี้เน้นการหยั่งรู้กับการแก้ปัญหา ดังนี้

5.1 เด็กจะสามารถแก้ไขปัญหาได้เพราะมีการหยั่งรู้คิดได้เองโดยจัดประสบการณ์ให้คิด การเกิดความหยั่งรู้จะเป็นไป ตามลักษณะของสถานการณ์ที่แก้ปัญหา

5.2 การใช้กระบวนการแก้ปัญหาจะเป็นวิธีช่วยให้เด็กค้นพบและแก้ปัญหาดด้วยตนเอง

ทฤษฎีของดีนส์ นำมาใช้ในการสอน คือ สร้างโครงสร้างนามธรรมให้อยู่ในรูปธรรมมากที่สุด โดยจัดเอาเหตุการณ์ที่มีคุณสมบัติอย่างเดียวกันเข้าด้วยกัน เน้นการฝึกฝนสามารถแยกแยะด้วยตนเองและแก้ปัญหาได้ด้วยวิธีการหยั่งรู้ การพัฒนาผู้เรียนให้มีความรู้ความเข้าใจและเกิดการเรียนรู้ในด้านคณิตศาสตร์นั้น นักการศึกษาได้พยายามที่จะศึกษาทฤษฎีทางจิตวิทยาที่จะนำมาใช้ในการเรียนการสอนอย่างมีประสิทธิภาพมากที่สุด เพราะครูจะต้องมีความเข้าใจในตัวผู้เรียนเข้าใจในระบบพัฒนาการด้านสติปัญญาของเด็ก เพื่อนำมาใช้ให้เหมาะสมกับวัยของความสามารถของเด็ก การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนต่าง ๆ จึงจะได้ผล แนวคิดทางจิตวิทยาที่มีอิทธิพลต่อการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์ในปัจจุบันมีหลายแนวคิด ซึ่งครูผู้สอนควรจะได้ศึกษาให้เกิดความเข้าใจ

ไพรินทร์ ฉัตรบรรยงค์ (2543, หน้า 28 – 30) ได้กล่าวถึงวิธีสอนแบบบูรณาการ มีลักษณะบูรณาการ (Intergration) ที่ดี และเป็นไปตามหลักปรัชญาองค์รวม (Holism) นำเอาทฤษฎีการเรียนรู้มาประยุกต์สำหรับการสอนคณิตศาสตร์ 10 ทฤษฎี คือ

1. ทฤษฎีฝึกสมอง (Mental Discipline) ของเพลโตและจอห์น ล็อก (Plato and John Lock) การพัฒนาสมอง โดยให้นักเรียนเข้าใจและฝึกฝนมากๆ จนเกิดทักษะและความคงทนในการเรียนรู้และถ่ายโยงไปใช้ได้อย่างอัตโนมัติ

2. ทฤษฎีเชื่อมโยงต่อสถานการณ์ตอนสนอง (Connectionism) ของธอรอนไดค์

(Thondike) เป็นการเชื่อมโยงสิ่งเร้ากับการตอบสนองของผู้เรียนแต่ละชั้นอย่างต่อเนื่อง โดยอาศัยกฎการเรียนรู้ 3 กฎ ดังนี้ คือ (Thondike 1972)

2.1 กฎแห่งผล (The Law of Effect) หรือกฎแห่งความพึงพอใจและความเจ็บปวด การตอบสนองจะมีกำลังมากขึ้นหากเกิดความพอใจตามมา และจะอ่อนกำลังลงเมื่อเกิดความไม่พอใจ

2.2 กฎแห่งความพร้อม (The Law of Readiness) กระแสประสาทที่มีความพร้อมที่จะกระทำ และได้กระทำเช่นนั้นจะทำให้เกิดความพอใจ แต่ถ้ายังไม่พร้อมที่จะกระทำย่อมทำให้เกิดความรำคาญ

3. ทฤษฎีเชื่อมโยงจิตสำนึก (Apperception) ของ เฮอริเบิร์ต (Herbart) เป็นทฤษฎีเชื่อมโยงสิ่งเร้ากับการเรียนรู้ที่เร้าความสนใจ และสร้างความเข้าใจแก่ผู้เรียนก่อนด้วยกิจกรรมที่ใช้รูปธรรมเป็นสื่อการเรียนการสอนหรือสถานการณ์ต่างๆ เป็นกระบวนการเชื่อมโยงความคิดให้เข้าไปในความคิดที่เก็บสะสมไว้

4. ทฤษฎีเสริมแรง (Operant Conditioning) ของสกินเนอร์ (Skinner) การเรียนรู้จะแบ่งออกเป็นจุดประสงค์ของการเรียนรู้ออกเป็นส่วนย่อย ๆ มากมาย ซึ่งแต่ละส่วนจะถูกเสริมแรงเป็นส่วนๆ ไป และจะต้องกำหนดเวลาในการเสริมแรงให้เหมาะสม

5. ทฤษฎีหลักการสรุปจากประสบการณ์ (Generalization of Experience) ของจัตต์ (Judd) เน้นการสรุปเรื่องจากประสบการณ์ที่ได้รับ

6. ทฤษฎีการหยั่งรู้หยั่งเห็น (Insight through Configuration of a Perceived Situation) เป็นทฤษฎีการถ่ายโยงความรู้ของกลุ่มนักจิตวิทยาสนาม (Gestalt Field Psychologists) ของ วอลฟ์ แก็ง ไลเลอร์ (Wolfgang Lihler) ซึ่งทฤษฎีนี้เน้นผู้เรียนสามารถศึกษาวิเคราะห์ด้วยลักษณะการหยั่งรู้ได้ด้วยกระบวนการสืบสวนสอบสวน และการค้นพบด้วยตัวผู้เรียนเอง สามารถสร้างรายละเอียดเนื้อหาให้เป็นโครงสร้างรวมได้

7. ทฤษฎีการผ่อนคลาย (Sugestopedia Georgi Lozanov) มุ่งใช้การเร่งระดมคำแนะนำสั่งสอน เพื่อเพิ่มระดับสติปัญญาและความจำของเด็ก ด้วยการประยุกต์ ด้วยการประยุกต์เทคนิคการผ่อนคลายความเครียด และความสนุกสนานเพลิดเพลินมาใช้ประกอบการเรียนการสอนเน้นภายในห้องที่มีบรรยากาศและสิ่งทีเอื้ออำนวยความสะดวกสบาย ทำให้สดชื่นแจ่มใส และมีเสียงเพลงหรือดนตรีประกอบ พร้อมทั้งให้นักเรียนได้รับการฝึกหัดเป็นพิเศษในเรื่องโยคะและการทำสมาธิ เพื่อช่วยส่งเสริมความทรงจำและช่วยพัฒนาร่างกาย จิตใจ สังคมและอารมณ์แห่งการเรียนรู้

8. ทฤษฎีการสอนแบบธรรมชาติ (The Natural Approach) คือ การนำเรื่องราวของชีวิตจริงในชีวิตประจำวัน มาเป็นสถานการณ์ประกอบการเรียนการสอนในห้องเรียน เน้นการเรียนรู้ที่เกิดจากความพร้อมของสภาพการณ์ หรือสิ่งแวดล้อมที่มีอยู่แล้วตามธรรมชาติและธรรมชาติของการรับรู้ ซึ่งเป็นปัจจัยที่สามารถช่วยให้นักเรียนทำการสรุป ทำความเข้าใจ หรือหยั่งรู้ให้เกิดสติปัญญาขึ้นมาได้เองและนำสิ่งที่เป็นธรรมชาติมาใช้ให้เกิดการเรียนรู้ และประยุกต์ความรู้ไปใช้แก้ปัญหาธรรมชาติด้วย แต่ครูผู้สอนจะต้องจัดกระบวนการสอนหรือกิจกรรมการเรียนการสอนต่างๆที่เหมาะสมกับประสบการณ์เดิมหรือความรู้ที่นักเรียนเคยได้รับมาก่อน รวมทั้งจะต้องคำนึงถึงธรรมชาติตามวัยของเด็กและความแตกต่างระหว่างบุคคลด้วย

9. ทฤษฎีพหุปัญญา (Multiple Interligences) ของ การ์ดเนอร์ (Gardner) คือ การตระหนักถึงสติปัญญาด้านต่าง ๆ ในภาพรวมจำนวน 8 ด้านด้วยกัน สติปัญญาเหล่านี้มักมีการเชื่อมโยงและพึ่งพาอาศัยซึ่งกันและกันอยู่เสมอ ทฤษฎีพหุปัญญาเชื่อว่าสติปัญญาทั้งหลายจะช่วยทำให้บุคคลประสบความสำเร็จในการดำเนินชีวิตทั้งทางด้านส่วนตัวและส่วนรวม ซึ่งจะมีผลให้เห็นได้ทั้งในปัจจุบันและอนาคต เพราะตามธรรมชาติคนเราย่อมต้องใช้สติปัญญาหลาย ๆ ด้านหรือทุกด้านในการคิด ศึกษา ค้นคว้า และแก้ปัญหาต่างๆ อยู่เสมอ

สติปัญญา 8 ด้านดังกล่าวได้แก่ ด้านดนตรี ด้านการเคลื่อนไหวร่างกาย ด้านคณิตศาสตร์และตรรกศาสตร์ ด้านภาษา ด้านมิติสัมพันธ์ ด้านมนุษยสัมพันธ์ ด้านการรู้จักตนเอง และด้านการรู้จักธรรมชาติ ดังนั้นตามแนวคิดและความมุ่งหมายของทฤษฎีนี้จึงเห็นว่าครูผู้สอนจะต้องสรรหาวิชาการเรียนการสอนต่างๆ ที่เหมาะสมและกระทำอย่างต่อเนื่องผสมผสานหรือบูรณาการสติปัญญาทุกๆ ด้านให้เกิดเป็นภาพรวมขึ้นเต็มตามศักยภาพของผู้เรียน

10. ทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ (Constructivist Approach) หรือการเรียนรู้แบบสร้างสรรค์ความรู้โดยเน้นการเรียนรู้ที่ผู้เรียนต้องแสวงหาความรู้ และสร้างความรู้ด้วยตนเองว่าความรู้คือ โครงสร้างใหม่ทางปัญญา (Cognitive restructuring) ที่สร้างจากประสบการณ์และโครงสร้างเดิมที่มีอยู่ โครงสร้างทางปัญญาที่สร้างขึ้นใหม่นี้จะเป็นเครื่องมือสำหรับการสร้างโครงสร้างทางปัญญาใหม่ ๆ ต่อไปได้อีก การเรียนรู้แบบนี้จึงเป็นกระบวนการสร้างสรรค์ความรู้ที่เน้นความรู้เดิมให้เป็นพื้นฐานความรู้ใหม่ ตามปรัชญาคอนสตรัคติวิสต์ที่เชื่อว่า การเรียนรู้เป็นกระบวนการที่เกิดขึ้นภายในตัวเองของผู้เรียนและผู้เรียนเป็นผู้สร้างขึ้นเอง

จะเห็นได้ว่าการศึกษาทฤษฎีการสอนคณิตศาสตร์นั้นครูผู้สอนจะต้องมีความเข้าใจตัวผู้เรียน และจะต้องศึกษาทฤษฎีทางด้านการศึกษา ทฤษฎีเชื่อมโยงต่อสถานการณ์ตอบสนอง ทฤษฎีเชื่อมโยงจิตสำนึก ทฤษฎีเสริมแรง ทฤษฎีหลักการสรุปจากประสบการณ์ ทฤษฎีการหยั่งรู้

หยังเห็น ทฤษฎีผู้โอนคลาย ทฤษฎีการสอนแบบธรรมชาติ ทฤษฎีพหุปัญญาและทฤษฎีคอนสตรัคติวิสต์ เพื่อเป็นแนวทางในการพัฒนาศักยภาพของผู้เรียน

4. หลักการและวิธีสอนคณิตศาสตร์

การเรียนการสอนคณิตศาสตร์นั้น ครูผู้สอนจำเป็นต้องหาวิธีการเชื่อมโยงเพื่อถ่ายทอดสิ่งที่เป็นรูปธรรมให้ได้ (วัลภา อาริรัตน์ 2543, หน้า 37) ได้เสนอแนะหลักการสอนคณิตศาสตร์ว่าควรคำนึงถึงสิ่งต่อไปนี้

1. การสอนเนื้อหาใหม่แต่ละครั้ง ครูต้องคำนึงถึงความพร้อมของผู้เรียน ทั้งความพร้อมด้วยวุฒิภาวะและเนื้อหา
2. การสอนคณิตศาสตร์เน้นเรื่องความเข้าใจมากกว่าความจำ การสอนคณิตศาสตร์แนวใหม่จึงเน้นการจัดประสบการณ์การเรียนรู้ที่มีความหมาย และใช้วิธีการสอนต่างๆ มากขึ้น นักเรียนจะต้องเข้าใจความคิดรวบยอดก่อน จึงฝึกทักษะหรือทำแบบฝึกหัดเพื่อเพิ่มพูนประสบการณ์อันจะนำไปสู่การนำไปใช้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ
3. ใช้วิธีอุปมาน (Induction) ในการสรุปหลักการคณิตศาสตร์แล้วนำความรู้ไปใช้ด้วยวิธีอนุมาน (Deduction)
4. ควรมีการจัดประสบการณ์การเรียนรู้ให้แก่ นักเรียน เพื่อช่วยให้นักเรียนมองเห็นความหมายและหลักการทางคณิตศาสตร์ ประสบการณ์การเรียนรู้ที่ดีควรมี 3 ประเภท ได้แก่
 - 4.1 ประสบการณ์การเรียนรู้ที่เน้นรูปธรรม
 - 4.2 ประสบการณ์การเรียนรู้ที่เป็นกึ่งรูปธรรม
 - 4.3 ประสบการณ์การเรียนรู้
5. สอนจากปัญหาจริงที่เด็กประสบอยู่เสมอในชีวิตประจำวัน การที่เด็กจะมีความสามารถในการแก้ปัญหา ครูควรส่งเสริมให้เด็กได้อภิปราย และแสดงความคิดเห็นในโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ต่างๆ แล้วแปลเป็นประโยคสัญลักษณ์หรือประโยคคณิตศาสตร์
6. ส่งเสริมการสอนโดยใช้กิจกรรมและสื่อการสอน การสอนเรื่องใหม่ในแต่ละครั้งควรใช้สื่อรูปธรรมอธิบายแนวความคิดนามธรรมทางคณิตศาสตร์ ในการจัดกิจกรรมควรให้นักเรียนได้ทดลองค้นคว้าคำตอบด้วยตนเอง
7. ส่งเสริมการสอนโดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล ครูควรจัดบทเรียนโดยคำนึงถึงเด็กเก่งและเด็กเรียนช้า

5. ความสำคัญของคณิตศาสตร์

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญในการพัฒนาศักยภาพของบุคคล ในด้านการสื่อสาร การให้ข้อมูล การตั้งสมมติฐาน การให้เหตุผลในกรณีที่มีข้อโต้แย้งในการหาข้อสรุปต่างๆ เป็นวิชาที่มีความสำคัญและจำเป็นต่อการดำรงชีวิตของมนุษย์อย่างยิ่งมีนักการศึกษาได้กล่าวถึงความสำคัญของวิชาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

บุญทัน อยู่ชมบุญ (2549, หน้า 2) ได้กล่าวถึงความสำคัญของคณิตศาสตร์ไว้สอดคล้องกับ จอห์นสัน และไรซิง (Joganson and Rising 1976, หน้า 4-5) ดังนี้

1. คณิตศาสตร์ เป็นวิชาที่เกี่ยวกับการคิด เป็นเครื่องพิสูจน์ว่าสิ่งที่เกิดขึ้นนั้นเป็นจริงหรือไม่อย่างมีเหตุผล ด้วยเหตุนี้ เราจึงนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในการแก้ปัญหาทางวิทยาศาสตร์เทคโนโลยีและอุตสาหกรรม และยังช่วยให้คนมีเหตุผลใฝ่รู้ ตลอดจนพยายามคิดค้นสิ่งแปลกใหม่ ดังนั้นคณิตศาสตร์จึงเป็นรากฐานของความเจริญในด้านต่างๆ

2. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่สร้างสรรค์ทางด้านจิตใจของมนุษย์วิชาหนึ่งเกี่ยวข้องกับพื้นฐานทางความคิด กระบวนการและเหตุผล ดังนั้นคณิตศาสตร์จึงเป็นมากกว่าเรขาคณิต (ที่เกี่ยวข้องกับจำนวนและการคิดคำนวณ) มากกว่าพีชคณิต (ภาษาทางสัญลักษณ์และความสัมพันธ์) มากกว่าเรขาคณิต (ที่ศึกษาเกี่ยวกับรูปร่าง ขนาด และที่ว่าง) และมากกว่าแคลคูลัส (ที่ศึกษาความเปลี่ยนแปลง จำนวนไม่รู้จบและจำนวนจำกัด)

3. คณิตศาสตร์เป็นภาษาอย่างหนึ่ง ซึ่งกำหนดขึ้นด้วยความทางสัญลักษณ์กระชับรัดกุมและสื่อความหมายได้ ภาษาคณิตศาสตร์เป็นภาษาซึ่งดำเนินไปด้วยความคิดมากกว่ากระทำ

4. คณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ช่วยจัดระเบียบโครงสร้างทางความรู้ ข้อความและข้อความถูกสรุปด้วยเหตุผล จากการพิสูจน์ข้อความหรือสมมุติเดิม โครงสร้างคณิตศาสตร์เป็นโครงสร้างทางเหตุผล โดยเริ่มต้นด้วยพจน์ที่ยังไม่ได้รับการนิยามและจะถูกนิยามอย่างเป็นระบบแล้วนำมาใช้อธิบายสาระต่างๆหลังจากนั้นจึงถูกตั้งเป็นคุณสมบัติหรือกฎโดยทำที่สรุปพจน์และข้อสมมุติเหล่านี้จะถูกนำไปใช้พิสูจน์ทฤษฎี และสามารถศึกษาโครงสร้างใหม่ทางคณิตศาสตร์ได้

5. คณิตศาสตร์เป็นภาษาที่มีรูปแบบ นั่นคือ ความเป็นระเบียบในรูปแบบของการคิดทุกสิ่งที่มีรูปแบบสามารถถูกจัดได้ด้วยหลักการทางคณิตศาสตร์ เช่น คลื่นวิทยุโครงสร้างของโมเลกุลและรูปร่างเซลล์ของผึ้ง

6. คณิตศาสตร์เป็นศิลปะอย่างหนึ่ง ความงามทางคณิตศาสตร์สามารถพบได้ในกระบวนการ ซึ่งแยกข้อเท็จจริงที่ถูกถ่ายทอดผ่านการให้เหตุผล เป็นขั้นตอนโดยนักคณิตศาสตร์ได้พยายามใช้ความคิดสร้างสรรค์ จินตนาการ และการทำความเข้าใจในสิ่งที่ท้าทายความคิด

6. โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

แอนเดอร์สันและพิงกรี (Anderson and Pingri 1973, หน้า 228) ให้ความหมายของ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ว่า เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการวิธีการแก้ปัญหา หรือหาคำตอบ ซึ่งผู้ตอบจะได้ดีต้องมีวิธีการที่เหมาะสม ใช้ความรู้ ประสบการณ์ และการตัดสินใจโดยพร้อมมูล

อดัม เอลลิส และบีสัน (Adams, Ellis , and Beeson 1977, หน้า 173) กล่าวว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ คือ โจทย์ภาษา (Word Problem) หรือโจทย์เชิงเรื่องราว (Story Problem) หรือโจทย์สนทนา (Verbal Problem) นั่นคือโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่บรรยายด้วยถ้อยคำ หรือข้อความและตัวเลข โดยต้องการคำตอบในเชิงปริมาณหรือตัวเลข ผู้แก้ปัญหาต้องค้นคว้าว่า จะต้องใช้วิธีการใดแก้ปัญหา

มนูญ อรุณไพโรจน์ (2517, หน้า 17) กล่าวว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบไปด้วยจำนวนและตัวเลข ตลอดจนคำห้อมล้อมที่ทำให้เกิดปัญหา ซึ่งนักเรียนจะต้องคิดและตัดสินใจว่าจะใช้วิธีการใดทางคณิตศาสตร์มาแก้ปัญหานั้น

กมล ชื่นทองคำ (2547, หน้า 23) กล่าวว่า โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ หมายถึง สถานการณ์ที่ประกอบไปด้วยภาษาและตัวเลขที่ต้องการคำตอบ โดยที่ผู้แก้ปัญหานั้นจะต้องหาวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม เลือกลงมือแก้ปัญหา

จากความหมายของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้นพอสรุปได้ว่า หมายถึง สถานการณ์ที่ประกอบด้วยภาษาและตัวเลขที่ต้องการคำตอบ โดยที่ผู้แก้ปัญหานั้นจะต้องอาศัยความรู้ ประสบการณ์ การวางแผน การตัดสินใจ และวิธีการทางคณิตศาสตร์มาประกอบในการแก้ปัญหา

รูปแบบของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

นักคณิตศาสตร์ได้เสนอแนวคิดในการแบ่งไว้ 5 กลุ่ม ดังต่อไปนี้

1. การแบ่งโจทย์ปัญหาตามแนวคิดของรัสเซล (Russell 1961, หน้า 255, อ้างถึงใน จุมพต ขำวีระ 2538, หน้า 9) ได้แบ่งปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ชนิดคือ

1.1 ปัญหาที่มีรูปแบบ ได้แก่ ปัญหาที่ปรากฏอยู่ในหนังสือเรียนและหนังสือทั่วไป

1.2 ปัญหาที่ไม่มีรูปแบบ ได้แก่ ปัญหาที่พบทั่วไปในชีวิตประจำวัน

2. การแบ่งโจทย์ปัญหาตามแนวคิดของลีบานี (Leblane 1977 , หน้า 17, อ้างถึงใน จุมพต ขำวีระ 2538 , หน้า 9) ได้แบ่งรูปแบบของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

2.1 โจทย์ปัญหาที่ปรากฏในหนังสือแบบเรียน (typical textbook problem) เป็นปัญหาที่มุ่งพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับการดำเนินการ (operation) เบื้องต้นทางคณิตศาสตร์ เช่น การบวก การลบ การคูณ และการหาร เพื่อให้ให้นักเรียนสามารถประยุกต์หรือนำความรู้เกี่ยวกับการดำเนินการเหล่านี้ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

2.2 โจทย์ปัญหาที่แสดงกระบวนการ (process problem) เป็นปัญหาที่พบในหนังสือทั่วไป ปัญหาชนิดนี้จะเน้นเทคนิคหรือกลวิธีในการแก้ปัญหา เน้นกระบวนการแก้ปัญหา มากกว่าผลลัพธ์หรือคำตอบ

3. การแบ่งโจทย์ปัญหาตามแนวคิดของคาร์ล (Kaiz 1991, หน้า 90 – 93, อ้างถึงใน จุมพต ขำวีระ 2538, หน้า 9) แบ่งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 แบบ คือ

3.1 โจทย์ปัญหาปกติ (routine problems) หรือโจทย์ปัญหาที่เป็นภาษา (word problems) ซึ่งส่วนใหญ่ปัญหาที่นักเรียนพบในหนังสือเรียน

3.2 โจทย์ปัญหาที่ไม่ปกติ (nonroutine problem) ซึ่งอาจแบ่งได้เป็น โจทย์ปัญหาที่แสดงกระบวนการและปัญหาที่เป็นปริศนา (puzzle problems)

4. การแบ่งโจทย์ปัญหาตามแนวคิดของ แอชล็อค (Ashlock and Raudall 1982 : 18, อ้างถึงใน วิทยุฉม อินทรวงศ์ 2539, หน้า 29) แบ่งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 แบบ คือ

4.1 โจทย์ปัญหาประเภทอิงตำรา หรือโจทย์ปัญหาที่แก้ด้วยการแปลงให้เป็นประโยคคณิตศาสตร์ เป็นโจทย์ปัญหาที่สามารถแก้ด้วยหลักการหรือกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์ที่ตายตัว ไม่ค่อยยุ่งยากมากนัก

4.2 โจทย์ปัญหาประเภทกระบวนการ เป็นโจทย์ปัญหาที่ต้องแก้ด้วยวิธีการต่างๆ ที่ยุ่งยากกว่าประเภทที่ 1 โจทย์ปัญหาประเภทนี้จำเป็นต้องแก้ด้วยกระบวนการ 3 ขั้นตอน คือ ความเข้าใจปัญหา การพัฒนา และหากลวิธีในการแก้ปัญหาและการประเมินการแก้ปัญหา

5. การแบ่งโจทย์ปัญหาตามแนวคิดของ บาร์วูดี้ (Baroody 1987, หน้า 260 – 261, อ้างถึงใน วิทยุฉม อินทรวงศ์ 2539, หน้า 29) แบ่งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 แบบคือ

5.1 โจทย์ปัญหาปกติ (routine problems) หมายถึง โจทย์ปัญหาในบทเรียนโดยทั่วไปที่มุ่งเน้นฝึกทักษะใดทักษะหนึ่ง มีข้อมูลที่จำเป็นและมีคำตอบถูกเพียงคำตอบเดียว

5.2 โจทย์ปัญหาที่ไม่ปกติ (nonroutine problem) หมายถึง โจทย์ปัญหาที่มีลักษณะสอดคล้องกับความเป็นจริงของชีวิตมากกว่าโจทย์ปกติ คือมีข้อมูลมากทั้งที่จำเป็นและไม่จำเป็นหรือข้อมูลไม่เพียงพอ อาจมีคำตอบมากกว่า 1 คำตอบ เน้นการคิดวิเคราะห์หรืออย่างเป็นเหตุเป็นผล

จากการกล่าวถึงรูปแบบของโจทย์ปัญหาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า รูปแบบของโจทย์ปัญหาโดยส่วนใหญ่สามารถแบ่งออกเป็น 2 ประเภทด้วยกัน คือ รูปแบบของโจทย์ปัญหาที่มีกระบวนการคิดที่ไม่ซับซ้อนมากนัก ซึ่งส่วนใหญ่ลักษณะของโจทย์ปัญหาแบบนี้จะปรากฏอยู่ในหนังสือเรียนเป็นส่วนใหญ่ กับรูปแบบของโจทย์ปัญหาที่มีกระบวนการคิดที่มีความซับซ้อน ซึ่งโจทย์ปัญหาลักษณะนี้จะเป็นโจทย์ปัญหาที่สอดคล้องกับความเป็นจริงของชีวิตประจำวัน บางครั้งในการหาคำตอบจำเป็นต้องใช้กระบวนการในการคิดซับซ้อนมากขึ้น

วิธีการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

การแก้โจทย์ปัญหานับว่าเป็นปัญหาสำคัญปัญหาหนึ่งต่อการเรียนการสอนรายวิชาคณิตศาสตร์ ดังนั้นจึงมีการศึกษาจำนวนมากได้คิดค้นวิธีสอนเพื่อการแก้โจทย์ปัญหาขึ้นดังต่อไปนี้

ดไวท์ (Dwight 1966, หน้า 47, อ้างถึงใน สำนักงานการประถมศึกษาจังหวัด ในเขตการศึกษา 5 2533, หน้า 19) เสนอแนะกระบวนการในการสอนแก้โจทย์ปัญหาไว้ 7 ขั้นตอน คือ

1. ให้นักเรียนอ่านโจทย์ทั้งหมดเพื่อทำความเข้าใจอย่างคร่าวๆ
2. อ่านทบทวนอีกครั้งหนึ่งและระบุให้ได้ว่า

2.1 โจทย์ต้องการให้หาอะไร

2.2 มีข้อมูลอะไรบ้างที่เกี่ยวข้องกับปัญหาที่โจทย์ต้องการให้หาคำตอบ

3. ระบุให้เห็นอย่างชัดเจนถึงความเกี่ยวข้องของสิ่งที่โจทย์กำหนดให้กับสิ่งที่โจทย์ไม่กำหนดให้ ที่จะนำไปสู่การหาคำตอบโดยแสดงออกเป็นคำพูดหรือประโยคที่ชัดเจน

4. เขียนประโยคสัญลักษณ์
5. คำนวณหรือหาตัวเลขที่จะทำให้ประโยคสัญลักษณ์เป็นจริง
6. ตรวจสอบคำตอบ
7. ใช้คำหรือประโยคแสดงวิธีทำ

ขั้นตอนทั้ง 7 ข้อนี้ ดไวท์ ระบุว่า ขั้นตอนที่ 3,4 และ 5 เป็นขั้นตอนสำคัญที่ทำให้

นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้ดี กล่าวคือ จะต้องฝึกให้นักเรียนแยกแยะและวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อความ ฝึกให้เขียนประโยคสัญลักษณ์ และสามารถคิดคำนวณได้อย่างถูกต้อง

ครูลิค (Krulik 1977, หน้า 650 – 651, อ้างถึงใน ชีวิน สุวดิษฐ์ 2535, หน้า 1) อ้างข้อสรุปจากการสัมมนาวิธีสอนโจทย์ปัญหาว่าการสอนโจทย์ปัญหาที่ได้ผลดีนั้นจะต้องเป็นไปตามลำดับขั้นดังนี้

1. อ่านโจทย์และทำความเข้าใจว่าโจทย์ถามอะไร มีข้อมูลอะไรบ้างที่โจทย์บอก แล้วเขียนแผนภาพ
2. หาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่โจทย์บอกกับข้อมูลที่โจทย์ต้องการทราบ ด้วยการคิดย้อนกลับว่า เราเคยพบปัญหาเช่นนี้มาก่อนหรือไม่ แล้วเริ่มต้นตั้งสมมติฐานหลาย ๆ ข้อ
3. หาวิธีการที่ถูกต้องเพื่อทดสอบสมมติฐาน
4. ตรวจสอบคำตอบเพื่อให้ทราบว่าสิ่งที่ค้นพบนั้นถูกต้องแน่นอนเพียงไร

ครูลิค และวัตนิค (Krulik and Pudnick 1988, หน้า 19) ได้เสนอแนะกระบวนการในการสอนการแก้โจทย์ปัญหา โดยสรุปมี 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. การอ่านทำความเข้าใจโจทย์
2. การสำรวจเงื่อนไขและข้อมูลในโจทย์ที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหา
3. การเลือกวิธีการมาใช้ในการแก้ปัญหา
4. การดำเนินการแก้โจทย์ปัญหา
5. การตรวจสอบและนำวิธีการแก้โจทย์ปัญหาเพื่อนำไปใช้ต่อไป

จรรยา จัยโชค (2531, หน้า 10-20) เสนอกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาไว้ 4 ขั้นตอน ซึ่งมีลักษณะคล้ายคลึงกับขั้นตอนการแก้ปัญหของโพลยา และได้เสนอแนะกิจกรรมการสอนและการตั้งคำถามของครู ไว้ดังนี้

1. ขั้นการอ่านเพื่อวิเคราะห์โจทย์ปัญหา นักเรียนต้องอ่านโจทย์และตอบคำถามของครูให้ได้ เช่น

- 1.1 โจทย์ต้องการทราบอะไร
- 1.2 โจทย์กำหนดอะไรให้บ้าง
- 1.3 สิ่งที่ต้องการหาคืออะไร
- 1.4 ส่วนใดในโจทย์ที่เกี่ยวข้องสัมพันธ์กัน
- 1.5 สิ่งในโจทย์ที่ไม่เกี่ยวข้องกับการหาคำตอบ

2. ขั้นกำหนดทางเลือกที่ดีที่สุดในการอ่านโจทย์ปัญหา นักเรียนต้องระบุให้ได้ว่า

- 2.1 โจทย์ข้อนี้ต้องทำกี่ขั้นตอน

- 2.2 จะต้องทำขั้นตอนใดก่อน ขั้นตอนใดหลัง
- 2.3 วิธีทำโจทย์นี้คล้ายกับที่เคยพบ เคยทำมาแล้วบ้างหรือไม่
- 2.4 โจทย์นี้หาคำตอบได้กี่วิธี
- 2.5 วิธีใดเป็นวิธีที่ง่ายและคิดหาคำตอบได้เร็วที่สุด
- 2.6 ให้นักเรียนเขียนประโยคสัญลักษณ์
3. ขั้นการคิดคำนวณ นักเรียนต้องใช้ความสามารถในการคิดในขั้นตอนนี้ คือ
 - 3.1 การกะประมาณคำตอบที่ใกล้เคียง
 - 3.2 การใช้ภาษาที่กะทัดรัดประกอบการแก้โจทย์ปัญหา
 - 3.3 ทักษะการคิดคำนวณ
4. ขั้นการตรวจสอบคำตอบ พฤติกรรมของนักเรียนที่ต้องแสดงในขั้นนี้ คือ
 - 4.1 ตรวจสอบความเป็นไปได้ของคำตอบ
 - 4.2 การปรับปรุงคำตอบได้สมบูรณ์

ไตรรงค์ เจนการ (2531, หน้า 18 – 19, อ้างถึงใน ยุรวัฒน์ คล้ายมงคล 2534, หน้า 28 – 29) อธิบายกระบวนการแก้ปัญหของเด็กว่า

1. เมื่อนักเรียนได้ปัญหาจะเกิดกระบวนการรับรู้ โจทย์ปัญหานั้นจะผ่านระบบประสาทตาไปยังสมอง
2. สมองจะตีความสิ่งที่รับเข้ามาว่า อ่านว่าอย่างไร หมายความว่าอย่างไร โดยใช้ข้อมูลเดิมที่เคยบันทึกไว้ประกอบการตีความ ถ้าไม่เคยถูกบันทึกไว้ในหน่วยความจำ ก็จะอ่านโจทย์ข้อนี้ไม่ออกและคิดไม่ได้
3. สมองจะวิเคราะห์ สังเคราะห์โจทย์ปัญหานั้นได้รูปแบบการกระทำ และคำตอบในการหาคำตอบต้องใช้ส่วนความจำในสมอง บางคนใช้ส่วนความจำในสมองไม่พอ ต้องคิดในกระดาษซึ่งจัดเป็นหน่วยความจำชั่วคราว แต่บางคนอาจไม่ต้องใช้หน่วยความจำชั่วคราวสามารถคิดในใจจนได้คำตอบเลย แต่คนที่มีลักษณะดังกล่าวนี้มีจำนวนน้อย
4. เมื่อได้รูปแบบ วิธีการทำหรือคำตอบ สมองจะส่งกล้ามเนื้อเขียนตอบ
 - อูทัย เพชรช่วย (2532, หน้า 50 – 54) ได้ปรับกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาจากข้อเสนอแนะของนักการศึกษาหลายคนเพื่อสะดวกต่อนักเรียนที่จะนำไปใช้ โดยเขียนในรูปแบบคำตอบ 4 คำตอบ คือ
 - 4.1 โจทย์กำหนดอะไรมาให้บ้าง เป็นคำถามที่เน้นให้นักเรียนอ่านโจทย์อย่างตั้งใจเสียตั้งแต่ต้น ไม่ใช่อ่านเพียงคร่าวๆ แล้วต้องย้อนกลับมาอ่านใหม่ ทำให้เสียเวลา เมื่อพบแล้วต้องบันทึกไว้
 - 4.2 โจทย์ต้องการให้หาอะไร คำถามนี้ต้องการให้นักเรียนสนใจว่าสิ่งที่โจทย์ต้องการให้มานั้นมีกี่อย่าง อะไรบ้าง เมื่อพบแล้วก็ต้องบันทึกไว้เช่นกัน

4.3 จะต้องหาอะไรก่อนหรือไม่ ถ้าหาจะหาอะไร คำถามนี้ต้องการให้นักเรียนพิจารณาว่าในการหาสิ่งที่โจทย์ต้องการหานั้น จะต้องหาอะไรก่อน และถ้าต้องการหาจะหาได้อย่างไร แล้วให้นักเรียนบันทึกไว้ ในกรณีที่ไม่ต้องหาบันทึกไว้ว่า ไม่ต้อง

4.4 จะหาสิ่งที่โจทย์ต้องการได้อย่างไร คำถามนี้ต้องการให้นักเรียนพิจารณาว่าจะต้องนำคำตอบของคำถามที่ 1 หรือคำตอบของคำถามที่ 3 (ถ้ามี) มากระทำกันอย่างไร (บวก ลบ คูณ หรือ หาร) จึงจะได้สิ่งที่โจทย์ต้องการ

การใช้เทคนิค 4 คำถามนี้ ในช่วงแรกๆ ครูจะต้องคอยดูแลชี้แนะถามนำเต็มที่ โดยเน้นกระบวนการกลุ่มและนักเรียนต้องบันทึกกระบวนการคิดทุกขั้นตอน ในช่วงต่อไป อาจจะทำให้เหลือเฉพาะขั้นตอนที่ 3 และ 4 หรือให้เหลือเฉพาะขั้นตอนที่ 4 ก็ได้ตามความเหมาะสม

ดวงเดือน อ่อนน่วม (2533 , หน้า 126 – 133) เสนอแนะเทคนิคบางประการในการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ดังนี้

1. ใช้โจทย์ปัญหาหลายระดับครูควรจัดโจทย์ปัญหาไว้หลายระดับความรู้ความสามารถและประสบการณ์ของเด็กแต่ละคน เพื่อไม่ให้เด็กเกิดความคับข้องใจหรือขาดแรงจูงใจในการแก้โจทย์ปัญหา ในขณะเดียวกันก็พบความสำเร็จในการแก้โจทย์ปัญหา เพื่อสร้างแรงจูงใจในการแก้โจทย์ปัญหาที่ซับซ้อน
2. ฝึกเขียนโจทย์ปัญหาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ เป็นการฝึกความสามารถในการแปลความหมายของโจทย์ ซึ่งอยู่ในรูปของประโยคภาษาให้อยู่ในรูปของประโยคสัญลักษณ์
3. แสดงบทบาทสมมติ การแสดงบทบาทสมมติจะช่วยให้สภาพการณ์ของโจทย์ปัญหาแลดูเป็นจริงเป็นจังมากขึ้น จะช่วยให้เด็กมองเห็นเงื่อนไข แนวคิด และความสัมพันธ์ต่างๆ ในโจทย์ปัญหาได้ดียิ่งขึ้น
4. เขียนภาพ เป็นการวิเคราะห์สภาพการณ์ของโจทย์ปัญหา ช่วยลดความเป็นนามธรรมให้น้อยลง และช่วยให้มองเห็นลู่ทางในการแก้โจทย์ปัญหา
5. ฝึกสร้างโจทย์ปัญหา เป็นการฝึกสร้างโจทย์ปัญหาจากเงื่อนไขที่กำหนดให้ เช่น สร้างโจทย์ปัญหาเพียงบางส่วน สร้างโจทย์ปัญหาจากประโยคสัญลักษณ์ และสร้างโจทย์ปัญหาโดยอิสระ
6. ใช้โจทย์ปัญหาที่ไม่มีตัวเลข เป็นการฝึกความสามารถในการวิเคราะห์สภาพการณ์ของโจทย์ปัญหา และการเลือกวิธีการการแก้โจทย์ปัญหา โดยไม่ต้องพะวงถึงตัวเลข
7. ใช้โจทย์ปัญหาที่มีตัวเลขแต่ไม่ต้องการคำตอบ เพียงแต่ต้องการหาวิธีการในการหาคำตอบ เป็นการฝึกความสามารถในการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา

8. ใช้โจทย์ปัญหาที่มีข้อมูลไม่ครบ หรือเกินความจำเป็น โจทย์ปัญหาเหล่านี้จะช่วย
ให้เด็กรู้จักการศึกษาข้อมูลอย่างพินิจพิจารณามากขึ้นก่อนลงมือแก้ปัญหา สิ่งที่ต้องเน้นคือ การ
ทำให้เด็กสนใจในรายละเอียดของข้อมูลให้มาก

9. ตรวจสอบความเป็นไปได้ของคำตอบ เป็นการฝึกความสามารถในการพิจารณา
คำตอบว่าน่าจะเป็นไปได้เพียงใด โดยใช้ทักษะต่าง ๆ เช่น ทักษะการประมาณ เพราะจะช่วย
ให้สามารถประมาณคำตอบได้ว่าน่าจะถูกต้องหรือไม่ หากคลาดเคลื่อนไปมาก จะได้ตรวจสอบวิธี
ทำใหม่

10. อ่านโจทย์ให้ฟังสำหรับเด็กที่มีปัญหาในการอ่าน ซึ่งจะทำให้เป็นอุปสรรคในการ
แก้โจทย์ปัญหา ทั้งที่มีความสามารถที่จะแก้โจทย์ปัญหาได้ ครูอาจใช้เทคนิคการอ่านโจทย์ให้ฟัง
หรือให้ฟังเทป

11. พัฒนาทักษะในการอ่านโจทย์ปัญหา เนื่องจากภาษาทางคณิตศาสตร์มีความ
แตกต่างไปจากภาษาเขียนอื่น ๆ หากเด็กมีปัญหาในการทำความเข้าใจโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์
ครูควรฝึกทักษะการอ่านโจทย์ปัญหา เช่น อ่านรวดเดียวให้จบเพื่อให้เข้าใจคำถาม อ่านข้อมูลที่
ละส่วนช้า ๆ อ่านบททวนในส่วนที่ยังไม่เข้าใจ ขณะอ่านถามตัวเองไปด้วยว่าโจทย์ข้อนี้ถาม
เกี่ยวกับอะไร นอกจากนี้ครูอาจฝึกให้เด็กทำพจนานุกรมคณิตศาสตร์ของตนเอง โดยรวบรวม
คำศัพท์คณิตศาสตร์ตลอดจนสัญลักษณ์ต่างๆ ไว้พร้อมกับเขียนคำอธิบายโดยใช้สำนวนภาษาของ
ตนเองสำหรับใช้เป็นคู่มือช่วยจำ

สิริพร ทิพย์คง (2536, หน้า 157 – 159) เสนอแนะกิจกรรมเสริมสร้างทักษะการ
แก้ปัญหาไว้ดังนี้

1. เลือกปัญหาที่ช่วยกระตุ้นความสนใจของนักเรียน เป็นโจทย์ที่นักเรียนมี
ประสบการณ์ในเรื่องนั้น
2. ทดสอบความรู้พื้นฐานและบททวนทักษะที่ขาดไปก่อนลงมือสอนการแก้ปัญหา
3. ให้อิสระในการคิดแก่นักเรียนและกระตุ้นให้นักเรียนคิดว่าจะสามารถใช้ความคิด
รวบยอด ทักษะและหลักการใดในการแก้ปัญหาโจทย์นั้นๆ
4. สอนโดยคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคล โดยให้มีแบบฝึกหัดหลายระดับทั้ง
ยาก ปานกลาง และง่าย เพื่อให้ให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหาเป็นการเสริม
กำลังใจให้กับนักเรียน
5. ทดสอบว่านักเรียนเข้าใจโจทย์ปัญหานั้นๆ โดยการถามถึงสิ่งที่โจทย์กำหนดให้
และสิ่งที่โจทย์ต้องการ
6. ฝึกให้นักเรียนรู้จักหาคำตอบโดยการประมาณก่อนการคิดคำนวณ
7. แนะนำให้นักเรียนคิดหาความสัมพันธ์ของโจทย์ปัญหา โดยการวาดรูปหรือแผนภาพ

8. ช่วยนักเรียนในการหาข้อมูลจากการวิเคราะห์โจทย์ปัญหา และเทียบเคียงกับ โจทย์ที่นักเรียนเคยพบมาก่อน

9. สนับสนุนให้นักเรียนคิดวิธีการแก้ปัญหาโดยวิธีของตนเอง และอภิปรายหา วิธีการที่ถูกต้องเหมาะสม

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2535 , หน้า 11-13) ได้เสนอ กระบวนการแก้ปัญหาได้ 4 ขั้นตอนใหญ่ ๆ ดังนี้

1. ทำความเข้าใจปัญหาได้ถ่องแท้

2. หาวิธีการที่จะใช้ในการแก้ปัญหา เช่น ใช้อุปกรณ์ของจริง ใช้การเขียนภาพ ใช้การ เขียนตาราง เขียนรายการที่สำคัญของปัญหา คิดหาเหตุผล

3. ลงมือแก้ปัญหาตามวิธีการที่คิดว่าได้ผล ถ้ายังไม่ได้ผลก็หาวิธีอื่นมาลองใหม่จนได้ คำตอบ

4. ตรวจสอบคำตอบ

จะเห็นได้ว่า วิชาคณิตศาสตร์มีความสำคัญทั้งในด้านการพัฒนาผู้เรียนให้รู้จักใช้ ความคิด เหตุผลเพื่อที่จะพัฒนาวิธีการแสวงหาความรู้ใหม่ และพัฒนาผู้เรียนให้เห็นคุณค่า ของความงามในระเบียบการใช้ความคิด โครงสร้างของวิชาที่จัดไว้อย่างกลมกลืน อันจะส่งผลถึง การสร้างจิตใจของมนุษย์ให้มีความละเอียด รอบคอบและสุขุมเยือกเย็นเมื่อผู้เรียนได้ผ่านการเรียน ในวิชาคณิตศาสตร์ การเรียนการสอนคณิตศาสตร์นั้น ครูผู้สอนจำเป็นต้องหาวิธีการเชื่อมโยงเพื่อ ถ่ายทอดสิ่งที่เป็นรูปธรรมให้ได้ และวิธีการสอนก็เป็นองค์ประกอบหนึ่งที่ครูผู้สอนควรเลือกให้ เหมาะสมกับผู้เรียนและสอดคล้องกับธรรมชาติวิชาที่ครูจะนำมาจัดการเรียนรู้กับผู้เรียนนั้นเทคนิค วิธีสอนซึ่งผู้วิจัยได้นำมาใช้ในการวิจัยครั้งนี้มีรายละเอียดดังนี้

7. ทักษะการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

7.1 ความสำคัญและความเป็นมาของปัญหา

การศึกษานับเป็นปัจจัยที่สำคัญยิ่งต่อการพัฒนาคุณภาพของคนในประเทศเพราะ รากฐานของชาติ คือ คน รากฐานของคน คือ การศึกษา คนที่มีคุณภาพจะช่วยสร้างความเจริญที่ยั่งยืนในอนาคตได้ การเตรียมคนที่มีคุณภาพเพื่อเป็นผู้นำด้านต่าง ๆ จึงเป็นเรื่องที่สำคัญที่จะ นำพาชาติให้เจริญก้าวหน้า การปรับโครงสร้างทางการศึกษา การปฏิรูปการศึกษาต้องทำอย่าง จริงจังและจริงจัง ต้องร่วมมือกันเพื่อให้เกิดประโยชน์สูงสุดทางการศึกษา การฝึกฝนคนที่มี สติปัญญาให้ได้เป็นผู้นำในการแก้ปัญหาต่าง ๆ อย่างมีประสิทธิภาพและเป็นผู้ดำเนินการสร้างสรรค์

เทคโนโลยีใหม่ ๆ อันเป็นกำลังสำคัญในการบริหารและพัฒนาประเทศให้เจริญก้าวหน้าต้องสร้างคนเก่งห้าวกะทิขึ้นมาเพื่อเป็นผู้นำทางวิชาการในอนาคต แม้ว่าเราจะใช้เงินทองสักเท่าไรก็ตาม ถ้าทำได้ก็ย่อมมีความคุ้มค่า(โกวิท วรรณพัฒน์. 2535 , หน้า 8)

เป้าหมายของการจัดการศึกษาตามแผนการศึกษาชาติคือ การพัฒนาคนและคุณภาพของคนให้เป็นผู้ที่มีปัญญา รู้จักเหตุและผล รู้จักแก้ปัญหาได้อย่างชาญฉลาด รู้เท่าทันการเปลี่ยนแปลง มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ มุ่งพัฒนาพฤติกรรมทางสังคมที่ดีงามทั้งในการทำงานและการอยู่ร่วมกัน (สำนักงานคณะกรรมการศึกษาแห่งชาติ. 2540 , หน้า 1 - 2) จะเห็นว่า การจัดการศึกษาในปัจจุบันได้ให้ความสำคัญในเรื่องการแก้ปัญหาวัตถุประสงค์ประการหนึ่งในการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์คือ ให้ ผู้เรียนได้เรียนรู้วิธีการแก้ปัญหา ฝึกกระบวนการคิด ทำให้ผู้เรียนรู้จักการคิดวิเคราะห์หาเหตุผล ใน Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics (1989) กล่าวว่า การแก้ปัญหาคควรจะเป็นจุดเน้นที่สำคัญในหลักสูตรคณิตศาสตร์ เป็นเป้าหมายพื้นฐานในการสอนคณิตศาสตร์ และเป็นอันหนึ่งอันเดียวกับการเรียนคณิตศาสตร์ (Kennedy and Tipps. 1994 , หน้า 135) การ แก้ปัญหาเป็นสิ่งสำคัญ สามารถใช้เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้แนวคิดและทักษะต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ (NTCM. 2000 :182 : citing Schroeder and Lester. 1989. New Directions for Elementary School Mathematics.) นอกจากนี้ สมาคมครูคณิตศาสตร์ในสหรัฐอเมริกา(NTCM)ได้กำหนดให้การแก้ปัญหา เป็น 1 ใน 5 มาตรฐานกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ใน Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics ปี ค.ศ. 2000 (NTCM. 2000 , หน้า 29)

ดังนั้น การเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์จึงควรเน้นช่วยผู้เรียน ให้ได้รับการฝึกประสบการณ์เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นทักษะที่สำคัญยิ่งที่จะต้องพัฒนาให้เกิดขึ้นในตัวผู้เรียน เพื่อนำไปใช้ในการดำรงชีวิต ดังที่ โพลยา กล่าวว่า การแก้ปัญหาคเป็นพฤติกรรมพื้นฐานของมนุษย์ ส่วนใหญ่ที่สุดของความคิดขณะที่มนุษย์ยังมีสติจะเกี่ยวข้องกับปัญหา(Polya. 1957 , หน้า 221) มนุษย์มีการแก้ปัญหาคอยู่ตลอดเวลาเพื่อบรรลุเป้าหมายที่ตั้งไว้ ความเจริญก้าวหน้าของโลกที่เกิดขึ้นก็เกิด จากการรู้จักแก้ปัญหาของมนุษย์ พิซเซอร์กล่าวว่า ทักษะการแก้ปัญหา เป็นทักษะพื้นฐานสำหรับการดำเนินชีวิตในแต่ละวันส่งเสริมความสามารถในระดับต่าง ๆ ที่จะนำไปสู่การประสบความสำเร็จในชีวิต ทักษะการแก้ปัญหาคนี้จะส่งผลต่อทักษะอื่น ๆ ได้แก่ ความคิดสร้างสรรค์ และความคิดวิจารณ์ญาณ และส่งเสริมกลยุทธ์ต่าง ๆ ได้แก่ การสังเกต การออกแบบ การตัดสินใจ การระดมสมองทำงานเป็นกลุ่ม และใช้เป็นเครื่องมือหาคำตอบ การแก้ปัญหาเป็นกิจกรรมที่สำคัญในการดำรงชีวิตของมนุษย์ ดังนั้นการแก้ปัญหาคจึงมีความสำคัญใน

การจัดการศึกษาของมนุษย์ด้วย (Fisher. 1987 , หน้า 2 - 3)

สำหรับประเทศไทย ในระดับประถมศึกษาได้จัดวิชาคณิตศาสตร์อยู่ในกลุ่มทักษะจากการประเมินคุณภาพการศึกษาของผู้เรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ปีการศึกษา 2541 โดยสำนักทดสอบทางการศึกษา กรมวิชาการ กระทรวงศึกษาธิการ พบว่าวิชาคณิตศาสตร์(1) มีคะแนนเฉลี่ยของผู้เรียนเท่ากับ 18.6 จากคะแนนเต็ม 40 และวิชาคณิตศาสตร์ (2) มีคะแนนเฉลี่ยของผู้เรียนเท่ากับ 19.6 จากคะแนนเต็ม 40 เช่นกัน นอกจากนี้ในวิชาคณิตศาสตร์(2) ซึ่งวัดการนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน การรู้จักคิดอย่างมีเหตุผล การแสดงความคิดออกมาอย่างมีระบบ มีจำนวนผู้เรียนที่ควรปรับปรุงมากกว่าวิชาอื่น ๆ ถึงร้อยละ 16.80 (กรมวิชาการ. 2541, หน้า 15) ทั้งนี้สาเหตุอาจมาจากตัวผู้เรียนเอง คือผู้เรียนวิเคราะห์โจทย์ปัญหาไม่ได้ ขาดการคิดอย่างมีเหตุผลและการคิดอย่างมีระบบ และสภาพปัญหาคุณภาพการสอนของผู้สอน คือ ผู้สอนขาดเทคนิคการสอน เทคนิคการสอนไม่ได้เอื้ออำนวยให้เกิดการคิดอย่างมีเหตุผลและมีระบบตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ขาดการฝึกทักษะให้กับผู้เรียน ผู้สอนไม่ได้ผลิตสื่อที่ตรงตามกระบวนการแก้โจทย์ปัญหา (กรมวิชาการ. 2539 , หน้า 98)

การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหานั้น ตามทฤษฎีพัฒนาการทางปัญญา (Theory of Cognitive Development) ของ พีอาเจต์ (Jean Piaget) กล่าวว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาก็จะเริ่มพัฒนาการมาตั้งแต่ขั้นที่ 3 คือ Stage of concrete operations เด็กที่มีอายุ 7 - 11 ปี มีความสามารถที่จะอ้างอิงด้วยเหตุผลไม่ขึ้นกับการรับรู้ด้วยรูปทรงเท่านั้น สามารถแบ่งกลุ่มด้วยเกณฑ์หลาย ๆ อย่าง และคิดย้อนกลับได้ สามารถแก้ปัญหามีการดำเนินการที่ยุ่งยากได้ แต่ยังเป็นปัญหาที่เป็นรูปธรรมอยู่ ต่อมาถึงระดับการพัฒนาการขั้นที่ 4 คือ Stage of formal operations เด็กมีอายุ 12 - 14 ปี จะมีความสามารถในการหาเหตุผลดีขึ้นและสามารถคิดแก้ปัญหาคือซับซ้อนได้ เด็กวัยนี้เป็นผู้ที่คิดเหนือไปกว่าปัจจุบัน สนใจที่จะสร้างทฤษฎีเกี่ยวกับทุกสิ่งทุกอย่าง และมีความพอใจที่จะคิดพิจารณาเกี่ยวกับสิ่งที่ไม่มีความจริงหรือสิ่งที่เป็นนามธรรมชนิดสลับซับซ้อนได้ (Hergenhahn and Matthew. 1997 , หน้า 287 - 288) เนื่องจากเด็กผู้เรียนในระดับประถมศึกษาปีที่ 6 นั้นมีอายุอยู่ในช่วงปลายของขั้นที่ 3 หรืออยู่ในช่วงต้นขั้นที่ 4 ซึ่งตามทฤษฎีพัฒนาการตามสติปัญญาของพีอาเจต์ จะเห็นว่า ผู้เรียนในระดับนี้เริ่มมีความสามารถในการแก้ปัญหได้แล้ว ดังนั้น ผู้วิจัยจึงเชื่อว่าเด็กในระดับนี้น่าที่จะรับหรือเรียนรู้ในการฝึกเพื่อพัฒนาทางด้านความสามารถในการแก้ปัญหาคือได้ และถ้าพวกเขาที่มีความสามารถหรือมีทักษะในการแก้ปัญหาคือได้ จะเป็นประโยชน์ในการศึกษาต่อในระดับมัธยมศึกษาหรือในระดับสูงต่อไปการที่จะฝึกให้ผู้เรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาคือได้ กิจกรรมการเรียนการสอนและบทบาทของผู้สอน

นับว่าสำคัญต่อการที่จะช่วยให้ผู้เรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหา ผู้สอนสามารถช่วยให้ผู้เรียนเป็นนักแก้ปัญหาได้ โดยการเลือกปัญหาที่เหมาะสมให้ผู้เรียนทำ ประเมินความเข้าใจและการใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ ของผู้เรียน (NTCM. 2000 , หน้า 185) ผู้สอนควรมีเครื่องมือหรืออุปกรณ์ที่ช่วยในการสอนการแก้ปัญหา

ความสามารถในการแก้ปัญหาของเด็กไทยยังไม่พัฒนาเท่าที่ควร ทั้งที่การแก้ปัญหาคือกระบวนการที่สำคัญกระบวนการหนึ่งในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ อีกทั้งยังไม่มีเครื่องมือที่จะพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหานี้ที่เด่นชัด ผู้วิจัยจึงพัฒนาชุดฝึกพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของผู้เรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยชุดฝึกพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ยึดหลักการแก้ปัญหาไว้ 3 แนวทาง คือ การสอนเกี่ยวกับการแก้ปัญห การสอนการปัญหา การสอนโดยการใช้ปัญหา และถ้าชุดฝึกพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญห ทางคณิตศาสตร์ ที่สร้างขึ้นมีประสิทธิภาพจะเป็นแนวทางในการสอน เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ต่อไป

7.2 ความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหาคือหัวใจของคณิตศาสตร์ (สมเดช บุญประจักษ์. 2540 : 11 อ้างอิงจาก Lester. 1977 , หน้า 12.) และเป็นเป้าหมายสูงสุดของหลักสูตร และการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ สมาคมศึกษานานาชาติในสหรัฐอเมริกา (NCSM. 1977, หน้า 19-22) ได้กำหนดให้การแก้ปัญหาเป็นทักษะพื้นฐานที่สำคัญอันดับแรก ในจำนวนทักษะพื้นฐานที่จำเป็น 10 ประการ อีกทั้งสมาคมผู้สอนคณิตศาสตร์ในสหรัฐอเมริกา (NCTM. 1980 , หน้า 1-3) ได้เสนอให้การแก้ปัญหาคือเป็นจุดเน้นที่สำคัญของหลักสูตร เป็นเป้าหมายแรกของการเรียนการสอน และเป็นส่วนสำคัญของกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544 ได้ให้ความสำคัญของการแก้ปัญหา โดยกำหนดให้การแก้ปัญหาคือเป็นทักษะที่สำคัญ และจำเป็นอันดับแรกของทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ทั้งนี้ เพราะการแก้ปัญหาคือช่วยผู้เรียนพัฒนาศักยภาพในการวิเคราะห์ ช่วยกระตุ้นการเรียนรู้และการสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์แก่ผู้เรียน นอกจากนี้การแก้ปัญหายังช่วยให้ผู้เรียนเรียนรู้ข้อเท็จจริง ทักษะ มโนคติหลักการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ ความสำเร็จในการแก้ปัญหาคือก่อให้เกิดการพัฒนาคุณลักษณะที่ต้องการแก่ผู้เรียน เช่น ความใฝ่รู้ ความอยากรู้อยากเห็น

7.3 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

ปัญหา เป็นสถานการณ์ที่เราต้องแก้หรือหาทางออกของปัญหา แต่ยังหาสิ่งที่เป็นทางออกหรือ คำตอบของสถานการณ์ไม่ได้เนื่องจากมีอุปสรรคบังคับปัญหาเราอยู่ ผู้แก้ปัญหาคือบุคคลที่มีปัญหาและรู้เป้าหมายที่ต้องบรรลุเพื่อแก้ปัญหานั้น ๆ แต่ยังไม่มีความรู้หรือวิธีการใด ๆ อันจะนำไปสู่เป้าหมายนั้น (พิชากร แปลงประสพโชค. 2540 , หน้า 18)

ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการคำตอบซึ่งบุคคลต้องใช้สาระความรู้ และประสบการณ์ทางคณิตศาสตร์มากำหนดแนวทางหรือวิธีการในการหาคำตอบ บุคคลผู้หาคำตอบไม่คุ้นเคยกับสถานการณ์นั้นมาก่อนและไม่สามารถหาคำตอบได้ในทันทีทันใด ต้องใช้ทักษะ ความรู้และประสบการณ์หลาย ๆ อย่างประมวลเข้าด้วยกันจึงหาคำตอบได้ สถานการณ์หรือคำถามข้อใดจะเป็นปัญหาหรือไม่ ขึ้นอยู่กับบุคคลผู้แก้ปัญหและเวลา บางสถานการณ์อาจเป็นปัญหาสำหรับบางคน แต่อาจไม่เป็นปัญหาสำหรับอีกบุคคลอื่น ๆ ก็ได้ (ปริชาเนาว์เย็นผล. 2544 , หน้า 16)

7.4 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์

จากความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ สามารถแบ่งประเภทของปัญหาได้ ดังนี้
พิจารณาจากจุดประสงค์ของปัญหา

แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท (Polya. 1985 , หน้า 123 - 128) คือ

1. ปัญหาให้ค้นหา (Problems to Find) เป็นปัญหาในการค้นหาสิ่งที่ต้องการ ซึ่งอาจเป็นปัญหาในเชิงทฤษฎี หรือปัญหาในเชิงปฏิบัติ อาจเป็นรูปธรรมหรือนามธรรม ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งเป็น 3 ส่วนคือ สิ่งที่ต้องการหา ข้อมูลที่กำหนดให้ และเงื่อนไข

2. ปัญหาให้พิสูจน์ (Problems to Prove) เป็นปัญหาที่ให้แสดงอย่างสมเหตุสมผล ว่าข้อความที่กำหนดเป็นจริงหรือเป็นเท็จ ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งเป็น 2 ส่วนคือ สมมติฐาน หรือสิ่งที่กำหนดให้ และผลสรุปหรือสิ่งที่ต้องพิสูจน์ พิจารณาจากตัวผู้แก้ปัญหและความซับซ้อนของปัญหา

แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท (Baroody. 1993 , หน้า 2-34 - 2-36) คือ

1. ปัญหาธรรมดา (Routine Problem) หรือปัญหาอย่างง่าย หรือปัญหาขั้นเดียว (Simple (one step) Translation Problems) เป็นปัญหาที่ใช้ในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์อย่างเดี่ยว และสามารถแก้ปัญหานั้นโดยตรง

2. ปัญหาไม่ธรรมดา (Nonroutine Problem) แบ่งออกเป็น 7 ลักษณะดังนี้

2.1 ปัญหาซับซ้อนหรือปัญหาหลายขั้น (Complex (Multistep) Translation Problems) เป็นปัญหาที่จะต้องประยุกต์ใช้ในการดำเนินทางคณิตศาสตร์ตั้งแต่ 2 การดำเนินการขึ้นไปในการแก้ปัญหา

2.2 ปัญหาที่ต้องปรับใช้สิ่งอื่นของปัญหา (other Modification of Translation Problem) เป็นการรวบรวมปัญหาหลายขั้นและขั้นเดียวแล้วเปลี่ยนเป็นวิธีการอื่น ๆ เพื่อต้องการความคิดวิเคราะห์ได้แก่ ปัญหาที่ต้องการหาองค์ประกอบที่ผิด หรือสิ่งที่ผิดของโจทย์ ปัญหาที่ต้องการประยุกต์คำตอบ ปัญหาที่ให้ข้อมูลมาก ๆ หรือข้อมูลน้อย ๆ หรือข้อมูลที่ไม่ถูกต้อง ปัญหาที่สามารถแก้ปัญหาได้มากกว่า 1 วิธี ปัญหาที่ต้องการคำตอบมากกว่า 1 คำตอบ ปัญหาที่ต้องใช้ความอดทนในการแก้ปัญหา

2.3 ปัญหากระบวนการ (Process Problem) เป็นปัญหาที่ต้องใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ ในการแก้ปัญหา

2.4 ปัญหาปริศนา (Puzzle Problem) เป็นปัญหาที่มีเทคนิค และต้องการความลึกซึ้ง เป็นปัญหาเกี่ยวกับกลอุบาย ปัญหาประเภทนี้จะทำให้เกิดความสนุกสนานและท้าทาย

2.5 ปัญหาเฉพาะที่ไม่ระบุเป้าหมาย (Nongoal - Specific Problem) ปัญหาประเภทนี้มีลักษณะเป็นปัญหาปลายเปิด ซึ่งไม่ต้องการหาคำตอบหรือเงื่อนไขคำตอบ

2.6 ปัญหาประยุกต์ (Applied Problem) ขยายจากสถานการณ์ในชีวิตจริง

2.7 ปัญหายุทธวิธี (Strategy Problem) กำหนดจุดมุ่งหมายที่จะต้องแก้ ผู้เรียนบางคนอาจจะมุ่งไปที่คำตอบว่าถูกต้องหรือไม่ แต่ปัญหาประเภทนี้จะช่วยระบุหรือเน้นยุทธวิธีที่จะช่วยทำให้ เข้าใจปัญหา และกระบวนการในการแก้ปัญหา พิจารณาตามลักษณะของปัญหา

แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็น 3 ลักษณะ (Bitter, Hatfield and Edwards. 1989 : 37) คือ

1. ปัญหาปลายเปิด (Open - Ended) เป็นปัญหาที่มีจำนวนคำตอบที่เป็นไปได้หลายคำตอบ ปัญหาเหล่านี้มองว่า กระบวนการแก้ปัญหาเป็นสิ่งสำคัญมากกว่าคำตอบ

2. ปัญหาให้ค้นพบ (Discovery) ปัญหาประเภทนี้จะให้คำตอบในขั้นสุดท้าย แต่จะมีวิธีการที่หลากหลายให้ผู้เรียนใช้ในการหาคำตอบ

3. ปัญหาที่กำหนดแนวทางในการค้นพบ (Guided discovery) เป็นปัญหาที่เป็นลักษณะร่วมของปัญหา มีเงื่อนไขปัญหา และบอกทิศทางในการแก้ไขปัญหา ผู้เรียนไม่รู้ลึกหมด

หวังในการหาคำตอบ

พิจารณาตามเป้าหมายของการฝึก

แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ 6 ประเภท (Charles and Lester. 1982, หน้า: 6-10)

ดังนี้

1. ปัญหาที่ใช้ฝึก (Drill exercise) เป็นปัญหาที่ใช้ฝึกขั้นตอนวิธี และการคำนวณเบื้องต้น
 2. ปัญหาข้อความอย่างง่าย (Simple translation problem) เป็นปัญหาข้อความที่เคยพบ เช่น ปัญหาในหนังสือเรียน ต้องการฝึกให้คุ้นเคยกับการเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ เป็นปัญหาขั้นตอนเดียวมุ่งให้มีความเข้าใจนิยามทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการคิดคำนวณ
 3. ปัญหาข้อความที่ซับซ้อน (Complex translation problem) คล้ายกับปัญหาข้อความอย่างง่าย แต่เพิ่มเป็นปัญหาที่มี 2 ขั้นตอนหรือมากกว่า หรือมากกว่า 2 การดำเนินการ
 4. ปัญหาที่เป็นกระบวนการ (Process problem) เป็นปัญหาที่ไม่เคยพบมาก่อน ไม่สามารถ เปลี่ยนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ทันที จะต้องจัดปัญหาให้ง่ายขึ้นหรือแบ่งเป็นปัญหาย่อย ๆ แล้วหารูปแบบทั่วไปของปัญหา ซึ่งนำไปสู่การคิดและการแก้ปัญหาเป็นการพัฒนายุทธวิธีต่าง ๆ เพื่อความเข้าใจ วางแผนการแก้ปัญหาและการประเมินผลคำตอบ
 5. ปัญหาการประยุกต์ (Applied problem) เป็นปัญหาที่ต้องใช้ทักษะความรู้ มโนคติ และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ การได้มาซึ่งคำตอบต้องอาศัยวิธีทางคณิตศาสตร์เป็นสำคัญ เช่น การจัดกระทำ การรวบรวมและการแทนข้อมูล การตัดสินใจเกี่ยวกับข้อมูลในเชิงปริมาณ เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ใช้ทักษะกระบวนการ มโนคติ ข้อเท็จจริงในการแก้ปัญหาในชีวิตจริง ซึ่งทำให้ผู้เรียนได้เห็นประโยชน์และเห็นคุณค่าของคณิตศาสตร์ในสถานการณ์ชีวิตจริง
 6. ปัญหาปริศนา (Puzzle problems) เป็นปัญหาที่บางครั้งได้คำตอบจากการเดาสุ่มไม่จำเป็นต้องใช้คณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา บางครั้งต้องใช้เทคนิคเฉพาะ บางครั้งต้องใช้วิธี ที่ไม่ธรรมดา หรือต้องใช้ความรู้ที่ลึกซึ้ง ปัญหาประเภทนี้จะเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้ใช้ความคิดสร้างสรรค์ และมีความยืดหยุ่นในการแก้ปัญหา และเป็นปัญหาที่มองได้หลายมุมมอง
- จากข้างต้น สามารถสรุปปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้เป็น 2 ประเภท คือ
1. ปัญหาธรรมดา ผู้แก้ปัญหาคุ้นเคยกับโครงสร้างของปัญหามาก่อน มีโครงสร้างไม่ซับซ้อน ใช้การดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เพียงอย่างเดียวในการแก้ปัญหา และได้แก้ปัญหาในหนังสือเรียน

2. ปัญหาไม่ธรรมดา มีโครงสร้างที่ซับซ้อน ผู้แก้ปัญหาไม่คุ้นกับปัญหาที่จะแก้ ต้องใช้ความคิดวิเคราะห์ รวบรวม ประยุกต์ความรู้และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์หลายอย่างพร้อมทั้งการใช้ยุทธวิธีในการแก้ปัญหา มาช่วยในการแก้ปัญหานั้น

7.5 ลักษณะของปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดี

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537, หน้า 90) กล่าวว่า สิ่งที่สำคัญที่สุดอย่างหนึ่ง ในการจัดกิจกรรมการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ ตัวปัญหา ที่จะนำมาให้ผู้เรียนคิดหาคำตอบ

ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีมีลักษณะดังต่อไปนี้

1. ทำทหายความสามารถของผู้เรียน ต้องเป็นปัญหาที่ไม่ยากหรือง่ายเกินไป ถ้าง่ายเกินไป อาจไม่ดึงดูดความสนใจ ไม่ท้าทาย แต่ถ้ายากเกินไป ผู้เรียนอาจท้อถอยก่อนที่จะแก้ปัญหาได้สำเร็จ

2. สถานการณ์ของปัญหาเหมาะกับวัยของผู้เรียน สถานการณ์ของปัญหาควรเป็นเรื่องที่ไม่ห่างไกลเกินไปกว่าที่ผู้เรียนจะทำความเข้าใจปัญหาและรับรู้ได้ และนอกจากนี้ถ้าเป็นสถานการณ์ที่สามารถเชื่อมโยงกับชีวิตประจำวันได้ก็จะดีไม่น้อย

3. แปลกใหม่ ไม่ธรรมดา และผู้เรียนไม่เคยมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหานั้นมาก่อน

4. มีวิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี เป็นการเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดหาทางเลือกในการหาคำตอบได้หลายวิธี และได้พิจารณาเปรียบเทียบเลือกใช้วิธีที่เหมาะสมที่สุด

5. ใช้ภาษาที่กระชับ รัดกุมถูกต้อง ปัญหาที่ดีไม่ควรทำให้ผู้เรียนต้องมีปัญหาเกี่ยวกับภาษาที่ใช้ ควรเน้นอยู่ที่ความเป็นปัญหาที่ต้องการหาคำตอบของตัวปัญหามากกว่า

ครูลิติก และรูดนิก (Krulik and Rudnick. 1987, หน้า 7 - 10) กล่าวว่า ปัญหาที่ดีต้องมีสิ่งต่อไปนี้

1. การหาคำตอบของปัญหา ต้องนำไปสู่ความเข้าใจในความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ หรือใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์

2. ปัญหาจะต้องมีความครอบคลุม หรือเป็นสถานการณ์กว้าง ๆ ที่หลากหลาย กล่าวโดยสรุปก็คือ ปัญหาที่ดีนั้นควรมีลักษณะเป็นปัญหาที่ท้าทาย ได้รับความสนใจต่อผู้เรียน ไม่ยากหรือง่ายเกินไป เหมาะกับระดับของผู้เรียน ภาษาที่ใช้ต้องเข้าใจง่าย มีเงื่อนไขเพียงพอในการหาคำตอบ มีวิธีการที่หลากหลายในการหาคำตอบ นำไปสู่ความเข้าใจ และการใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์

7.6 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Problem – Solving process)

การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่มีความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลที่มีอยู่ในปัญหากับผู้แก้ปัญหา ในการนำประสบการณ์ ความรู้ ความเข้าใจ และความคิดมาประยุกต์หาวิธีการที่จะเอาชนะอุปสรรคหรือปัญหาที่เผชิญอยู่ เพื่อหาคำตอบของปัญหาในสถานการณ์ใหม่ที่ไม่คุ้นเคยมาก่อน (ปรีชา เนาว์เย็นผล.2544, หน้า 18)

กระบวนการแก้ปัญหา (Problem solving process) กระบวนการแก้ปัญหามีบทบาทสำคัญในการที่จะพัฒนาคณิตศาสตร์ คำตอบของปัญหาจะช่วยให้ค้นพบวิธีใหม่ ๆ และยังสามารถประยุกต์วิธีการไปใช้กับปัญหาอื่น ๆ ได้ (Perdikaris. 1993 , หน้า 423) ได้มีนักการศึกษาได้กล่าวถึงกระบวนการในการแก้ปัญหาไว้ ได้แก่ โพลยา (Polya. 1957, หน้า 16 - 17) ได้เสนอขั้นตอนของการแก้ปัญหาไว้ 4 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา (Understanding the problem) พิจารณาว่า อะไรคือข้อมูล อะไรคือสิ่งไม่รู้ อะไรคือเงื่อนไขของปัญหา ปัญหาต้องการให้หาอะไร คำตอบของปัญหาอยู่ในรูปแบบใดแล้วยังต้องพิจารณาถึงเงื่อนไขที่ให้เพียงพอจะแก้ปัญหาหรือไม่มากเกินไปจนความจำเป็นหรือขัดแย้งกันเองหรือไม่

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้ปัญหา (Devising a plan) เป็นขั้นตอนที่สำคัญมากเพราะต้องพิจารณาว่าจะแก้ปัญหาดังกล่าวด้วยวิธีใด แก้อย่างไร ต้องพิจารณาความสัมพันธ์ต่าง ๆ ที่มีในปัญหาค้นหาความเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลที่รู้กับที่ไม่รู้ ถ้าหาความเชื่อมโยงไม่ได้ ก็อาศัยหลักการวางแผนในการแก้ปัญหาดังนี้ เคยเห็นปัญหานี้มาก่อนหรือไม่ หรือมีลักษณะคล้ายกับปัญหาที่เคยแก้มาก่อนหรือไม่ รู้ว่าปัญหามีความสัมพันธ์กับอะไรหรือไม่ และรู้ทฤษฎีที่จะนำมาใช้แก้ปัญหานั้นหรือไม่ พิจารณาส่งที่ไม่รู้ในปัญหา และพยายามคิดถึงปัญหาที่คุ้นเคย ซึ่งมีสิ่งที่ไม่รู้เหมือนกัน หรือคล้ายกัน โดยพิจารณาดูว่าจะใช้วิธีการแก้ปัญหาคู่คุ้นเคยมาใช้กับปัญหาที่กำลังจะแก้ได้หรือไม่ ควรอ่านปัญหาอีกครั้ง และวิเคราะห์ดูว่าแตกต่างจากปัญหาที่เคยพบหรือไม่

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน (Carrying out the plan) เป็นขั้นลงมือปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ ตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน ตรวจสอบในแต่ละขั้นตอนที่ปฏิบัติว่าถูกต้องหรือไม่ เพิ่มเติมรายละเอียดที่จำเป็นเพื่อความชัดเจน แล้วลงมือปฏิบัติจนกระทั่งพบคำตอบหรือพบวิธีการแก้ปัญหาได้

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบผล (Looking back) เป็นการตรวจผลที่ได้ในแต่ละขั้นตอนที่ผ่านมา เพื่อดูความถูกต้องของคำตอบ และวิธีการในการแก้ปัญหา พิจารณาว่ายังมีคำตอบอื่น หรือวิธีการ

แก้ปัญหาวิธีอื่น ๆ อีกหรือไม่ แล้วตรวจว่าผลลัพธ์ตรงกันหรือไม่ ปรับปรุงวิธีการแก้ปัญหาให้
กะทัดรัด ชัดเจน และเหมาะสม ตลอดจนขยายแนวคิดในการแก้ปัญหาให้กว้างขวางขึ้น นอกจากนี้
ยังอาจปรับเปลี่ยนบางเงื่อนไข เพื่อหาข้อสรุปและสรุปผลการแก้ปัญหาในรูปทั่วไป

เทรัทแมน และลิชเทินเบิร์ก (Troutman and Lichtenberg. 1995, หน้า 4 - 7) ได้
เสนอขั้นตอนของการแก้ปัญหาไว้ 6 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำความเข้าใจปัญหา ผู้แก้ปัญหามustทำความเข้าใจสิ่งต่าง ๆ ที่ปรากฏใน
ปัญหาแล้วยังต้องมีความรู้เกี่ยวกับสิ่งต่าง ๆ ในปัญหานั้น สิ่งสำคัญ คือการตั้งคำถามถามตัวเอง
เพื่อให้เข้าใจปัญหาได้อย่างลึกซึ้ง

ขั้นที่ 2 กำหนดแผนในการปัญหา กำหนดอย่างน้อยที่สุดหนึ่งแผน การกำหนดแผนไว้
หลาย ๆ แผนจะเป็นประโยชน์ต่อการเปรียบเทียบและเลือกใช้แผนที่ดีที่สุดอันส่งผลต่อการกำหนด
ยุทธวิธีที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาย่างเหมาะสมที่สุด

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน เป็นขั้นลงมือทำตามแผนที่กำหนดไว้

ขั้นที่ 4 ประเมินแผน และคำตอบ ในขั้นนี้จะมีการพิจารณาถึง ความเป็นไปได้หรือ
ความสมเหตุสมผลของคำตอบ ความสอดคล้องกับเงื่อนไขในปัญหา เปรียบเทียบผลจากการลอง
แก้ปัญหาใหม่ด้วยวิธีการอื่น เปรียบเทียบผลของตนเองกับผลของเพื่อน ๆ

ขั้นที่ 5 ขยายปัญหา ผู้แก้ปัญหามustค้นหารูปแบบทั่วไปของคำตอบของปัญหา การที่
จะขยายปัญหาได้นั้นผู้แก้ปัญหามustเข้าใจโครงสร้างของปัญหาอย่างชัดเจน การขยายปัญหาจะ
ช่วยสร้างทักษะในการแก้ปัญหา การขยายปัญหาทำได้โดย เขียนปัญหาที่คล้ายกับปัญหาเดิม
เสนอปัญหาใหม่ เพื่อผู้แก้ปัญหามustค้นหารูปแบบทั่วไป หรือกฎ ในการหาคำตอบ

ขั้นที่ 6 บันทึกการแก้ปัญหา นักแก้ปัญหามustจดบันทึกการแก้ปัญหาของตนไว้
เพื่อที่จะได้รื้อฟื้นหรือทบทวน อันจะเป็นประโยชน์ต่อการแก้ปัญหาลำดับต่อไป สิ่งที่ควรจดบันทึก
ได้แก่ แหล่งของปัญหา ตัวปัญหาที่กำหนด แนวคิดในการแก้ปัญหา หรือแบบแผนการคิดอย่าง
คร่าว ๆ ยุทธวิธีที่นำมาใช้ หรือสามารถจะนำมาใช้ได้ ข้อเสนอแนะเกี่ยวกับการขยายผลการแก้ปัญหา

เบลล์ (สมเดช บุญประจักษ์. 2540, หน้า 15 : อ้างอิงจาก (Bell. 1978, หน้า 312) ได้
เสนอขั้นตอนในการแก้ปัญหาเป็นขั้น ๆ ไว้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. นำเสนอปัญหาในรูปทั่วไป
2. เสนอปัญหาในรูปที่สามารถดำเนินการได้
3. ตั้งสมมติฐาน และเลือกวิธีดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา

4. ตรวจสอบสมมติฐาน และดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบหรือชุดคำตอบที่เป็นไปได้

5. วิเคราะห์และประเมินคำตอบ รวมถึงวิธีซึ่งนำไปสู่การค้นพบยุทธวิธีในการแก้ปัญหา อ่านปัญหา พิจารณาปัญหา แก้ปัญหา ตรวจสอบคำตอบ อ่านปัญหา ทำความเข้าใจปัญหา วางแผนแก้ปัญหา ดำเนินการแก้ปัญหา ตรวจสอบผล หรือ กระบวนการแก้ปัญหา

ซึ่งรูปแบบเช่นนี้ วิลสัน เฟอร์นันเดซ และฮาตาเวย์ มองว่ามีข้อบกพร่องดังนี้

1. ทำให้เข้าใจว่าการแก้ปัญหาคือกระบวนการในแนวตรงเสมอ
2. การแก้ปัญหาคือขั้นตอนที่ต่อเนื่องกัน
3. ทำให้เข้าใจว่าการแก้ปัญหาคือกระบวนการที่ต้องจำ ต้องฝึกและต้องทำซ้ำ ๆ เป็น การเน้นการได้มาเพียงคำตอบ

จากข้อบกพร่องข้างต้น วิลสัน เฟอร์นันเดซ และฮาตาเวย์ (สมเดช บุญประจักษ์. 2540, หน้า 17 อ้างอิงจาก Wilson, Fernandez and Hadaway. 1993, หน้า 60 - 62. Research Ideas for the Classroom High School.) ได้ปรับปรุงแก้ไขกระบวนการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของโพลยา โดยเสนอเป็นกรอบแนวคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาคือแสดงความเป็นพลวัต (Dynamic) และเป็น วงจรของขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา ซึ่งไม่จำเป็นต้องเริ่มต้นใหม่ในขั้นทำความเข้าใจ ปัญหาเสมอไป

นิวมาร์ค (Newmark. 1991, หน้า 7) ได้เสนอขั้นตอนในการแก้ปัญหาคือยึดตามแนว ของโพลยาแต่จะรวม ขั้นที่ 2 และขั้นที่ 3 ได้ด้วยกัน ขั้นตอนการแก้ปัญหาคือ นิวมาร์ค จึงมี 3 ขั้น คือ ทำความเข้าใจปัญหา วางแผนและดำเนินการแก้ปัญหา ตรวจสอบคำตอบ

7.7 ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ (Problem solving strategies)

ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคือเครื่องมือที่สำคัญในการแก้ปัญหานักแก้ปัญหาคือจะมี ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคือพร้อมจะเลือกออกมาใช้ได้ทันทีทันใดที่เผชิญปัญหา ยุทธวิธีที่สามารถ นำมาใช้ในการแก้ปัญหาคือมีหลากหลาย นักการศึกษาหลายท่านได้เสนอยุทธวิธีในการแก้ปัญหาคือ ไว้ดังนี้

1. ยุทธวิธีหารูปแบบ (Look for a Pattern) ยุทธวิธีนี้จะพิจารณารูปแบบของส่วนแรกใน ลำดับของจำนวนหรือข้อมูลที่ให้มาก่อน แล้วจึงค้นหาต่อไปอีก
2. ยุทธวิธีพิจารณาที่ง่ายกว่า (Examine a Simpler Case) ในสถานการณ์ที่ซับซ้อนบาง ปัญหาอาจเริ่มจากการพิจารณากรณีง่าย ๆ ของปัญหานั้นก่อน และค่อยสร้างไปยังปัญหาเดิม

3. ยุทธวิธีวิเคราะห์ให้ได้ปัญหาย่อย (Identify a Subgoal) ในการวางแผนแก้ปัญหาบางปัญหา คำตอบของปัญหาที่ง่ายกว่าหรือคำตอบของปัญหาที่คล้ายกันมาก ๆ หรือที่เคยพบมาแล้ว อาจกลายเป็นเป้าหมายย่อย ๆ ของเป้าหมายพื้นฐานในการแก้ปัญหานั้นได้

4. ยุทธวิธีพิจารณาปัญหาที่เกี่ยวข้อง (Examine a Related Problem) เป็นการค้นหาปัญหาที่คล้ายกันซึ่งเคยแก้มาก่อนช่วยในการแก้ปัญหาค้นหาใหม่ที่เจอ

5. ยุทธวิธีทำย้อนกลับ (Work Backward) ปัญหาบางปัญหาอาจง่ายขึ้น ถ้าเพิ่มต้นพิจารณาจากคำตอบหรือผลขั้นสุดท้าย และทำย้อนกลับ

6. ยุทธวิธีสร้างแผนภาพ (Draw a Diagram) การวาดแผนภาพเป็นส่วนหนึ่งในการแก้ปัญหาในวิชาเรขาคณิต จะสร้างรูปเพื่อการเข้าใจซึ่งจำเป็นในการแก้ปัญหานั้นปัญหาที่ไม่ใช่ปัญหาทางเรขาคณิตก็สามารถใช้การวาดรูปในการแก้ปัญหาค้นหาได้

7. การวาดภาพ กราฟและตาราง (Drawin Pictures, Graphs, and Table) ยุทธวิธีนี้จะช่วยให้ผู้เรียนมองเห็นภาพจากปัญหาที่ยุ่งยาก หรือปัญหาที่เป็นนามธรรม การวาดภาพ กราฟและตาราง เป็นการแสดงข้อมูลเชิงจำนวนให้ผู้เรียนเห็น กราฟช่วยให้มองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่ไม่ปรากฏโดยทันที

8. ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ (Guess and Check) ในขั้นแรกจะเดาคำตอบและใช้เหตุผลดูความเป็นไปได้ แล้วตรวจสอบคำตอบ ถ้าการเดาคำตอบนั้นไม่ถูก ขั้นต่อไปคือการเรียนรู้เกี่ยวกับความเป็นไปได้ของคำตอบให้มากขึ้น แล้วเดาต่อไป

9. ประมาณและตรวจสอบ (Estimation and Check) เป็นยุทธวิธีในการหาคำตอบที่ใกล้เคียง เพื่อตัดสินใจว่าแนวทางแก้ปัญหานั้นจะเป็นวิธีใด ซึ่งคำตอบที่ประมาณขึ้นมาจะต้องตรวจสอบเพื่อให้ได้เป็นคำตอบที่แท้จริง การประมาณคำตอบควรทำเป็นประจำจนทำให้เป็นพื้นฐานในชั้นเรียน

10. ตรวจสอบว่าข้อมูลเพียงพอหรือไม่ (Insufficient Information) บางครั้งข้อมูลที่ให้มาไม่เพียงพอมีบางส่วนขาดหายไป

11. การตัดข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องออก (Elimination of Extraneous Data) ปัญหาบางปัญหาให้ข้อมูลทั้งที่จำเป็นและไม่จำเป็น ผู้เรียนต้องตัดข้อมูลส่วนที่ไม่จำเป็นออกเพื่อที่จะให้ข้อมูลนั้นแคลงแทนที่จะพยายามใช้ข้อมูลทั้งหมดที่ไม่มีความหมาย

12. พัฒนาสูตรและเขียนสมการ (Developing Formula and Writing Equations) สูตรที่สร้างขึ้นจะใช้ประโยชน์โดยการแทนจำนวนลงในสูตรเพื่อหาคำตอบ

13. การสร้างแบบจำลอง (Modeling) แบบจำลองของปัญหาจะทำให้ผู้เรียนเข้าใจ

มโนคติในการดำเนินการที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหา

14. เขียนแผนภูมิสายงาน (Flowcharting) การเขียนแผนภูมิสายงานจะช่วยให้เห็นกระบวนการของการแก้ปัญหา ซึ่งแผนภูมิสายงานหรือผังงานเป็นเค้าโครงที่แสดงรายละเอียดของขั้นตอน ที่ต้องดำเนินงานตามเงื่อนไขต่าง ๆ ที่ต้องการก่อนที่จะไปแก้ปัญหา

15. การลงมือแก้ปัญหา (Acting Out the Problem) เป็นการลงมือแก้ปัญหาแล้วจึงจะ ทำให้เห็นขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ง่ายขึ้น

16. ใช้ปัญหาที่ง่ายกว่า (Simplifying the Problem) เป็นการแทนจำนวนน้อย ๆ ที่สามารถคำนวณได้ โดยที่ผู้เรียนสามารถตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบได้ ก่อนที่จะไปแก้ไข ปัญหาที่มี ผู้เรียนจะต้องใช้ความรู้สึกในการเลือกการดำเนินการ

17. เอาใจใส่ทุกประเด็นที่เป็นไปได้ (Account for all possibilities) ยุทธวิธีนี้ผู้เรียนจะ ใช้ก่อนที่จะทราบคำตอบ ผู้เรียนอาจจะแจ้งความเป็นไปในทั้งหมด โดยนำมาเขียนเป็นรายการ หรือสร้างตาราง เหมาะสมสำหรับจำนวนความเป็นไปได้ไม่มากนัก

18. เปลี่ยนมุมมองของปัญหา (Change your Point of View) ปัญหาบางปัญหาต้องการ ให้เปลี่ยนสิ่งที่มีอยู่ในใจหรือหยุดคิดความคิดนั้น ดังนั้นต้องมองภาพสถานการณ์นั้นด้วยวิธีใหม่ (บิวสเทียน ลิเบสไคน์ และลอตต์ (Billstein , Libeskind and Lott. 1990, หน้า 18 - 22) แฮทฟิลด์ เอ็ดเวิร์ดส์ และบิทเทอร์ (Hatfield, Edwards and Bitter. 1993, หน้า 50 - 60) เคนเนดี้ และทิปส์ (Kennedy and Tipps. 1997, หน้า 11-23) มัสเซอร์และเบอร์เกอร์ (Musser and Burger. 1988, หน้า 4)

ความรู้ที่สำคัญที่ทำให้เป็นนักแก้ปัญหาที่ดี คือ ความรู้ในเรื่อง ยุทธวิธี ในการแก้ปัญหา โดยสามารถเลือกใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ ในการแก้ปัญหาหรือสถานการณ์ที่หลากหลายได้ ดังนั้นผู้เรียน ควรที่จะได้เรียนรู้หรือฝึกทักษะการใช้ยุทธวิธีต่าง ๆ ให้ชำนาญ เพื่อจะได้เป็นพื้นฐานในการพัฒนา ความสามารถในการแก้ปัญหาต่อไป ยุทธวิธีที่นำมาช่วยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ได้แก่ ยุทธวิธีการเดาและตรวจสอบ เป็นการพิจารณาข้อมูลหรือเงื่อนไขต่าง ๆ ที่ปัญหากำหนด ให้ ผสมผสานกับประสบการณ์เดิมที่เกี่ยวข้องนำมาเป็นกรอบในการเดาคำตอบของปัญหา ใช้เหตุผล ดูความเป็นไปได้แล้วตรวจสอบ ถ้าการเดาครั้งนั้นไม่ถูกต้องก็เดาใหม่โดยอาศัยความไม่ถูกต้อง ของการเดาในครั้งแรกเป็นข้อมูลในการเดาครั้งต่อไป

ในการเดาแต่ละครั้งนั้นต้องเดาอย่างมีเหตุผล มีทิศทาง เพื่อให้สิ่งที่เดานั้นใกล้เคียงกับ คำตอบมากที่สุด ยุทธวิธีการหารูปแบบ เป็นการสังเกตและพิจารณารูปแบบของส่วนแรกในลำดับ

ของ จำนวนที่ให้มาก่อนและใช้ความสำคัญที่สังเกตได้หรือที่พิจารณาแล้วทำนายในส่วนต่อไปหรือ ส่วนที่ไม่ได้ให้มา

ยุทธวิธีแจกกรณีเป็นไปไม่ได้ เป็นยุทธวิธีที่ใช้ก่อนที่จะทราบคำตอบที่อาจจะเขียนถึง ความเป็นไปได้ทั้งหมดอย่างเป็นระบบระเบียบ ครบถ้วนเป็นหมวดหมู่ป้องกันการเขียนซ้ำซ้อน โดยสร้างเป็นตารางหรือเขียนแจกแจงรายการอย่างครบถ้วนทุกประเด็น เมื่อกรณีพิเศษๆ เสนอมีจำนวนจำกัด หรือไม่มากนัก หรืออาจเขียนเพียงบางรายการที่จำเป็นและเพียงพอต่อการหาคำตอบเท่านั้น

ยุทธวิธีการสร้างตารางหรือกราฟ เป็นการจัดกระทำข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับปัญหาให้เป็นระบบมีระเบียบ โดยนำมาเขียนลงตาราง โดยอยู่ภายใต้เงื่อนไขหรือข้อมูลของปัญหาเพื่อช่วยให้มองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูล ซึ่งจะนำไปสู่การหาคำตอบที่ต้องการ ในการแก้ปัญหาจะใช้ยุทธวิธีสร้างตาราง เพื่อ แจกกรณีที่เป็นไปไม่ได้ทั้งหมด แจกกรณีบางกรณีที่เป็นและเพียงพอ ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลตั้งแต่ 2 ข้อมูลขึ้นไป และ ค้นหาหน่วยทั่วไปของความสัมพันธ์

ยุทธวิธีเขียนแผนภาพหรือภาพประกอบ ใช้ภาพหรือแผนภาพและความสัมพันธ์ของ ข้อมูลที่ให้มาในปัญหา เพื่อช่วยในการเข้าใจปัญหาและใช้เป็นแนวทางในการแก้ปัญหาซึ่งบางครั้ง สามารถหาคำตอบของปัญหาได้โดยตรงจากการเขียนภาพหรือแผนภาพนั้น ยุทธวิธีการทำ ย้อนกลับ เป็นยุทธวิธีการคิดวิเคราะห์จากผลไปหาเหตุ การแก้ปัญหาบาง ปัญหาหากเริ่มต้นจาก สิ่งที่ปัญหากำหนดให้แล้วหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ต่าง ๆ ไปสู่สิ่งที่ปัญหาต้องการ อาจ ประสบความยุ่งยากในการหาคำตอบปัญหาบางปัญหาจึงต้องเริ่มต้นจากสิ่งที่ปัญหาต้องการแล้ว หาความเชื่อมโยงย้อนกลับไปสู่สิ่งที่ปัญหากำหนด ทำให้หาคำตอบของปัญหาได้ง่ายกว่า ยุทธวิธีนี้มี คุณค่าและประโยชน์ต่อการเรียนรู้ของผู้เรียนเป็นวิธีการอันชาญฉลาดในการที่จะพัฒนาทักษะ การให้เหตุผล

ยุทธวิธีการใช้เหตุผล เป็นการใช้ข้อมูลต่าง ๆ ที่กำหนดในปัญหา ประมวลเข้ากับความรู้ และประสบการณ์เดิม จากเหตุไปสู่ผลที่เป็นคำตอบของปัญหาวิธีนี้มักใช้ร่วมกับยุทธวิธีอื่น ๆ ยุทธวิธีการพิจารณากรณีที่ยากกว่าหรือแบ่งเป็นปัญหาย่อย เป็นการพิจารณาสถานการณ์ ที่ ซับซ้อนโดยเริ่มพิจารณาจากกรณีง่าย ๆ ของปัญหานั้นก่อน หรือแบ่งปัญหาออกเป็นส่วน ๆ เพื่อลด ระดับความซับซ้อนลง และแก้ปัญหาจากกรณีที่ง่าย ๆ นั้นก่อน แล้วนำแนวคิดนั้นมาใช้แก้ปัญหาที่ กำหนดให้ ยุทธวิธีในการแก้ปัญหาเลย เป็นการแก้ปัญหาเลยโดยอาจจะทำคร่าว ๆ ก่อนเพื่อให้เห็น ภาพรวมและขั้นตอนในการแก้ปัญหานั้นได้ง่ายขึ้น

ยุทธวิธีการใช้แบบจำลอง การสร้างแบบจำลองแทนปัญหาโดยใช้ของจริงรูปภาพหรือใช้ ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ เพื่อช่วยทำความเข้าใจปัญหาง่ายขึ้น และช่วยกำหนดแนวคิดในการ

แก้ปัญหาการสร้างแบบจำลองของปัญหาทำให้เข้าใจโมเดล การดำเนินการที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหา

ในการแก้ปัญหา ขั้นตอนที่สำคัญที่สุด คือ ขั้นตอนการวางแผนแก้ปัญหา เพราะ ผู้แก้ต้องใช้ทั้งทักษะ ความรู้ ความสามารถ และประสบการณ์ที่มีอยู่ประมวลเข้าด้วยกัน ข้อมูลต่าง ๆ ที่กำหนดในสถานการณ์ปัญหา เพื่อกำหนดแนวทางหรือยุทธวิธีในการแก้ปัญหา ซึ่งถ้าผู้เรียนได้รับการฝึกฝนอย่างสม่ำเสมอจนมีทักษะในการแก้ปัญหาเพียงพอแล้ว เมื่อต้องเผชิญกับปัญหาอีกก็จะสามารถนำประสบการณ์ที่สั่งสมออกมาปรับใช้ได้อย่างเหมาะสมสอดคล้องกับสถานการณ์ของปัญหานั้น ๆ

ปัญหาทางคณิตศาสตร์ปัญหาหนึ่ง ๆ สามารถแก้ได้โดยยุทธวิธีที่หลากหลาย อาจใช้เพียงยุทธวิธีเดียวหรือหลายยุทธวิธีประกอบกันก็ได้ ผู้เรียนต้องเรียนรู้และเข้าใจยุทธวิธีที่หลากหลาย ในการแก้ปัญหาย่างลึกซึ้ง และจะต้องสะสมยุทธวิธีต่าง ๆ ไว้ให้มากเพื่อการเลือกนำออกมาใช้อย่างเหมาะสมต่อไป

7.8 ปัจจัยที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหา

ปัจจัยที่ส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาของผู้เรียน มีดังนี้

1. ความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา

ปัจจัยสำคัญที่มีผลต่อความสามารถด้านนี้ คือ ทักษะการอ่านและการฟัง เนื่องจากผู้เรียน จะรับรู้ปัญหาได้จากการอ่านและการฟัง ผู้เรียนต้องอ่านอย่างรอบคอบ วิเคราะห์และทำความเข้าใจกับปัญหา โดยอาศัยความรู้เกี่ยวกับศัพท์ บทนิยาม มโนคติ และข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ ที่เกี่ยวข้อง กับปัญหา เพื่อที่จะได้ตัดสินใจว่าควรจะทำอะไรและอย่างไร เป็นการแสดงออกถึงศักยภาพทางสมองของผู้เรียนในการระลึก การนำมาเชื่อมโยงกับปัญหาที่เผชิญอยู่

2. ทักษะในการแก้ปัญหา

เมื่อผู้เรียนได้ฝึกการแก้ปัญหาอยู่เสมอ ย่อมมีโอกาที่จะพบปัญหาต่าง ๆ หลากรูปแบบ ทั้งที่มีโครงสร้างของปัญหาที่คล้ายคลึง หรือแตกต่างกัน การเผชิญกับปัญหาที่แปลกใหม่ การเลือกใช้ยุทธวิธีที่เหมาะสมจะเป็นการสั่งสมประสบการณ์ในการแก้ปัญหาทำให้สามารถวางแผนเพื่อกำหนดยุทธวิธีในการแก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็วและเหมาะสม

3. ความสามารถในการคิดคำนวณและความสามารถในการใช้เหตุผล

เมื่อทำความเข้าใจกับปัญหา และวางแผนการปัญหาเรียบร้อยแล้ว ก็ต้องลงมือปฏิบัติ ตามแผนที่วางไว้ ซึ่งบางปัญหาต้องใช้ในการคิดคำนวณ บางปัญหาต้องใช้กระบวนการใช้เหตุผล

ผู้เรียนต้องมีความเข้าใจ ในกระบวนการใช้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เท่าที่จำเป็น และเพียงพอในระดับของตน

4. แรงขับ

ในการแก้ปัญหาผู้เรียนจะพบปัญหาที่แปลกใหม่ ปัญหาที่ไม่เคยพบเจอมาก่อนปัญหาที่ไม่สามารถหาคำตอบในทันทีทันใด ต้องคิดวิเคราะห์อย่างเต็มที่เพื่อจะหาคำตอบให้ได้ จึงจำเป็นที่ผู้เรียนต้องมีแรงขับที่จะสร้างพลังในการคิด ซึ่งแรงขับนี้มาจากความสนใจ เจตคติ แรงจูงใจ ใฝ่สัมฤทธิ์ ความสำเร็จ ตลอดจนความซาบซึ้งในการแก้ปัญหา ซึ่งแรงขับนี้ผู้เรียนต้องใช้เวลาในการบ่มเพาะมายาวนาน

5. ความยืดหยุ่น

การจะเป็นนักแก้ปัญหาที่ดี ผู้เรียนต้องมีความยืดหยุ่นในการคิด คือ ไม่ยึดติดกับรูปแบบการแก้ปัญหาแบบใดแบบหนึ่ง หรือยึดติดรูปแบบที่ตนเองคุ้นเคยแต่ต้องยอมรับรูปแบบและวิธีการใหม่ ๆ อยู่เสมอ ความยืดหยุ่นเป็นความสามารถในการปรับกระบวนการแก้ปัญหา โดยบูรณาการความเข้าใจ ทักษะและความสามารถในการแก้ปัญหาที่มีประสิทธิภาพ

6. ความรู้พื้นฐาน

ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีความเชื่อมโยงกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ผู้เรียนต้องมี ความรู้พื้นฐานที่ดีพอ สามารถนำมาใช้ได้อย่างเหมาะสมสอดคล้องกับสาระของปัญหา ระดับสติปัญญา การแก้ปัญหาจำเป็นต้องใช้การคิดระดับสูง สติปัญญาจึงเป็นสิ่งสำคัญยิ่งประการหนึ่งในการแก้ปัญหา ซึ่งมีส่วนสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้ปัญหา ผู้ที่มีสติปัญญาดีจะมีความสามารถในการแก้ปัญหาได้ดีกว่าผู้ที่มีสติปัญญาที่ด้อยกว่า

7. การอบรมเลี้ยงดู

ผู้เรียนที่มาจากครอบครัวที่มีการเลี้ยงดูแบบประชาธิปไตย ให้ออกแสดงความคิดเห็น และตัดสินใจได้ด้วยตนเอง มีแนวโน้มที่จะมีความสามารถในการแก้ปัญหาสูงกว่า ผู้เรียนที่มาจากครอบครัวที่เลี้ยงแบบปล่อยปละละเลย หรือเข้มงวดเกินไป

8. วิธีสอนของผู้สอน

การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้คิดอย่างอิสระ มีเหตุผลให้ ความสำคัญกับการคิดของผู้เรียน ย่อมส่งเสริมให้ผู้เรียน มีความสามารถในการแก้ปัญหาดีกว่า แบบที่บทบาทการเรียนการสอนตกอยู่ที่ผู้สอนแต่เพียงฝ่ายเดียว นอกจากนี้การจัดสภาพแวดล้อม ก็มีผลที่เอื้อต่อการพัฒนาความสามารถของผู้เรียน เช่นกัน (สมเดช บุญประจักษ์. 2540, หน้า 33 อ้างอิงจากสมาคมผู้สอนคณิตศาสตร์ ในสหรัฐอเมริกา(NCTM). 1991, หน้า 57)

สภาพแวดล้อมที่เอื้อต่อการพัฒนาความสามารถของผู้เรียน คือ

(1) เป็นบรรยากาศที่ยอมรับและเห็นคุณค่าของแนวคิด วิธีการคิด และความรู้สึกรักของผู้เรียน

(2) ให้ความเวลาในการสำรวจแนวคิดทางคณิตศาสตร์

(3) ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ทำงานทั้งส่วนบุคคลและร่วมมือกัน

(4) ส่งเสริมให้ผู้เรียนได้ลองใช้ความสามารถในการกำหนดปัญหาและสร้างข้อาคาดเดา

(5) ให้ผู้เรียนได้ให้เหตุผลและสนับสนุนแนวคิดด้วยข้อความทางคณิตศาสตร์

วิธีการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา

เป้าหมายของการพัฒนา ก็คือ เมื่อกำหนดสถานการณ์ปัญหาให้ผู้เรียนคิดหาคำตอบ โดยทำความเข้าใจปัญหา วางแผนแก้ปัญหา ดำเนินแก้ปัญหา และตรวจสอบผล โดยฝึกตามขั้นตอนดังนี้

(1) การพัฒนาความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ฝึกให้ผู้เรียนอ่านใจห้อยอย่างละเอียด แล้วทำความเข้าใจ จำแนกสถานการณ์หรือข้อมูลออกเป็น ส่วน ๆ โดยมุ่งให้ผู้เรียนสามารถตอบคำถาม ต่อไปนี้ โจทย์ให้ข้อมูลอะไร มีเงื่อนไขอย่างไร โจทย์ต้องการหาอะไร โดยอาจเริ่มจากการตั้งคำถามให้ผู้เรียนตอบ ต่อไปจึงให้ผู้เรียนฝึกทำความเข้าใจเอาเอง

(2) การพัฒนาความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา ฝึกให้ผู้เรียนเชื่อมโยงหรือมองหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่จำเป็นกับสิ่งที่โจทย์ต้องการให้ผู้เรียนบอกความหมาย อธิบายความสัมพันธ์ของข้อมูล และแทนข้อมูลโดยใช้วิธีต่าง ๆ เช่น ใช้แผนภาพ ตาราง หรือเทคนิคอื่น ๆ เพื่อสร้างความกระฉับกระชวย และเห็นเป็นรูปธรรม แล้วจึงแปลงเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ หรืออาจแปลความในโจทย์ปัญหาให้อยู่ในรูปประโยคทางคณิตศาสตร์เลย หากเข้าใจโจทย์ปัญหาดีแล้ว

การพัฒนาความสามารถในการดำเนินการตามแผน ฝึกให้ผู้เรียนรู้จักประมาณคำตอบ โดยการคิดในใจ แล้วดำเนินการหาคำตอบโดยใช้ความรู้ และทักษะที่มีอยู่ก่อนแล้ว การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบผล ฝึกให้ผู้เรียนรู้จักการตรวจสอบคำตอบ ของปัญหา คือ ตรวจสอบคำตอบที่ได้กับคำตอบที่ประมาณในใจ ตรวจสอบคำตอบที่ได้จากการแก้ปัญหาด้วยวิธีที่แตกต่างกัน ตรวจสอบความถูกต้องในแต่ละขั้นตอนของกระบวนการแก้ปัญหา (สมเดช บุญประจักษ์. 2540, หน้า 64)

กอนซาเลส (Gonzales. 1994, หน้า 74) ได้ให้ความเห็นว่า บรรยากาศที่ส่งเสริมการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา ต้องเป็นบรรยากาศที่ทำให้ผู้เรียนรู้สึกสะดวกสบายในการ

แสดงแนวคิด ไม่เข้มงวด เขาจริงเอาจริงจนเกิดความตึงเครียด เพราะถ้าผู้เรียนเกิดความรู้สึกกลัวในสิ่งที่ทำผิดพลาด หรือกลัวถูกหัวเราะเยาะจากเพื่อนผู้เรียนจะไม่กล้าซักถาม ไม่กล้าแสดงความคิดเห็น ฉะนั้น ผู้สอนจะต้องจัดบรรยากาศของชั้นเรียนที่ทำให้ผู้เรียนมีความรู้สึกเป็นอิสระเป็นบรรยากาศที่ส่งเสริมให้มีการสำรวจ สืบค้น ให้เหตุผล และสื่อสารกัน

สรุปได้ว่า แนวทางที่พัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา ได้แก่ ปัญหาที่นำมาใช้บรรยากาศในชั้นเรียน การเปิดโอกาสให้เด็กได้แสดงความคิด เวลาที่ใช้ในการแก้ปัญหา การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนของผู้สอน เป็นต้น

8. ชุดฝึกทักษะ

8.1 ความหมายของชุดฝึกทักษะ

ชุดฝึกทักษะเป็นรูปแบบการเรียนการสอนที่ใช้สื่อต่างๆ หลายชนิดเป็นองค์ประกอบเพื่อก่อให้เกิดความสมบูรณ์ในตัวเอง ดังนั้นลักษณะของชุดฝึกทักษะจะเรียกว่าชุดการสอน

กรมสามัญศึกษา (2540, หน้า 27) ได้ให้ความหมายของชุดการสอนว่า หมายถึง ระบบการผลิตและการนำสื่อการสอนประสมที่สอดคล้องกับวิชาและหัวเรื่องมาช่วยให้การเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมการเรียนรู้ของนักเรียนเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพมากขึ้น

ลักษณะ นันตาทาศ (2543, หน้า 19) ได้ให้ความหมายของชุดฝึกหรือชุดการสอนไว้ว่า ชุดฝึกหรือชุดการสอนได้นำเอาสื่อการสอนหลายอย่างมาสัมพันธ์กันและมีคุณค่าเสริมซึ่งกันและกันอย่างมีระบบ สื่อการสอนอย่างหนึ่ง อาจสอนเพื่อสร้างความสนใจในขณะที่อีกอย่างหนึ่งใช้เพื่ออธิบายข้อเท็จจริงของเนื้อหา และอีกอย่างหนึ่งเพื่อก่อให้เกิดความเข้าใจที่ลึกซึ้งและป้องกันการเข้าใจผิด

ปิยะพงษ์ สุริยะพรหม(2546, หน้า 63-64) ได้ให้ความหมายของชุดฝึกหรือชุดการสอนว่า หมายถึง รูปแบบการเรียนการสอนที่ใช้สื่อต่างๆ หลายชนิดเป็นองค์ประกอบเพื่อก่อให้เกิดความสมบูรณ์ในตัวเอง ลักษณะของชุดฝึกหรือชุดการสอนก็จะแตกต่างกันไปตามวัตถุประสงค์ของการสร้างเพื่อให้ผู้ใช้บรรลุเป้าหมาย การเรียนที่วางไว้มีประสิทธิภาพ

กล่าวโดยสรุป คือ ชุดฝึกหรือชุดการสอนเป็นการนำเอาสื่อประสมต่างๆ มาประกอบการเรียนการสอนเพื่อสร้างความสนใจของผู้เรียน ให้ผู้เรียนเกิดการเรียนรู้อย่างเต็มที่

8.2 ขั้นตอนการสร้างชุดฝึกทักษะ

บุญเกื้อ ควรรหาเวช (2542, หน้า 97-99 อ้างอิงจาก ชัยยงค์ พรหมวงศ์) ได้เสนอขั้นตอนการสร้างชุดฝึกหรือชุดการสอนไว้ดังนี้

1. กำหนดหมวดหมู่และเนื้อหาและประสบการณ์ อาจจะกำหนดเป็นหมวดวิชา หรือ บูรณาการเป็นแบบสหวิทยาการตามที่เหมาะสม
2. กำหนดหน่วยการสอน แบ่งเนื้อหาวิชาออกเป็นหน่วยการสอนโดยประมาณเนื้อหาวิชาที่จะให้ครูสามารถถ่ายทอดความรู้แก่นักเรียนได้ในหนึ่งสัปดาห์หรือหนึ่งครั้ง
3. กำหนดหัวเรื่อง ผู้สอนจะต้องถามตนเองว่าในการสอนแต่ละหน่วยควรให้ประสบการณ์ออกมาเป็น 4 – 6 หัวเรื่อง
4. กำหนดความคิดรวบยอดและหลักการ จะต้องให้สอดคล้องกับหน่วยและหัวเรื่อง โดยสรุปรวมแนวคิด สาระ และหลักเกณฑ์สำคัญไว้ เพื่อเป็นแนวทางในการจัดเนื้อหาที่สอนให้สอดคล้องกัน
5. กำหนดวัตถุประสงค์ ให้สอดคล้องกันหัวเรื่อง เป็นจุดประสงค์ทั่วไปก่อนแล้ว เปลี่ยนเป็นวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมที่ต้องมีเงื่อนไขและกฎเกณฑ์พฤติกรรมไว้ทุกครั้ง
6. กำหนดกิจกรรมการเรียน ให้สอดคล้องกับวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรมซึ่งจะเป็นแนวทางในการเลือกและการผลิตสื่อการสอน กิจกรรมการเรียน หมายถึง กิจกรรมทุกอย่างที่ผู้เรียนปฏิบัติ เช่น การอ่าน บัตรคำสั่ง ตอบคำถาม เขียนภาพทบทวนทางวิทยาศาสตร์ เล่นเกม ฯลฯ
7. กำหนดแบบประเมินผล ต้องออกแบบการประเมินผลให้ตรงกับวัตถุประสงค์เชิงพฤติกรรม โดยใช้การสอนแบบอิงเกณฑ์ (การวัดผลที่ยึดเกณฑ์หรือเงื่อนไขที่กำหนดไว้ในวัตถุประสงค์ โดยไม่มีการนำไปเปรียบเทียบกับคนอื่น) เพื่อให้ผู้สอนทราบว่าหลังจากผ่านกิจกรรมเรียบร้อยแล้ว ผู้เรียนได้เปลี่ยนพฤติกรรมการเรียนรู้ตามวัตถุประสงค์ที่ตั้งไว้หรือไม่
8. เลือกและผลิตสื่อการสอน วัสดุอุปกรณ์และวิธีการที่ครูใช้ถือเป็นสื่อการสอนทั้งสิ้น เมื่อผลิตสื่อการสอนของแต่ละหัวเรื่องแล้วก็จัดสื่อการสอนเหล่านั้นไว้เป็นหมวดหมู่ ในกล่องที่เตรียมไว้ก่อนนำไปทดลองหาประสิทธิภาพ เรียกว่า ชุดฝึกหรือชุดการสอน
9. หาประสิทธิภาพชุดการฝึกหรือชุดการสอน เพื่อเป็นการประกันว่า ชุดการสอนที่สร้างขึ้นมามีประสิทธิภาพในการสอน (ผู้สร้างจำเป็นต้องกำหนดเกณฑ์ชี้ล่วงหน้าโดยคำนึงถึงหลักการที่ว่า การเรียนรู้เป็นกระบวนการเพื่อช่วยให้การเปลี่ยนพฤติกรรมของผู้เรียนบรรลุ)

10. การใช้ชุดฝึกหรือชุดการสอน ชุดการสอนที่ได้ปรับปรุงและมีประสิทธิภาพตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้แล้ว สามารถนำไปสอนผู้เรียนได้ตามประเภทของชุดการสอนและระดับการศึกษา โดยกำหนดขั้นตอนการใช้ดังนี้

10.1 ให้ผู้เรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียน เพื่อพิจารณาพื้นฐานความรู้เดิมของผู้เรียน (ใช้เวลาประมาณ 10 – 15 นาที)

10.2 ชี้นำเข้าสู่บทเรียน

10.3 ชี้นำประกอบกิจกรรมการเรียนรู้ (ขั้นสอน) ผู้สอนบรรยายหรือแบ่งกลุ่มประกอบกิจกรรมการเรียนรู้

10.4 ชี้นำสรุปผลการสอน เพื่อสรุปความคิดรวบยอดและหลักการที่สำคัญ

10.5 ทำแบบทดสอบหลังเรียนเพื่อดูพฤติกรรมการเรียนรู้ที่เปลี่ยนแปลงไปแล้ว

8.3 ประโยชน์ของชุดฝึกทักษะ

ชุดฝึกหรือชุดการสอนอาจกล่าวได้ว่าเป็นการใช้สื่อประสมที่ช่วยให้ผู้เรียนมีประสบการณ์จากประสาทสัมผัสที่ผสมผสานกันแล้ว ก็ยังช่วยให้นักเรียนค้นพบวิชาการที่จะเรียนในสิ่งที่ต้องการได้ด้วยตนเอง

บุญเกื้อ คอรรหาเวช (2512, หน้า 110) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของชุดฝึกหรือชุดการสอนว่า

1. ส่งเสริมการเรียนรู้แบบรายบุคคล ผู้เรียนได้ตามความสามารถ ความสนใจตามเวลา และโอกาสที่เหมาะสมของแต่ละคน

2. ช่วยขจัดปัญหาการขาดแคลนครู เพราะชุดฝึกหรือชุดการสอนช่วยให้ผู้เรียนได้ด้วยตนเองหรือต้องการความช่วยเหลือจากผู้สอนเพียงเล็กน้อย

3. ช่วยในการศึกษานอกระบบโรงเรียน เพราะผู้เรียนสามารถนำเอาชุดฝึกหรือชุดการสอนไปใช้ได้ทุกสถานที่และทุกเวลา

4. ช่วยลดภาระและช่วยสร้างความพร้อมแลความมั่นใจให้แก่ครูเพราะชุดฝึกหรือชุดการสอนผลิตไว้เป็นหมวดหมู่ สามารถนำไปใช้ได้ทันที

5. เป็นประโยชน์ในการสอนแบบศูนย์การเรียนรู้

6. ช่วยให้ครูวัดผลผู้เรียนได้ตรงความมุ่งหมาย

7. เปิดโอกาสให้ผู้เรียนแสดงความคิดเห็น ฝึกการตัดสินใจ แสวงหาความรู้ด้วยตนเอง และมีความรับผิดชอบต่อตนเองและสังคม

8. ช่วยให้ผู้เรียนจำนวนมากได้รับความรู้แนวเดียวกันอย่างมีประสิทธิภาพ

9. ฝึกให้ผู้เรียนรู้จักเคารพ นับถือ ความคิดเห็นของผู้อื่น

กล่าวโดยสรุป คือ ชุดฝึกหรือชุดการสอนสามารถจัดกิจกรรมการเรียนการสอน ได้ทั้งรายบุคคล และเป็นกลุ่ม เป็นการส่งเสริมความสนใจ และความสามารถของนักเรียนอย่างแท้จริง

8.4 การหาประสิทธิภาพของชุดฝึก

เมื่อสร้างชุดฝึกแล้ว ก่อนที่นำไปใช้ควรมีการทดลองเพื่อหาประสิทธิภาพก่อนเพราะจะทำให้เราทราบถึงข้อบกพร่องหรือปัญหาที่เกิดขึ้น เพื่อจะได้ปรับปรุงแก้ไขให้ดีขึ้น ทำให้เกิดความมั่นใจว่าชุดฝึกที่สร้างขึ้นมีประสิทธิภาพ เมื่อนำไปใช้จะก่อให้เกิดผลดีต่อผู้เรียน

ไชยยศ เรืองสุวรรณ (2533, หน้า 138) ได้เสนอว่า การกำหนดประสิทธิภาพของสื่อการสอนนิยมใช้เกณฑ์มาตรฐาน 90/90 เป็นเกณฑ์ สำหรับเนื้อหาประเภทความรู้ความจำ และใช้เกณฑ์มาตรฐาน 80/80 ดังนี้

80 ตัวแรก หมายถึง ค่าร้อยละของประสิทธิภาพในด้านกระบวนการของการสอน ซึ่งประกอบด้วย ผลของการปฏิบัติการกิจต่างๆ เช่น งานและแบบฝึกของผู้เรียน โดยนำคะแนนที่ได้จากการวัด คำนวณหาค่าร้อยละเฉลี่ย

ส่วน 80 ตัวหลัง หมายถึง คะแนนจากการทดสอบหลังเรียนของผู้เรียนทุกคน นำมาคำนวณหาค่าร้อยละเฉลี่ย

ชุดฝึกที่มีประสิทธิภาพนั้นจะต้องผ่านการทดลองหาประสิทธิภาพก่อน โดยนำชุดฝึกไปทดลองกับกลุ่มที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างทั้งเด็กอ่อน ปานกลาง และเก่ง และนำผลการทดลองมาเปรียบเทียบโดยใช้คะแนนขณะทำการทดลองและคะแนนหลังการทดลองหรือคะแนนผลสัมฤทธิ์หาค่าเฉลี่ยร้อยละ โดยถือตามเกณฑ์ที่ได้ตั้งไว้ สูงและต่ำกว่าเกณฑ์ไม่เกิน 2.5

ในการสร้างชุดฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหา สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ได้นำชุดฝึกที่สร้างขึ้นไปทดลองหาประสิทธิภาพก่อนดังข้อความข้างต้น เพื่อให้ได้ชุดฝึกที่มีประสิทธิภาพและเชื่อถือได้ก่อนนำไปทดลองจริง

9. เทคนิค K-W-D-L

9.1 ความหมายเทคนิค K-W-D-L

การจัดการเรียนรู้เทคนิค K-W-D-L เป็นเทคนิคการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนามาจากแนวคิดของโอเกิล (Ogle 1986) และต่อมาได้พัฒนาให้สมบูรณ์ขึ้นโดย Carr และ Ogle ในปี 1987 โดย

ยังคงสาระเดิมไว้ แต่เพิ่มการเขียนผังสัมพันธ์ทางความหมาย (Semantic Mapping) สรุปเรื่องทีอ่านและมีการนำเสนอเรื่องจากแผนผังอันเป็นการพัฒนาทักษะการเขียนและการพูด

นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึง ความหมายของเทคนิค K-W-D-L ดังนี้
 นิรันดร์ แสงกุหลาบ (2547, หน้า 13) ได้กล่าวว่า เทคนิค K-W-D-L หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ประกอบไปด้วยการถามตอบ และแสวงหาคำตอบ 4 ขั้นตอน คือ

1. K (what we know) เราารู้อะไรบ้าง
2. W (what we want to know) เราต้องการรู้ ต้องการทราบอะไร
3. D (what we do to find out) เราทำอะไร อย่างไร
4. L (what we learned) เราเรียนรู้

พิมพ์ภรณ์ สุขพวง (2548, หน้า 16) ได้กล่าวไว้ว่าเทคนิค K-W-D-L หมายถึง วิธีการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เน้นการอ่านเพื่อการคิดวิเคราะห์ ประกอบไปด้วย 4 ขั้นตอน คือ

1. K (what we know) เราารู้อะไรบ้าง
2. W (what we want to know) เราต้องการรู้ ต้องการทราบอะไร
3. D (what we do to find out) เราทำอะไร อย่างไรหรือเรามีวิธีการอย่างไรบ้าง
4. L (what we learned) เราเรียนรู้อะไรบ้าง

วัชรวิภา เล่าเรียนดี (2549, หน้า 149 – 150) ได้กล่าวไว้ว่าเทคนิค K-W-D-L หมายถึง เทคนิคที่ช่วยชี้แนะการคิดแนวทางในการอ่านและหาคำตอบของคำถามสำคัญต่างๆ จากเรื่องนั้น และยังสามารถนำมาใช้ในการเรียนรู้ และเฝ้าความสนใจเป็นอย่างดี ซึ่งมี 4 ขั้นตอน คือ

1. K (what we know) เราารู้อะไรบ้าง
2. W (what we want to know) เราต้องการรู้ ต้องการทราบอะไร
3. D (what we do to find out) เราทำอะไร อย่างไรหรือเรามีวิธีการอย่างไรบ้าง
4. L (what we learned) เราเรียนรู้อะไรบ้าง

ไฉ่ ที แคท (2550, มกราคม 17) ได้กล่าวว่า เทคนิค K-W-D-L หมายถึง เทคนิคการสอนที่จัดให้นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วมในการแก้ปัญหาโดยจะประกอบไปด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. K (what we know) เราารู้อะไรบ้าง
2. W (what we want to know) เราต้องการรู้ ต้องการทราบอะไร
3. D (what we do to find out) เราทำอะไร อย่างไร
4. L (what we learned) เราเรียนรู้

ชอ, และคนอื่น ๆ (Shaw , et al, 1997) ได้กล่าวว่า เทคนิค K-W-D-L หมายถึง การจัดกิจกรรม การเรียนการสอนที่ประกอบไปด้วย 4 ขั้นตอน คือ

1. K (what we know) เรารู้อะไรบ้าง
2. W (what we want to know) เราต้องการรู้ ต้องการทราบอะไร
3. D (what we do to find out) เราทำอะไรไปบ้างแล้ว
4. L (what we learned) เราเรียนรู้อะไรบ้าง

จากความหมายที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า เทคนิค K-W-D-L หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่ประกอบไปด้วย 4 ขั้นตอน คือ

1. K (what we know) เรารู้อะไรบ้าง
2. W (what we want to know) เราต้องการรู้ ต้องการทราบอะไร
3. D (what we do to find out) เราทำอะไร อย่างไร
4. L (what we learned) เรารู้อะไร

9.2 ความสำคัญและประโยชน์ของเทคนิค K-W-D-L

เทคนิค K-W-D-L เป็นเทคนิคการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เทคนิคหนึ่งซึ่งมีนักการศึกษาได้กล่าวถึงความสำคัญและประโยชน์ซึ่งสามารถสรุปได้ดังนี้

วีระศักดิ์ เลิศโสภา (2544, หน้า 5) ได้กล่าวว่า เทคนิค K-W-D-L เป็นเทคนิคในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งจะช่วยให้ผู้เรียนได้พัฒนาความสามารถซึ่งสรุปได้ดังต่อไปนี้

เทคนิค K-W-D-L จะช่วยให้ผู้เรียนได้พัฒนาสติปัญญา พัฒนาทักษะทางสังคม พัฒนาทักษะและความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ช่วยให้เกิดผลสะท้อนหลายรูปแบบทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจะส่งผลให้เป็นนักแก้ปัญหาที่ดี นอกจากนี้ให้นักเรียนคิดพิจารณาจากข้อความหรือคำถามที่กำหนดไว้ให้แล้ว ซึ่งเป็นการกำหนดกรอบความคิดไม่ให้เบี่ยงเบนไปในทิศทางอื่น ยังเปิดโอกาสให้ผู้เรียนได้เปรียบเทียบแยกแยะก่อนหาข้อสรุปด้วยตนเอง และยังช่วยให้ผู้เรียนอ่อน ปานกลางและเก่งมีโอกาสได้เรียนรู้ได้รับการฝึกวิธีคิดอย่างมีระบบและขั้นตอนร่วมกัน

นิรันดร์ แสงกุหลาบ (2547, หน้า 7-8) ได้กล่าวว่า เทคนิค K-W-D-L จะช่วยให้ผู้เรียนพัฒนาความสามารถซึ่งสรุปได้ดังต่อไปนี้

1. กระบวนการทางคณิตศาสตร์อย่างหลากหลาย
2. ช่วยส่งเสริมพัฒนาความสามารถในการคิดเชิงวิเคราะห์และสังเคราะห์
3. ช่วยให้ผู้เรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้องมากยิ่งขึ้น

4. ช่วยให้ผู้เรียนพัฒนาสติปัญญา พัฒนาการคิด พัฒนาทางสังคมโดยเฉพาะถ้าจัดให้ผู้เรียนฝึกการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม

วัชรวิภา เล่าเรียนดี (2549, หน้า 149) ได้กล่าวว่า เทคนิค K-W-D-L เป็นเทคนิคการสอนที่ช่วยส่งเสริมการอ่านเชิงวิเคราะห์ให้กับผู้เรียน

จากที่กล่าวมาข้างต้นนั้น สรุปได้ว่าเทคนิค K-W-D-L มีความสำคัญและประโยชน์ นอกจากช่วยให้ผู้เรียนมีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้แล้วยังช่วยส่งเสริมให้ผู้เรียนมีความสามารถในการอ่าน มีทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการคิดเชิงวิเคราะห์ และสังเคราะห์ และถ้าจัดให้ผู้เรียนฝึกการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่มก็จะช่วยพัฒนาทักษะการอยู่ร่วมกันทางสังคม

9.3 ขั้นตอนการสอนโดยใช้เทคนิค K-W-D-L

จากความหมายของเทคนิค K-W-D-L ที่กล่าวมาแล้วผู้วิจัยจึงได้ศึกษาเกี่ยวกับขั้นตอนการสอนโดยใช้เทคนิค K-W-D-L ในเรื่องการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์เพื่อที่จะได้กำหนดขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอนซึ่งมีนักการศึกษาหลายท่านได้กำหนดขั้นตอนการสอนไว้ดังนี้

วีระศักดิ์ เลิศโสภา (2544, หน้า 6-7) ได้นำเทคนิค K-W-D-L มาปรับรูปแบบการเรียนการสอน และกิจกรรมให้เหมาะสมกับกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งมี 4 ขั้นตอนคือ

1. ชี้นำเข้าสู่บทเรียน

ทบทวนความรู้เดิมโดยการนำเสนอสถานการณ์ของโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์หรือเกมคณิตศาสตร์

2. ขั้นตอนการสอน

ใช้เทคนิคการสอน K-W-D-L ในการสอนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ซึ่งมี 4 ขั้นตอนดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 หาสิ่งที่มีเกี่ยวกับโจทย์

แบ่งกลุ่มออกเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4-5 คน ให้นักเรียนช่วยกันระดมสมองช่วยกันหาสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

ขั้นตอนที่ 2 หาสิ่งที่ต้องการรู้เกี่ยวกับโจทย์

นักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อหาความสัมพันธ์ของโจทย์ที่กำหนดให้ และแนวทางวิธีการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ขั้นตอนที่ 3 ดำเนินการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

นักเรียนช่วยกันแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยเขียนประโยคสัญลักษณ์หาคำตอบ และตรวจสอบคำตอบที่ได้

ขั้นตอนที่ 4 สรุปที่ได้จากการเรียน

ตัวแทนกลุ่มออกมานำเสนอรูปแบบ และแนวทางในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ นักเรียนสรุปเป็นความรู้ที่ได้จากการเรียน

3. ฝึกทักษะ

นักเรียนทำแบบฝึกหัดในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์

4. ชิ้นวัดและประเมินผล

สังเกตการณ์ร่วมกิจกรรม ตรวจสอบผลงานกลุ่มและแบบฝึกหัด

นรินทร์ แสงกุลลาบ (2547, หน้า 52-53) ได้นำเทคนิค K-W-D-L มาปรับรูปแบบการเรียนการสอน และกิจกรรมให้เหมาะสมกับกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งมี 4 ขั้นตอน คือ

1. ชี้นำเข้าสู่บทเรียน

1.1 ทบทวนความรู้เดิมโดยการยกสถานการณ์ปัญหาในเรื่องที่เรียนมาแล้วสนทนาซักถามนักเรียนให้ร่วมกันตอบคำถาม

1.2 แจ่มจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ และบทบาทการทำงานกลุ่ม

1.3 ไร่้ความสนใจ โดยใช้เกมคณิตศาสตร์

2. ชี้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูนำเสนอโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ให้นักเรียนทั้งชั้น แล้วให้นักเรียนร่วมกันอ่านโจทย์และแก้ปัญหา ตามแผนผัง K-W-D-L ดังนี้

K= ครูและนักเรียนร่วมกันหาสิ่งที่โจทย์บอกให้ทราบ หรือสิ่งที่รู้เกี่ยวกับโจทย์

W= ครูและนักเรียนร่วมกันหาสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและวางแผนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์พร้อมทั้งเลือกทางเลือกที่เหมาะสมที่สุดพร้อมให้เหตุผลประกอบ

D= ครูและนักเรียนร่วมกันดำเนินการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามแผนที่ได้วางไว้

L= ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปการแก้ปัญหา และอธิบายตามแผนที่ได้วางไว้

2.2 นักเรียนฝึกปฏิบัติเป็นกลุ่มย่อยโดยครูแนะนำ ด้วยการแบ่งนักเรียน

เป็นกลุ่ม ๆ ละ 4-5 คน ร่วมกันปฏิบัติตามวัตรกิจกรรม K-W-D-L

3. ขั้นฝึกทักษะโดยอิสระ

3.1 แบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4-5 คน (อาจใช้กลุ่มเดิมหรือจัดกลุ่มใหม่ก็ได้)

3.2 ให้นักเรียนร่วมกันทำแบบฝึกทักษะที่เกี่ยวข้องกับบทเรียนโดยตรง และในสถานการณ์อื่น ๆ ที่แตกต่างจากตัวอย่าง เพื่อฝึกทักษะการนำไปใช้ จากแบบฝึกที่ครูสร้างขึ้น

3.3 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันประเมินการปฏิบัติกิจกรรมกลุ่มของสมาชิกในกลุ่มตนเอง

4. ขั้นสรุปบทเรียนและประเมินผล

4.1 นักเรียนและครูร่วมกันสรุปเนื้อหาสาระสำคัญของการเรียนรู้

4.2 ครูประเมินผลการเรียนรู้ในด้านความรู้ความเข้าใจ การนำไปใช้ และทักษะการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์จากแบบทดสอบประจำหน่วย

4.3 นักเรียนเสนอแนวทางในการพัฒนาปรับปรุงกระบวนการทำงานร่วมกัน เพื่อประสิทธิภาพการพัฒนาการทำงานกลุ่ม

วิชาเรขาคณิต (2549, หน้า 165) ได้กล่าวถึงขั้นตอนการสอนโดยใช้เทคนิค K-W-D-L ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นนำ

1.1 ทบทวนความรู้เดิม

1.2 แจกจุดประสงค์การเรียนรู้

1.3 ได้รับความสนใจด้วยเกมคณิตศาสตร์

2. ขั้นสอนเนื้อหาใหม่

2.1 ครูนำเสนอโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนทั้งชั้น แล้วให้นักเรียนร่วมกันอ่านโจทย์และแก้ปัญหา ตามแผนผัง K-W-D-L ดังนี้

K= ครูและนักเรียนร่วมกันหาสิ่งที่โจทย์บอกให้ทราบ

W= ครูและนักเรียนร่วมกันหาสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและวางแผนแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

D= ครูและนักเรียนร่วมกันดำเนินการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามแผนที่ได้วางไว้

L= ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปการแก้ปัญหา

2.2 นักเรียนฝึกปฏิบัติเป็นกลุ่มย่อยโดยครูคอยแนะนำ ด้วยการแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4-5 คน ร่วมกันปฏิบัติกิจกรรม K-W-D-L

3. ขั้นฝึกทักษะโดยอิสระ

นักเรียนทำแบบฝึกหัดจากแบบฝึกหัดที่ครูสร้างขึ้นโดยเป็นโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับเรื่องที่เรียน และสถานการณ์อื่น ๆ

4. ขั้นสรุปทบทเรียนและประเมินผล

นักเรียนทำแบบทดสอบประจำหน่วยการเรียนรู้ มีการส่งเสริมเมื่อนักเรียนยังไม่เข้าใจนอกจากขั้นตอนของเทคนิค K-W-D-L ดังกล่าวการใช้เทคนิค K-W-D-L ในการสอนคณิตศาสตร์ครูต้องเตรียมแผนผัง K-W-D-L โดยครูและนักเรียนร่วมกันเรียนรู้ทำความเข้าใจ โดยมีแผนผัง K-W-D-L ประกอบให้เห็นชัดเจนทุกคนด้วย การร่วมกันฝึกและทำแบบฝึกหัด นอกจากนี้ นักเรียนจะต้องมีตาราง K-W-D-L ของตัวเองเพื่อเติมข้อความเช่นกันแต่ควรให้ใช้ร่วมกัน 2 คนต่อ 1 ชุด จะเหมาะสมกว่าเพื่อส่งเสริมการทำงานร่วมกัน แผนผัง K-W-D-L แสดงไว้ในตาราง 2

ตาราง 2 แสดงแผนผัง K-W-D-L

K	W	D	L
โจทย์บออกอะไรบ้าง	โจทย์ให้หาอะไร มีวิธีการอย่างไร ใช้วิธีอะไรได้บ้าง	ดำเนินการ ตามกระบวนการ แก้โจทย์ปัญหา	คำตอบที่ได้ L และ บอกวิธีคิดคำตอบ อย่างไร
1.....	1.....	แสดงวิธีทำ	คำตอบ
2.....	2.....
3.....	3.....	วิธีที่ 1	สรุปขั้นตอน.....
4.....	4.....	วิธีที่ 2 วิธีที่ 3	

ที่มา : (วัชรา เล่าเรียนดี, 2549, หน้า 150)

ชอ, และคนอื่น ๆ (Shaw, et al., 1997) อาจารย์ประจำมหาวิทยาลัยมิสซิสซิปปี ประเทศสหรัฐอเมริกา ได้พัฒนาเทคนิค K-W-D-L มาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ซึ่งมี 4 ขั้นตอน ดังต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 แบ่งกลุ่มให้นักเรียนช่วยกันหาสิ่งที่รู้เกี่ยวกับโจทย์ สิ่งที่โจทย์กำหนดให้และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ โดยใช้บัตรกิจกรรมเทคนิค K-W-D-L

ขั้นที่ 2 นักเรียนในกลุ่มร่วมกันอภิปรายเพื่อหาสิ่งที่ต้องการรู้เพิ่มเติมเกี่ยวกับโจทย์หาความสัมพันธ์ของโจทย์ และกำหนดวิธีการในการแก้ปัญหา

ขั้นที่ 3 นักเรียนช่วยกันดำเนินการเพื่อแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยเขียนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ให้อยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์ หาคำตอบและตรวจสอบคำตอบ

ขั้นที่ 4 ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มสรุปเป็นความรู้ที่ได้จากการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยให้ตัวแทนกลุ่มออกมานำเสนอแนวคิดในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์และสรุปที่ได้จากการเรียน

จากที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า การจัดกิจกรรมการเรียนการสอนโดยใช้เทคนิค K-W-D-L จะต้องประกอบด้วย 4 ขั้นตอนด้วยกัน

ขั้นที่ 1 K (what we know) นักเรียนรู้อะไรบ้างจากโจทย์ที่กำหนดให้

ขั้นที่ 2 W (what we want to know) นักเรียนหาสิ่งที่ต้องการรู้ หรือสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

ขั้นที่ 3 D (what we do to find out) นักเรียนจะต้องทำอะไรและอย่างไรในการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบ

ขั้นที่ 4 L (what we learned) นักเรียนสรุปความรู้ที่ได้จากการแก้ปัญหา

นอกจากนี้เพื่อให้เทคนิค K-W-D-L สามารถแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพควรจัดกิจกรรมการเรียนการสอน โดยมีการแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม ๆ ละ 4-5 คน โดยแต่ละกลุ่มประกอบด้วยนักเรียนที่ความสามารถ คือ นักเรียนที่เรียนเก่ง นักเรียนที่เรียนปานกลาง นักเรียนที่เรียนอ่อน และมีการนำแผนผัง K-W-D-L บัตรกิจกรรม K-W-D-L จะเห็นได้ว่าเป็นวิธีการที่ทำให้ผู้เรียนได้ฝึกคิด วิเคราะห์ โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ได้อย่างหลากหลายตามขั้นตอนที่กำหนด และสามารถหาวิธีการแก้ปัญหาที่ดีที่สุดพร้อมให้เหตุผลประกอบได้อย่างชัดเจน รวมทั้งผู้เรียนสามารถทำงานร่วมกับผู้อื่นได้อย่างมีประสิทธิภาพ รู้จักหน้าที่ ความรับผิดชอบ เพื่อให้กลุ่มของตนเองประสบความสำเร็จ

10. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

พวงรัตน์ ทวีรัตน์ (2538. หน้า 29) ได้ให้ความหมายของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนว่า หมายถึง คุณลักษณะรวมถึงความรู้ความสามารถของบุคคลอันเป็นผลมาจากการเรียนการสอน ทำให้บุคคลเกิดการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมในด้านต่าง ๆ ของสมรรถภาพของสมอบุคคล เรียนแล้วรู้อะไรบ้างและมีความสามารถด้านใดมากน้อยเท่าไร เช่น พฤติกรรมด้านความจำ ความเข้าใจ

การนำไปใช้ การวิเคราะห์ การสังเคราะห์ และการประเมินค่ามากน้อยอยู่ในระดับใด นั่นคือ ผลสัมฤทธิ์เป็นการตรวจสอบพฤติกรรมของผู้เรียนในด้านพุทธิพิสัย นั่นเอง ซึ่งพวงรัตน์ ทวีรัตน์ (2530, หน้า 29-30) ได้กล่าวถึงการวัด 2 องค์ประกอบตามจุดมุ่งหมายและลักษณะของวิชาที่เรียน คือ

1. การวัดด้านการปฏิบัติ เป็นการตรวจสอบความรู้ ความสามารถทางการปฏิบัติโดยให้ผู้เรียนได้ลงปฏิบัติจริงให้เป็นผลงานปรากฏออกมา การวัดแบบนี้จึงต้องใช้ข้อสอบภาคปฏิบัติ (Performance test) ซึ่งการประเมินผลจะพิจารณาที่วิธีปฏิบัติ (Process) และผลงานที่ปฏิบัติ (Product)

2. การวัดด้านเนื้อหา เป็นการตรวจสอบความรู้ ความสามารถเกี่ยวกับเนื้อหาวิชา (Content) รวมถึงพฤติกรรมความสามารถในด้านต่างๆ อันเป็นผลมาจากการเรียนการสอนมีวิธีการสอบวัดได้ 2 ลักษณะ คือ

2.1 การสอบปากเปล่า (oral Test) การสอบแบบนี้มักกระทำเป็นรายบุคคลซึ่งเป็นการสอบที่ต้องการดูผลเฉพาะอย่าง เช่น การสอบอ่านฟังเสียง การสอบสัมภาษณ์ซึ่งต้องการดูการใช้ถ้อยคำในการตอบคำถาม รวมทั้งการแสดงความคิดเห็น และบุคลิกภาพต่างๆ เช่น การสอบปริญญานิพนธ์ ซึ่งต้องการวัดความรู้ ความเข้าใจในเรื่องที่ทำ ตลอดจนแง่มุมต่างๆ การสอบปากเปล่าสามารถวัดได้ละเอียดลึกซึ้ง และคำถามก็สามารถเปลี่ยนแปลงเพิ่มเติมได้ตามต้องการ

2.2 การสอบแบบให้เขียนตอบ (Paper – Pencil test or written test) เป็นการวัดที่ให้ผู้สอบเขียนเป็นตัวหนังสือตอบ ซึ่งมีรูปแบบการตอบ 2 แบบ คือ

- แบบไม่จำกัดคำตอบ (Free Response Type) ซึ่งได้แก่ การสอบวัดที่ใช้ข้อสอบแบบอัตนัย หรือความเรียง (Essay test) นั่นเอง

- แบบจำกัดคำตอบ (Fixed Response Type) ซึ่งเป็นการสอนที่กำหนดขอบเขตของคำถามที่จะให้คำตอบหรือกำหนดคำตอบมาให้เลือกซึ่งมีรูปแบบของคำถามคำตอบอยู่ 4 รูปแบบ คือ แบบเลือกทางใดทางหนึ่ง แบบจับคู่ แบบเติมคำและแบบเลือกตอบ

การวัดผลสัมฤทธิ์ด้านเนื้อหาโดยกานสอบข้อเขียนนั้นเป็นที่นิยมแพร่หลายในโรงเรียนอันเป็นการวัดพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัย หรือความรู้และความคิด โดยประเมินผลจากการเรียนการสอนดังที่กล่าวมาแล้วข้างต้น พฤติกรรมด้านความรู้และความคิดจะประกอบด้วยพฤติกรรมดังต่อไปนี้

1. ความรู้ความจำ หมายถึง ความสามารถของบุคคลในอันที่จะทรงไว้ หรือรักษาไว้ซึ่งเรื่องราวต่างๆ ที่ได้รับจากการเรียนการสอนและจากประสบการณ์ต่างๆ รวมทั้งสิ่งที่สัมพันธ์กับประสบการณ์นั้น ๆ และสามารถถ่ายทอดสิ่งที่จดจำไว้นั้นออกมาได้ถูกต้อง
2. ความเข้าใจ หมายถึง ความสามารถในการแปลความ ตีความ และสรุปความเกี่ยวกับสิ่งต่างๆ ที่ได้พบได้เห็น หรือเรื่องราวและเหตุการณ์ต่างๆ ที่ได้รับอย่างถูกต้องและสามารถสื่อความเข้าใจที่ตนเองมีอยู่นั้นไปสู่ผู้อื่นได้อย่างถูกต้องด้วย
3. การนำไปใช้ หมายถึง ความสามารถในการนำความรู้ ทฤษฎี หลักการ กฎเกณฑ์ วิธีการดำเนินการต่างๆ ซึ่งได้รับจากการเรียนรู้ไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์จริงในชีวิตประจำวัน หรือสถานการณ์ใหม่ที่คล้ายคลึงกันได้ถูกต้องเหมาะสม
4. การวิเคราะห์ หมายถึง ความสามารถในการแยกแยะเรื่องราวข้อเท็จจริงหรือเหตุการณ์ใด ๆ ออกเป็นส่วนย่อย ๆ ได้ และสามารถบอกได้ว่า ส่วนย่อย ๆ นั้นแต่ละส่วนสำคัญอย่างไร ส่วนใดสำคัญที่สุด แต่ละส่วนความสัมพันธ์กันอย่างไร และมีหลักการใดร่วมกัน
5. การสังเคราะห์ หมายถึง ความสามารถในการผสมผสานส่วนย่อยเข้าด้วยกันให้เป็นส่วนใหญ่ทำให้ได้ผลผลิตที่แปลกใหม่ และดีกว่าเดิม พฤติกรรมด้านนี้ เน้นให้เกิดความคิดสร้างสรรค์ใหม่ๆ นั้นเอง
6. การประเมินค่า หมายถึง ความสามารถในการวินิจฉัย ตีราคาสิ่งต่างๆ หรือเรื่องราวต่างๆ ได้อย่างมีหลักเกณฑ์ เป็นที่ยอมรับโดยทั่วไป กลุ่มพฤติกรรมด้านพุทธิพิสัยนี้พฤติกรรมย่อยด้านความรู้ ความจำ เป็นพฤติกรรมระดับต่ำสุด ถือเป็นพฤติกรรมขั้นพื้นฐาน ส่วนพฤติกรรมย่อยด้านความเข้าใจ การนำไปใช้ การวิเคราะห์ การสังเคราะห์ และการประเมินค่า เป็นพฤติกรรมที่สูงขึ้นตามลำดับ ในการเรียนการสอนนั้น โดยทั่วไปต้องการให้ผู้เรียนเกิดพฤติกรรมสูงกว่าความรู้ ความจำ (คือเป็นการพัฒนาให้เกิดความคิดนั้นเอง)

ประเภทของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์

อารมณีย์ เพชรชื่อน (2547, หน้า 40-41) กล่าวว่า การทดสอบ ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียนสามารถกระทำได้ 2 ลักษณะคือ การทดสอบแบบอิงกลุ่ม หรือการวัดผลแบบอิงกลุ่ม (Norm referenced measurement) กับการทดสอบแบบอิงเกณฑ์ (Criterion referenced measurement) ซึ่งการทดสอบทั้ง 2 แบบนี้ มีคุณลักษณะที่สำคัญต่อไปนี้

1. การทดสอบแบบอิงกลุ่ม หรือการวัดผลแบบอิงกลุ่ม เป็นการทดสอบหรือการสอบวัดที่เกิดจากแนวความเชื่อในเรื่องความแตกต่างระหว่างบุคคลที่ว่าด้วยความสามารถของบุคคลใดๆ

ในเรื่องใต้นั้นไม่เท่ากัน บางคนมีความสามารถเด่น บางคนมีความสามารถด้อย และส่วนใหญ่จะมีความสามารถปานกลาง การกระจาย ของความสามารถของบุคคลถ้านำมาเขียนกราฟจะมีลักษณะคล้ายๆ โค้งรูประฆัง หรือที่เรียกว่าโค้งปกติ ดังนั้นการสอบแบบนี้จึงยึดคนส่วนใหญ่เป็นหลักในการเปรียบเทียบโดยพิจารณาคะแนนผลการสอบของบุคคลเทียบกับคนอื่น ๆ ในกลุ่มคะแนนจะมีความหมายก็ต่อเมื่อ นำมาเปรียบเทียบกับคะแนนของบุคคลอื่นที่สอบด้วยข้อสอบฉบับเดียวกัน จุดมุ่งหมายของการสอบแบบนี้ก็เพื่อกระจายบุคคลทั้งสองกลุ่มไปตามความสามารถของแต่ละบุคคล นั่นก็คือคนที่มีความสามารถสูงจะได้คะแนนสูง คนที่มีความสามารถด้อยกว่าก็จะได้คะแนนลดหลั่นลงมาจนถึงคะแนนต่ำสุด

2. การทดสอบแบบอิงเกณฑ์ หรือการวัดผล แบบอิงเกณฑ์ ยึดความเชื่อในเรื่องการเรียนรู้เพื่อรอบรู้ กล่าวคือ ยึดหลักการว่าในการสอนนั้นจะต้องมุ่งส่งเสริมให้ผู้เรียนทั้งหมดหรือเกือบทั้งหมดประสบผลสำเร็จในการเรียนจะมีลักษณะแตกต่างกันก็ตามแต่ทุกคนควรได้รับการส่งเสริมพัฒนาไปถึงขีดความสามารถสูงสุดของตนโดยอาจใช้เวลาแตกต่างกันในแต่ละบุคคล ดังนั้น การทดสอบแบบอิงเกณฑ์จึงมีการกำหนดขึ้นแล้วผลการสอบวัดของแต่ละบุคคลเทียบกับเกณฑ์ที่ตั้งไว้ไม่มีการนำผลไปเปรียบเทียบกับบุคคลอื่นๆในกลุ่ม ความสำคัญของการทดสอบแบบนี้ จึงอยู่ที่การกำหนดเกณฑ์เป็นสำคัญ เกณฑ์หมายถึง กลุ่มของพฤติกรรมที่ได้กำหนดไว้ในแต่ละรายวิชา ตามจุดมุ่งหมายเชิงพฤติกรรม หรือกลุ่มของพฤติกรรมก็ได้ จุดมุ่งหมายของการทดสอบแบบนี้จึงเป็นการตรวจสอบดูว่า ใครเรียนได้ถึงเกณฑ์ และใครยังเรียนไม่ถึงเกณฑ์ ควรได้รับการปรับปรุงแก้ไขต่อไป เช่น อาจให้มีการเรียนซ่อมเสริม

หลักการเขียนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

สุมาลี จันทรชลอ (2542, หน้า 38-39) กล่าวว่า เนื่องจากการเขียนข้อสอบไม่สามารถวัดความสามารถได้ทั้งหมด การเขียนข้อสอบจึงควรถามในสิ่งที่สำคัญได้เป็นตัวแทนหลักการเขียนข้อสอบไม่ว่าจะเป็นประเภทใดก็ตาม ควรคำนึงถึงหลักสำคัญ ๆ ต่อไปนี้

1. ถามให้ครอบคลุมเนื้อหา หรือจุดประสงค์โดยทั่วไป ครูมักใช้ผลการจากการสอบวัดเกณฑ์สำคัญในการสรุปความรู้ความสามารถของนักเรียน การถามเพียงส่วนหนึ่งส่วนใดอาจขาดความตรงและไม่ยุติธรรมสำหรับผู้สอบบางคน ซึ่งอาจพลาดหรือบกพร่องในส่วนที่ถูกนำมาถามนั้น ดังนั้น การสอบวัดจึงควรถามให้ครอบคลุมเนื้อหา โดยอาจใช้คำถามหลายๆ ข้อ เพื่อให้ครอบคลุมการถามให้ครอบคลุมเนื้อหรือจุดประสงค์สำคัญเป็นสิ่งที่ช่วยเพิ่มความตรงให้กับแบบทดสอบ เพราะจะครอบคลุมและชัดเจนส่วนที่ผู้สอบพลาดพลั้งไปบางส่วน แต่จะมีบางส่วนนำความรู้มาสอบวัด นอกจากนี้การถามครอบคลุมเนื้อหา จะทำให้การเดายากขึ้น

2. ถามในสิ่งสำคัญ เนื้อหาที่กล่าวถึงแต่ละวิชา ประกอบด้วยส่วนที่เป็นสาระสำคัญ และส่วนที่เป็นรายละเอียดปลีกย่อย หรือแม้แต่นับบทความยังประกอบด้วยสาระสำคัญและสิ่งทีอธิบายประกอบเช่นเดียวกัน เนื่องจากการทดสอบส่วนมากถูกจำกัดด้วยเวลาจึงถามความรู้ทั้งหมดของวิชานั้นๆ ไม่ได้ ดังนั้นจึงควรถามเฉพาะสิ่งที่สำคัญที่ควรเรียนรู้สิ่งที่บ่งบอกถึงความสามารถของผู้เรียน ดังนั้นการสอบวัดจึงควรวัดจากจุดประสงค์การเรียนการสอนที่สำคัญไม่ควรถามรายละเอียดนอกจากจะมีจุดประสงค์เพื่อวัดความรู้ในรายละเอียดนั้นๆ ในบางตอน

3. ถามให้ลึก ผู้ตอบไม่สามารถตอบได้โดยง่าย แต่ต้องพิจารณาก่อนอย่างรอบคอบ จึงจะสามารถตอบได้อย่างถูกต้อง การถามให้ลึกจึงเป็นการถามเพื่อวัดพฤติกรรมการเรียนรู้ในระดับสูงกว่าความจำ จึงไม่ควรถามตามตำรา หรือถามตามที่ครูสอนตรงๆ หรือถามจากเรื่องที่กำหนดตรงๆ แต่ปรับสถานการณ์ ปรับเงื่อนไข ให้อธิบายใหม่ หรือต้องเชื่อมโยงรายละเอียดของแต่ละส่วนมาสัมพันธ์กันจึงจะสามารถให้คำตอบได้ การเขียนข้อสอบให้มีคุณสมบัตินี้จึงต้องคิดพิจารณาอย่างรอบคอบเช่นเดียวกัน

4. ถามโดยใช้ตัวอย่าง ซึ่งเป็นแบบอย่างที่ดี คำถามจากแบบทดสอบมักเป็นสิ่งที่ผู้เรียนจำได้ดี ดังนั้นการตั้งคำถามควรให้เป็นอย่างที่ดี

5. ถามให้ชัดเจนและจำเพาะเจาะจง การเขียนข้อสอบที่ดีคำถามต้องมีความชัดเจนว่าต้องการให้ตอบอะไร มีขอบข่ายแค่ไหน คำถามจึงต้องมีความจำเพาะเจาะจงไม่คลุมเครือ หลีกเลียงคำถามสองแง่สองมุม

ประโยชน์ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

สุภาพ วาดเขียน (2525, หน้า 144) กล่าวถึง ประโยชน์ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ไว้ดังนี้

1. สรรวจทั่วยุไป เกี่ยวกับตำแหน่งของการเรียนในโรงเรียนเพื่อเปรียบเทียบกับเกณฑ์ปกติ ทำให้เข้าใจนักเรียนดีขึ้น
2. การแนะแนวและการประเมินผลเกี่ยวกับการสอบได้ หรือสอบตกของแต่ละบุคคล จุดอ่อน จุดเด่นของแต่ละบุคคล การสอนซ่อมเสริมให้กับนักเรียนฉลาด และนักเรียนที่ต้องการความช่วยเหลือ การปรับปรุงการสอน
3. สามารถจัดกลุ่มเพื่อประโยชน์ในการจัดการเรียนการสอน
4. ช่วยในการศึกษาค้นคว้าทางการศึกษา เปรียบเทียบผลการเรียนในวิชาที่ทำการสอนแตกต่างกัน โดยใช้แบบทดสอบมาตรฐานเป็นเครื่องมือวัด

11. ความคงทนในการเรียนรู้

ความหมายของการคงทน

ความคงทนในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์มีความจำเป็นมากเพราะการเรียนต้องใช้ความรู้เอง เช่น กระบวนการทางคณิตศาสตร์ หลักการ ทฤษฎี กฎเกณฑ์ต่างๆ เพื่อเป็นพื้นฐานในการเรียนรู้ในระดับสูงที่มีความต่อเนื่อง การจำสิ่งต่างๆ ได้มากจะช่วยให้สามารถเรียนในสิ่งใหม่และนำไปใช้ในการแก้ปัญหาต่างๆ ในการเรียนและในชีวิตประจำวันได้เป็นอย่างดี

จากความสำคัญดังกล่าว ได้มีผู้ให้ความหมายของความคงทนในการเรียนไว้หลายคน ดังนี้

อดัมส์ (Adam, 1976, หน้า 9) กล่าวว่าความคงทน หมายถึง การคงไว้ซึ่งความสามารถที่จะระลึกได้ถึงสิ่งเร้าที่เคยมีประสบการณ์มาก่อน หลังจากใช้เวลาผ่านไประยะหนึ่ง นักเรียนยังคงจำได้เป็นความคงทนในการจำ

ไพจิตร สดวกการ(2539, หน้า 73) ได้กล่าวว่าความคงทนของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ หมายถึง โครงสร้างทางปัญญาในวิชาคณิตศาสตร์ที่ถูกสร้างขึ้นในระหว่างการเรียนการสอน ซึ่งยังคงอยู่ในภายหลัง และอาจทำหน้าที่เป็นพื้นฐานสำหรับการสร้างโครงสร้างใหม่ในอนาคต

ชีวาพร ภูตระกูล(2547, หน้า 29) กล่าวว่าความคงทนในการเรียน หมายถึง ความสามารถในการจำ และการระลึกได้ต่อประสบการณ์ที่รับรู้มาแล้วหลังจากได้ทิ้งระยะเวลาไว้ช่วงระยะเวลาหนึ่ง โดยไม่มีการกระทำนั้นออกมาเลยในช่วงเวลาที่ทิ้งไป

จากความหมายของความคงทนในการเรียน ดังกล่าว สรุปได้ว่า ความคงทนในการเรียน หมายถึง ความสามารถในการจำทางการเรียนทางกิจกรรม เป็นความทรงจำที่เป็นแรงกระตุ้นให้เกิดโครงสร้างทางปัญญาที่เนิ่นนานในวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งถูกสร้างขึ้นในระหว่างการเรียนการสอน และยังคงอยู่ภายหลังเสร็จสิ้นการเรียนและทิ้งระยะเวลาชั่วระยะเวลาหนึ่งความคงทนนั้นก็ยังคงอยู่

ระบบความจำ

ในระบบความจำของมนุษย์ จะเกิดขึ้นเมื่อข่าวสารหรือสถานการณ์ต่างๆ ของสิ่งเร้ามาสัมผัสกับประสาทการรับรู้และส่งเข้าไปในระบบความจำ ซึ่งขั้นของความจำอาจแบ่งออกเป็นขั้นแรกความจำการรู้สึกสัมผัส(Sensory memory) ข่าวสารหรือสถานการณ์ต่างๆ ของสิ่งเร้าในขั้นนี้อาจสูญหายไปได้อย่างรวดเร็วหากไม่มีการเปลี่ยนแปลงไปสู่ขั้นที่สองต่อไป คือความจำระยะสั้น

(Short-term memory) เป็นความจำหลังจากการรับรู้ในระยะสั้นๆ ขั้นที่สามคือความจำระยะยาว (Long-term memory) เป็นความจำที่เป็นความคงทนถาวรมากกว่าการจำระยะสั้น ในส่วนของความจำระยะสั้นและความจำระยะยาวจะเกิดขึ้นหลังจากการเรียนรู้ มนุษย์ใช้ความจำระยะสั้นสำหรับจดจำเพียงชั่วคราว ความจำระยะยาวเป็นความจำที่คงทนกว่า สิ่งสำคัญที่จะช่วยให้เกิดความคงทนในการจำ อาจสรุปได้เป็น 2 ประการ ประการแรก ได้แก่ ลักษณะของความต่อเนื่องหรือความสัมพันธ์กันของประสบการณ์ที่จำทำให้เกิดการเรียนรู้ ประการที่สอง ได้แก่ การทบทวนสิ่งที่ได้เรียนรู้ไปแล้วอยู่เสมอ (ไสว เลี่ยมแก้ว.2528)

การวัดความคงทนในการเรียน

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความคงทนในการเรียนได้กล่าวถึงวิธีการวัดความคงทนไว้ดังนี้

ไพจิตร สดวกการ(2539, หน้า 14) ได้กล่าวว่าการวัดความคงทนในการเรียนเป็นการวัดความรู้ความเข้าใจในทัศน์ ความสามารถในการคำนวณและความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากการเรียน การสอนมาแล้ว โดยการสอบหลังการเรียน 2 ครั้ง ด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ฉบับเดียวกัน โดยการทำการสอบครั้งแรกในทันทีหลังการเรียนการสอนแต่ละเรื่อง และสอบครั้งที่ 2 หลังการเรียนการสอนแต่ละเรื่อง 3 สัปดาห์

ประวีณา นิลนวล(2540, หน้า 47) กล่าวว่าความคงทนในการเรียนเป็นการสอบซ้ำโดยการให้แบบทดสอบฉบับเดียวกับแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนฉบับหลังการทดลองโดยการทำการทดสอบหลังเสร็จสิ้นการทดลองแล้ว 2 สัปดาห์

ชีราพร ภูตระกูล(2547, หน้า 29) กล่าวว่าความคงทนในการเรียนเป็นการวัดความรู้ความเข้าใจในการเรียนคณิตศาสตร์ โดยการวัดจากคะแนนที่ได้จากการทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เมื่อสิ้นสุดการเรียนเมื่อเวลาผ่านไป 3 สัปดาห์

จากวิธีการทดสอบความคงทนที่ผู้วิจัยได้ศึกษาวิธีการวัดของ ไพจิตร สดวกการ (2539) ประวีณา นิลนวล(2540) ชีราพร ภูตระกูล(2547) ที่เกี่ยวข้องพบว่าการวัดความคงทนจะเป็นการวัดเสร็จสิ้นการสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียน 2 – 3 สัปดาห์ และในที่นี้ผู้วิจัยจะทำสอบความคงทนในการเรียนโดยใช้วิธีการทดสอบหลังเสร็จสิ้นการทดลองแล้ว 2 สัปดาห์ ด้วยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนฉบับเดิม

12. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยในประเทศ

1. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับชุดฝึกทักษะ

จักรพงษ์ ทองสิงห์ (2549. บทคัดย่อ) ได้ศึกษาค้นคว้าเรื่อง การพัฒนาชุดฝึกทักษะคณิตศาสตร์เรื่อง การบวก และการลบจำนวนเต็มสำหรับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนบ้านป่อหิน อำเภอตระการพืชผล สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาอุบลราชธานี เขต 2 จำนวน 30 คน ผลการวิจัยพบว่า 1) ชุดฝึกทักษะคณิตศาสตร์เรื่อง การบวกและการลบจำนวนเต็ม สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นจำนวน 12 ชุด มีประสิทธิภาพเท่ากับ 84.44/81.11 ซึ่งได้มาตรฐานตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ 2) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสาระ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่ได้รับการสอนโดยใช้ชุดฝึกทักษะหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

พริยา ศรีพนม (2548. บทคัดย่อ) ที่พัฒนาชุดฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาการบวก ลบ คูณ หารระคน สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนด้วยชุดฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาการบวก ลบ คูณ หารระคน พบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนหลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และชุดฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาการบวก ลบ คูณ หารระคน มีประสิทธิภาพ 91.17 / 90.25

2. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนโดยใช้เทคนิค K W D L (เค ดับ เบิ้ลยู ดี แอล)

วีระศักดิ์ เลิศโสภา (2544) ได้ศึกษาค้นคว้าเรื่อง ผลการใช้เทคนิค การสอน เค ดับ เบิ้ลยู ดี แอล ที่มีผลสัมฤทธิ์ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 โรงเรียนอัสสัมชัญ แผนกประถม สังกัดคณะกรรมการการศึกษาเอกชน กรุงเทพมหานคร จำนวน 2 กลุ่ม กลุ่มละ 50 คน ได้จากการสุ่มอย่างง่าย กลุ่มทดลองได้รับการสอนโดยเทคนิคการสอน เค ดับ เบิ้ลยู ดี แอล กลุ่มควบคุมได้รับการสอนตามปกติ โดยการสอนด้วยเทคนิคการสอน เค ดับ เบิ้ลยู ดี แอล มีขั้นตอนการสอน ดังนี้ ขั้นตอน ที่ 1 ขั้นนำเข้าสู่บทเรียน ทบทวนความรู้เดิมโดยการนำเสนอสถานการณ์ ของโจทย์ปัญหาหรือเกมคณิตศาสตร์ ขั้นตอน ที่ 2 ขั้นดำเนินการสอน ใช้เทคนิค เค ดับ เบิ้ลยู ดี แอล (KWDL) ในการสอนแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งประกอบด้วย 4 ขั้นตอน คือ 1) หาสิ่งที่รู้เกี่ยวกับโจทย์ 2) หาสิ่งที่ต้องการรู้เกี่ยวกับโจทย์ 3) ดำเนินการแก้โจทย์ปัญหา 4) สรุปสิ่งที่ได้จากการเรียน ขั้นตอน ที่ 3 ขั้นฝึกทักษะนักเรียนทำแบบฝึกหัดในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ขั้นที่ 4 ขั้นวัดและประเมินผล สังเกตการณ์ร่วมกิจกรรม ตรวจผลงานกลุ่มและแบบฝึกหัด ผลการวิจัยพบว่า 1.คะแนนเฉลี่ยการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์

ของนักเรียน หลังเรียนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้เทคนิคการสอน เค ดับเบิลยู ดี แอล สูงกว่านักเรียนที่เรียนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ตามปกติอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

2. นักเรียนพึงพอใจต่อการสอนโดยใช้เทคนิคการสอน เค ดับเบิลยู ดี แอล ะดับมาก

อดิเรก เฉลียวฉลาด (2550) ทำการวิจัยเกี่ยวกับการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาร้อยละของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้เทคนิค KWDL กับการสอนปกติ ได้ศึกษาการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อการเรียนการเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและเจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง โจทย์ปัญหาร้อยละ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โดยใช้เทคนิค K-W-D-L กับการสอนปกติ ผลการวิจัยพบว่า 1. ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่องโจทย์ปัญหาร้อยละ ของนักเรียน ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่ได้รับการสอนโดยใช้เทคนิค K-W-D-L สูงกว่าการสอนปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2. เจตคติต่อการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษา ปีที่ 6 ที่ได้รับ การสอนโดยใช้เทคนิค K-W-D-L สูงกว่าการสอนปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

อำพร ดอนชัย (2546) ทำการวิจัยเกี่ยวกับการสร้างบทเรียนโปรแกรมวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการและการแก้สมการ สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ได้ศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ศึกษาความคงทนของการเรียนรู้ และศึกษาเจตคติของนักเรียนที่เรียนด้วยบทเรียนโปรแกรม ผลการวิจัยพบว่า บทเรียนโปรแกรมทุกชุดมีประสิทธิภาพ 80/80 ตามเกณฑ์ที่ตั้งไว้ การศึกษาการเปรียบเทียบคะแนนหลังเรียนและก่อนเรียนที่เรียนด้วยบทเรียนโปรแกรมแตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ผลการศึกษาความคงทนของการเรียนรู้โดยเรียนด้วยบทเรียนโปรแกรม จากการเปรียบเทียบคะแนนการทดสอบหลังเรียนสองครั้ง เว้นระยะห่างกัน 4 สัปดาห์ที่ไม่แตกต่างกัน แสดงว่า การเรียนด้วยบทเรียนโปรแกรมมีความคงทนของการเรียนรู้และยังพบว่าโดยภาพรวมของนักเรียนที่มีเจตคติที่ดีต่อการเรียนด้วยบทเรียนโปรแกรมในระดับเห็นด้วย

งานวิจัยต่างประเทศ

1. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสอนโดยใช้เทคนิค K W D L (เค ดับเบิลยู ดี แอล)

ชอ เซมเบส และคณะ (Shaw, Chambless, Chessin, Price, & Beardain, 1997, abstract) ได้ทำการอบรมครูผู้สอนเกรด 4 การร่วมกลุ่มแก้โจทย์ปัญหา คณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค K-W-D-L และให้นำไปทดลองสอนกับนักเรียน แล้วนำผลไปเปรียบเทียบกับนักเรียนที่เรียนปกติ ผลการวิจัยพบว่านักเรียนที่ร่วมกลุ่มแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค K-W-D-L สามารถเขียน

คำตอบและละเอียดมากกว่า และผลสัมฤทธิ์ในการแก้โจทย์ปัญหาสูงกว่าการสอนปกติ นอกจากนี้ นักเรียนที่ร่วมกลุ่มแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้เทคนิค K-W-D-L มีเจตคติด้านบวกกับคณิตศาสตร์ จากนั้นได้ให้ข้อเสนอแนะว่า การพัฒนาความสามารถ และเจตคติในการการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ควรเน้นกระบวนการมากกว่าการหาคำตอบ

กิฟฟิน (Giffune 1979 : 2572-A) ได้ศึกษาผลการสอนโจทย์ปัญหาที่มุ่งเน้นความเข้าใจโจทย์ปัญหาฝึกทักษะการอ่านโจทย์ปัญหาฝึกทักษะการอ่านโจทย์ที่มีต่อทักษะการเขียนสมการ การหาคำตอบความคงทนในการเขียนสมการ สรุปได้ว่า กลุ่มทดลองมีความสามารถทั้ง 3 ด้าน สูงกว่ากลุ่มควบคุมมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

จากการศึกษางานวิจัยสรุปได้ว่า การพัฒนาชุดฝึกทักษะการแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้เทคนิคการสอนแบบ KWDL ครูผู้สอนจะต้องคำนึงถึงองค์ประกอบที่มีผลต่อความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหา ซึ่งได้แก่ การทำความเข้าใจโจทย์ปัญหา การแปลความหมายจากโจทย์ การวิเคราะห์ การคิดคำนวณ รวมถึงการฝึกฝนการแก้โจทย์ปัญหาด้วยรูปแบบวิธีการสอนแบบต่างๆ